

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

DESENVOLVIMENTO DE UMA PLATAFORMA COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE PARA
COMPENSAÇÃO DE INCLINAÇÕES ATRAVÉS DE UM SISTEMA DE CONTROLE INERCIAL

por

Eduardo Luís Bergmüller

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, Julho de 2015.



Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Mecânica

DESENVOLVIMENTO DE UMA PLATAFORMA COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE PARA
COMPENSAÇÃO DE INCLINAÇÕES ATRAVÉS DE UM SISTEMA DE CONTROLE INERCIAL
por

Eduardo Luís Bergmüller

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. Alcy Rodolfo dos Santos Carrara
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Projeto, Fabricação e Automação Industrial**

Orientador: Prof. Dr. Eduardo André Perondi

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Fabiano Disconzi Wildner

Prof. Dr. Mario Roland Sobczyk Sobrinho

Prof. Dr. Rafael Antonio Comparsi Laranja

Porto Alegre, 03 de Julho de 2015.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pelas conquistas até o momento e pela força para superar as dificuldades presentes na minha jornada acadêmica.

Agradeço ao Prof. Dr. Eduardo André Perondi pela oportunidade de desenvolver este trabalho e por me orientar durante o seu desenvolvimento.

Sou grato, também, a todos os professores que me ensinaram, não apenas os conteúdos acadêmicos, mas também lições de vida.

Agradeço o companheirismo de todos os colegas e amigos que participaram da minha vida acadêmica.

Obrigado a todos do Laboratório de Mecatrônica e Controle (LAMECC) da UFRGS que me auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço à minha namorada, Regina pelo carinho, suporte e amizade.

Finalmente, à minha família, sou grato pelo apoio e estímulo necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Mecânico. Especialmente, agradeço ao meu pai e à minha mãe que estiveram sempre ao meu lado durante toda essa caminhada. Com amor, me guiaram e me acompanharam em momentos de dificuldades e de alegrias.

Muito Obrigado!

BERGMÜLLER, E.L. **Desenvolvimento de uma Plataforma com Dois Graus de Liberdade para Compensação de Inclinações Através de um Sistema de Controle Inercial**. 2015. 27 fls. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) - Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

RESUMO

Atividades industriais, principalmente embarcadas, estão sujeitas às oscilações provenientes da movimentação do meio em que se encontram. Essa movimentação dificulta, por exemplo, a transferência de cargas e de pessoas entre embarcações. A fim de compensar essas oscilações, é necessário que haja um meio estável durante a transferência. Dessa forma, o objetivo deste trabalho consiste no desenvolvimento de um protótipo de plataforma com dois graus de liberdade (2 GDL) capaz de compensar inclinações impostas por um agente externo. O estudo compreende a concepção teórica do mecanismo por meio da análise da cinemática direta e inversa de manipuladores robóticos; construção de um protótipo; instrumentação; e desenvolvimento de algoritmo de controle. Testes práticos instrumentados foram realizados para avaliar o comportamento do protótipo construído e comprovar a validade dos estudos teóricos. Como resultados, realizou-se a validação dos equacionamentos teóricos aplicados e confirmou-se o funcionamento do protótipo desenvolvido como plataforma de compensação de inclinações.

PALAVRAS-CHAVE: manipulador robótico, controle, tecnologias embarcadas, 2 GDL.

BERGMÜLLER, E.L. **Development of a Platform with Two Degree of Freedom for Inclination Compensation Through an Inertial Control System.** 2015. 27 fls. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

ABSTRACT

Industrial activities, especially shipped ones, are subjected to the oscillation from the outside environment. This motion, for instance, makes the transfer of people and cargo from one watercraft to another difficult. In order to compensate these oscillations it is necessary to use a stable mean to perform the transfer. Therefore, the objective of this work is to develop a platform prototype with two degrees of freedom (2 DoF) capable of compensating inclinations imposed by an external agent. The study comprises the theoretical conception of the mechanism by means of the analysis of direct and inverse kinematics of robotic manipulators; construction of a prototype; instrumentation; and development of control mechanisms. Instrumented practical tests were made in order to evaluate the behavior of the prototype and confirm the theoretical studies. As results the validation of the used models was obtained and the functionality of the prototype developed as an inclination compensation platform was confirmed.

KEYWORDS: robotic manipulator, control, shipped technologies, 2 DoF.

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

a	Parâmetro da convenção de Denavit-Hartenberg que representa o comprimento da conexão ao longo da normal-comum [mm]
C	Cosseno
CC	Corrente Contínua
CPU	Unidade Central de Processamento
d	Deslocamento de uma junta translacional [mm]
DMP	Digital Motion Processor
DoF	Degree of Freedom
D_x	Deslocamento ao longo do eixo x [mm]
D_z	Deslocamento ao longo do eixo z [mm]
e	Erro
E	Matriz dos erros
EEPROM	Electrically Erasable Programmable Read-Only Memory
FIFO	First In, First Out
GDL	Graus de Liberdade
I²C	Inter-Integrated Circuit
J	Junta
J_e	Matriz Jacobiana
L₁	Comprimento do elo 1 [mm]
L₂	Comprimento do elo 2 [mm]
L₃	Comprimento do elo 3 [mm]
MEMS	Sistemas microeletromecânicos
n	Número de testes realizados
n_p	Número de dados de uma série
o	Origem
${}^a_b o$	Origem do sistema de coordenadas <i>b</i> em relação ao sistema de coordenadas <i>a</i>
PLA	Ácido Poliláctico
PWM	Modulação por Largura de Pulso
RAM	Random-access Memory
R_x	Rotação em torno do eixo x [°]
R_z	Rotação em torno do eixo z [°]
S	Seno
s	Vetor que contém as coordenadas da transformação cinemática completa
${}^{i-1}_i T$	Matriz de transformação homogênea de um eixo <i>i</i> para um eixo <i>i-1</i>
x	Dado de uma série

\bar{x}	Valor médio de uma série de dados
α	Parâmetro da convenção de Denavit-Hartenberg que representa a torção de uma conexão [°]
Δs	Incerteza de s
ϵ	Vetor dos erros generalizados
θ	Ângulo de rotação de uma junta [°]
Σ	Somatório

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVO	1
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	1
3.1 Manipuladores Robóticos.....	1
3.2 Sensores Inerciais.....	3
3.3 Plataformas Microcontroladoras.....	3
4. MATERIAIS E MÉTODOS	4
4.1 Modelo Cinemático	4
4.1.1 Convenção de Denavit-Hartenberg	5
4.1.2 Matriz de Transformação.....	6
4.1.3 Cinemática Direta	6
4.1.4 Cinemática Inversa.....	7
4.2 Construção do Protótipo	7
4.2.1 Atuadores	8
4.2.2 Sensoriamento e Controle.....	9
4.2.3 Estrutura Mecânica.....	10
5. RESULTADOS	11
5.1 Verificação do Modelo Cinemático.....	11
5.2 Verificação Prática do Funcionamento da Plataforma de Compensação de Inclinações	13
6. CONCLUSÕES	13
6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros.....	14
APÊNDICE A – Representação Genérica de um Microcontrolador.....	16
APÊNDICE B – Cálculos Parciais do Modelo Cinemático	16
APÊNDICE C – Análise de Erros e Incertezas	17

1. INTRODUÇÃO

Plataformas de compensação de inclinações consistem em manipuladores robóticos projetados de forma que os seus efetadores (ou bases de saída) mantenham-se em uma posição pré-definida mesmo que os seus outros elementos sofram deslocamentos por meio de agentes externos. Isso ocorre de forma que, em uma determinada aplicação, seja possível dispor de uma superfície de trabalho estabilizada paralelamente ao plano da superfície terrestre, comportando-se de modo praticamente imune às oscilações mecânicas do ambiente (Salzmann, 2004).

Na indústria naval encontram-se aplicações típicas para essas plataformas, principalmente em situações em que existe a necessidade de se transferirem cargas e passageiros entre uma embarcação sujeita às oscilações provenientes das ondas do mar e uma plataforma que se encontra fixada na superfície terrestre. Além disso, com o desenvolvimento tecnológico e industrial, cresce a demanda de transporte de cargas frágeis e de tratamento de passageiros enfermos embarcados que não devem estar sujeitos a grandes movimentações e impactos. Pode-se ressaltar ainda a necessidade de se dispor de uma plataforma estável para o pouso de aeronaves em navios e plataformas flutuantes (Salzmann, 2004).

Embora o mercado internacional já fabrique plataformas de compensação, acredita-se que com a crescente demanda de embarcações e equipamentos navais oriunda das atividades petrolíferas no país, é importante conceber uma tecnologia nacional capaz de suprir as necessidades do mercado e, principalmente, fomentar o desenvolvimento tecnológico e industrial do país. A tecnologia nacional possibilita ainda a adaptação do equipamento para as necessidades específicas das condições de operação no território brasileiro.

Neste trabalho realizou-se o estudo de um modelo simplificado de uma plataforma de compensação de inclinações com dois graus de liberdade. Essa plataforma consiste em um manipulador serial instrumentado por um módulo inercial acoplado a uma plataforma microcontroladora e atuação elétrica. Espera-se que além de servir para a compensação de oscilações simples (inclinações em dois eixos) esse modelo possa servir como embasamento para a construção de modelos mais complexos, capazes de compensar oscilações mais rápidas e com mais graus de liberdade.

2. OBJETIVO

O principal objetivo deste trabalho é desenvolver um protótipo de plataforma com dois graus de liberdade capaz de compensar inclinações impostas por um agente externo. Para isso, a metodologia adotada neste desenvolvimento consiste em:

- Conceber um modelo mecânico para a plataforma;
- Desenvolver um modelo cinemático capaz de representar os movimentos da plataforma visando a entender o comportamento dos diferentes membros que a compõem e a capacidade do modelo concebido de realizar a função de plataforma de compensação de inclinações;
- Selecionar e implementar os modos de atuação e controle da plataforma;
- Construir um protótipo;
- Testar os modelos e protótipos desenvolvidos.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Manipuladores Robóticos

Manipuladores robóticos são estruturas compostas por uma sequência de componentes rígidos (elos) conectados através de elementos articulados (juntas), os quais podem ser tanto

rotacionais quanto translacionais. As juntas rotacionais são elementos que proporcionam liberdade de giro entre dois elos; já, as translacionais, permitem liberdade de deslocamento linear entre dois elos. Os sistemas mais usuais de manipuladores são os compostos por juntas rotacionais de um grau de liberdade, pois possibilitam a construção de estruturas compactas e simples (Spong et al., 2005).

Quanto aos tipos, os manipuladores podem ser classificados, por exemplo, quanto a fonte de energia, geometria, estrutura cinemática, área de atuação, método de controle, entre outros. Porém, embora todas essas classificações sejam importantes, a geometria dos manipuladores usualmente merece uma maior atenção e detalhamento. Dependendo da geometria do manipulador a ser usado, diferentes métodos de solução da cinemática e dinâmica servem para formular o seu modelo matemático. Em relação à geometria, os manipuladores estão divididos em três principais grupos: manipuladores seriais, manipuladores paralelos e manipuladores mistos (serial + paralelo) (Spong et al, 2005).

Manipuladores seriais, como o nome sugere, são estruturas compostas por elementos dispostos em série formando um braço robótico. São cadeias cinemáticas abertas que consistem de juntas e ligações (Patel e Sobh, 2015). Esses modelos são os mais conhecidos, e sua aparência é, muitas vezes, similar à de um braço humano (Figura 3.1a).



a) Exemplo de manipulador serial (Fonte: Kuka-robotics).



b) Manipulador do tipo paralelo (Fonte: Robotics Laboratory).

Figura 3.1 – Exemplos de manipuladores.

Dependendo do tipo de junta utilizada, os manipuladores seriais podem realizar diferentes movimentos rotacionais ou translacionais. Podem, também, ser construídos em diferentes tamanhos. Essas características lhes conferem grande versatilidade e permitem que sejam aplicados em variados ambientes e tarefas. Uma limitação desses sistemas, porém, é a sua capacidade de carga, a qual usualmente é regulada em função do comprimento do braço, já que o sistema normalmente configura uma viga em balanço, o que pode gerar elevadas solicitações internas (Siciliano, et al. 2009).

Manipuladores paralelos são mecanismos de cadeia cinemática fechada cujos atuadores finais estão ligados à base através de cadeias cinemáticas independentes. No caso de robôs paralelos, diz-se que são mecanismos feitos através de um atuador final com “n” graus de liberdade e uma base fixa interligados por, pelo menos, duas cadeias cinemáticas independentes e a sua atuação se dá por meio de “n” atuadores simples (Merlet, 2006). Esses manipuladores são preferidos no caso de movimentação de grandes cargas e muito usados em situações que necessitam um bom desempenho dinâmico e posicionamento preciso (Dasgupta e Mruthyunjaya, 1999). Um dos manipuladores paralelos mais conhecidos atualmente é a plataforma de Stewart, que possui seis graus de liberdade. A origem dessa plataforma provém do design criado por Doug Stewart (Stewart, 1965) com o objetivo de simular condições de voo. Porém, o modelo mais difundido atualmente, com o uso de seis atuadores lineares em paralelo,

possui contribuições do trabalho de Gough (Gough E. e Whitehall G., 1962), sendo referida por alguns autores como plataforma de Gough-Stewart (Figura 3.1b).

3.2 Sensores Inerciais

Para o monitoramento da posição da plataforma, a fim de implementar controle, faz-se necessário o uso de sensores inerciais. A inércia, de acordo com a primeira lei de Newton, refere-se ao estado da matéria de permanecer em repouso ou em movimento retilíneo uniforme a não ser que forças externas sejam aplicadas. Um sistema inercial, por sua vez, é um sistema composto por um ou mais sensores inerciais que medem movimentos lineares ou angulares. Os sensores mais usados para essas medições são os acelerômetros e os giroscópios, respectivamente. Acelerômetros determinam as acelerações do centro de massa de um objeto enquanto giroscópios determinam as velocidades angulares do corpo ao qual estão fixados (Forhan, 2010).

Os princípios físicos utilizados na construção dos dispositivos inerciais citados anteriormente são variados e as diversas técnicas desenvolvidas evoluíram com o passar dos anos. Atualmente, a tecnologia microeletromecânica (MEMS) pode ser considerada como padrão no desenvolvimento da robótica e de novas tecnologias que visam principalmente à redução de massa, volume e custos, mantendo a confiabilidade dos resultados. No Brasil, existem estudos realizados pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais com a finalidade de desenvolvimento e aprimoramento de sensores inerciais MEMS (Forhan, 2010).

Acelerômetros podem ser construídos a partir de um sistema massa-mola-amortecedor de segunda ordem. Geralmente consistem de uma massa suspensa por vigas ancoradas em um corpo fixo e de um meio de amortecimento. Uma aceleração externa causa um deslocamento do suporte em relação à massa suspensa, modulando uma tensão elétrica através de diferentes possíveis mecanismos físicos, sendo que um dos mais convencionais é o que se vale de cristais piezoelétricos nas vigas. Dessa forma, a aceleração pode ser calculada através do deslocamento relativo da massa em relação ao suporte. Os acelerômetros são tipicamente especificados através de sua sensibilidade, faixa de operação, resposta em frequência, resolução, não linearidade do fundo de escala, desvio, sensibilidade fora do eixo e resistência ao impacto (Yazdi, et al. 1998).

Giroscópios podem ser construídos de diversas formas. Porém, os giroscópios de maior uso em robótica (giroscópios MEMS) usam elementos mecânicos oscilatórios para identificar rotações. Esses modelos têm a grande vantagem de não dependerem de elementos móveis que necessitam de rolamentos para funcionar. O seu funcionamento é baseado na transferência de energia entre dois modos de vibração causados pela aceleração de Coriolis¹ (Yazdi, et al. 1998).

3.3 Plataformas Microcontroladoras

Microcontroladores são microcomputadores de um único chip adequados ao controle e automação de máquinas e processos. Usualmente, os microcontroladores possuem unidade central de processamento (CPU), memória, portas de entrada e saída, temporizadores e contadores, conversores analógico-digital, portas seriais, entre outros blocos (ver APÊNDICE A – Representação Genérica de um Microcontrolador). Esses blocos, em um circuito integrado, resultam em uma placa de controle que pode ser usada para integrar sistemas mecânicos e programação (Deshmukh, 2005). Com o passar do tempo, os microcontroladores se desenvolveram de diversas formas. Atualmente, o acesso a esses componentes está muito facilitado, principalmente com o surgimento de empresas e comunidades de desenvolvimento

¹ O nome Coriolis vem do cientista francês G.G. de Coriolis (1792-1843) e diz respeito à aceleração aparente que resulta quando o sistema de coordenadas de referência rotaciona a uma velocidade angular Ω (Yazdi et al., 1998).

de produtos *opensource*, como a Atmel, que desenvolve placas microcontroladoras chamadas Arduino.

Arduino é uma ferramenta para a confecção de computadores que podem identificar sinais medidos e proporcionar sinais de controle. É um circuito eletrônico físico e *opensource* baseado em uma plataforma simples de controle e um ambiente de desenvolvimento para escrever programas. Essas placas podem ser utilizadas na confecção de diversos dispositivos interativos, tendo como características positivas o baixo custo, a compatibilidade com diversos sistemas operacionais, a simplicidade e clareza do ambiente de controle, a possibilidade de extensão do hardware e o fato de ser do tipo *opensource*, que torna o desenvolvimento e uso acessíveis a todos (Arduino, 2015). Como pontos negativos, podem-se ressaltar a falta de robustez às perturbações e emissões eletromagnéticas encontradas em ambientes industriais devido ao baixo custo dos elementos e circuitos utilizados, necessidade de condicionamento de sinais e a baixa corrente de trabalho (fator limitante na utilização direta de motores elétricos, por exemplo).

4. MATERIAIS E MÉTODOS

4.1 Modelo Cinemático

A obtenção do modelo cinemático da plataforma de compensação de inclinações foi realizada a partir do estudo da cadeia cinemática da estrutura. Esse modelo tem por objetivo proporcionar uma descrição geométrica do movimento de um manipulador sem que se necessite considerar as forças e os torques aplicados no sistema (Spong et al., 2005). O design do protótipo foi inspirado em uma junta universal, normalmente utilizada para acoplamentos em ângulo na transmissão de rotações e torque em um eixo ou árvore (Figura 4.1). Esse componente possui dois graus de liberdade de rotação (desconsiderando a rotação do eixo ou árvore) e é de construção simples, podendo ser facilmente reconfigurado para o propósito de construção da plataforma de compensação de inclinações.

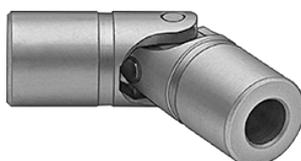


Figura 4.1 – Junta universal (Fonte: McMaster).

A reconfiguração da junta universal encontra-se na Figura 4.2. Percebe-se que o conjunto é composto de duas bases: a primeira, base de entrada, corresponde à inclinação imposta ao sistema e que deve ser compensada; a segunda, base de saída, corresponde ao plano que deve ser mantido em uma direção paralela à superfície terrestre. As duas bases são interligadas através de elos que estão conectados entre si por meio de juntas de revolução dispostas de modo a proporcionar dois diferentes graus de liberdade para o sistema.

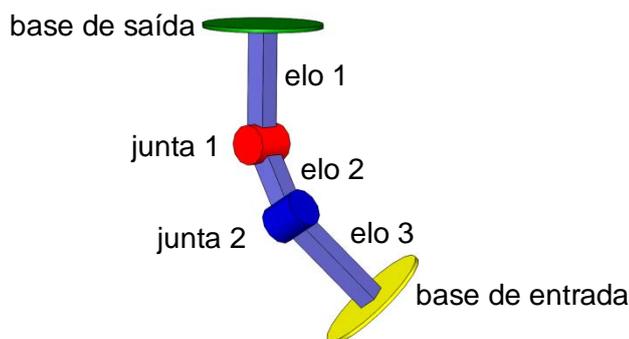
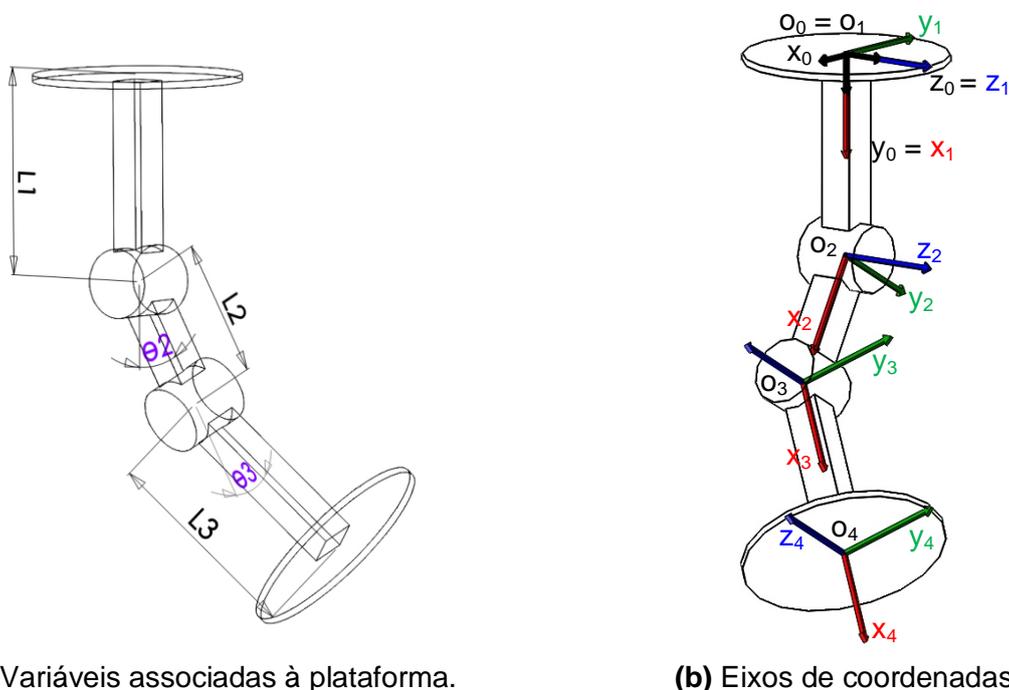


Figura 4.2 – Modelo da plataforma baseado na geometria de uma junta universal.

Com a geometria estabelecida, as variáveis e parâmetros do sistema foram definidos de acordo com o esquema apresentado na Figura 4.3a. Além disso, na Figura 4.3b estão especificados os diferentes sistemas de coordenadas locais referentes às uniões móveis, bases de entrada e saída, bem como o sistema de referência global.



(a) Variáveis associadas à plataforma.

(b) Eixos de coordenadas.

Figura 4.3 – Identificação (a) das variáveis da plataforma e (b) dos eixos de coordenadas utilizados.

No presente contexto, o principal objetivo da análise cinemática é a obtenção da equivalência das posições dos diferentes sistemas de coordenadas em relação ao sistema global. Isso é feito através da sobreposição dos movimentos efetuados em cada um dos sistemas de coordenadas locais.

4.1.1 Convenção de Denavit-Hartenberg

Dentre as estratégias para a obtenção de um modelo cinemático, optou-se por aplicar o método de *Denavit-Hartenberg*, pois além de ser um método amplamente aplicado na área de robótica, seu uso permite um fácil entendimento, replicação, alteração e desenvolvimento do protótipo com um número reduzido de variáveis (Khatib, 2008).

A etapa inicial do método consiste na escolha apropriada dos eixos dos sistemas de referência, definindo-se o eixo z_i de cada rótula como sendo coincidente com o eixo de rotação da junta em questão. O eixo x_i é definido, então, como sendo paralelo à normal comum aos dois eixos z_i e z_{i-1} correspondentes às juntas J_i e J_{i-1} . O eixo y_i é definido pela regra da mão direita utilizando os eixos x_i e z_i já especificados. A seguir, faz-se a determinação dos parâmetros de Denavit-Hartenberg a_{i-1} , α_{i-1} , d_i e Θ_i , onde a_{i-1} representa o comprimento da conexão ao longo da normal-comum (distância entre z_i e z_{i+1} ao longo de x_i), α_{i-1} representa a torção da conexão no sentido da regra da mão direita sobre a_{i-1} (ângulo entre z_i e z_{i+1} em relação à x_i), d_i é o deslocamento da conexão (distância entre x_{i-1} e x_i ao longo de z_i - variável no caso de uma junta prismática) e Θ_i é o ângulo da junta (ângulo entre x_{i-1} e x_i em relação à z_i - variável no caso de uma junta de revolução). Os parâmetros referentes ao modelo da Figura 4.3 encontram-se na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Parâmetros de Denavit-Hartenberg para o modelo da Figura 4.3.

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	Θ_i
1	0	0	0	90°
2	0	L_1	0	Θ_2
3	90°	L_2	0	Θ_3
4	0	L_3	0	0

4.1.2 Matriz de Transformação

Uma vez que os parâmetros de Denavit-Hartenberg foram definidos para todos os elementos da análise, é preciso realizar as transformações dos eixos de coordenadas. A transformação total das coordenadas de um eixo i para um eixo $i-1$ é feita por meio de quatro transformações parciais relacionadas aos quatro parâmetros da convenção de Denavit-Hartenberg apresentada anteriormente. A equação que define essas transformações é apresentada na Equação (4.1) a seguir (Khatib, 2008):

$${}^{i-1}T_{(\alpha_{i-1}, a_{i-1}, d_i, \theta_i)} = R_x(\alpha_{i-1})D_x(a_{i-1})R_z(\theta_i)D_z(d_i), \quad (4.1)$$

onde, $R_x(\alpha_{i-1})$ representa uma rotação no valor de α_{i-1} em torno do eixo x , $D_x(a_{i-1})$ representa um deslocamento no valor de a_{i-1} ao longo do eixo x , $R_z(\theta_i)$ representa uma rotação no valor de θ_i em torno do eixo z e $D_z(d_i)$ representa um deslocamento no valor de d_i ao longo do eixo z .

A equação de transformação pode ser representada por uma matriz de transformação homogênea (Equação (4.2)).

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1}d_i \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

A partir da Tabela 4.1 e da Equação (4.2), calculam-se as transformações entre eixos subsequentes (ver APÊNDICE B – Cálculos Parciais do Modelo Cinemático).

4.1.3 Cinemática Direta

A cinemática direta ao longo da cadeia é obtida por meio da multiplicação das matrizes de transformação obtidas, conforme a Equação (4.3).

$${}^0T_N = {}^0T_1 {}^1T_2 \dots {}^{N-1}T_N \quad (4.3)$$

Essa multiplicação pode ser feita em etapas, sendo possível obter a equivalência de cada membro da cadeia em relação ao sistema de coordenadas global (ver APÊNDICE B – Cálculos Parciais do Modelo Cinemático).

Ao final das multiplicações obtém-se o resultado da transformação cinemática completa da cadeia, ou seja, a equivalência entre as coordenadas da plataforma de saída e as coordenadas da plataforma de entrada. A matriz correspondente contém as informações da posição da origem o_4 e as posições dos eixos x_4 , y_4 e z_4 em relação ao sistema global (o_0 , x_0 , y_0

e z_0), que podem ser representadas, segundo Khatib, 2008, em um vetor com as coordenadas da transformação cinemática completa (Equação (4.4)):

$$s = \begin{pmatrix} {}^0_4o \\ {}^0_4x \\ {}^0_4y \\ {}^0_4z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -L_3S\theta_2C\theta_3 - L_2S\theta_2 \\ L_3C\theta_2C\theta_3 + L_2C\theta_2 + L_1 \\ L_3S\theta_3 \\ -S\theta_2C\theta_3 \\ C\theta_2C\theta_3 \\ S\theta_3 \\ S\theta_2S\theta_3 \\ -C\theta_2S\theta_3 \\ C\theta_3 \\ C\theta_2 \\ S\theta_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.4)$$

onde 0_4o representa a origem o_4 em relação ao sistema de coordenadas global, 0_4x representa o eixo x_4 em relação ao sistema de coordenadas global, 0_4y representa o eixo y_4 em relação ao sistema de coordenadas global e 0_4z representa o eixo z_4 em relação ao sistema de coordenadas global.

4.1.4 Cinemática Inversa

A cinemática inversa consiste na obtenção da posição dos eixos de coordenadas locais que representam uma posição específica do eixo de coordenadas global. O seu objetivo está em definir a posição das juntas do sistema que configuram uma determinada posição pré-definida da plataforma de entrada.

Observando-se a Equação (4.4), percebe-se que a cinemática inversa pode ser obtida a partir da posição global da base de saída (s). Assim, θ_3 pode ser obtido a partir da posição 0_4o_z através da equação:

$$\theta_3 = \arcsin\left(\frac{{}^0_4o_z}{L_3}\right), \quad (4.5)$$

enquanto θ_2 pode ser obtido a partir da posição 0_4o_x e da Equação (4.5):

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{{}^0_4o_x}{-(L_3C\theta_3 + L_2)}\right) \quad (4.6)$$

Através desses ângulos (θ_1 e θ_2), pode-se, então, elaborar um sistema de controle que determina as posições de cada junta da plataforma necessárias para a compensação de um posicionamento específico da base de entrada. Nesse caso é importante considerar a utilização de uma função $\text{atan2}(x,y)$ caso estudos mais aprofundados sobre o comportamento das juntas sejam realizados. Isso se faz necessário para que se evitem problemas relacionados à diferenciação dos quadrantes do círculo trigonométrico.

4.2 Construção do Protótipo

A construção do protótipo foi dividida em três etapas principais: escolha do modo de atuação das juntas, desenvolvimento do sistema de sensoriamento e de controle da plataforma, projeto e construção da estrutura mecânica.

4.2.1 Atuadores

A escolha do modo de atuação das juntas priorizou a simplicidade de comando dos atuadores. Dentre as possibilidades de sistemas eletromecânicos, optou-se pela utilização de servomotores de corrente contínua (CC), que são motores equipados com um sistema redutor de engrenagens que lhes garante elevado torque e controle realimentado de posicionamento angular do eixo de saída através de um circuito eletrônico. Esses motores são alimentados por uma diferença de potencial elétrica fornecida por uma fonte de corrente contínua e comandados por um sinal do tipo PWM (sigla em inglês para modulação por largura de pulso – *pulse width modulation*). Usualmente, os servomotores possuem liberdade de giro restrita devido ao uso do sistema de sensoriamento potenciométrico. O controle por meio de PWM consiste na emissão de ondas de sinal quadradas com diferentes larguras de pulso. Os parâmetros da onda emitida consistem na amplitude do sinal (coincidente com a diferença de potencial de alimentação do motor) e a duração do estado alto do sinal que deve variar entre um valor mínimo e um valor máximo, mantendo o período da onda PWM. O servomotor utilizado está representado na Figura 4.4a, enquanto seus parâmetros de PWM estão apresentados na Figura 4.4b e as demais características técnicas importantes encontram-se na Tabela 4.2.

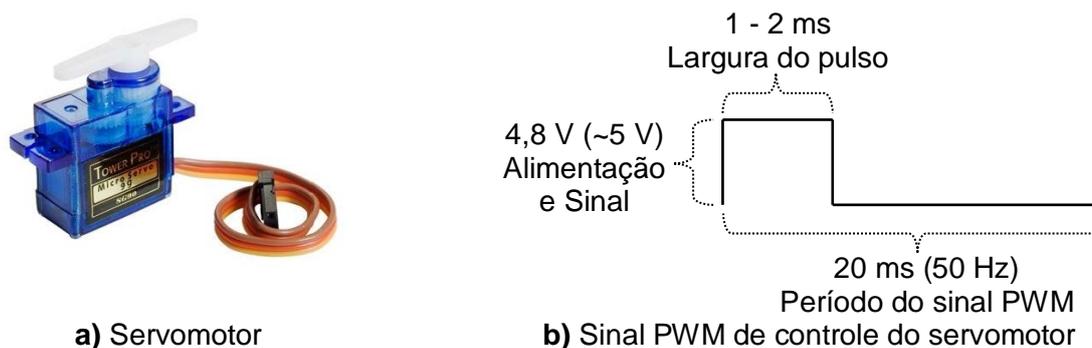


Figura 4.4 – Servomotor utilizado como atuador das juntas da plataforma (“TowerPro SG90 9g Micro Servo datasheet,” 2015).

Tabela 4.2 – Características técnicas do servomotor TowerPro SG90 9g Micro Servo (“TowerPro SG90 9g Micro Servo datasheet,” 2015).

Massa	0,009 kg
Dimensões	22,2 x 11,8 x 31 mm
Torque de bloqueio	0,18 N.m
Velocidade de operação	0,1 s/ 60 °
Tensão de operação	4,8 V
Largura de banda inoperante	10 μs

O funcionamento do motor ocorre da seguinte forma: quando a largura do sinal alto corresponde ao valor mínimo (1 ms no caso do motor utilizado), o eixo do motor é movido para a posição -90° . Porém, quando o sinal possui a largura máxima (2 ms, no caso do motor utilizado) o eixo é movido para a posição $+90^\circ$, descrevendo o ângulo máximo de giro do motor de 180° . A posição central do motor (0°) é definida pela largura média (1,5 ms, no caso do motor utilizado) e as posições intermediárias são definidas pelas larguras compreendidas entre os valores médio e mínimo e médio e máximo. O período da onda define a taxa de atualização do posicionamento. No caso do motor utilizado, essa taxa é de 20 ms, equivalente a uma frequência de 50 Hz. Após a emissão do sinal que determina a rotação do eixo, o circuito integrado do servomotor realiza uma operação de checagem de posição que é identificada

através da resistência elétrica variável com relação à posição angular (potenciômetro) conectada ao eixo de saída do motor, configurando um sistema de malha fechada que executa o posicionamento do eixo para a referência definida através do sinal PWM.

4.2.2 Sensoriamento e Controle

Um módulo inercial foi utilizado para a identificação da inclinação da plataforma. Esse módulo é constituído por um sensor MPU-6050 que contém, em um único chip, um acelerômetro e um giroscópio tipo MEMS (Figura 4.5). As características técnicas do sensor utilizado encontram-se na Tabela 4.3.



Figura 4.5 – Placa com acelerômetro e giroscópio MPU-6050.

Tabela 4.3 – Dados técnicos do sensor MPU6050 (“MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification Revision 3.4,” 2013).

Tensão de funcionamento	2,375 - 3,46 V
Capacidade do FIFO buffer	1024 byte
Velocidade de comunicação I²C	400 kHz
Intervalo de funcionamento do giroscópio	±250°/s
Corrente de operação do giroscópio	3,6 mA
Sensibilidade do giroscópio	131 LSB/°/s
Intervalo de funcionamento do acelerômetro	±2 g
Corrente de operação do acelerômetro	500 µA
Sensibilidade do acelerômetro	16384 LBS/g
Corrente de operação com todos 6 eixos de detecção em funcionamento e DMP em funcionamento	3,9 mA

A interpretação dos sinais do módulo inercial e o controle da plataforma através dos atuadores são realizados por intermédio da plataforma de controle Arduino. Neste projeto utilizou-se o ArduinoUNO R3 que utiliza o processador Atmega328 e possui, entre outros recursos, conexão USB que pode ser utilizada para realizar a interface com um computador.

A programação do microcontrolador é feita por meio de um software desenvolvido pelo mesmo fabricante do Arduino, onde os programas são escritos em um editor de texto por meio de comandos baseados em linguagem C/C++. Além disso, por ser uma plataforma *opensource*, o programa conta com a utilização de bibliotecas que são disponibilizadas tanto pela empresa Atmel, quanto por usuários independentes. A utilização de bibliotecas pode facilitar a programação. Estão disponíveis bibliotecas com operações complexas que podem ser introduzidas nos programas por meio de comandos simples. Para o desenvolvimento do algoritmo de controle da plataforma, foram utilizadas as bibliotecas Servo.h², Wire.h³, I2Cdev.h⁴ e MPU6050.h³. A primeira é utilizada para a geração de sinal PWM para os servomotores e as outras três são para operação do módulo inercial. O princípio de funcionamento do algoritmo encontra-se resumido na Figura 4.7.

² <http://arduino.cc/en/Reference/Servo>

³ <http://arduino.cc/en/Reference/Wire>

⁴ <https://github.com/jrowberg/i2cdevlib.git>



Figura 4.7 – Estrutura do algoritmo de controle da plataforma de compensação de inclinações.

O algoritmo de controle puramente proporcional começa o processamento pelo setup inicial, onde os componentes e comunicação são inicializados e parâmetros como a sensibilidade e os *offsets* dos sensores são definidos. Em seguida inicia-se a rotina principal do programa. O módulo inercial identifica a inclinação imposta na base de entrada através do giroscópio e do acelerômetro. No próprio módulo inercial, esses dados são então transformados em quatérnios (extensão do conjunto dos números complexos), um formato comum para cálculos envolvendo rotações tridimensionais, e são enviados para um buffer do tipo *first in, first out* (FIFO), que é uma pilha de memória utilizada para armazenar os dados provenientes dos sensores enquanto outros dados ainda estão sendo operados nas etapas seguintes do processo. Os dados armazenados no buffer são então processados pelo *Digital Motion Processor* (DMP) que é um processador de movimentos incorporado ao módulo inercial utilizado para processar os dados provenientes dos sensores inerciais. Os dados provenientes do DMP, na forma de ângulos de Euler, são enviados ao Arduino que os processa e envia sinais em formato PWM para a atuação dos servomotores, compensando a inclinação da plataforma. A partir desse momento retorna-se ao início do ciclo, fechando o laço do algoritmo.

4.2.3 Estrutura Mecânica

O desenvolvimento da estrutura da plataforma iniciou-se na concepção do modelo baseado no mecanismo de junta universal apresentado nas seções anteriores. A geometria da plataforma foi desenvolvida com o intuito de garantir os graus de liberdade necessários para o funcionamento e a possibilidade de acoplamento dos sistemas de sensoriamento e atuação. A partir desse conceito, o projeto da plataforma foi realizado por meio de croquis e com a utilização do software SolidWorks. O modelo preliminar desenvolvido está apresentado na Figura 4.8.

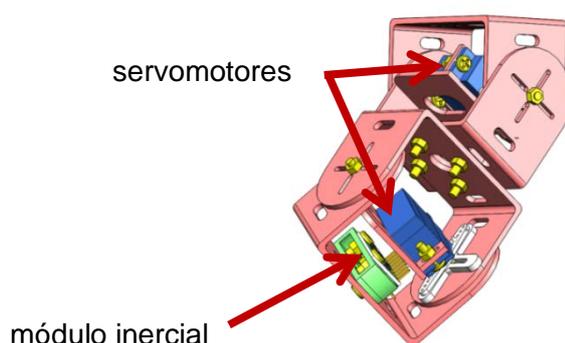


Figura 4.8 – Desenho do modelo concebido em CAD.

Com o modelo tridimensional definido, as peças do sistema mecânico foram produzidas por meio do método de impressão 3D. Essa técnica foi escolhida porque possibilita a construção rápida de peças com geometria complexa. O material utilizado na impressão foi o PLA, um polímero composto por mais de 98 % em peso de resina poliática, derivada do açúcar do milho e densidade de 1240 kg/m³ (“NatureWorks® Polylactide Resin - Mterial Safety Data Sheet,” 2009). A fixação das partes foi realizada com parafusos.

5. RESULTADOS

5.1 Verificação do Modelo Cinemático

A verificação do modelo cinemático foi realizada através da comparação entre os resultados obtidos através da Equação (4.4) e resultados obtidos por meio de um modelo geométrico desenvolvido no software SolidWorks. As dimensões dos elos utilizadas nos cálculos e simulações correspondem às medidas do protótipo e os ângulos de rotação das juntas foram variados para representar três poses diferentes a fim de realizar a verificação. Os valores utilizados são apresentados na Tabela 5.1 a seguir e referem-se às variáveis descritas na Figura 4.3a. Na Figura 5.1 encontram-se as três poses da plataforma referentes aos testes realizados.

Tabela 5.1 – Valores das variáveis utilizadas nos experimentos.

Comprimento dos elos (fixados pela geometria da plataforma)		Ângulos utilizados para o primeiro teste (a)		Ângulos utilizados para o segundo teste (b)		Ângulos utilizados para o terceiro teste (c)	
L1	28 mm						
L2	56 mm	Θ_2	$-9,50^\circ$	Θ_2	$60,00^\circ$	Θ_2	$15,00^\circ$
L3	28 mm	Θ_3	$26,25^\circ$	Θ_3	$-32,25^\circ$	Θ_3	$15,00^\circ$

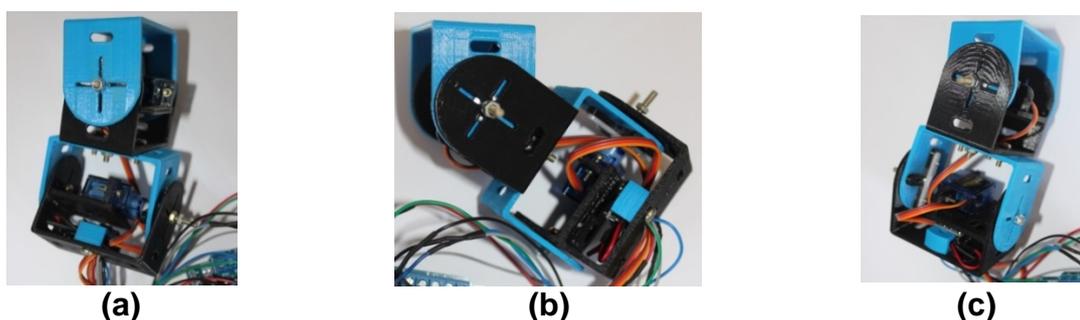


Figura 5.1 – Poses referentes aos três testes apresentados na Tabela 5.1.

Pela Equação 4.11 obteve-se:

$$s_a = \begin{pmatrix} {}^0_4O_1 \\ {}^0_4X_1 \\ {}^0_4Y_1 \\ {}^0_4Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13,39 \\ 108,00 \\ 12,38 \\ 0,15 \\ 0,88 \\ 0,44 \\ -0,07 \\ -0,44 \\ 0,90 \\ 0,99 \\ -0,17 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad s_b = \begin{pmatrix} {}^0_4O_2 \\ {}^0_4X_2 \\ {}^0_4Y_2 \\ {}^0_4Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -69,01 \\ 67,84 \\ -14,94 \\ -0,73 \\ 0,42 \\ -0,53 \\ -0,46 \\ 0,27 \\ 0,85 \\ 0,50 \\ 0,87 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad s_c = \begin{pmatrix} {}^0_4O_3 \\ {}^0_4X_3 \\ {}^0_4Y_3 \\ {}^0_4Z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -21,49 \\ 108,22 \\ 7,25 \\ -0,25 \\ 0,93 \\ 0,26 \\ 0,07 \\ -0,25 \\ 0,97 \\ 0,97 \\ 0,26 \\ 0 \end{pmatrix}$$

O modelo em SolidWorks permitiu efetuar uma análise geométrica da plataforma, na qual os membros são representados por uma linha central alinhada ao seu eixo longitudinal. Para a análise da posição da origem do sistema de coordenadas de saída, foram usados como

dados de entrada os valores da Tabela 5.1. Para a análise da inclinação da base de saída, foram utilizados os valores de 0_4x , 0_4y e 0_4z obtidos pela Equação (4.4), observando-se a correspondência com os parâmetros da Tabela 5.1. Os resultados obtidos para os três ensaios encontram-se na Figura 5.2 e na Figura 5.3 onde é possível verificar por meio de comparação com os resultados obtidos pela Equação (4.4), que o modelo cinemático é válido na previsão das posições da plataforma.

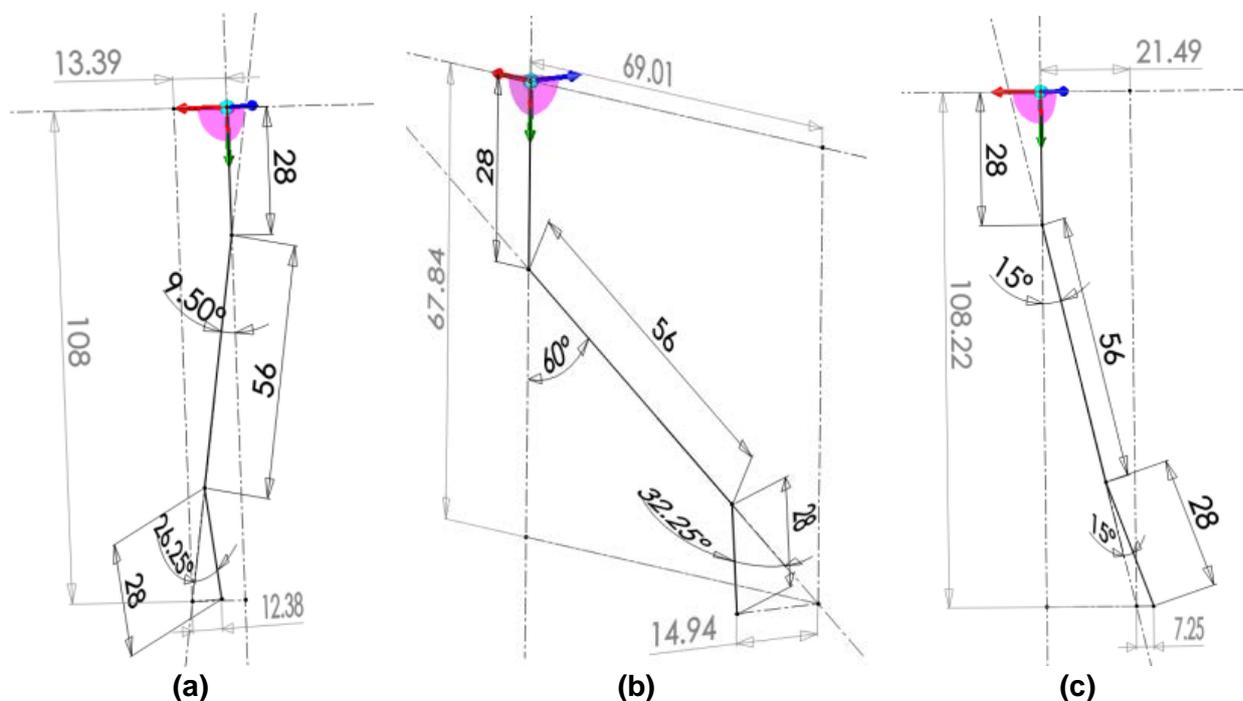


Figura 5.2 - Posições da origem do sistema de coordenadas da base de saída em relação ao sistema de coordenadas global.

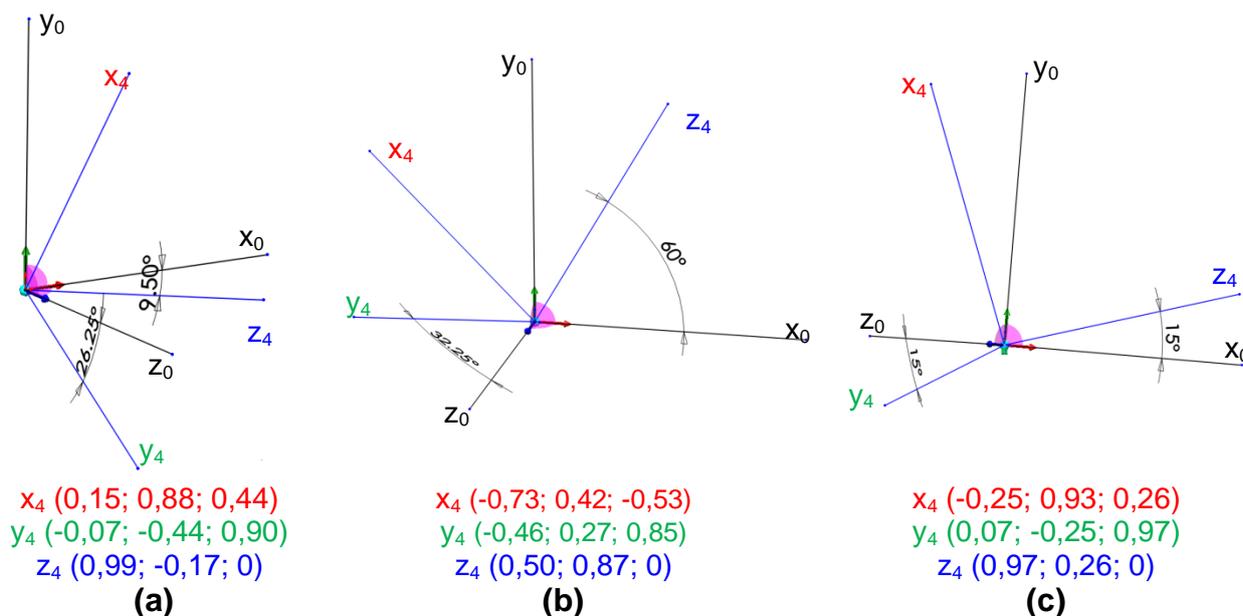


Figura 5.3 – Inclinações da origem do sistema de coordenadas da base de saída em relação ao sistema de coordenadas global.

5.2 Verificação Prática do Funcionamento da Plataforma de Compensação de Inclinações

A verificação prática do funcionamento da plataforma de compensação de inclinações foi realizada através do protótipo construído. O sistema foi testado com a imposição de inclinações manualmente e consequente análise da resposta da plataforma. Para isso, compararam-se os dados provenientes do módulo inercial da plataforma, que fornece os dados referentes às inclinações impostas ao sistema e os dados provenientes de uma unidade de medições inerciais *SBG Systems Ellipse-A* (“Miniature High Performance Inertial Sensors,” 2015) instalado na base de saída da plataforma. Os resultados obtidos encontram-se na Figura 5.4.

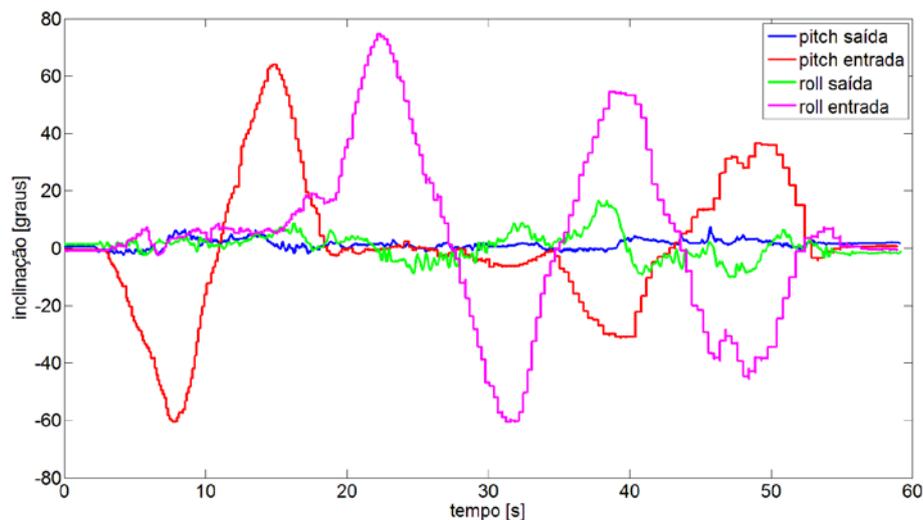


Figura 5.4 – Comparação entre as inclinações impostas ao sistema e as inclinações observadas na base de saída da plataforma.

Observa-se que a plataforma atuou como esperado, compensando as inclinações impostas em cada um dos graus de liberdade, isoladamente e simultaneamente. Segundo uma análise de erros das medições realizadas na base de saída da plataforma, tem-se que os dados referentes à compensação de inclinações possui erro médio de $0,56^\circ$ e desvio médio de $2,10^\circ$ para o movimento de *pitch* (junta 1) e erro médio de $0,54^\circ$ e desvio médio de $4,23^\circ$ para o movimento de *roll* (junta 2) (ver APÊNDICE C – Análise de Erros e Incertezas). Porém, como a plataforma não considera efeitos decorrentes da inércia dos movimentos, considera-se que os erros encontrados estão fortemente atrelados às cargas impostas ao sistema (principalmente devido à massa da unidade de medições inerciais utilizada nos testes). Percebe-se, pela análise dos desvios padrão da medições que esse efeito é mais significativo na junta 1 que movimentava uma massa maior em relação à junta 2.

A compensação dos erros sistemáticos pode ser realizada por meio da programação da plataforma. Porém, a compensação deve ser feita para cada configuração de carga utilizada, uma vez que os erros dependem desse fator.

6. CONCLUSÕES

A partir da avaliação dos resultados obtidos, pode-se concluir que o objetivo de desenvolver um protótipo de plataforma com dois graus de liberdade capaz de compensar inclinações impostas por um agente externo foi atingido com êxito. A compensação foi realizada com erro médio de $0,56^\circ$ e desvio médio de $2,10^\circ$ em um dos graus de liberdade e com erro de $0,54^\circ$ e desvio médio de $4,23^\circ$ no outro grau de liberdade.

A concepção mecânica baseada em uma junta universal mostrou-se capaz de ser utilizada na aplicação proposta. O modelo cinemático desenvolvido, com base na metodologia

de Denavit Hartenberg, demonstrou a capacidade do sistema de assumir diversas posições necessárias para o desenvolvimento da plataforma. Os modos de atuação e de controle da plataforma baseados na utilização de sistemas eletro-eletrônicos e programação computacional exerceram as funções necessárias para o correto funcionamento do sistema. O desenvolvimento do protótipo por meio da utilização de softwares de engenharia e processos de fabricação modernos (impressão 3D) possibilitou a construção do modelo estudado. Os testes dos modelos matemáticos e do protótipo confirmam que os objetivos propostos foram alcançados.

6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

De modo a dar continuidade ao estudo apresentado neste trabalho, sugere-se a realização dos seguintes trabalhos futuros:

- Análise detalhada de erros, baseada em ensaios e em um estudo aprofundado dos sensores e das operações realizadas pelo sistema de controle e atuação da plataforma;
- Comparar a análise geométrica com o protótipo físico medindo os ângulos das juntas e comparando com a análise cinemática e os modelos feitos em SolidWorks;
- Desenvolvimento de um sistema de atuação dinâmica da plataforma, capaz de compensar a existência de carregamentos;
- Aumento no número de graus de liberdade da plataforma através da concepção de outros modelos mecânicos que possam atuar como plataforma de compensação de oscilações mais complexas (como, por exemplo, as oscilações presentes nas ondas do mar);
- Estudo sobre viabilidade econômica e de processos de fabricação da plataforma de compensação de inclinações para o desenvolvimento de um produto baseado no protótipo apresentado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arduino; "**Arduino - Introduction**", <http://arduino.cc/en/Guide/Introduction>. Acessado em 28 de Março de 2015.

Dasgupta, B., Mruthyunjaya, T. S.; "**The Stewart platform manipulator : a review**", 35(2000), 94–114., 1999.

Deshmukh, A. V.; "**Microcontrollers: Theory and Applications**", (p. 334). Tata McGraw-Hill Education, 2005.

Forhan, N.; "**Giroscópios MEMs**." São José dos Campos: INPE, 2010. Relatório técnico científico de pesquisa supervisionado do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais.

Gough E., V., Whitehall G., S.; "**Universal Tyre test Machine**." Proc. 9th Int. Tech. Congress FISITA, 1962.

Khatib, O.; "**Stanford Online Classes - School of Engineering**.", <http://see.stanford.edu>. Acessado em 17 de Abril de 2015,

Kuka-robotics, "**Industrial Robots, Controller, Robot Systems**.", http://www.kuka-robotics.com/usa/en/products/industrial_robots/small_robots/kr10_r900_sixx_wp/start.htm. Acessado em 30 de Março de 2015.

Mavroidis, C., Dubowsky, S., Drouet, P., Hintersteiner, J., e Flanz, J.; "**A Systematic Error Analysis of Robotic Manipulators : Application to a High Performance Medical Robot**", 1997.

McMaster; "**Single U-Joint with Bored Ends.**" <http://images2.mcmaster.com/Contents/gfx/large/6443k49p1-d03cl.png?ver=1371457654>. Acessado em 17 de Abril de 2015.

Merlet, J.-P.; "**Parallel Robots.**" G. M. L. Gladwell, 2nd Ed. Springer, 2006.

"**Miniature High Performance Inertial Sensors.**", http://www.sbg-systems.com/docs/Ellipse_Series_Leaflet.pdf. Acessado em 02 de Junho de 2015.

"**MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification Revision 3.4.**", <http://www.invensense.com/mems/gyro/documents/PS-MPU-6000A-00v3.4.pdf>. Acessado em 04 de Maio de 2015.

NatureWorks®; "**Poly lactide Resin - Material Safety Data Sheet.**", <http://downloads.makebot.com/filament/PLA+MSDS.pdf>. Acessado em 27 de Abril de 2015.

Patel, S., e Sobh, T.; "**Task based synthesis of serial manipulators.**", *Journal of Advanced Research*. doi:10.1016/j.jare.2014.12.006, 2015.

Robotics Laboratory; "**Introduction to parallel mechanisms.**", <http://robot.gmc.ulaval.ca/en/research/theme101.html>. Acessado em 28 de Março de 2015.

Salzmann, D. J. C.; "**Development of the Access System for Offshore Wind Turbines Thesis**", (p. 189). Netherlands: Delft University of Technology, 2004.

Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L., e Oriolo, G.; "**Robotics: Modelling, Planning and Control.**" Springer, 2009.

Spong, M. W., Hutchinson, S., e Vidyasagar, M.; "**Robot Modeling and Control.**" Wiley, 2005.

Stewart, D.; "**A platform with six degrees of freedom.**", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 180(1), 371–386, 1965.

"**TowerPro SG90 9g Micro Servo datasheet.**", <http://datasheet.sparkgo.com.br/SG90Servo.pdf>, Acessado em 01 de Maio de 2015.

Yazdi, N., Ayazi, F., Najafi, K., e Member, S.; "**Micromachined Inertial Sensors**", *Proceedings of the IEEE*, vol. 86 n° 8, 1998.

APÊNDICE A – Representação Genérica de um Microcontrolador.

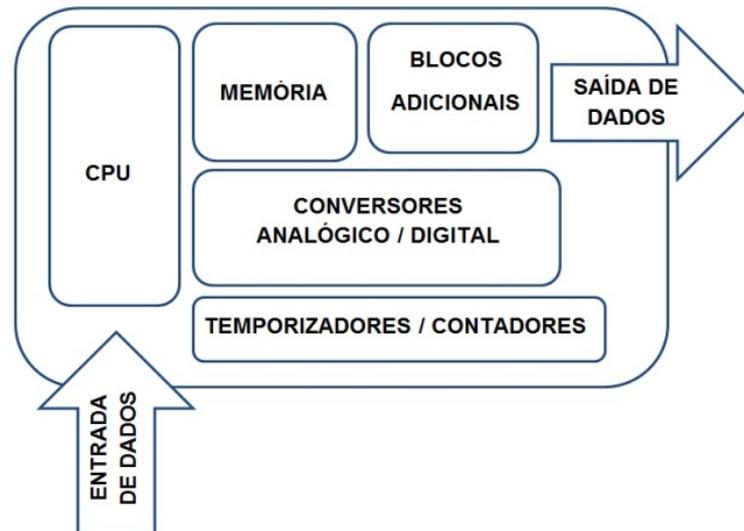


Figura A.1 - Representação Genérica de um Microcontrolador

APÊNDICE B – Cálculos Parciais do Modelo Cinemático

i. Matrizes de Transformação entre Eixos Consequentes

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

ii. Obtenção da Cinemática Direta

$${}^0_2T = {}^0_1T {}^1_2T = \begin{bmatrix} -S\theta_2 & -C\theta_2 & 0 & 0 \\ C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned}
{}^0_3T &= {}^0_2T {}^2_3T \\
&= \begin{bmatrix} -S\theta_2 C\theta_3 & S\theta_2 S\theta_3 & C\theta_2 & -L_2 S\theta_2 \\ C\theta_2 C\theta_3 & -C\theta_2 S\theta_3 & S\theta_2 & L_2 C\theta_2 + L_1 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B.6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^0_4T &= {}^0_3T {}^3_4T \\
&= \begin{bmatrix} -S\theta_2 C\theta_3 & S\theta_2 S\theta_3 & C\theta_2 & -L_3 S\theta_2 C\theta_3 - L_2 S\theta_2 \\ C\theta_2 C\theta_3 & -C\theta_2 S\theta_3 & S\theta_2 & L_3 C\theta_2 C\theta_3 + L_2 C\theta_2 + L_1 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & L_3 S\theta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B.7)
\end{aligned}$$

APÊNDICE C – Análise de Erros e Incertezas

A análise de erros e incertezas em manipuladores robóticos é sumarizada por (Mavroidis, C. et al., 1997). Com base nesse artigo, é possível avaliar os erros de posicionamento da plataforma de compensação de inclinações apresentada da seguinte forma:

i. Erros Físicos

Suas principais fontes são:

- Erros na fabricação das peças;
- Erros de montagem;
- Erros de deformação dos componentes;
- Erros dos sensores, atuadores e sistemas de controle;
- Erros das juntas;
- Folgas.

ii. Tipos de Erros

Os erros podem ser divididos em dois grupos:

- Erros sistemáticos: São erros que se repetem em módulo e sinal para cada configuração da plataforma.
- Erros aleatórios: são erros que variam em módulo ou sinal de forma imprevisível. Esses erros não podem ser quantificados isoladamente, mas seus valores máximos e médios podem ser estimados através de uma análise estatística dos resultados de várias medições.

iii. Erros Generalizados

Consistem nos desvios resultantes das combinações de todos os erros físicos presentes no sistema. Os erros generalizados representam a diferença entre a compensação medida da inclinação imposta e a compensação exata esperada:

$$\Delta s = s_r - s_i, \quad (C.1)$$

sendo S_i obtida pela transformação apresentada na Equação 4.1 e S_r obtida através da matriz de transformação, considerando os erros generalizados:

$${}^0_N T_r = {}^0_1 T E_1^0 {}^1_2 T E_2^1 \dots {}^{N-1}_N T E_i^{i-1}, \quad (C.2)$$

onde a matriz dos erros E_i^{i-1} , considerando que os erros físicos são pequenos, pode ser determinada por uma aproximação de primeira ordem como:

$$E_i^{i-1} = \begin{bmatrix} 1 & -e_{ri} & e_{si} & e_{xi} \\ e_{ri} & 1 & -e_{pi} & e_{yi} \\ -e_{si} & e_{pi} & 1 & e_{zi} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (C.3)$$

onde e_{si} , e_{ri} , e e_{pi} , são os erros associados à rotação de cada eixo de coordenadas i (yaw, roll e pitch, respectivamente) e e_{xi} , e_{yi} , e e_{zi} são os erros associados a translação de cada eixo de coordenadas i .

A incerteza Δs pode ser calculada a partir da equação:

$$\Delta s = J_e \varepsilon, \quad (C.4)$$

onde J_e é a matriz jacobiana da posição real, considerando os erros (proveniente da análise da matriz obtida pela Equação B.2, e ε o vetor que contém os erros generalizados (provenientes da matriz da Equação B.3).

Já, para o cálculo dos erros e incertezas de compensação da plataforma de compensação de inclinações pode-se utilizar, como estimativa, os desvios estatísticos obtidos através dos ensaios instrumentados. Assim, a estimativa dos erros sistemáticos pode ser feita através da média dos afastamentos médios de todos os testes realizados (Equação C.5). As incertezas associadas a esses erros, por sua vez, podem ser estimados pela média dos desvios padrão obtidos em cada teste realizado (Equação C6).

$$ERRO = \frac{\sum \bar{x}}{n}, \quad (C.5)$$

onde, \bar{x} é a média dos deslocamentos angulares lidos pela unidade de medições inerciais acoplada à base de saída da plataforma e n é o número de testes realizados.

$$\Delta ERRO = \frac{\sum \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n_p}}}{n}, \quad (C.6)$$

onde, x_i refere-se a cada deslocamento angular lido pela unidade de medições inerciais acoplada à base de saída da plataforma, n_p é o número de pontos de deslocamento obtidos em um teste n é o número de testes realizados.

A análise de erros dos testes da plataforma foi realizada por meio de cinco testes que deram origem aos dados apresentados na Tabela C.1. Os valores apresentados possuem uma incerteza proveniente do instrumento de medição utilizado, que segundo o fabricante é de $0,2^\circ$ ("Miniature High Performance Inertial Sensors," 2015).

Tabela C.1 – Resultados dos testes realizados com a plataforma de inclinações para a análise de erros (*pitch* refere-se à compensação feita pela junta 1 e *roll* refere-se à compensação feita pela junta 2 (Figura 4.2).

Teste	Pitch		Roll	
	Média dos deslocamentos [°]	Desvio médio [°]	Média dos deslocamentos [°]	Desvio médio [°]
1	0,12	1,76	0,81	3,73
2	0,30	1,94	0,38	3,10
3	0,59	2,23	0,75	4,60
4	0,79	2,00	0,53	4,48
5	1,00	2,56	0,25	5,24
Média	0,56	2,10	0,54	4,23

Uma análise mais completa dos erros de compensação da plataforma pode ser realizada através de um estudo detalhado dos modos de cálculo dos componentes eletrônicos envolvidos no controle do protótipo desenvolvido. Além disso, pelo estudo realizado se tratar de um sistema de compensação de inclinações que não considera efeitos dinâmicos, os erros obtidos estão fortemente ligados à carga imposta ao sistema. Desse modo, uma análise completa de erros e incertezas da plataforma de compensação de inclinações é indicada para trabalhos futuros sobre o tema.