UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONALIZANTE NO ENSINO DE MATEMÁTICA

ELIANE TEIXEIRA VARGAS

Integração de mídias digitais no ensino de Geometria: um estudo com o oitavo ano do Ensino Fundamental

PORTO ALEGRE

2015

ELIANE TEIXEIRA VARGAS

Integração de mídias digitais no ensino de Geometria: um estudo com o oitavo ano do Ensino Fundamental

Dissertação de Mestrado elaborada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientadora: Profª Márcia Rodrigues Notare Meneghetti

PORTO ALEGRE

2015

ELIANE TEIXEIRA VARGAS

Integração de mídias digitais no ensino de Geometria: um estudo com o oitavo ano do Ensino Fundamental

Dissertação de Mestrado elaborada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientadora: Profª Márcia Rodrigues Notare Meneghetti

BANCA EXAMINADORA

____

Dra. Débora da Silva Soares

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____

Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____

Dra. Laurete Zanol Sauer

Universidade de Caxias do Sul

DEDICATÓRIA

.

Dedico essa conquista a minha linda família e amigos que me incentivaram, acreditaram e celebraram a realização desse sonho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço muito...

... a Deus por permitir mais esta conquista;

... à minha querida orientadora Dra. Márcia pela compreensão, paciência, dedicação e amizade;

...à todo corpo docente desse Programa de Pós-Graduação por seus ensinamentos;

...ao C.M.E.B. Maria Lygia Andrade Haack, equipe de colegas e alunos, pela oportunidade e aplicação dessa proposta de ensino;

... aos meus familiares e amigos que souberam me compreender pelos meus momentos de ausência, e mesmo assim continuaram ao meu lado sempre.

RESUMO

Esta dissertação apresenta uma proposta de ensino de conceitos de Geometria integrando mídias digitais e recursos didáticos. O objetivo central do trabalho foi contribuir para o processo de aprendizagem de conceitos de geometria, utilizando recursos tecnológicos, tais como vídeos, fotografia digital e software de geometria dinâmica, com alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental. Além disso, disponibilizar uma proposta de ensino na forma de website composta por uma sequência didática, envolvendo definições, resoluções de problemas, multimídia, glossário de termos e atividades a serem desenvolvidas com materiais manipulativos e com o software GeoGebra. O estudo foi desenvolvido no ano de 2013, com uma turma de alunos do oitavo ano de uma escola pública da Rede Municipal de Ensino da cidade de Esteio/RS. Para analisar a proposta e o avanço dos alunos, utilizou-se como referenciais teóricos Vergnaud (1993) e Gravina (1996, 2001) e o estudo de caso como metodologia. A partir da análise dessa prática, a autora percebeu que a geometria dinâmica, juntamente com a integração dos demais recursos didáticos, possibilitou que os alunos avançassem na compreensão dos conceitos geométricos abordados. Também, os alunos tiveram a oportunidade de compreender e aplicar diferentes propriedades destes conceitos a situações cotidianas. A cada tópico desenvolvido, conceitos e propriedades vistos em tópicos anteriores foram resgatados, oportunizando que os alunos ampliassem seus conhecimentos sobre determinados conceitos.

Palavras-chave: Geometria; mídias digitais; website; geometria dinâmica; teoria dos campos conceituais.

ABSTRACT

This dissertation presents an educational proposal of Geometry concepts integrating digital media and educational resources. The central objective was to contribute to the process of learning geometry concepts using technological resources, such as videos, digital photography and dynamic geometry software, with students of the eighth grade of elementary school. In addition, provide an educational proposal in the form of website consists of a didactic sequence, involving definitions, problem solving, multimedia, glossary of terms and activities to be undertaken with manipulative materials and GeoGebra software. The study was conducted in 2013, with a class of eighth graders from a public school in Municipal Schools in the city of Esteio / RS. To examine the proposal and the progress of students, it was used as theoretical references Vergnaud (1993) and Gravina (1996, 2001) and the case study as a methodology. From the analysis of this practice, the author realized that the dynamic geometry, along with the integration of other educational resources, enabled students to advance in understanding of geometric concepts addressed. Also, students had the opportunity to understand and apply different properties of these concepts to everyday situations. Each topic developed concepts and properties seen in previous topics have been rescued, providing opportunities for students to broaden their knowledge of certain concepts.

Keywords: Geometry; digital media; website; dynamic geometry; theory of conceptual fields.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta e discute uma proposta de ensino que buscou integrar mídias digitais, como vídeos, fotografias digitais e software de geometria dinâmica, no ensino de conceitos de Geometria, usualmente trabalhados no oitavo ano do ensino fundamental, tais como ângulos, teoremas das retas paralelas e uma transversal, triângulos, soma dos ângulos internos, bissecção e trissecção de ângulos.

A autora tem trabalhado com estes tópicos de Geometria em suas turmas de oitavo ano. Entretanto, estava buscando por uma mudança na forma como abordava tais conteúdos. Dessa forma, sentiu-se desafiada a elaborar uma proposta de trabalho que abordasse esses conceitos com o uso de recursos digitais, com o intuito de proporcionar atividades que os explorassem, além de tornar as aulas mais atrativas e dinâmicas.

Para contemplar esse desafio, foi definido um objetivo geral: elaborar uma proposta didática, disponibilizada na forma de website, que integra mídias digitais no ensino de geometria (vídeos, fotografias digitais e software de geometria dinâmica) e aborda definições, resoluções de problemas, vídeos, glossário e atividades a serem desenvolvidas com materiais manipulativos e com o software GeoGebra.

Também foram definidos alguns objetivos específicos: verificar como os alunos aprendem e aplicam alguns conceitos de geometria (a saber, ângulos, teoremas das retas paralelas e uma transversal, triângulos e a soma dos ângulos internos, bissecção e trissecção de ângulos) com a utilização do ambiente de geometria dinâmica; disponibilizar um website com atividades e objetos digitais manipulativos, que futuramente poderá ser utilizado como um recurso por outros professores de matemática, assim como uma fonte de pesquisa e propostas de atividades para o aluno; planejar uma proposta de ensino envolvendo definições, resoluções de problemas, vídeos, glossário e atividades a serem desenvolvidas com materiais manipulativos e com o software GeoGebra.

Para o desenvolvimento do trabalho, foi construído pela autora um website, o qual foi estruturado de modo a apresentar um menu para cada conceito matemático abordado. O website está disponível em http://profelianevargas.wix.com/ensinodeanguloeretas, e contém uma sequência didática que apresenta definições, resoluções de problemas, vídeos, glossário e atividades que podem ser desenvolvidas com materiais manipulativos e com o software GeoGebra.

O trabalho utiliza como principais referenciais teóricos a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1993) e a Geometria Dinâmica de acordo com o olhar de Gravina (1996 e 2001).

1.1 Motivação da pesquisa

Possuo especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática: Tripé para formação do Professor de Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande Sul (UFRGS), cursado em 2010, e Licenciatura em Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (2005).

Atualmente sou servidora das redes municipais de ensino de Sapucaia do Sul/RS – Escola Municipal de Ensino Fundamental Prefeito João Freitas Filho e Esteio/RS – Centro Municipal de Educação Básica MARIA LYGIA ANDRADE HAACK, na função de professora de matemática do Ensino Fundamental nos anos finais.

Em minha caminhada como professora de alunos jovens e adolescentes, em uma época voltada para o mundo digital, percebo a necessidade de agregar às minhas aulas matemática, que geralmente envolvem apenas livros e quadro-negro, atividades que utilizassem mídias digitais, tanto para abordar novos conceitos, como para realizar atividades e exercícios. Por possuir desenvoltura no uso de tecnologias, procuro sempre que possível realizar formações continuadas na área do ensino de matemática com ênfase no uso de novas tecnologias em sala de aula, visando estimular os alunos na construção do conhecimento, por meio da exploração de objetos digitais de aprendizagem disponíveis na internet.

Como anualmente assumo turmas de oitavo ano, resolvi em 2013 elaborar uma sequência didática abordando tópicos relacionados com o ensino de ângulos, teoremas das retas paralelas e uma transversal, triângulos, soma dos ângulos internos, bissecção e trissecção de ângulos culminando com a integração de mídias digitais e materiais manipulativos, com o intuito de tornar o processo de aprendizagem mais atrativo e possibilitar uma melhor compreensão destes conceitos. Por se tratar de uma sequência didática envolvendo materiais digitais, surgiu a ideia de criar um website que organizasse e disponibilizasse toda a sequência didática. Além disso, o uso do website permitiria que os alunos infrequentes ou com faltas eventuais tivessem acesso ao material das aulas, pois teriam acesso às atividades e conceitos já vistos no período da sua ausência, facilitando a continuidade das atividades.

Como a proposta didática utiliza mídias digitais, procurei desenvolvê-la em uma escola que oferecesse os recursos necessários para que a mesma pudesse ser aplicada na íntegra. Dessa forma, a escola CMEB MARIA LYGIA ANDRADE HAACK foi escolhida para a realização da experiência prática, por possuir um Laboratório de Informática com bons equipamentos (computadores, sistemas compatíveis com o software, datashow e internet) e ter disponibilidade de horário para utilização do espaço. Além disso, como os computadores desta escola possuem acesso à internet, foi possível que os alunos acessassem e utilizassem o website criado para essa sequência didática como ferramenta de estudo, permitindo que os alunos pudessem terminar ou refazer as atividades em casa. Diante dessa trajetória surge a questão norteadora da pesquisa: *"Que contribuições traz para o processo de aprendizagem de conceitos de geometria, no oitavo ano do Ensino Fundamental, a integração de mídias digitais e recursos didáticos?"*.

1.2 Estrutura do texto

Neste capítulo são apresentadas as ideias gerais desta dissertação, os conceitos matemáticos que foram abordados na pesquisa, assim como uma prévia da metodologia e recursos escolhidos para aplicação da mesma. Ainda, a autora justificou sua pesquisa, apresentando sua formação pedagógica, seu interesse pelo o uso de novas tecnologias e a integração de mídias digitais na sala de aula de matemática e as questões norteadoras da pesquisa.

O capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica que sustenta este trabalho. O mesmo está divido em duas seções: a seção 2.1 aborda a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, a seção 2.2 aborda o uso de mídias digitais e os ambientes de Geometria Dinâmica, apresentando como fonte principal artigos e tese de Gravina (2001).

O capítulo 3 apresenta os procedimentos metodológicos utilizados para o desenvolvimento desta proposta de ensino, assim como, a questão norteadora e os objetivos da pesquisa, os sujeitos pesquisados e a instituição na qual a proposta foi aplicada. O capítulo 4 apresenta os objetivos da proposta de ensino, a sequência didática elaborada e o website construído. O capítulo 5 apresenta os relatos das aulas aplicadas e as análises das mesmas, a fim de entender como os alunos reagiram nas diferentes situações propostas pelas atividades da sequência didática.

Finalmente, o capítulo 6 apresenta as reflexões e considerações finais sobre o trabalho desenvolvido.

2 REVISÃO LITERÁRIA

A fundamentação teórica desse trabalho está dividida em duas seções. A primeira apresenta uma revisão sobre a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, com base na qual se buscou o suporte teórico para compreender o processo de aprendizagem dos alunos.

O próximo capítulo apresenta uma seção abordando a importância das mídias digitais para o ensino de Matemática e o potencial dos ambientes de geometria dinâmica para a aprendizagem de Matemática.

2.1 Teoria dos Campos Conceituais

Discípulo de Piaget, Gérard Vergnaud, diretor de pesquisa do Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS) da França, tem como foco em sua teoria o estudo do funcionamento cognitivo do "sujeito-em-situação". Diferente de Piaget, Vergnaud utiliza como referência o próprio conteúdo do conhecimento e realiza a análise conceitual do domínio desse conhecimento (MOREIRA, 2002, p. 1)

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista e tem como objetivo,

> [...] propiciar uma estrutura às pesquisas sobre atividades cognitivas complexas, em especial com referência às aprendizagens científicas e técnicas. Trata-se de uma teoria psicológica do conceito, ou melhor, da conceitualização do real, que permite situar e estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista de seu conteúdo conceitual. Ela também possibilita analisar a relação entre os conceitos enquanto conhecimentos explícitos e as invariantes operatórias implícitas nos comportamentos dos sujeitos em determinada situação, bem como aprofundar a análise das relações entre significados e significantes. Os exemplos foram colhidos em diversos campos conceituais: as estruturas aditivas, as estruturas multiplicativas, a lógica das classes, ou a álgebra. (VERGNAUD, 1993, p. 1)

A teoria dos campos conceituais de Vergnaud visa propiciar uma estrutura coerente e princípios básicos que permitem uma melhor compreensão das filiações e rupturas entre conhecimentos, por crianças e adolescentes.

2.1.1 Conceitos e Esquemas

Um conceito não é apenas uma definição, especialmente se o principal interesse for a aprendizagem e o sentido que esse conceito proporciona para o aluno. De acordo com Vergnaud (1993, p.1) "É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para criança. [...].". Essa elaboração pragmática de situações é indispensável tanto para a psicologia quanto para a didática, porém isso não significa inventar problemas para que o novo conceito apresente a solução. As propostas devem instigar o aluno a solucionar problemas e então tais soluções poderão dar sentido ao novo conceito.

Segundo Vergnaud (2009, p. 23), tem-se as seguintes definições: "Um conceito em ação é um conceito considerado pertinente na ação em situação. Um teorema em ação é uma proposição tida como verdadeira na ação em situação" e

> Chamemos "esquema" a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada. É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória[1]. (VERGNAUD, 1993, p. 2)

Pode-se classificar esquemas como:

1. Um esquema: classes de situações das quais o sujeito obtém de competências e habilidades para solucionar de forma imediata da situação imposta;
2. Vários esquemas: classes de situações das quais o sujeito não obtém de imediato de todas as competências e habilidades, requerendo um tempo maior para reflexão, exploração, obtendo êxito ou insucesso na solução.

Os conhecimentos contidos nos esquemas designam-se pelas expressões separadas "conceito-em-ação" e "teorema-em-ação", ou pela expressão única "invariantes operatórias". Pode-se observar que, em situações de resolução de um problema, o sujeito constrói estruturas de esquemas, seja em sucesso ou fracasso, modificando o esquema inicial de acordo com a necessidade oriunda da resolução do problema proposto.

A Teoria dos Campos Conceituais também pode ajudar a compreender o processo de aprendizagem dos alunos quando são propostas atividades que utilizam mídias digitais, a partir do momento em que os mesmos precisam estruturar esquemas para solucionar as atividades propostas de acordo com seus conhecimentos prévios e suas experiências. Caso

[1] De acordo com Piaget (1960) operações são ações interiorizadas pelo sujeito que podem ser revertidas, ou seja, que podem sofrer outra ação que anula o resultado anterior, e que essas compõem uma estrutura dita operatória.

tenham insucesso na resolução do problema proposto, é possível verificar os processos realizados, os esquemas utilizados e refletir sobre os motivos do fracasso, para propor novas estratégias e tomadas de decisões, ou apenas modificar algumas estratégias antes estabelecidas.

Segundo Vergnaud,

> Os esquemas são, em geral, eficazes, mas nem sempre efetivos. Quando a criança utiliza um esquema ineficaz para determinada situação, a experiência a leva, seja a mudar o esquema, seja a modificar o esquema. Podemos dizer, como Piaget, que os esquemas estão no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas: assimilação e acomodação. (VERGNAUD, 1993, p. 3)

Para Vergnaud (1993), no que se refere à aprendizagem de Matemática, existem vários esquemas e cada um se relaciona a uma classe de situações com características bem definidas. Porém um sujeito pode aplicar um esquema de uma classe mais restrita e depois um esquema de uma classe mais ampla, denominado extensão do esquema. Este segundo permite generalização, transferência, deslocamento e descontextualização. Pode-se tomar como exemplo, situações-problemas propostas aos alunos cuja resolução dá-se apenas com cálculos numéricos e, ao ampliar o problema para uma situação mais genérica, os alunos são levados a utilizarem procedimentos algébricos para auxiliar na resolução.

A Geometria Dinâmica permite que o sujeito inicie o processo de compreensão sobre um determinado conceito utilizando alguns entes geométricos primitivos e, posteriormente, conseguirá realizar construções de figuras ou objetos mais complexos, empregando então os novos conceitos construídos. Pode-se trazer como exemplo o conceito de retas paralelas: basta o aluno criar dois pontos quaisquer no GeoGebra, traçar uma reta que passe por estes pontos. Em seguida, criar um novo ponto e, utilizando a ferramenta Reta Paralela, ao movimentá-las o aluno poderá perceber que as duas retas movimentam-se juntas, preservando a propriedade inicial de serem paralelas e não existindo ponto em comum entre elas. Neste momento o aluno poderá formular esquemas que permitem conceituar retas paralelas; no momento de construir um paralelogramo, este esquema é acionado em uma situação mais complexa, no qual necessita agregar a esses conhecimentos-em-ação adquiridos, novos esquemas para obter o objeto almejado e então o conceito proposto poderá ser construído pelo sujeito, no caso, a definição de paralelogramo.

O esquema, de maneira geral, é composto de regras de ação e de antecipações, e muitas vezes para se alcançar um objetivo, torna-se parte dele as invariantes operatórias (conceitos-em-ação e conhecimentos-em-ação) e as inferências. As inferências são imprescindíveis ao funcionamento do esquema em cada situação particular, pois cada esquema permite sequências de resoluções diferentes, assim como diferentes tomadas de informações; sendo assim os esquemas não são estereótipos.

Existem três tipos lógicos de invariantes operatórias, que são segundo Vergnaud (1993, p. 6 e 7)

> - invariantes do tipo "proposição": podem ser verdadeiras ou falsas; os teoremas-em-ação são invariantes deste tipo;
>
>   1° Exemplo
>
>   Entre 5 e 7 anos, as crianças descobrem que não é preciso recontar o todo para achar o cardinal de $A \cup B$, se A e B já foram contados. [...]
>
> - invariantes do tipo "função proposicional": não são suscetíveis de serem verdadeiras ou falsas, mas constituem marcos indispensáveis à construção das proposições. Por exemplo: os conceitos de cardinal e coleção, assim como os de estado inicial, transformação e relação quantificada, são indispensáveis à conceitualização das estruturas aditivas. Não são proposições. [...]
>
> - invariantes do tipo "argumento": quem fala em função proposicional e proposição fala em argumento. Os lógicos clássicos costumavam tomar seus exemplos entre os objetos materiais comuns e suas propriedades. [...] Por exemplo: "Paulo põe o livro em cima da mesa" pode ser escrito R_3 (Paulo, livro, mesa), proosição esta resulta da atribuição de valores particulares aos argumentos da função proposicional R_3 (x, y, z) "x põe y em cima de z", na qual x é uma pessoa, y um pequeno objeto material manipulável, e z um suporte possível.

Resumidamente pode-se considerar que, para construir um conceito matemático, se faz necessário utilizar na ação um conjunto de invariantes, e nesse contexto é importante o conjunto de situações propostas possibilitar ao sujeito a construção do conceito, assim como, o conjunto de esquemas utilizados pelos sujeitos para obter o êxito almejado.

Os ambientes de geometria dinâmica permitem propor atividades por meios das quais os sujeitos podem construir conceitos matemáticos a partir da manipulação e da exploração de diferentes situações. Como é possível, nestes ambientes, a construção, desconstrução e reconstrução dos objetos, o conjunto de esquemas utilizados para realizar uma tarefa pode rapidamente sofrer modificações, favorecendo a percepção por parte dos alunos de quando as escolhas dos esquemas utilizados foram corretas ou não. E isso caracteriza os ambientes de geometria dinâmica como espaços ricos para a exploração e a construção de novos conhecimentos.

Vergnaud considera um conceito como uma trinca de conjuntos:

> C = (S, I, Y)
>
> S conjunto das situações que dão sentido ao conceito (referência).
>
> I conjunto das invariantes em que se baseia a operacionalidade dos esquemas (significado).
>
> Y conjunto das formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (significante). (VERGNAUD, 1993, p. 8)

A partir dessa trinca de conjuntos, podemos observar que, para se construir um conceito, é necessário um conjunto composto por várias situações que levem o sujeito a dar sentido ao conceito. A escolha dessas situações é importante em termos de funcionalidade dos esquemas. Para complementar, é preciso conhecer as formas de representação do conceito em jogo, assim como os possíveis tratamentos que podem ser dados a estas representações.

É preciso proporcionar ao sujeito situações diferentes para construção de um mesmo conceito, assim o sujeito se desacomoda de modo a confrontar seus conhecimentos com suas novas descobertas, avançando na compreensão do conceito. A partir do momento que os sujeitos realizam diferentes atividades que envolvem um mesmo conceito, seu significado vai se tornando mais consolidado.

2.1.2 Campos Conceituais

Vergnaud (1993) considera um campo conceitual como um conjunto de situações, sendo que o conceito de situação nesse caso tem o sentido de tarefa. De acordo com Vergnaud (1993):

> [...]. A ideia é que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldades específicas devem ser bem conhecidas. A dificuldade de uma tarefa não é nem a soma nem o produto da dificuldade das diferentes subtarefas. É claro, contudo que o fracasso em uma tarefa provoca o fracasso global. (VERGNAUD, 1993, p. 9)

Campo conceitual, para Vergnaud (1993), é um campo de estudo para dar significação às dificuldades percebidas na conceitualização do real, e, portanto a teoria dos campos conceituais presume que, para o desenvolvimento cognitivo de um sujeito, a conceitualização é essencial.

As situações são responsáveis pelos processos cognitivos e pelas respostas do sujeito. Estas podem ser dividas como a de variedade (quanto maior a variedade de situações melhor será a construção do conjunto das classes possíveis) e a da história (situações das quais os sujeitos já vivenciaram e obtiveram conhecimento amplo sobre as mesmas; essas têm que dar sentido ao que se pretende ensinar-lhes).

Em relação aos conceitos matemáticos, as situações podem dar sentido a estes conceitos, mas nem sempre o sentido está contido nas situações, assim como, uma representação simbólica, palavras ou enunciados podem indicar ao sujeito um sentido, vários ou nenhum. Portanto Vergnaud (1993, p.18) afirma que "O sentido é uma relação do sujeito com as situações e os significantes. [...]", os esquemas utilizados pelo sujeito, dada uma determinada situação ou por um significante é composto pelo sentido gerado pela tal situação.

A teoria dos campos conceituais atribui três funções à linguagem e às representações simbólicas na atividade matemática, que são:

> - ajuda à designação e, portanto, à identificação das invariantes: objetos, propriedades, relações e teoremas;
> - ajuda ao raciocínio e à inferência ;
> - ajuda à antecipação dos efeitos e metas, à planificação e ao controle da ação. (VERGNAUD, 1993, p. 18)

A linguagem simbólica na matemática é uma forma de representar e se comunicar, mas não necessariamente define se o sujeito, ao utilizá-la corretamente, compreendeu de fato o conceito; o que define se o sujeito construiu um determinado conceito é o sentido que ele atribui ao símbolo.

Assim, aprendizagem não depende somente do símbolo ou das situações, mas da atitude do sujeito frente a um determinado problema e o sentido que esses símbolos (representações) fazem para esse sujeito no processo de resolução. O que determina a aprendizagem de um determinado conceito é a relação que o sujeito faz entre significados e significantes, ou ainda, a relação entre as situações e os símbolos atribuídos a esse conceito.

Diante disso, o papel do professor, na teoria dos campos conceituais, é de proporcionar diferentes situações didáticas, para que os alunos possam, a partir dos mais variados esquemas individuais, se apropriem do conceito almejado. Está atribuído ao professor também criar um ambiente rico para que sujeitos tenham a oportunidade de elaborar novos esquemas, intercedendo na construção dos significados e dos significantes.

Resumindo, tem-se que, diante de situações que provocam o desenvolvimento de esquemas (metas e antecipações, regras de ações e inferências), o sujeito é o responsável pelo seu desenvolvimento cognitivo, por meio de invariantes operatórias (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação), construindo então o conceito almejado.

A seção a seguir discute o papel das tecnologias e da integração das mídias digitais como recursos didáticos. É abordado o potencial da geometria dinâmica no processo de aprendizagem e apresentado o software GeoGebra e as principais ferramentas que são utilizadas nesta proposta.

2.2 Uso de Mídias Digitais e os ambientes de Geometria Dinâmica

Esta seção apresenta um estudo sobre as possibilidades de utilização das mídias digitais e, em especial, da geometria dinâmica, no processo de aprendizagem de conceitos de Geometria.

2.2.1 A integração das mídias digitais no ambiente escolar

Fazendo uma rápida retrospectiva, pode-se lembrar que até a terça parte do XX, o uso de tecnologias digitais não era algo habitual na rotina da população. No século XIX, o giz e o quadro-negro foram grandes legados para a Educação, o que se perdurou até próximo dos anos oitenta do século XX. Basso e Gravina (2012) mostram que houve uma mudança na rotina das pessoas e, o quanto a sociedade atual está envolvida em um mundo tecnológico, na qual até para localizar um endereço, basta acessar um site de mapas a partir de seus celulares pessoais. Ainda, de acordo com Basso e Gravina (2012)

> Nossas rotinas de sala de aula também deveriam incorporar, cada vez mais, as tecnologias, pois elas também influem nas nossas formas de pensar, de aprender, de produzir. O “giz e quadro-negro” é uma tecnologia que teve seu momento de impacto no processo educativo, no século XIX. Com o crescimento das cidades decorrente da Revolução Industrial, a necessidade da educação em massa consolida a organização da sala de aula em grandes grupos com atenção voltada para a “fala” do professor. [...]. (BASSO E GRAVINA, 2012, p. 12)

Percebe-se que essa tecnologia histórica continua sendo o principal recurso utilizado ainda nos dias de hoje nas salas de aula, nas quais mantém o uso de metodologias tradicionais de ensino, e observa-se que a aula de matemática “[...] ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa no quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno [...] copia da lousa para o caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação [...].” (D’AMBRÓSIO, 1989, p.15). Dessa forma, a autora procurou inserir em sua prática docente o uso das tecnologias digitais, com o intuito de tornar as aulas mais atrativas e promover situações que proporcionem a compreensão dos conceitos matemáticos abordados.

É inegável a facilidade e o domínio que muitos alunos exercem sobre a informática. Como o uso de novas tecnologias está presente no cotidiano dos jovens, a educação precisa encontrar formas para atrair a atenção e despertar o interesse destes. Segundo Moran[2]:

> O fantástico desenvolvimento de tecnologias pessoais, móveis, mais baratas e cada vez mais interativas está propiciando mudanças significativas nas formas de trabalho, de lazer, de comunicação com pessoas próximas e distantes. Modificam-se as concepções de espaço e de tempo, do que é real e virtual, do que é tradicional e inovador. (p. 1)

Basso e Gravina (2012) comentam sobre as possibilidades que a tecnologia digital pode proporcionar nas aulas de Matemática, pois disponibiliza ferramentas interativas que criam objetos dinâmicos e manipuláveis, auxiliando o processo de aprendizagem e desenvolvimento cognitivo dos educandos.

Desta forma, percebe-se a importância do uso de tecnologias de informação e comunicação nas propostas para ensino de geometria. De acordo os Parâmetros Curriculares Nacionais,

> O computador pode ser usado como elemento de apoio para o ensino [...], mas também como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades. O trabalho com o computador pode ensinar o aluno a aprender com seus erros e a aprender junto com seus colegas, trocando produções e comparando-as. (BRASIL, 1997, p. 48).

---

[2] Disponível em: <http://webeduc.mec.gov.br/midiaseducacao/material/introdutorio/pdf/etapa2_Tec_com_e_interacao.pdf >. Acesso em: 18 jan. 2014.

Com a utilização dos recursos tecnológicos, em especial os programas de geometria dinâmica, pode-se melhorar o processo de aprendizagem dos alunos sobre os conceitos matemáticos, visto que partem de um processo estático que os livros didáticos e o quadro-negro trazem, para um processo de construção de conceitos, a partir de explorações, conjecturas, argumentações e demonstrações. Gravina (1996) aponta dois aspectos didáticos importantes para o uso dos programas de geometria,

> Dois são os principais aspectos didáticos para utilização dos programas: a) os alunos constroem os desenhos de objetos ou configurações, quando o objetivo é o domínio determinados conceitos através da construção; b) recebem desenhos prontos, projetados pelo professor, sendo o objetivo a descoberta de invariantes através da experimentação e, dependendo do nível da escolaridade dos alunos, num segundo momento, trabalham as demonstrações dos resultados obtidos experimentalmente. (GRAVINA, 1996, p. 7).

Além dos aspectos didáticos mencionados por Gravina (1996), é fato que as facilidades tecnológicas estão a serviço da população e vieram para facilitar e otimizar o tempo em uma era em que todos precisam, além de se manter informados, e se fazer representado em vários lugares ao mesmo tempo. Não se está falando apenas de máquinas e inteligências artificiais, mas, sim de algo presente nas casas, como as Smart TV’s, os jogos virtuais interativos e imersivos, os aparelhos celulares com acesso à internet, recursos que permitem que as pessoas se comuniquem e tenham acesso a todo tipo de informação a qualquer momento e lugar.

Pensando nesse crescimento do uso de tecnologias no cotidiano da sociedade, fica difícil imaginar o ambiente escolar sem a utilização destes novos recursos. É preciso pensar na perspectiva de tentar acompanhar os alunos nesse mundo interativo e virtual, para mantê-los inseridos e envolvidos no processo de aprendizagem. Sim, fala-se em tentar acompanhar, porque a todo o momento, o que se tem já se tornou ultrapassado. Mais e mais modelos e capacidades tecnológicas são lançadas, e com isso, a escola com o tradicional ensino, utilizando “quadro e giz” perde o encanto e o entusiasmo dos educandos.

2.2.2 Ambientes de geometria dinâmica

De acordo Gravina (2001), geometria dinâmica é um ambiente virtual composto por ferramentas que permitem que os alunos utilizem réguas e compassos virtuais, para construções de objetos geométricos, nos quais, por meio da manipulação destes, podem conjecturar, deduzir, abstrair e concluir postulados e teoremas que, somente com livros didáticos, muitas vezes não seriam possíveis.

Para a escola, a tecnologia digital coloca à disposição ambientes virtuais computacionais com diferentes ferramentas interativas, os quais permitem que os alunos criem e manipulem objetos dinâmicos. De acordo com Basso e Gravina (2012, p. 14), no contexto histórico da Educação Matemática, em 1988, surgiu um dos primeiros recursos educacionais para computador, o ambiente Logo de Papert. A partir de então, ambientes computacionais que auxiliam no processo de aprendizagem começaram a ganhar espaço nos ambientes escolares, tendo em vista que possibilitam uma melhor compreensão dos alunos mediante a manipulação e a interação. Sobre o uso de computador nas aulas de matemática, Gravina afirma:

> A tecnologia informática apresenta-se como um meio a dar suporte ao pensar, possibilitando “mudar os limites entre o concreto e o formal”, já que “o computador permite criar um novo tipo de objeto – os objetos ‘abstratos-concretos’; concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados; abstratos por se tratarem de realizações feitas a partir de construções mentais”. Assim, a tecnologia informática transmuta-se em tecnologia da inteligência – termo cunhado por LEVY – abarcando a possível versatilidade e até mesmo a ampliação dos funcionamentos cognitivos. (GRAVINA, 2001, p. 4 e 5)

Pensando na perspectiva de utilização da geometria dinâmica, destaca-se que:

> [...]. Quanto às atitudes dos alunos frente ao processo de aprender: experimentam; criam estratégias; argumentam e deduzem propriedades matemáticas. A partir da manipulação concreta, “o desenho em movimento”, passam para a manipulação abstrata atingindo níveis mentais superiores da dedução e rigor, e desta forma entendem a natureza do raciocínio matemático. (GRAVINA, 1996, p.13)

Estes ambientes trazem, em seus menus, ferramentas de construção de entes primitivos como reta, ponto, plano, além de ferramentas de construção de círculos, ângulos, ferramentas que realizam transformações geométricas, como reflexão, translação e rotação, e ferramentas que calculam áreas e distâncias, entre outras. Todos estes recursos podem proporcionar aos alunos um aprendizado diferenciado e concretizam um domínio teórico a partir da manipulação de objetos e construções. Um software de geometria dinâmica é, segundo Gravina, Barreto, Dias e Meier (2012, p. 37) “[...] uma mídia digital que disponibiliza régua e compasso virtuais, que são os instrumentos clássicos com os quais são feitas as construções geométricas, só que agora em ambiente virtual”.

Dentre os diferentes softwares de geometria dinâmica desenvolvidos e que se encontram à disposição, para este trabalho foi escolhido o GeoGebra[3], pois trata-se de um software de acesso livre, ou seja, sem custo, o que facilita a utilização nas escolas. Além disso, o GeoGebra possui versão para os sistemas operacionais Windows e Linux e é fácil de manusear. Seu tutorial[4] apresenta uma linguagem clara e objetiva, o que pode facilitar a compreensão dos alunos. O uso do GeoGebra também é justificado por Gravina, Barreto, Dias e Meier (2012, p.37)

> [...] Duas são as justificativas para essa escolha: é um software com consistente e interessante menu para se trabalhar com a geometria euclidiana; é “software livre”, o que significa que tem desenvolvimento compartilhado na comunidade de pessoas que têm interesse no assunto e, assim sendo, o seu uso é livre e não depende de aquisição de licença. Isso é muito bom, porque assim o software GeoGebra pode ser, de imediato, instalado em computadores pessoais e nos computadores dos laboratórios das escolas.

Ainda, referente à justificativa para a escolha do GeoGebra, para Gravina, Barreto, Dias e Meier (2012) os alunos encontram dificuldades em geometria, no entendimento do significado e alcance das figuras, e com o uso da geometria dinâmica, com maior ou menor formalismo, essa linguagem e compreensão surge naturalmente à medida que as figuras vão sendo construídas e ganhando movimento na tela do computador.

Segundo Gravina (2001, p.6)

> [...] O “desenho em movimento” torna-se revelador dos invariantes que são decorrências implícitas da construção feita. Imediato percebe-se parte da potencialidade do ambiente: ao permitir a construção e manipulação de objetos concreto-abstratos, ele desencadeia algumas das primeiras ações mentais característica do pensar matemático – o estabelecer relações e conjecturar – e o faz de forma contundente, se comparado às possibilidades apresentadas pelo desenho, estático, em papel.

[3] Disponível em: <http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download/>. Acesso em: 15 jul. 2013.
[4] Disponível em: < http://static.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf>. Acesso em: 15 jul. 2013.

Ainda para Gravina (2001), pesquisas mostram que os ambientes dinâmicos já se revelam como ferramentas promissoras no quesito superação de dificuldades inerentes à geometria, visto que os alunos se sentem mais motivados a procurar esclarecimentos para conjeturas que podem surgir em função da manipulação dos objetos geométricos dinâmicos.

2.2.3 Software GeoGebra

Como mencionado anteriormente, o GeoGebra foi o recurso escolhido para elaboração das atividades deste trabalho, por ser um software que permite construções de objetos dinâmicos e disponível para download em http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download/.

O mesmo possui uma grande variedade de opções de ferramentas, porém são apresentadas apenas as que foram necessárias para execução das atividades propostas neste trabalho. Ao clicar no canto direito de cada ícone, abre-se um menu com as ferramentas disponíveis, como ilustra a Figura 1.

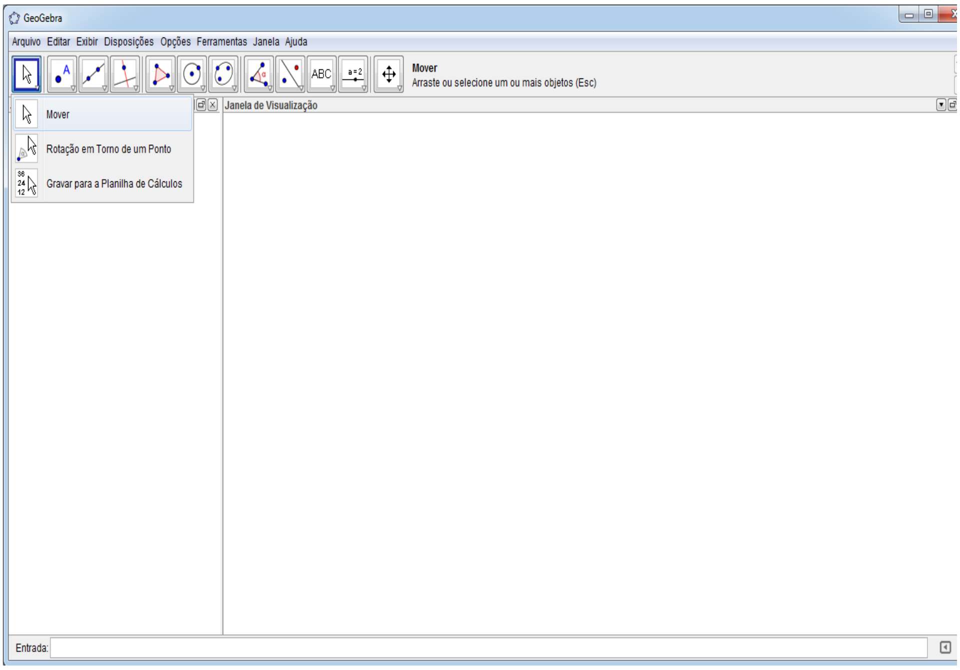


Figura 1: Exemplo de menu de cada ferramenta

Neste primeiro menu, a ferramenta mais utilizada é a Mover, pois é por meio da mesma que os objetos podem ser movimentados ou selecionados na janela de visualização.

O segundo menu, ilustrado na Figura 2, dispõe de opções de tipos de pontos que poderão ser utilizados durante a construção do objeto, sendo que a ferramenta **Novo ponto** é o ponto de partida de qualquer construção. As ferramentas **Interseção de Dois Objetos** e **Ponto Médio ou Centro** também foram necessárias.

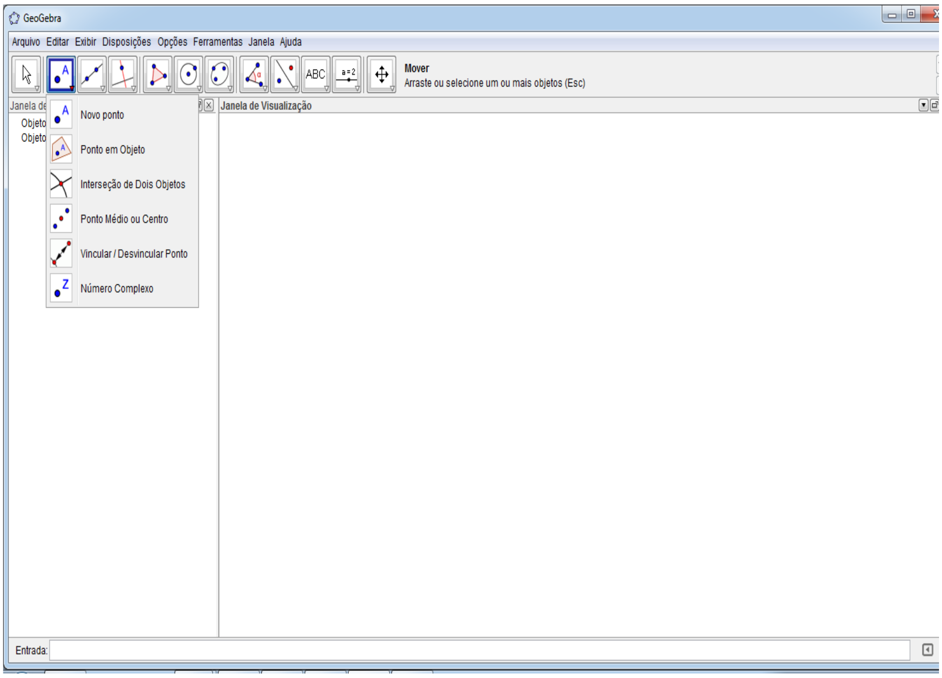


Figura 2: Menu da ferramenta ponto

O terceiro menu (Figura 3) dispõe de ferramentas para construção de retas, semirretas e segmentos, sejam a partir de um ponto ou dois pontos. Essas ferramentas se fazem necessárias em muitas construções na geometria da escola básica.

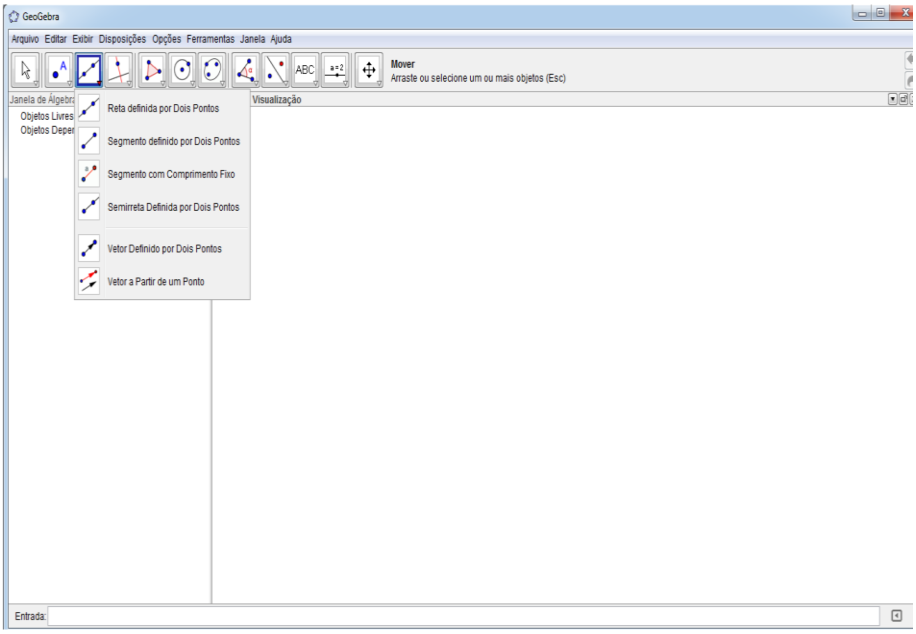


Figura 3: Menu das ferramentas retas e segmentos

O quarto menu (Figura 4) dispõe de ferramentas para a construção de diferentes tipos de retas, sendo que nesse trabalho foram exploradas as seguintes retas: **Reta Perpendicular, Paralela, Mediatriz e Bissetriz**.

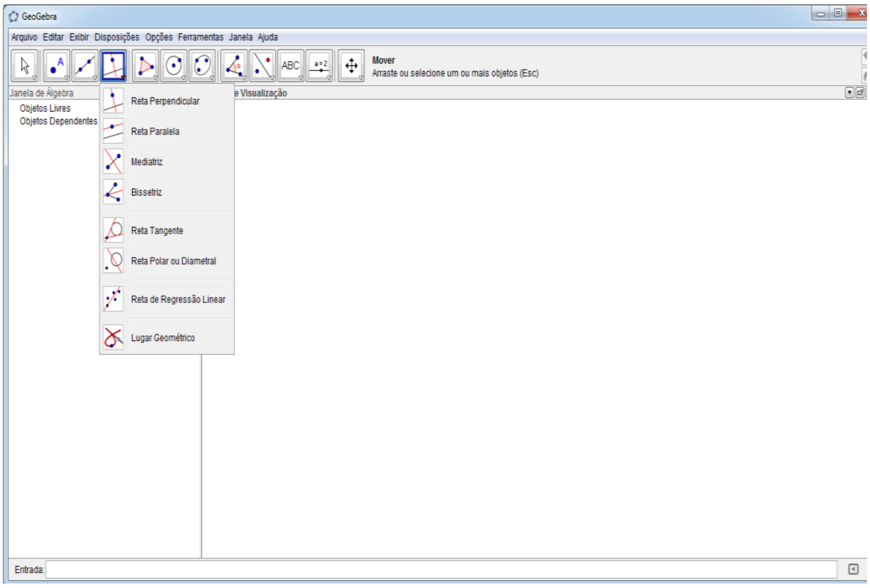


Figura 4: Menu das ferramentas Retas

O quinto menu, ilustrado na Figura 5, dispõe de ferramentas utilizadas para construção de polígonos, sendo que a ferramenta denominada **Polígono** é utilizada para construir um polígono qualquer a partir de pontos dados que representam seus vértices, enquanto a ferramenta **Polígono Regular**, a partir de um ponto inicial basta determinar a quantidade de vértices para que o polígono regular seja construído automaticamente.

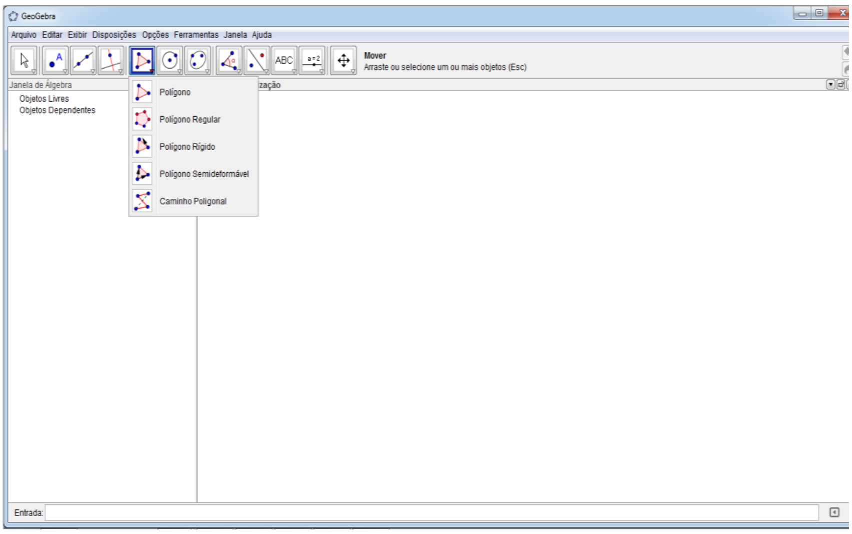


Figura 5: Menu das ferramentas para construção de polígonos

O sexto menu (Figura 6) dispõe de uma variedade de ferramentas para construção de círculos e arcos circulares. Na maioria das construções geométricas, os alunos ficam livres para optarem sobre qual ferramenta seria mais adequada com a necessidade e intenção de objeto a ser construído.

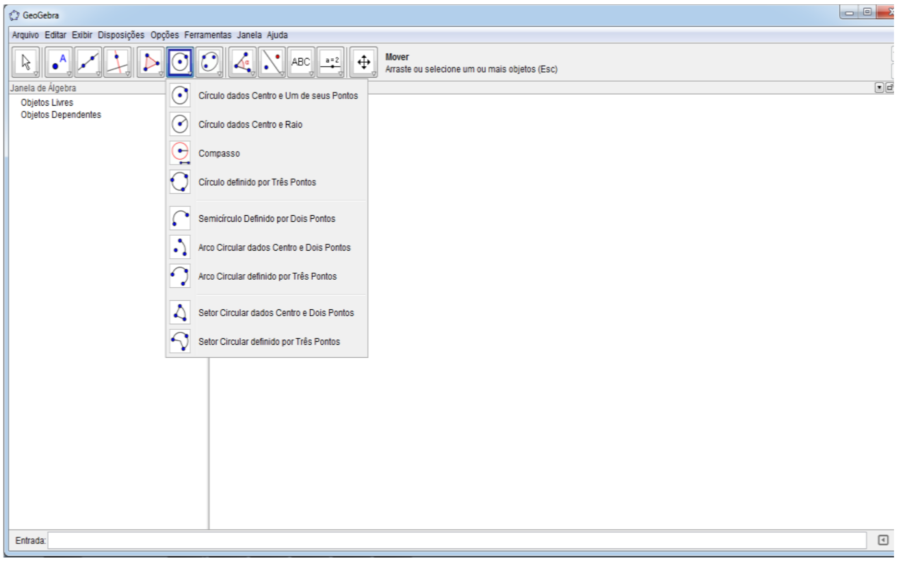


Figura 6: Menu das ferramentas para a construção de círculos e arcos

O oitavo menu (Figura 7) dispõe de ferramentas diversas, úteis e com funções práticas. Na experiência realizada neste trabalho, foram utilizadas as ferramentas **Ângulo** (para determinar um ângulo existente) e **Ângulo com Amplitude Fixa** (para construção do ângulo a partir de sua medida fixa).

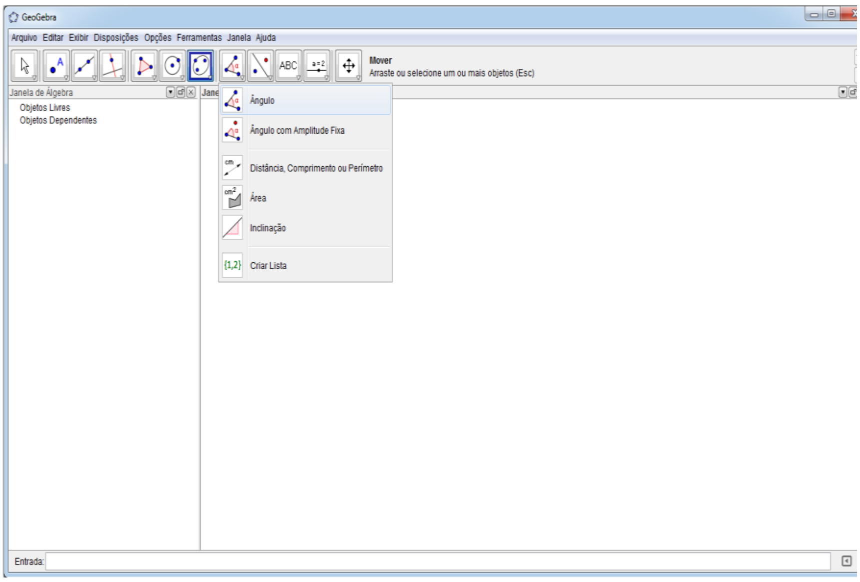


Figura 7: Menu das ferramentas para construção de ângulos

No décimo menu (Figura 8), encontra-se ferramentas que tornam as construções ainda mais interessantes e personalizadas. Com a utilização das ferramentas **Inserir Texto** e **Inserir Imagem** é possível inserir comentários de texto pertinentes, assim como inserir na construção objetos ou imagens externos.

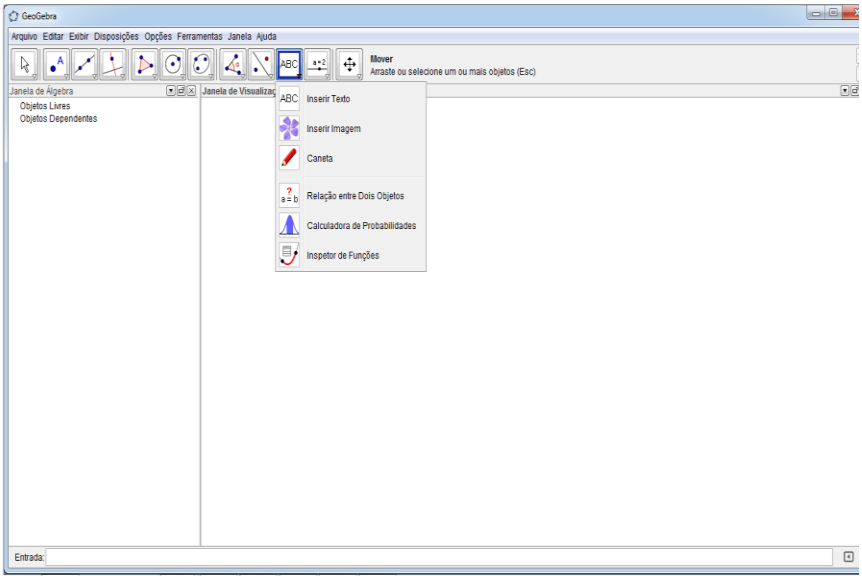


Figura 8: Inserir texto e imagem

As demais ferramentas são igualmente importantes e úteis, porém optou-se por apresentar apenas as utilizadas pelos alunos participantes desta pesquisa.

O capítulo a seguir apresenta a metodologia utilizada na pesquisa, as questões que nortearam a investigação e os objetivos do trabalho. Também apresenta a escola onde a proposta foi desenvolvida, assim como o perfil da turma que participou das atividades.

3 PROCEDIMENTOS METOLÓGICOS

Neste capítulo, vamos apresentar as questões relativas aos procedimentos metodológicos da pesquisa. Apresentamos as questões norteadoras para a pesquisa e os objetivos, assim como, a metodologia utilizada, a forma de como os dados foram coletados e como as aulas foram planejadas. Ainda, apresentamos o contexto da pesquisa, ou seja, os sujeitos pesquisados e o local onde a mesma ocorreu, com suas características.

3.1 Questões norteadoras e objetivos da pesquisa

Para o delineamento desta pesquisa, foi definida a seguinte questão:

A partir da integração de mídias digitais e recursos didáticos, como ocorre a aprendizagem de conceitos de geometria, no oitavo ano do Ensino Fundamental?

- “Que contribuições traz para o processo de aprendizagem de conceitos de geometria, no oitavo ano do Ensino Fundamental, a integração de mídias digitais e recursos didáticos?”.

Em seguida, para dar conta de responder a questão proposta, alguns objetivos foram traçados. Dentre eles, destacou-se como objetivo geral: construir uma proposta de ensino, disponibilizada na forma de website, integrando mídias digitais para o ensino de geometria, contendo definições, resoluções de problemas, vídeos, glossário e atividades a serem desenvolvidas com materiais manipulativos e com o software GeoGebra.

Como objetivos específicos, foram definidos: analisar o processo de aprendizagem de conceitos de geometria (a saber, ângulos, teoremas das retas paralelas e uma transversal, triângulos e a soma dos ângulos internos, bissecção e trissecção de ângulos) por meio da utilização de ambiente de geometria dinâmica; disponibilizar um website com atividades e objetos digitais manipulativos, que futuramente poderá ser utilizado como um recurso por outros professores de matemática, bem como uma fonte de pesquisa e propostas de atividades para os alunos; elaborar uma sequência didática envolvendo definições, resoluções de problemas, vídeos, glossário e atividades a serem desenvolvidas com materiais manipulativos e o software GeoGebra.

Trabalhar com estes conceitos no oitavo ano do ensino fundamental tem sido frequente para a autora. Assim, sentiu-se desafiada a abordá-los com o uso de recursos digitais, o que levou à elaboração desta proposta de trabalho.

Conforme dito anteriormente, a autora do trabalho construiu um website, que dispõe de menus individualizados para cada conceito abordado, compostos por atividades envolvendo definições e resoluções de problemas, além de vídeos, glossário e atividades que podem ser desenvolvidas com objetos digitais manipulativos e com o software GeoGebra. O website está disponível em http://profelianevargas.wix.com/ensinodeanguloeretas.

3.2 Metodologia da pesquisa

A metodologia escolhida para esta pesquisa foi o estudo de caso, tendo como objeto de estudo, observação e análise do processo de aprendizagem de conceitos de geometria de um grupo de alunos frente à integração de mídias digitais e recursos didáticos.

No estudo de caso, a observação ocorre no ambiente natural, em grupos ou individualmente, e os dados são coletados por meio de registros, questionários e outros. A pesquisa é dirigida à exploração, classificação e desenvolvimento do processo de construção. Segundo Yin (1994) o objetivo é relatar os fatos como sucederam, descrever situações ou fatos, proporcionar conhecimento acerca do fenômeno estudado e comprovar ou contrastar efeitos e relações presentes no caso.

De acordo com Yin (1994) essa é a melhor estratégia quando se deseja conhecer o “como” e o “por quê?”, pois com base nisso o investigador controla os acontecimentos reais e também percebe quando são inexistentes.

Ponte (2006) considera que,

> É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse. (PONTE, 2006, p. 2)

Para Yin (1994) três princípios regem a recolha de dados:

a) *Usar múltiplas fontes de evidências:* permite investigar vários aspectos em relação ao mesmo fenômeno. Assim as conclusões possuem um conjunto de afirmações mais convincentes.

b) *Construir, ao longo do estudo, uma base de dados:* os dados investigados são armazenados, possibilitando que sejam acessados por outros investigadores. Dados esses podem ser notas, narrativas (descrições e interpretações) e documentos.
c) *Formar uma cadeia de evidências:* consiste em construir uma cadeia de evidências que dão legitimidade ao estudo desde as questões de investigações até a conclusão do estudo.

Além disso, para Ponte (2006) os estudos de caso têm diversos propósitos, dos quais salienta-se: *Exploratórios* (obtém-se informações preliminares sobre o objeto de interesse); *Descritivos* (descreve detalhadamente como é o estudo de caso) e os *Analíticos* (são os que problematizam o objeto, desenvolvendo novas teorias ou confrontando com as teorias já existentes).

Desta forma, a coleta de dados desta pesquisa foi feita por meio de observação, questionários aplicados aos alunos, diário de bordo, contendo as principais percepções da pesquisadora sobre o experimento realizado, fotos do desenvolvimento das aulas, e arquivos contendo as atividades realizadas pelos alunos.

A sequência didática foi elaborada e distribuída em cinco planos de ensino, contemplando individualmente os conceitos que nortearam a pesquisa. Cada aula é composta por tempo de duração, objetivos, desenvolvimento (conceitos e atividades a serem desenvolvidas) e recursos didáticos necessários. Sua apresentação em detalhes encontra-se no capítulo a seguir.

3.3 Sujeitos da pesquisa e instituição

A pesquisa foi realizada com os alunos da escola C.M.E.B. Maria Lygia Andrade Haack, da rede municipal de Esteio/RS, no qual, a autora é servidora desde março de 2006. A escola está situada distante do centro da cidade, em um bairro onde a comunidade é composta por muitas famílias carentes ou com baixo poder aquisitivo. Seu funcionamento ocorre em três turnos (manhã, tarde e noite) atendendo apenas o Ensino Fundamental de nove anos. A escola possui um prédio de três pavimentos onde são distribuídas as salas de aulas e as salas de apoio pedagógico (biblioteca, laboratório de informática, sala de vídeo e laboratório de aprendizagem). Além disso, possui um pátio amplo com espaço de recreação infantil e uma quadra de esporte coberta.

A turma escolhida para participar da pesquisa foi o oitavo ano A, composta por 25 alunos, com a faixa etária de 12 a 14 anos. Essa turma caracteriza-se por ser muito falante, agitada, e por ter em sua composição alunos que apresentam certa facilidade de compreensão de conceitos.

Além destas características citadas, a maioria dos alunos estão sempre em contato com recursos tecnológicos, como tablets, celulares, computadores e redes sociais, o que justificou a escolha da turma para aplicar a pesquisa. Foi realizado um convite para analisar o interesse da turma em participar da experiência. Como a autora já esperava, a aceitação foi unânime e todos demonstraram motivação e empolgação, aguardando pelos encontros que iriam acontecer.

4 PROPOSTA DESENVOLVIDA

Neste capítulo, constam três seções, sendo que a primeira apresenta a proposta desenvolvida. Na segunda é apresentado o plano de ação utilizado para a aplicação da prática, assim como os objetivos, a ação e os recursos didáticos utilizados. E na terceira seção, o capítulo apresenta o website construído pela autora, descrevendo dentro de cada menu os conceitos abordados e as atividades propostas.

4.1 Apresentação da proposta

O plano de ensino elaborado para esta pesquisa consiste na integração de mídias digitais para o ensino de conceitos de Geometria, tais como ângulos, teoremas das retas paralelas e uma transversal, triângulos, soma dos ângulos internos, bissecção e trissecção de ângulos. As atividades foram pensadas para o oitavo ano do Ensino Fundamental, e aplicadas na turma supracitada composta por vinte e cinco (25) alunos, no nível fundamental, no C.M.E.B. Maria Lygia Andrade Haack, situada na cidade de Esteio/RS, nos dias 03/10, 09/10, 10/10, 16/10, 30/10, 31/10, 06/11, 07/11 e 14/11/2013.

Um dos objetivos desta proposta foi disponibilizar um website[5] composto por atividades envolvendo definições e resoluções de problemas, além de vídeos, glossário e atividades a serem desenvolvidas com materiais manipulativos e com o software GeoGebra.

4.2 Sequência didática

O Quadro 1 apresenta o plano de ensino elaborado para este experimento prático. O mesmo contém o dia e a carga horária prevista, os objetivos de cada aula, a metodologia proposta e os recursos didáticos utilizados.

---

[5] Disponível em: < http://profelianevargas.wix.com/ensinodeanguloeretas>.

Quadro 1- Plano de ação

MOMENTO / DATA	OBJETIVO	AÇÃO	RECURSOS DIDÁTICOS
1º (2 períodos) 03/10/2013	- Representar ponto, retas, semirretas e segmentos no plano; - Conhecer e aprender a utilizar algumas ferramentas básicas do software GeoGebra.	- Propor situações e construções no GeoGebra para que por meio destas os alunos definam os elementos primitivos da geometria, assim como, conheçam o software e aprendam a manuseá-lo.	- Projetor; - Computadores; - Software GeoGebra.
2º (6 períodos) 09/10/2013, 10/10/2013 e 16/10/2013	- Verificar a existência de ângulos no cotidiano e compreender a sua importância. - Reconhecer e representar a bissetriz de um ângulo.	- Assistir ao vídeo, realizando interferências e investigação sobre o conhecimento dos alunos; - Propor aos alunos fotografar objetos em que possam ser explorados diferentes ângulos; - Ir ao Laboratório de Informática (Labin) e, com o software GeoGebra, verificar as medidas aproximadas dos ângulos e nomeá-los. - Representar a bissetriz de um ângulo.	- Projetor; - Vídeo; - Caderno; - Máquina fotográfica; - Computadores; - Software GeoGebra.
3° (4 períodos) 30/10/2013 e 31/10/2013	- Interpretar uma situação-problema; - Reconhecer retas e determinar suas posições; - Conceituar os ângulos formados a partir do cruzamento de retas distintas; - Resolver situações-problemas e exercícios com o software GeoGebra.	- Leitura e questionamentos da situação-problema proposta; - Identificar retas paralelas e transversais; - Nomear os oito ângulos formados neste cruzamento de retas, assim como, suas propriedades; - Interpretar e resolver as questões propostas a partir de construções de figuras no software GeoGebra.	- Computador; - Projetor; - Software GeoGebra; - Fotocópia; - Caderno de anotações.
4° (2 períodos) 06/11/2013	- Reconhecer e representar os vértices, os lados e os ângulos internos de um triângulo; - Classificar um triângulo quanto aos lados e quanto aos ângulos;	- Por meio de construções e atividades propostas diretamente no site, classificar triângulos quanto aos lados e ângulos internos, assim como, verificar a soma dos ângulos internos;	- Computador; - Projetor; - Software GeoGebra; - Fotocópia;

	- Compreender que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º; - Determinar os ângulos externos de um triângulo.	- A partir de construções no GeoGebra, verificar os ângulos externos de um triângulo.	- Caderno de anotações.
5° (3 períodos) 07/11/2013 e 14/11/2013	- Resgatar e resolver um dos três problemas clássicos da geometria: Trissecção de um ângulo.	- Resgatar o problema da trissecção e construir um trissector com material concreto; - Construir o mesmo instrumento no GeoGebra para perceber a facilidade que a geometria dinâmica proporciona; - Realizar a trissecção de ângulos utilizando as próprias ferramentas que o software disponibiliza.	- Computador; - Projetor; - Software GeoGebra; - Palitos de madeira; - Caderno de anotações.

4.3 Apresentação do website

O website criado para essa sequência didática foi intitulado “Ensino e Aprendizagem de Ângulos e Retas”, e está disponível em http://profelianevargas.wix.com/ensinodeanguloeretas. O mesmo é composto por oito menus (Home, Retas, Ângulos, Retas paralelas e uma transversal, Triângulos, Trissecção de um ângulo, Links e Sobre a autora) que são apresentados a seguir.

4.3.1 Home

Esta é a página inicial, ilustrada na Figura 9, que apresenta uma breve descrição dos tópicos abordados no website e algumas dicas úteis sobre o software GeoGebra (download do software e tutorial).

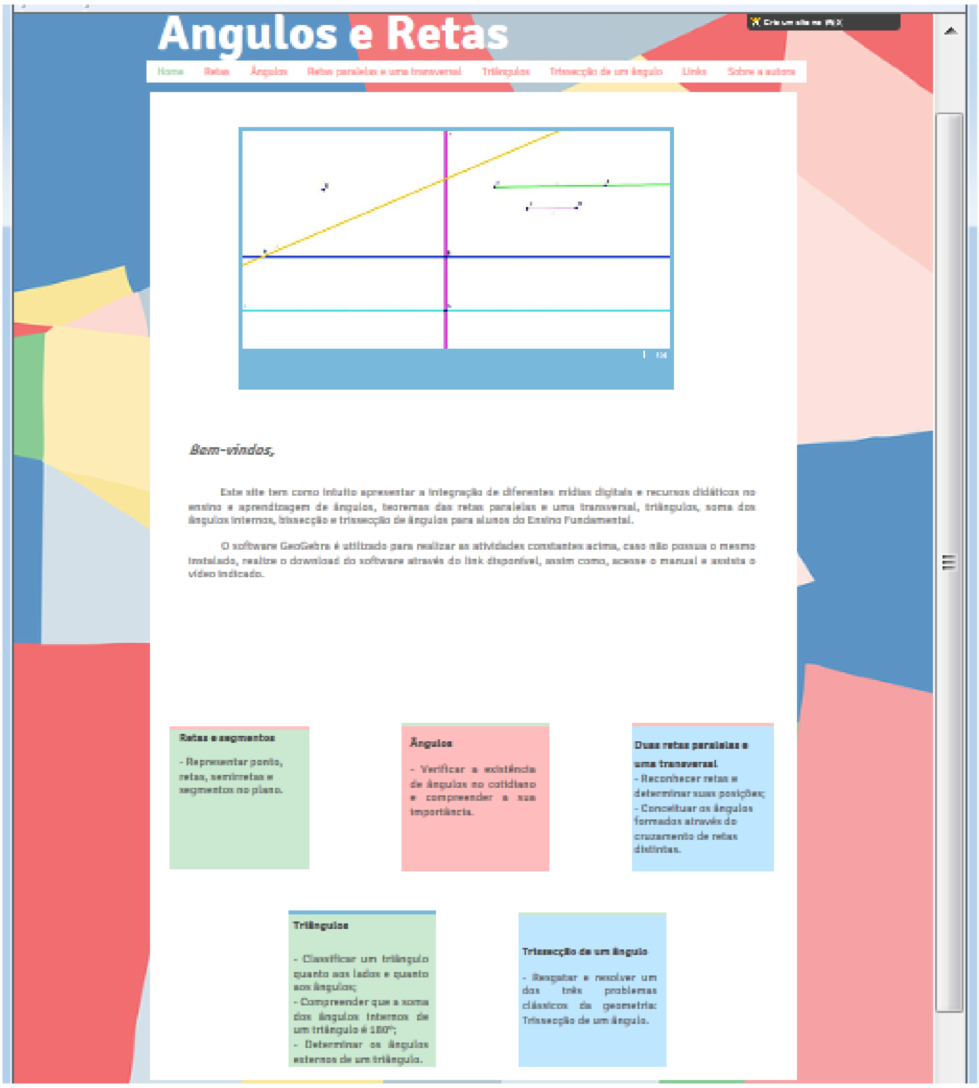


Figura 9: Home

4.3.2 Menu Retas

O menu Retas direciona os alunos para uma página intitulada Estudo de Retas, como mostra a Figura 10. Esta página inicia sugerindo a exploração do software GeoGebra para conceituar ponto, posições de reta, plano e segmentos.

Após esta exploração inicial, são apresentas as definições, de maneira bem sucinta e de linguagem fácil, com suas respectivas imagens ilustrativas.

No final da página é proposta uma sequência de desafios envolvendo retas, que podem ser manipulados na própria página a partir de animações em Java.

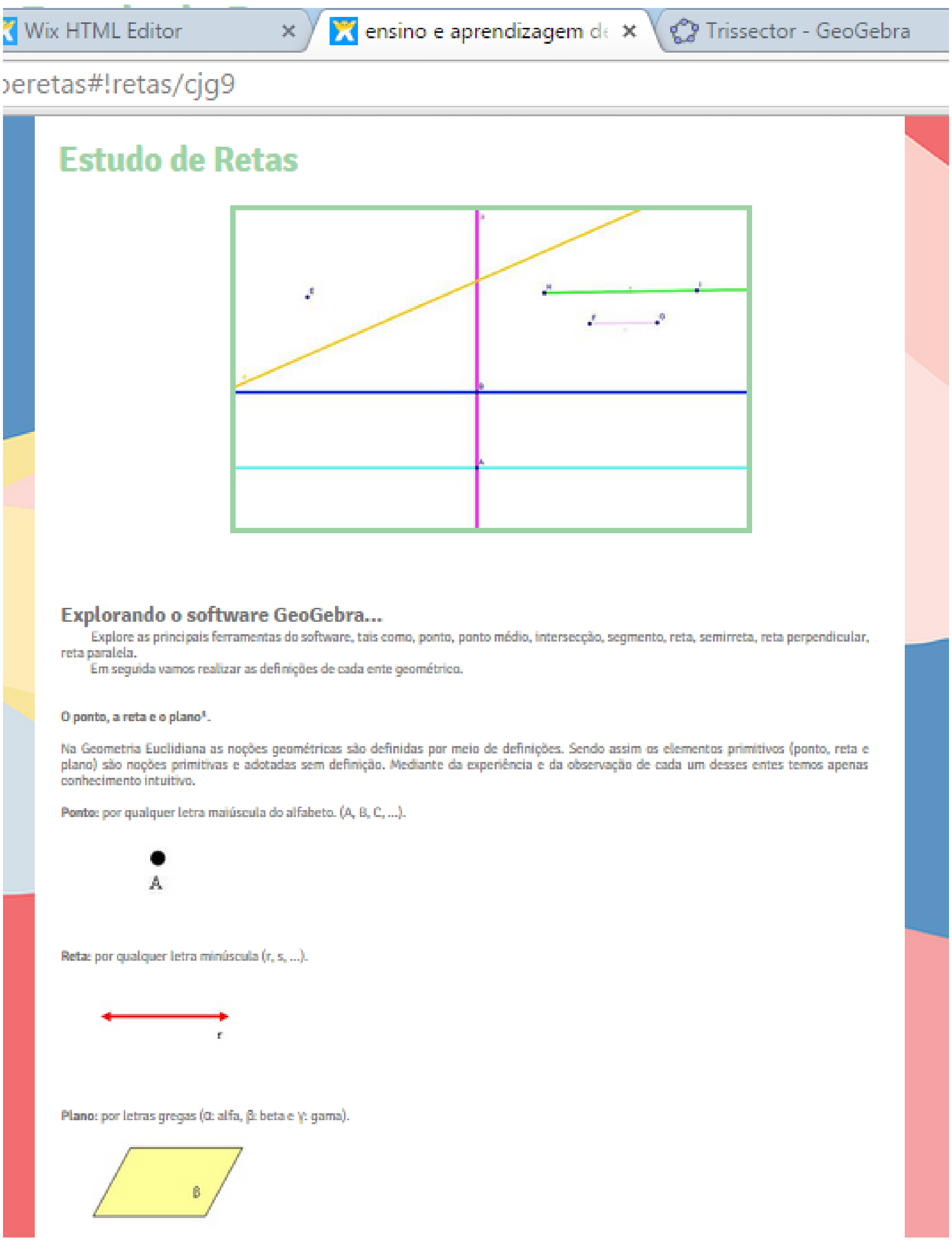


Figura 10: Retas

4.3.3 Menu Ângulos

O terceiro menu aponta para a página com o título Ângulos (Figura 11). Esta página inicia uma proposta de estudo a partir de dois vídeos sensibilizadores que abordam o conceito de ângulos, sendo o primeiro vídeo **Matemática olhando por outro ângulo**[6] – da Editora FTD, o qual mostra diferentes situações do cotidiano em que ângulos estão presentes, e o segundo vídeo **Aula 30 – O que é ângulo**[7] – do Novo Telecurso, onde são conceituados

[6] Vídeo disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=BMEk1MBf3Ko>. Acesso em: 20 ago. 2013.
[7] Vídeo disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=yRrr-HiaudE>. Acesso em: 20 ago. 2013.

ângulos, medidas, classificação dos ângulos, assim como são apresentados os instrumentos utilizados para medir e construir um ângulo. Posteriormente, os alunos são convidados a realizar uma atividade envolvendo fotografias e o software GeoGebra.

A página contém as definições e ilustrações relativas à definição, nomes dados aos ângulos, apresentando também um breve resumo sobre rotação de figuras. Também são propostas atividades que iniciam com uma manipulação online e, em seguida, são sugeridas construções em Geometria Dinâmica.

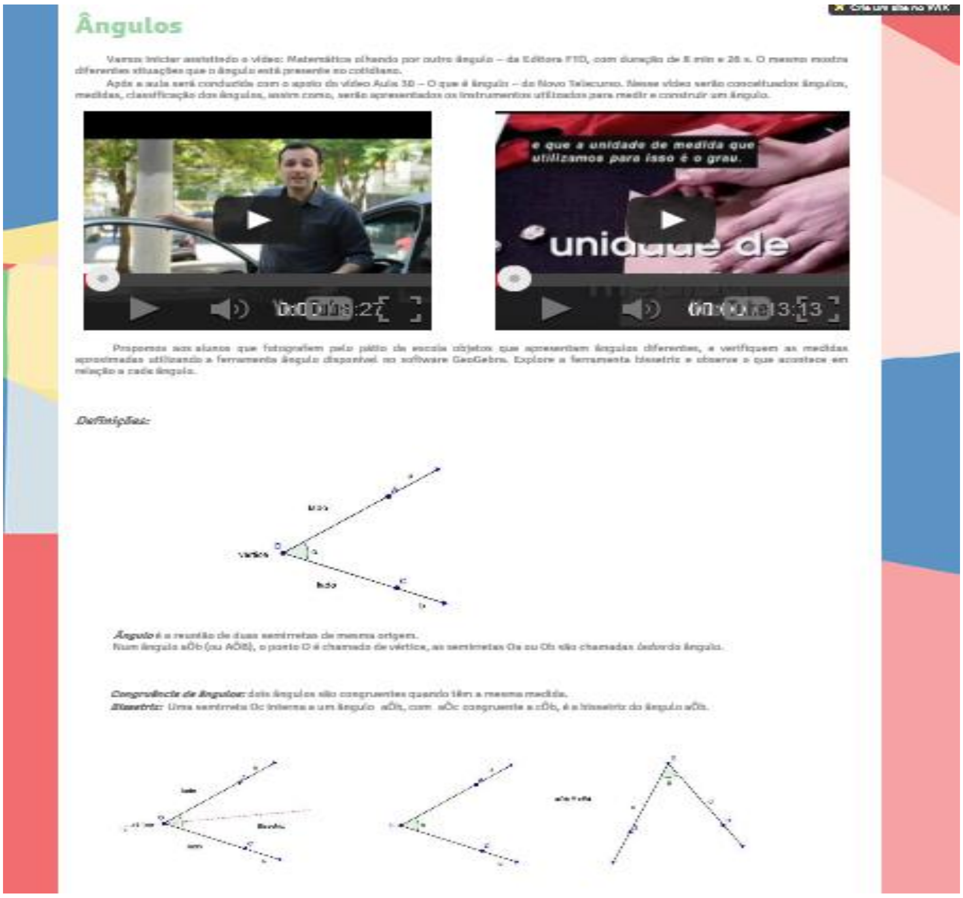


Figura 11: Ângulos

4.3.4 Menu Duas retas paralelas e uma transversal

O quarto menu, que direciona os alunos para a página com o título “Duas retas paralelas e uma transversal” (Figura 12), inicia uma proposta de estudo a partir de uma situação[8] problematizadora e de um objeto digital manipulativo para resolução.

[8] MARINHO, Fundação Roberto - Telecurso 2000 – Matemática – Ensino Médio – volume 1- Aula 17 – Disponível em: <http://www.scribd.com/doc/3134819/Telecurso-2000-Matematica-Ensino-Medio-volume-1>. Acesso em: 24 de ago. de 2013.

Após este trabalho inicial, os alunos são convidados a resolver atividades de aplicação das propriedades estudas, assim como, solucionar uma situação problema proposta utilizando o mapa do próprio bairro dos alunos que estão participando do desenvolvimento deste trabalho. Os principais recursos utilizados para estas tarefas foram o software GeoGebra, régua e transferidor.

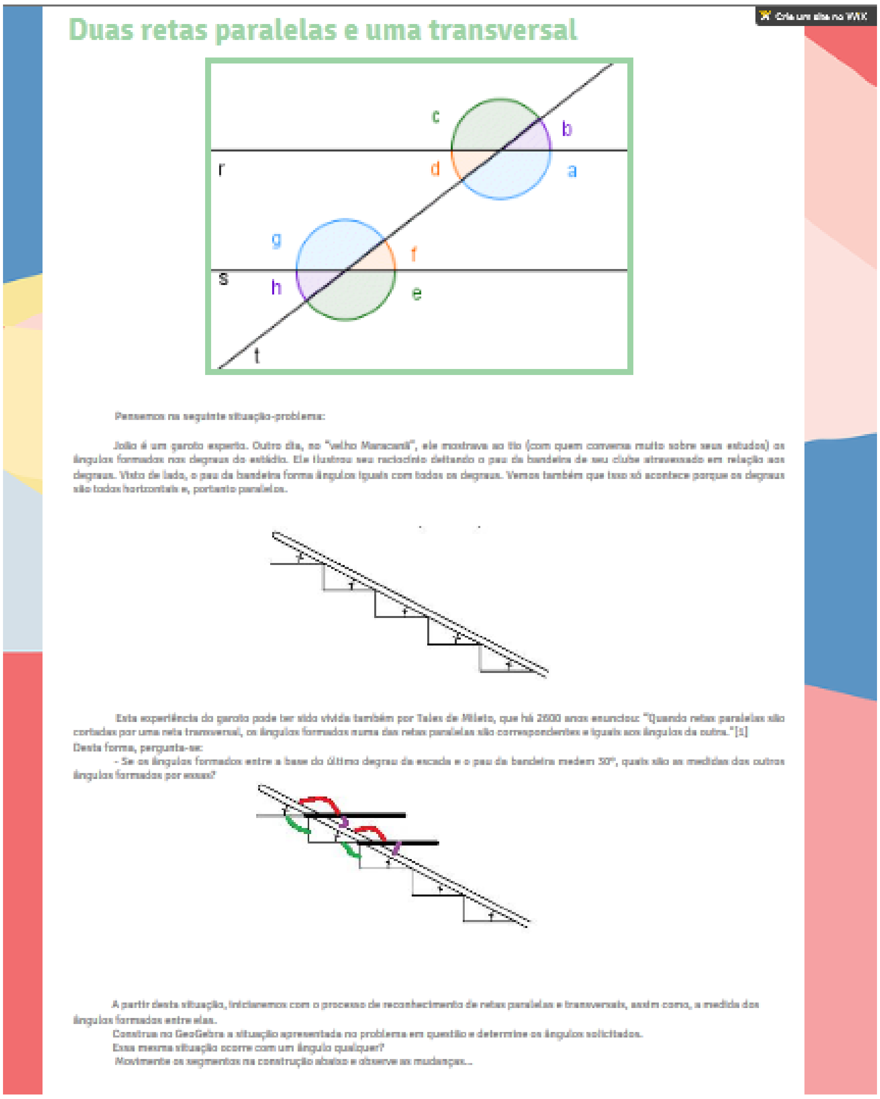


Figura 12: Duas retas paralelas e uma transversal

4.3.5 Menu Triângulos

O quinto menu, que aponta para a página com o título “Triângulos” (Figura 13), inicia uma proposta de estudo com objetos digitais manipulativos que permitem explorações de diferentes triângulos, tornando possível perceber as classificações quanto aos lados e quanto aos ângulos.

Esta página também apresenta a definição de triângulo, suas classificações quanto à medida dos lados e quanto à medida dos ângulos, e também menciona os ângulos internos e externos de um triângulo e algumas de suas respectivas propriedades, como por exemplo, que soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° e que, em todo triângulo, qualquer ângulo externo tem medida igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes a ele. A seguir os alunos são convidados a realizarem uma atividade para calcular o valor do ângulo indicado e classificar o triângulo em relação à medida dos seus ângulos. É sugerido que resolvam a questão de duas maneiras: manualmente e também com o auxílio do software.

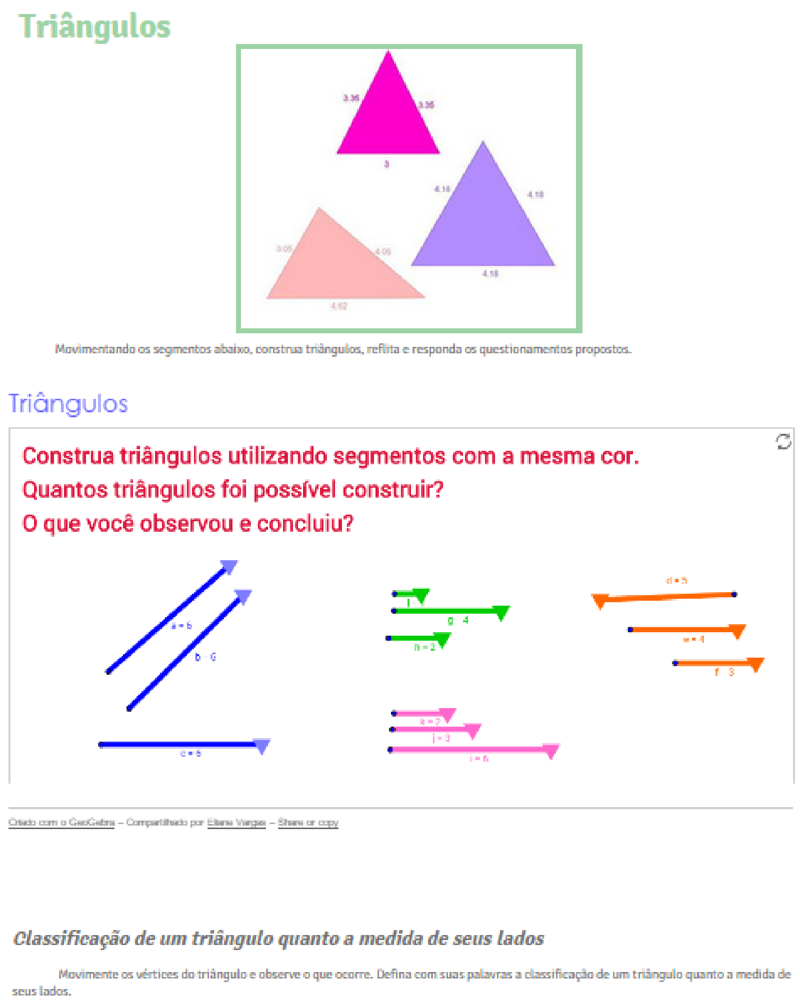


Figura 13: Triângulos

4.3.6 Menu Trissecção de um ângulo

O sexto menu conduz à página “Trissecção de um ângulo” (Figura 14) e traz um pouco da história e a resolução proposta por Arquimedes para o problema.

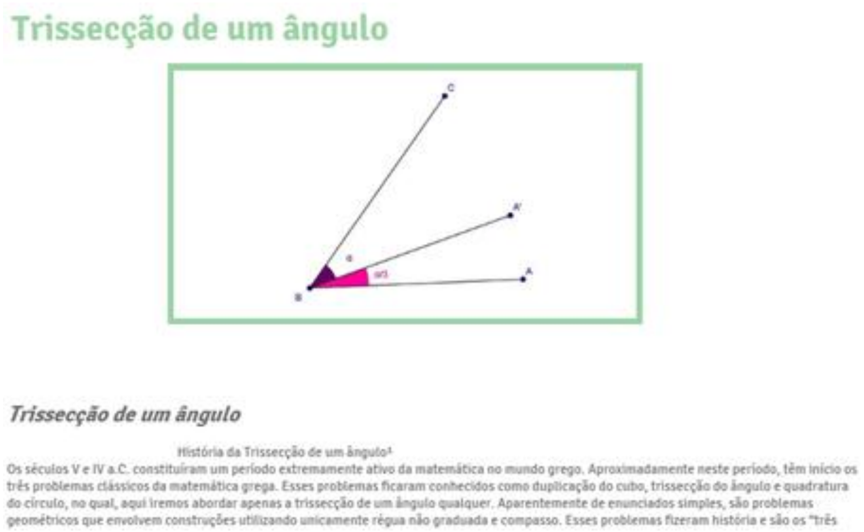


Figura 14: Menu Trissecção

Aparentemente de enunciado simples, o problema geométrico da Trissecção de um ângulo, que consiste em: dado um ângulo qualquer, construir um ângulo com um terço da amplitude daquele, envolvendo régua não graduada e compasso. Este problema, por muitos séculos, foi considerado de solução impossível. Após longo estudo, Arquimedes encontrou uma solução não utilizando apenas régua e compasso, mas fazendo um ajustamento (conforme pode-se observar na Figura 15). Um possível mecanismo foi construído e utilizado para tal solução, apresentado em material trazido por Sousa (2001, p. 30)[9].

Utilizando a ideia de Arquimedes, foi construído um instrumento, que está disponível online, para realizar a trissecção de um ângulo qualquer. As instruções para utilização do instrumento encontram-se no site e a atividade proposta aos alunos consiste em manipular esse instrumento para realizar a divisão de um ângulo em três partes iguais e, na sequência, construir este instrumento com material concreto para realizar a atividade de forma manual.

A Figura 15 abaixo mostra a solução da Trissecção de um ângulo encontrado por Arquimedes.

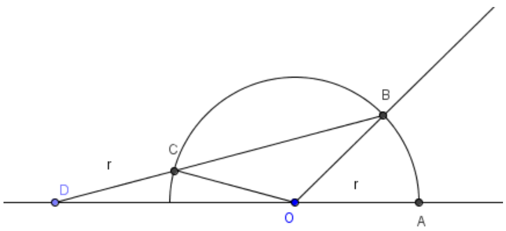


Figura 15: Trissecção de um ângulo pelo método de Arquimedes
Fonte: arquivo pessoal

[9] Segundo o autor a ideia foi retirada da obra The Historical Roots of Elementary Mathematics, ([BJB], p. 105).

4.3.7 Links

O sétimo menu abre a página Links (Figura 16) e consiste em um auxílio que traz links úteis para trabalhar com o material disponível no site.

Figura 16: Links

4.3.8 Sobre a autora

O oitavo menu com o título “Sobre a autora” (Figura 17) é um espaço reservado para a autora resumir sua trajetória educacional e acadêmica.

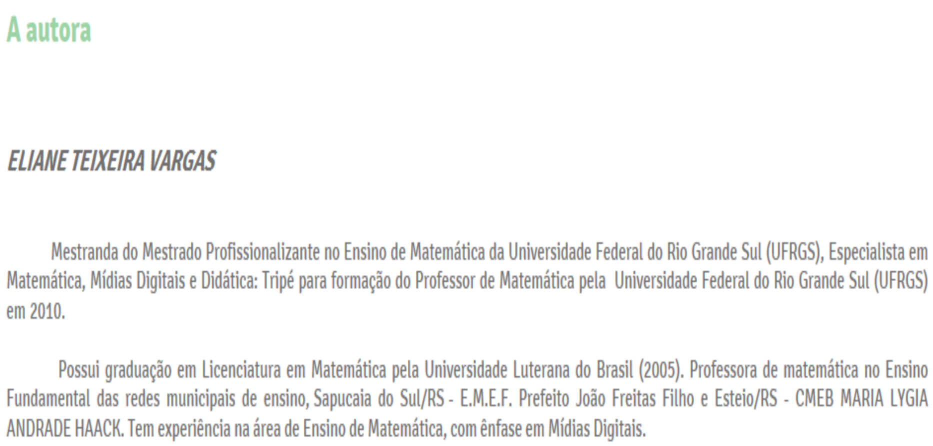


Figura 17: Sobre a autora

5 RELATO E ANÁLISES DAS AULAS

O plano de ensino apresentado no capítulo anterior foi desenvolvido na íntegra no oitavo ano do Ensino Fundamental, na turma supracitada, composta por 25 alunos, no nível fundamental, no C.M.E.B. Maria Lygia Andrade Haack, situada na cidade de Esteio/RS, de acordo com as datas previstas no cronograma estipulado.

5.1 Relato e análise da aula 01

A aula 01 – tópico Retas ocorreu no dia 03 de outubro de 2013 nos terceiro e quarto períodos. Nesta aula, os alunos definiram suas duplas de trabalho.

Os objetivos principais desta aula foram representar ponto, retas, semirretas e segmentos no plano, além de conhecer e explorar algumas ferramentas básicas do software GeoGebra.

Os alunos receberam um questionário (Apêndice C – Questionário aula 01) em que, a partir de seus conhecimentos prévios, deveriam expressar suas ideias sobre o que são: ponto, reta, plano, retas paralelas, retas perpendiculares, ponto médio, intersecção, e também verificar como são convencionalmente nomeados pontos e retas. Ao final, os alunos poderiam comentar sobre a aula quanto a suas dúvidas, dificuldades, aprendizagens e opiniões. O questionário poderia ser respondido a partir das construções e manipulações realizadas no GeoGebra.

Dessa forma, os alunos iniciaram a exploração individual de cada um dos conceitos descritos acima (ponto, reta, reta paralela, reta perpendicular, semirreta, segmento, intersecção e ponto médio) e, na medida em que os alunos foram explorando o ambiente dinâmico, realizavam os registros sobre cada conceito.

Somente observando e manipulando suas construções no GeoGebra, os alunos não conseguiram construir alguns conceitos sozinhos e precisaram ser auxiliados por meio de questionamentos por parte da professora.

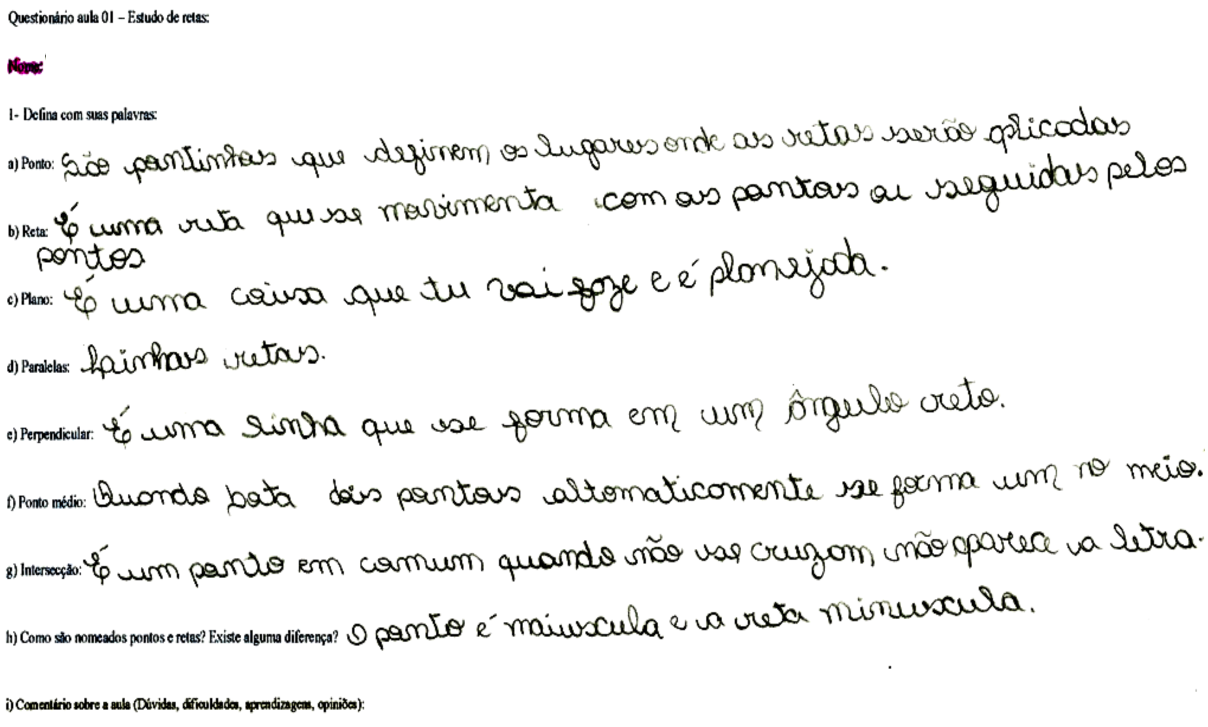
A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009) destaca a importância do envolvimento do professor como mediador ao longo do processo. Moreira (2002, p. 10) afirma

> Por outro lado, tem também influência Vygotskyana pois considera o professor como importante mediador no longo processo que caracteriza o progressivo domínio

de um campo conceitual pelo aluno. Sua principal tarefa consiste principalmente em ajudar o aluno a desenvolver seu repertório de esquemas e representações.

Diante disso, o papel da professora mediando essa construção de conceitos foi importante para que os alunos simultaneamente aprendessem a manusear o software e compreendessem os conceitos e definições propostos na atividade.

Para conceituar reta paralela, a professora solicitou que os alunos construíssem uma reta e, em seguida, com a ferramenta Reta paralela, criassem a segunda reta. A partir do movimento da primeira reta, foi possível observar o que acontecia com a reta paralela construída. Neste momento, os alunos apresentaram respostas orais como, por exemplo, “andam juntas”, “se mexe junto”, e concluíram também que nunca se cruzam. O item “d” das Figuras 19 e 20 a seguir ilustra algumas respostas dos alunos relativas a este conceito. Percebe-se que as ideias ainda são iniciais e influenciadas pela manipulação no GeoGebra. Os alunos estão iniciando um processo de elaboração destes conceitos e, evidentemente, precisam refiná-los e ampliá-los.


Questionário aula 01 – Estudo de retas:

Nome:

1- Defina com suas palavras:

a) Ponto: São pontinhos que definem os lugares onde as retas serão aplicadas

b) Reta: É uma reta que se movimenta com os pontos ai seguidos pelos pontos

c) Plano: É uma coisa que tu vai faze e é planejada.

d) Paralelas: Linhas retas.

e) Perpendicular: É uma linha que se forma em um ângulo reto.

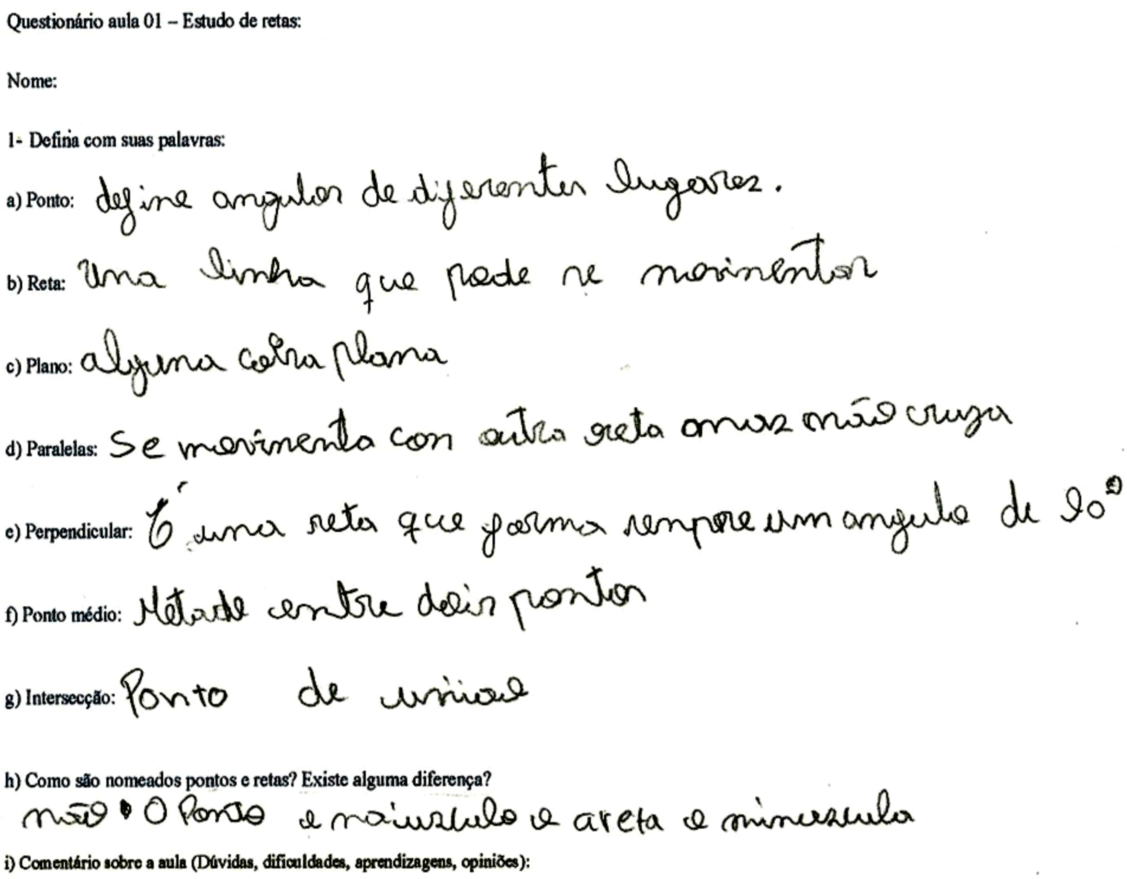
f) Ponto médio: Quando bota dois pontos altomaticamente se forma um no meio.

g) Intersecção: É um ponto em comum quando não se cruzam não aparece a letra.

h) Como são nomeados pontos e retas? Existe alguma diferença? O ponto é maiuscula e a reta minuscula.

i) Comentário sobre a aula (Dúvidas, dificuldades, aprendizagens, opiniões):

Figura 18 – Questionário M. E.


Questionário aula 01 – Estudo de retas:

Nome:

1- Defina com suas palavras:

a) Ponto: define angulos de diferentes lugares.

b) Reta: Uma linha que pode se movimentar

c) Plano: alguma coisa plana

d) Paralelas: Se movimenta com outra reta mas não cruza

e) Perpendicular: É uma reta que forma sempre um angulo de 90°

f) Ponto médio: Metade entre dois pontos

g) Intersecção: Ponto de união

h) Como são nomeados pontos e retas? Existe alguma diferença?
não O Ponto é maiúsculo e a reta é minúscula

i) Comentário sobre a aula (Dúvidas, dificuldades, aprendizagens, opiniões):

Figura 19 – Questionário J. Q.

A mesma solicitação ocorreu para reta perpendicular e alguns alunos perceberam que as duas retas se movimentavam juntas, mantendo-se como disseram “cruzadas”, porém não tinham ainda o conhecimento formalizado sobre ângulo reto. Novamente, temos uma ideia inicial, que está em processo de construção.

A ideia de ponto médio foi construída sozinha pelos alunos, a partir da manipulação e observação no GeoGebra. Surgiram respostas orais como, “ponto do meio” e “é a metade”. As Figuras 18 e 19 também trazem exemplos de respostas para o item “f”, que se refere a este conceito.

Para conceituar ponto de intersecção, a professora construiu dois segmentos, realizando a intersecção entre ambos, após começou a movimentá-los, para que os alunos percebessem as modificações e o movimento desse ponto. Os mesmos comentaram que o ponto sumia quando os objetos estavam separados e registraram, equivocadamente, que é o ponto de união entre os objetos, conforme mostra item “g” das Figuras 19 e 20. A palavra união, utilizada pelos alunos, não está sendo utilizada corretamente, se pensarmos na sua definição formal. Entretanto, podemos perceber que os alunos a utilizaram no sentido de “ponto que une” dois segmentos. Vale lembrar que os alunos responderam ao questionário sem consulta prévia a definições formais, apenas explorando as ferramentas do GeoGebra e observando os objetos em movimento.

Com essas discussões e explorações, os alunos responderam ao questionário individualmente com suas próprias palavras, transparecendo sua compreensão inicial sobre os conceitos explorados.

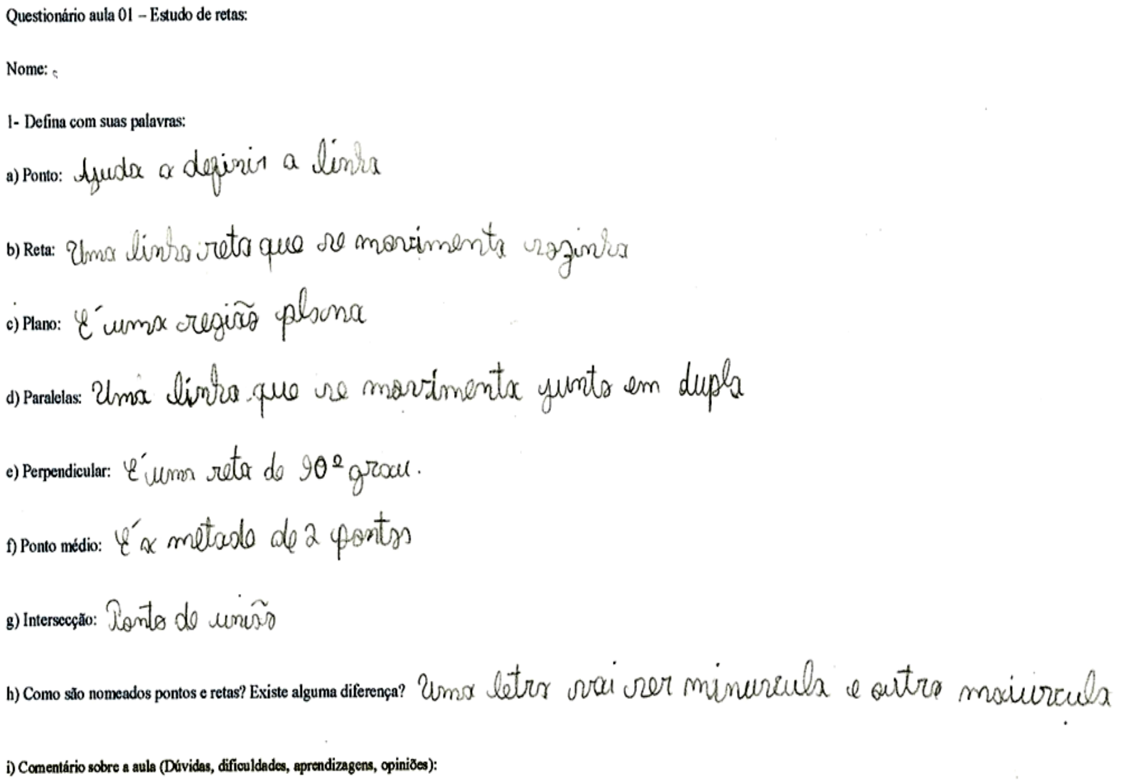
Somente após a entrega do questionário à professora, foram retomadas as explorações solicitadas, explicando e conceituando cada item, e logo após os alunos acessaram o website, explorando o tópico “Retas”, para ler e registrar em seus cadernos as definições dos entes geométricos explorados anteriormente, devido a necessidade dos mesmos em manter os registros de atividades diariamente em seus cadernos de anotações. Após a leitura das definições dadas no site, os alunos refinaram os conceitos explorados inicialmente, sem enfatizar tanto o dinamismo proporcionado pelo GeoGebra.

Na Figura 18, pode-se observar que a aluna M. E. escreveu suas respostas de acordo com as construções e visualizações realizadas no GeoGebra. Nos itens “a” e “b”, M. E. descreveu o que aconteceu ao movimentar os pontos no software, ou seja, que primeiro criaram-se pontos e depois construiu-se a reta passando pelos mesmos. Pode-se perceber que as atividades realizadas no GeoGebra influenciaram as respostas de M. E., e a mesma descreveu sua compreensão momentânea. No item “g”, a partir do movimento dos objetos geométricos, M. E. concluiu que o ponto em comum entre as retas desaparecia quando estas não se cruzavam. A definição do ponto médio também foi influenciada pela ferramenta utilizada, pois ao construir dois pontos distintos e utilizar a ferramenta ponto médio, M. E. percebeu que o software criou um ponto automaticamente no meio.

Pode-se perceber que o GeoGebra proporcionou à aluna uma situação que a levou a construir uma ideia inicial sobre os conceitos propostos, em uma linguagem bastante informal, que precisam ser explorados e aprofundados para uma melhor compreensão dos mesmos. Novas situações precisam ser propostas para que a aluna amplie suas experiências, reorganize suas ideias e avance na construção destes conceitos.

Na Figura 19, pode-se observar que o aluno J. Q. também escreveu suas respostas de acordo com suas construções e visualizações no GeoGebra, pois menciona a ideia de movimento em alguns conceitos. No item “a”, percebe-se que J. Q. não tinha ainda uma compreensão sobre ponto. No item “b”, ele mostra ter a ideia de que reta é uma linha e agrega a ela o movimento, influenciado pelo dinamismo do software. As demais definições mostraram-se mais próximas da definição formal, decorrentes de explicações e debates entre a professora e a turma a partir dos diálogos que ocorreram. Pode-se perceber que, novamente, no item “g”, os alunos trazem a expressão união, e conforme abordado anteriormente, vem da linguagem informal utilizada por eles, dando a ideia de que ponto de interseção é o ponto onde as duas retas se “unem”.

Pode-se perceber que o aluno J.Q., com o auxílio do GeoGebra, conseguiu ter uma ideia inicial e intuitiva sobre os conceitos propostos, embora não tenha conseguido expressar, da forma mais adequada, no registro escrito. Para Vergnaud (1993), o aluno J.Q. utilizou conceitos-em-ação, embora estes conceitos ainda não estejam formalizados.



Questionário aula 01 – Estudo de retas:

Nome:

1- Defina com suas palavras:

a) Ponto: Ajuda a definir a linha

b) Reta: Uma linha reta que se movimenta sozinha

c) Plano: É uma região plana

d) Paralelas: Uma linha que se movimenta junto em dupla

e) Perpendicular: É uma reta de 90º grau.

f) Ponto médio: É a metade de 2 pontos

g) Intersecção: Ponto de união

h) Como são nomeados pontos e retas? Existe alguma diferença? Uma letra vai ser minuscula e outra maiuscula

i) Comentário sobre a aula (Dúvidas, dificuldades, aprendizagens, opiniões):

Figura 20 – Questionário M.

Na Figura 20, pode-se observar que o aluno M. mostrou um nível de compressão semelhante ao aluno J.Q. (Figura 19), trazendo a ideia de movimento nos registros de retas e paralelas. O item “a” teve, novamente, influência das construções realizadas no GeoGebra, pois para traçar uma reta, é necessário criar o ponto. O item “b” também considera a ideia de que reta é uma linha que se movimenta. As outras respostas são semelhantes aos casos anteriores já comentados.

Embora a linguagem utilizada pelos alunos tenha sido simples e informal, pode-se observar que os mesmos mostraram ter construído uma ideia inicial sobre os conceitos abordados. Ao final da aula, a professora retomou os conceitos trabalhados, para introduzir uma linguagem adequada às definições, mas a utilização do GeoGebra foi importante nesse processo para dar início às discussões e possibilitar que os alunos, a partir da exploração no software, construíssem uma ideia inicial sobre cada conceito abordado. Pode-se observar que o dinamismo influenciou as respostas dos alunos, fazendo com que os registros escritos apresentassem a ideia de movimento. Os objetos dinâmicos ajudaram os alunos na compreensão destes conceitos. Ao movimentar os objetos geométricos na tela do computador, os alunos tiveram a oportunidade de perceber, por exemplo, que retas paralelas não se interceptam, que dois pontos são suficientes para determinar uma reta, que retas perpendiculares sempre formam ângulo reto entre si, entre outros. Ainda, a partir da manipulação e da observação, os alunos perceberam que existem posições relativas entre retas diferentes e identificaram e conceituaram ponto médio. Gravina (1996) destaca que a geometria dinâmica permite um espaço para o aprendizado dos alunos, pois possibilita que os mesmos experimentem, criem estratégias e deduzam as propriedades matemáticas por meio da manipulação. Ainda para Gravina (2001, p. 6 e 7)

> Na superação de dificuldades inerentes a aprendizagem de geometria, os ambientes dinâmicos já se revelam como ferramentas promissoras. Pesquisas atestam o potencial desses ambientes, sobretudo no aspecto concernente à construção de conceitos em geometria: *construtos* individuais, até então deformados por imagens prototípicas, são reconstruídos através do "desenho em movimento", colocando em sintonia os significados individuais e os significados inseridos na geometria enquanto teoria matemática.

Em outras palavras, pode-se dizer que os ambientes dinâmicos também são propícios para superar dificuldades na aprendizagem de geometria, pois com a possibilidade de dar movimento ao objeto, tem-se um ambiente que possibilita dar sentido aos significados individuais, o que vem ao encontro do que propõe a teoria de Vergnaud (1993) com base, na qual entende-se que os conceitos são construídos na medida em que as aprendizagens verificam significados individuais.

Para finalizar o tópico, os alunos realizaram os três desafios propostos no website, que consistem em figuras dispostas de maneira aleatória e três retas disponíveis, que os alunos devem movimentar de maneira que cada figura ocupe uma região individual no plano. As duplas encontraram posições diferentes para as retas em cada situação, como mostram os exemplos abaixo. As Figuras 21 e 22 mostram resoluções para o desafio 1 (5 figuras distintas); as Figuras 23 e 24 mostram o desafio 2 (6 figuras distintas) e a Figura 25 traz uma possibilidade de solução para o desafio 3 (7 figuras distintas).

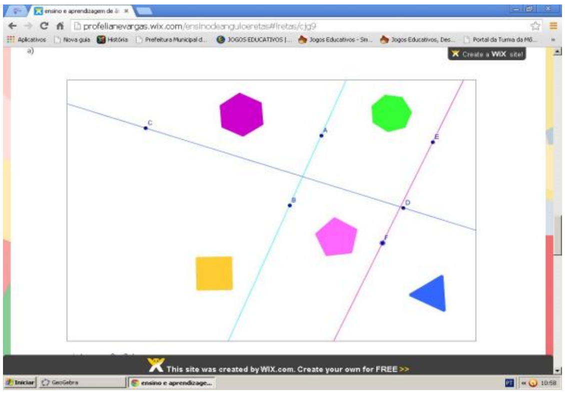


Figura 21 – Resolução G. e K.

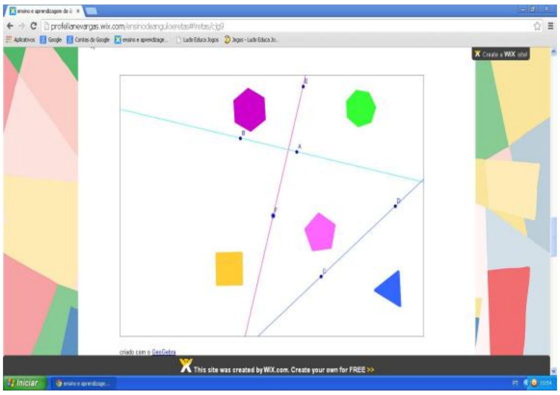


Figura 22 – Resolução M. E. e S.

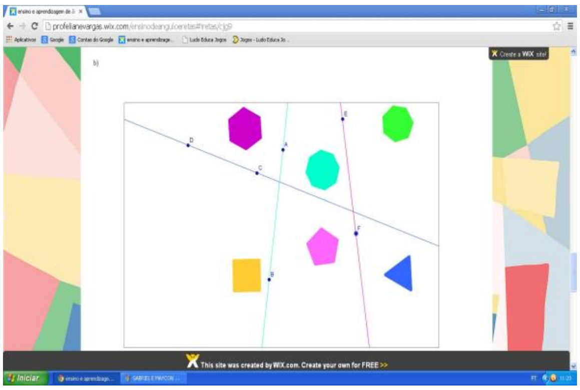


Figura 23 – Resolução G. e M.

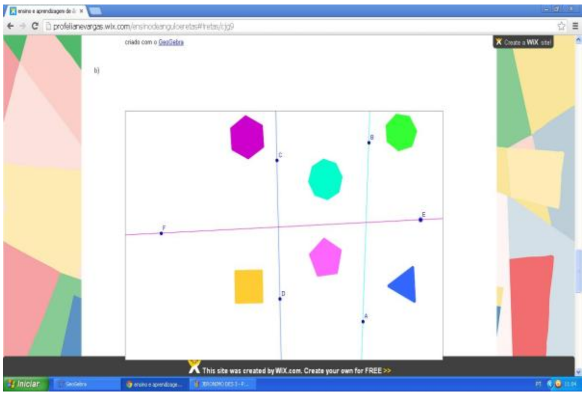


Figura 24 – Resolução J.

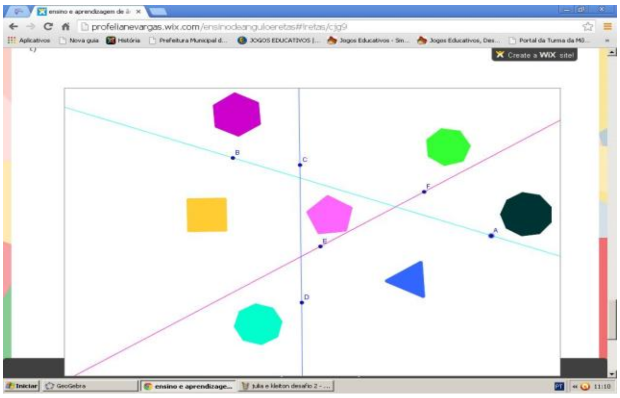


Figura 25 – Resolução J. C. e K.

Embora tenha sido uma aula de novidades, por estar abordando conceitos que os alunos desconheciam até o momento, como, ponto, reta, plano, retas paralelas e intersecção, e também utilizando um software diferente, os alunos mostraram desenvoltura e envolvimento para utilizar algumas ferramentas básicas do software GeoGebra.

Abaixo, nas Figuras 26, 27 e 28, apresentamos alguns comentários que os alunos fizeram sobre a aula no item “i” do questionário.

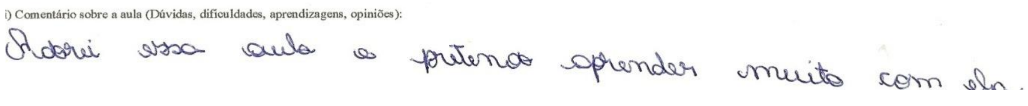

i) Comentário sobre a aula (Dúvidas, dificuldades, aprendizagens, opiniões):
Adorei essa aula e pretendo aprender muito com ela.

Figura 26 – Comentário B.

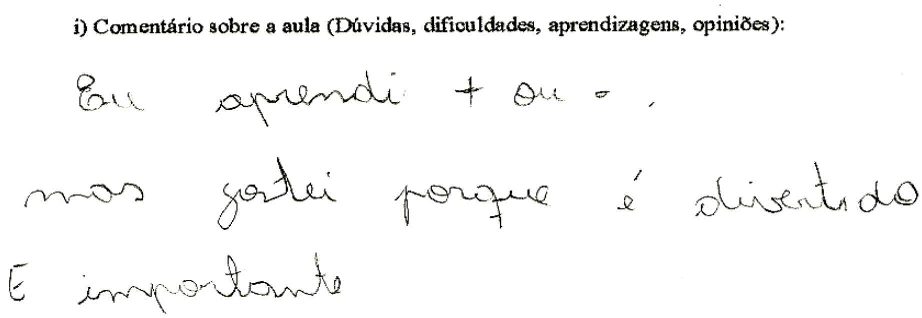

i) Comentário sobre a aula (Dúvidas, dificuldades, aprendizagens, opiniões):
Eu aprendi + ou -,
mas gostei porque é divertido
E importante

Figura 27 – Comentário K.

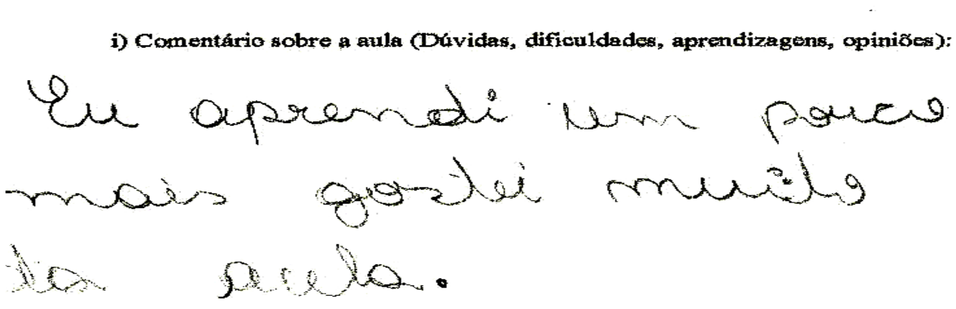

i) Comentário sobre a aula (Dúvidas, dificuldades, aprendizagens, opiniões):
Eu aprendi um pouco
mais gostei muito
da aula.

Figura 28 – Comentário J.

Esse entusiasmo, embora ainda com um pouco de dificuldade, é muito motivador tanto para os alunos quanto para o docente, pois os alunos criam expectativas para aprender devido ao trabalho com recursos diferentes dos usuais e também porque a professora está mais motivada por estar agregando em sua prática outras metodologias e esse ânimo reflete na participação e desempenho dos alunos.

5.2 Relato e análise da aula 02

A aula 02 – tópico Ângulos ocorreu nos dias 09, 10 e 16 de outubro de 2013, necessitando de seis períodos para realização da proposta, sendo dividida em três momentos.

Os objetivos principais para essa aula foram mostrar a existência de ângulos no cotidiano e compreender a sua importância e seu conceito. Para isso, preparou-se uma aula utilizando vídeos sensibilizadores para introduzir o assunto. Após a exibição dos vídeos, os alunos foram convidados a participar de uma atividade envolvendo fotografias dentro do ambiente escolar, referentes a situações que apresentassem ângulos retos, ângulos agudos e ângulos obtusos. O encerramento da atividade foi no Laboratório de Informática, utilizando o website e o software GeoGebra. Abaixo apresenta-se o relato das aulas deste tópico.

1º momento:

No dia 09 de outubro, iniciou-se a aula assistindo aos vídeos propostos no site, aos quais os alunos mostraram-se muito atentos. O primeiro vídeo: Matemática olhando por outro ângulo[10] – da Editora FTD, com duração de 8 minutos e 26 segundos, aborda diferentes situações em que o ângulo está presente no cotidiano. O segundo vídeo: Aula 30 – O que é ângulo[11] – do Novo Telecurso, com duração de 13 minutos e 13 segundos, procura conceituar ângulos, as classificações dos ângulos e apresenta os instrumentos utilizados para medir e construir um ângulo.

A utilização de vídeos educativos é recomendada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais,

> Também a atual tecnologia de produção de vídeos educativos permite que conceitos, figuras, relações, gráficos sejam apresentados de forma atrativa e dinâmica. Nos vídeos, o ritmo e a cor são fatores estéticos importantes para captar o interesse do observador. Além disso, esse tipo de recurso possibilita uma observação mais completa e detalhada na medida em que permite parar a imagem, voltar, antecipar. (PCN, 2001, p. 46)

Nos vídeos, os conceitos são igualmente abordados, porém com os efeitos de produção sonora e visual, provocam nos alunos maior atenção e curiosidade.

---

[10] Vídeo disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=BMEk1MBf3Ko>. Acesso em: 20 ago. 2013.
[11] Vídeo disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=yRrr-HiaudE>. Acesso em: 20 ago. 2013.

Após a exibição dos vídeos, os alunos foram questionados sobre os tipos de ângulos que foram abordados no vídeo (a saber, agudo, reto e obtuso). Sobre ângulo reto, os alunos lembraram e souberam conceituar; quanto aos demais tipos de ângulos abordados no vídeo, os alunos sabiam que existia um maior que 90º e outro menor que 90º, mas não lembravam da nomenclatura correta. Isso mostra que são conceitos ainda em desenvolvimento, pois os alunos não relacionam a situação apresentada com a respectiva nomenclatura (uma possível forma de representação).

Conversou-se sobre a existência dos ângulos no cotidiano e iniciamos uma atividade no pátio da escola, onde a tarefa dos alunos consistia em tirar fotos de três objetos distintos que apresentassem ângulo agudo, ângulo obtuso e ângulo reto. Para realizar a tarefa, foram utilizados equipamentos fotográficos, como máquinas digitais, celulares e tablets. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, consta a importância de relacionar as aprendizagens matemáticas com o saber já construído pelos educandos em situações vivenciadas em seus cotidianos, ou seja, "O significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos e também entre estes e as demais áreas do conhecimento e as situações do cotidiano" (BRASIL, 2001, p. 37).

Ao encerrar a sessão fotográfica, voltou-se ao laboratório de informática para continuar o projeto, agora utilizando o software GeoGebra. A atividade levou um pouco mais do que o tempo previsto, porque os alunos esqueceram-se de trazer os cabos USB para transferir os arquivos, mas o problema foi solucionado utilizando a transferência via bluetooth, dando continuidade à atividade planejada.

Com a ajuda do Datashow, a professora mostrou a ferramenta Ângulo do GeoGebra e mostrou um exemplo sobre como realizar a medida aproximada dos ângulos registrados nas fotografias.

De um modo geral, a turma não demonstrou dificuldades nesta atividade; algumas duplas solicitaram ajuda individual para manipular a ferramenta, mas bastou uma breve explicação para conseguirem realizar as demais medidas.

Quanto a gravar arquivos, movimentar pontos e utilizar diferentes ferramentas, os alunos mostraram-se bem desenvoltos.

Esse trabalho foi realizado em dois períodos e os resultados foram muito satisfatórios, conforme mostram os exemplos trazidos pelas Figuras 29, 30 e 31 a seguir. Os alunos conseguiram identificar o ângulo raso, reto, agudo e obtuso nos objetos que fazem parte do cotidiano escolar, fotografaram exemplos no pátio da escola e, utilizando o

GeoGebra, evidenciaram os ângulos nas fotografias e classificaram de acordo com a medida de ângulo encontrada.

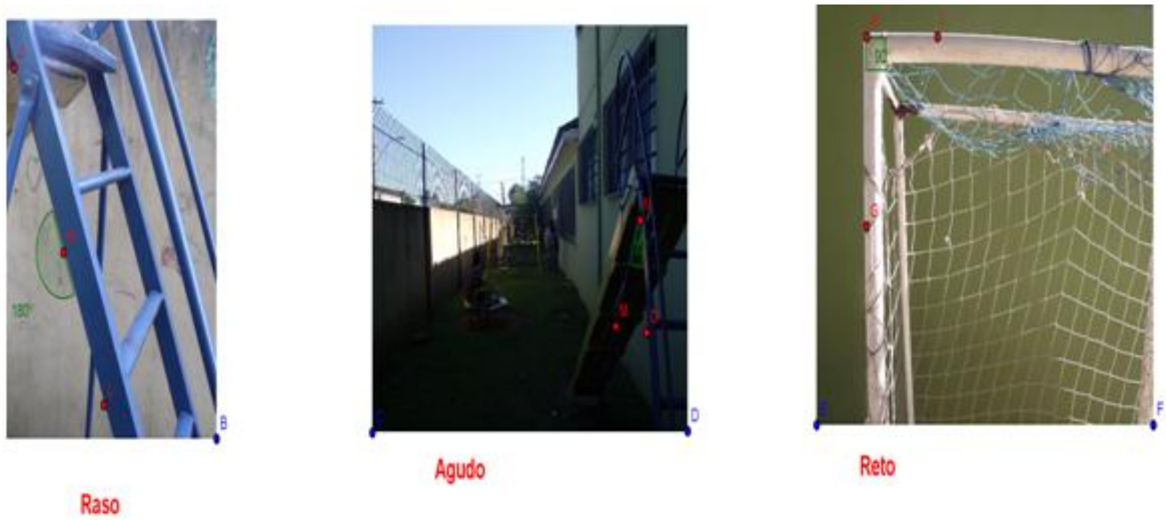


Figura 29 – Ângulos foto A. e J.

A Figura 29 mostra que, os alunos mediram o ângulo reto da goleira de acordo com o exemplo do primeiro vídeo sensibilizador. No escorregador da pracinha infantil, identificaram os ângulos raso e agudo. Esse objeto não estava no vídeo, o que revela que os alunos compreenderam o que é ângulo e reconheceram sua presença em outra situação. Segundo Vergnaud (1993), um conceito adquiriu sentido para criança quando este é reconhecido em situações diferentes das anteriormente vistas, mas que estão intimamente relacionadas.

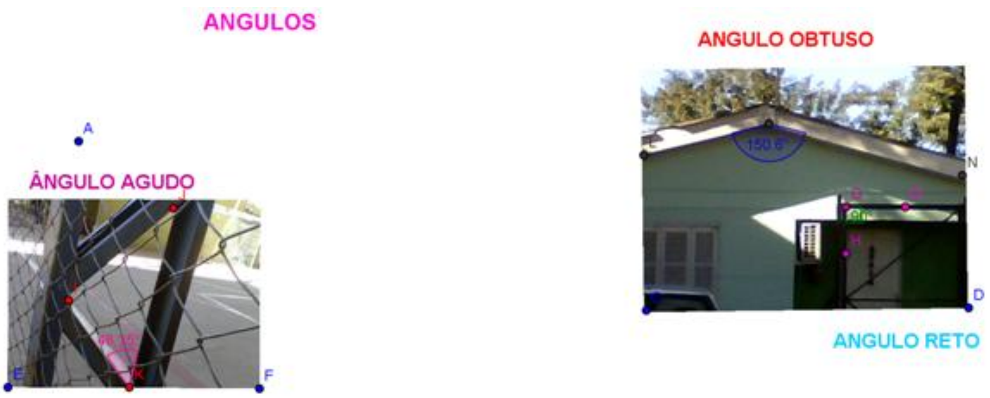


Figura 30 – Ângulos foto D. e S.

A Figura 30 também mostra que os alunos compreenderam a ideia de ângulo apresentada pelos vídeos, pois em ambas as fotos, foram reconhecidos os ângulos mencionados em diferentes locais e também foram classificados de acordo com suas medidas.

2º momento:

No dia 10 de outubro, os alunos que ainda não tinham finalizado a atividade da aula anterior e, portanto, utilizaram alguns minutos para encerrá-las.

A tarefa desta aula foi a construção dinâmica, no GeoGebra, de um dos objetos apresentados no vídeo: a tesoura ou o leque. Foram explorados os objetos publicados no website e cada dupla teve a opção de livre escolha para sua construção.

Nenhuma dupla optou pela construção da tesoura, alegando que a mesma possuía muitos detalhes, sendo decisão unânime das duplas a opção pelo leque.

A única dica que tiveram foi relativa a construções iniciais, como a construção de um círculo, de um ponto móvel na circunferência e de um arco.

Portanto, a ideia central deste momento era a construção de um leque com movimento dinâmico de abrir e fechar sem deformar. É importante ressaltar que os alunos tinham em mente um leque de papel, com movimento sanfona, na qual os ângulos alteram de medida ao abrir e fechar o leque.

Foram muito interessantes os resultados atingidos pelos alunos. Tentaram deixar seus trabalhos o mais parecido possível com o objeto do vídeo. Utilizaram pontos móveis sobre o arco e construíram os lados com segmentos, sem solicitar ajuda da professora.

A Figura 31 a seguir apresenta os passos de construção do leque disponível no website, para que possa ser traçado um comparativo entre a construção solicitada e a realizada pelos alunos.

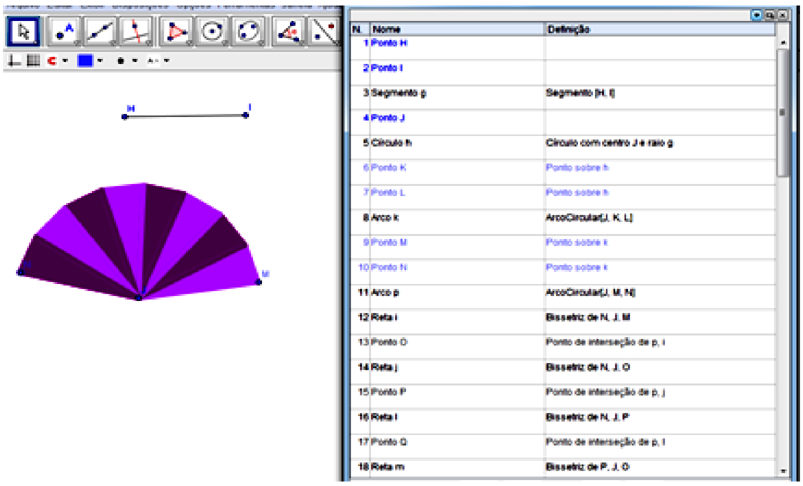


Figura 31 – Protocolo construção leque website

De acordo com o protocolo, a ferramenta Arco circular é responsável por definir a forma do leque e as hastes são criadas a partir de retas bissetrizes, mantendo a divisão do ângulo com mesmas medidas.

A Figura 32 a seguir mostra o início da construção de um dos alunos, no qual foi feito um círculo de centro no ponto A com raio 3, usando a ferramenta Círculo dados Centro e Raio. Em seguida, foi traçado um semicírculo, cujos pontos extremos pertencem à circunferência do círculo inicial. Para a continuação da construção, o objeto inicial pode ser ocultado, ferramenta útil e interessante que a geometria dinâmica possibilita. A utilização da circunferência inicial de raio fixo é para o tamanho do leque não modificar ao ser produzido o movimento de abrir e fechar. Porém, como algumas duplas de alunos realizaram essa construção utilizando a ferramenta semicírculo, o efeito do movimento produzido foi diferente, pois a ferramenta mais adequada para essa construção seria Arco Circular dados Centro e dois Pontos, para que o movimento ocorresse sobre a circunferência de acordo com o exemplo apresentado.

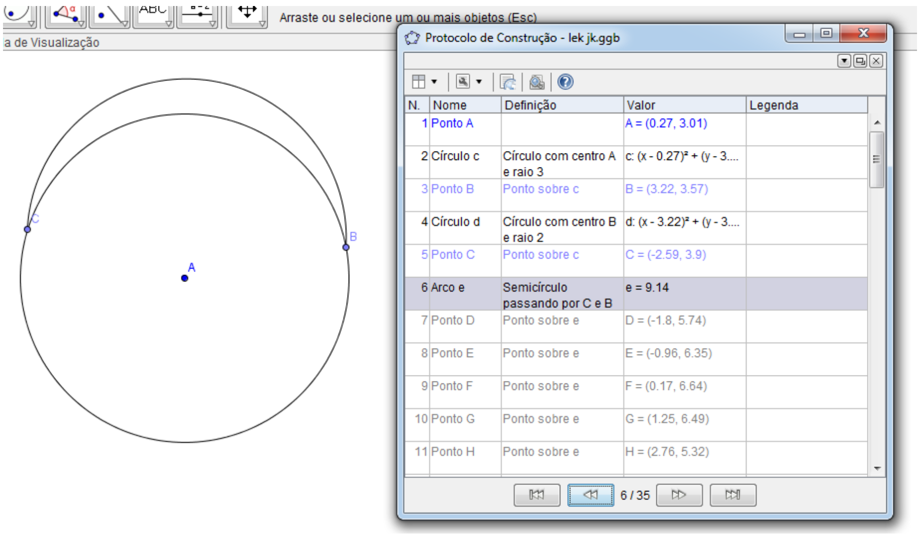


Figura 32 – Leque: início construção

Na Figura 33, uma das duplas distribuiu pontos aleatórios sobre o semicírculo, podendo ser observado que o ângulo foi dividido em partes de diferentes comprimentos. Depois foram traçados os segmentos que formam as hastes que ligam o extremo superior ao extremo inferior de onde surgem os movimentos articulados do leque. No decorrer da aula, pôde-se observar que os alunos tinham a preocupação em distribuir os pontos de modo que as pás tivessem mesmas medidas, porém faltou mais familiaridade e domínio do software para dar conta desta situação, ou os alunos ainda não tinham conhecimento sobre divisão de circunferência, por isso não souberam utilizar as ferramentas adequadas. Posteriormente, ao acompanhar a construção feita pela professora, os mesmos observaram a forma correta de dividir o ângulo deixando as pás do leque com medidas iguais.

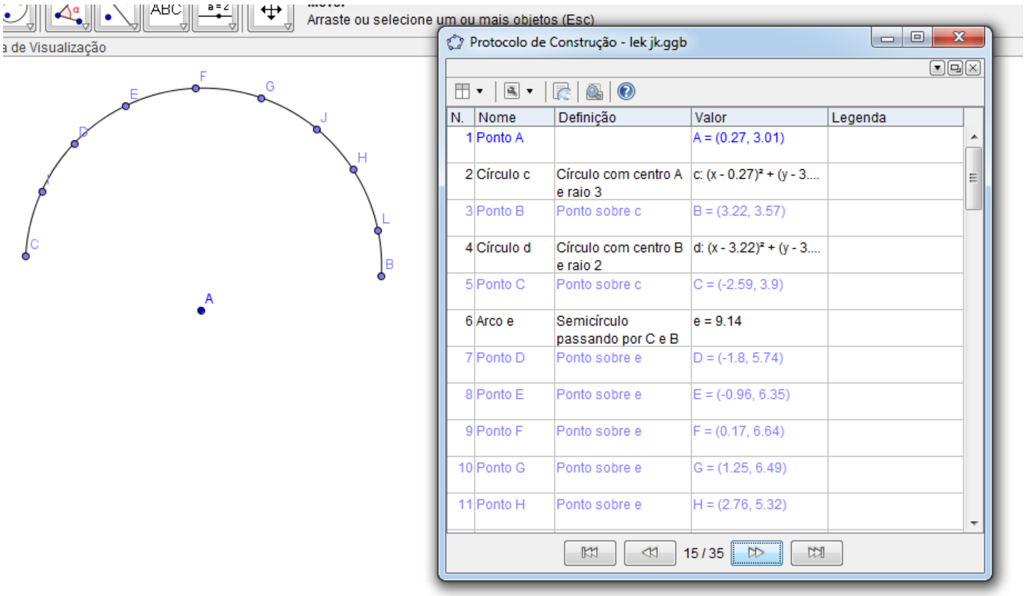


Figura 33 – Leque: marcação das hastes

Na Figura 34, o leque já está com o processo de construção avançado, faltando apenas colorir cada aba.

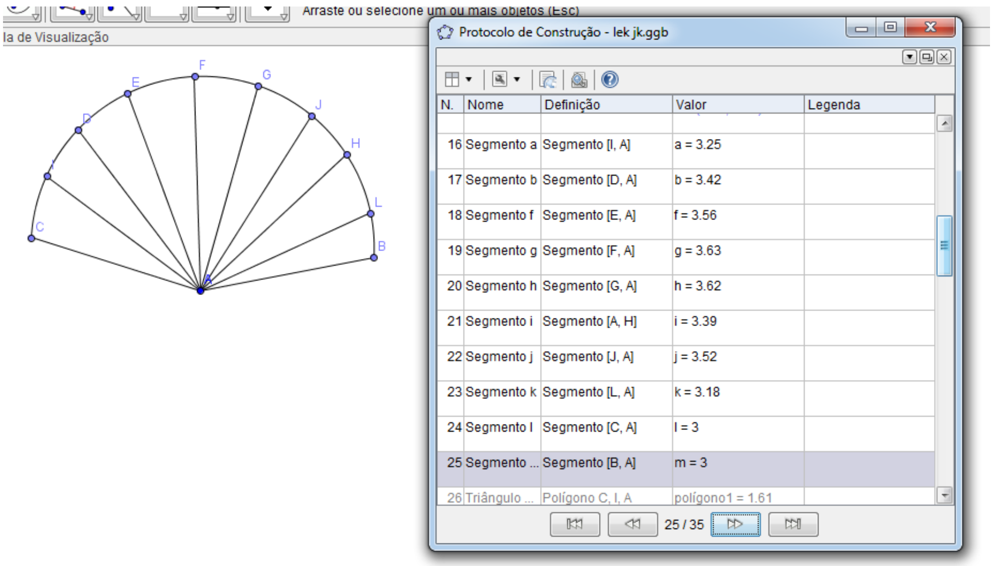


Figura 34 – Leque: hastes

Nesse momento de colorir o leque, os alunos pediram auxílio, pois estavam clicando em cima da haste e, consequentemente, não aparecia a propriedade do objeto em questão. Isso ocorria pelo fato de que os alunos não tinham construído os polígonos que definiriam o interior do leque. Porém bastou um exemplo para que o restante da construção fluísse naturalmente.

Ao finalizarem os trabalhos, as duplas que utilizaram a ferramenta semicírculo e também aproveitaram como extremos os próprios pontos desse, tiveram o efeito dos seus leques diferente, ou seja, ao invés do real movimento de abrir e fechar, seus efeitos foram de aumentar e diminuir o tamanho, visto que, movimentar os extremos do semicírculo, altera a medida do raio, causando então o efeito obtido. A Figura 35 abaixo traz o exemplo da construção mencionada.

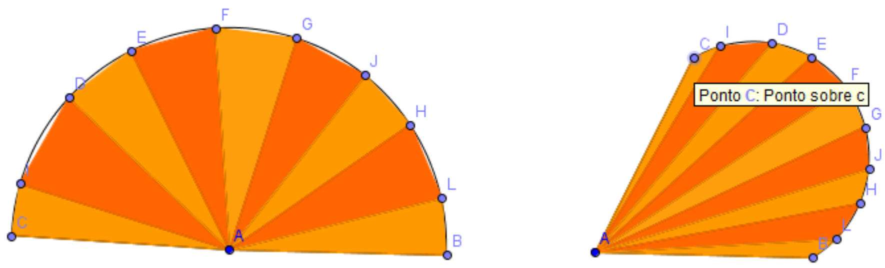


Figura 35 – Leque J. e K.

Algumas duplas construíram corretamente o setor circular sobre o círculo, porém como também utilizaram os pontos dos extremos do próprio arco, não houve limite para abertura e fechamento do leque, conforme ilustra a Figura 36.

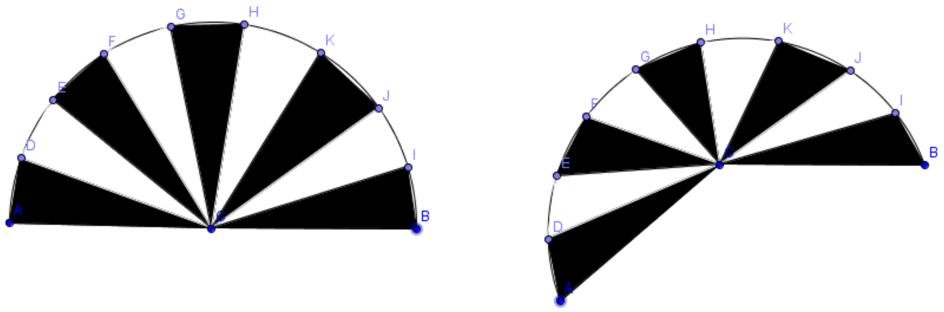


Figura 36 – Leque B. e J.

Depois que os alunos concluíram suas construções e que os arquivos foram entregues, os mesmos acompanharam uma construção através do Datashow, onde foram comentadas e exploradas as diferenças entre as construções realizadas. Em seguida, foi realizada uma construção utilizando a ferramenta Setor Circular dados Centro e dois Pontos, de maneira que tenha o movimento de abrir e fechar sem deformar.

De um modo geral, este trabalho envolveu os alunos na construção do leque, fazendo com que os mesmos explorassem diferentes ferramentas do GeoGebra, manipulassem o objeto na tela do computador e observassem suas propriedades e regularidades. Foi possível discutir a ideia de ângulo em uma nova situação, agora de construção, em que a ideia de ângulos congruentes foi importante para obter o efeito de movimento desejado, assim como explorar os conceitos de círculo e semicírculo. No final das construções apresentadas, os alunos perceberam os pequenos problemas na construção de seus objetos e solicitaram explicações individuais sobre a forma correta de construção. Estas construções possibilitaram aos alunos visualizar que o movimento de abrir e fechar o leque forma um ângulo entre suas hastes extremas, o que modifica sua medida de acordo com a abertura e fechamento das mesmas, mudando então sua nomenclatura e classificação.

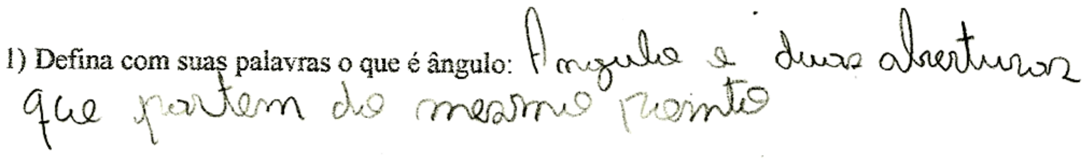
Devido ao tempo, as construções não foram realizadas novamente, tendo em vista, que a construção foi retomada pela professora como relatado anteriormente.

3º momento:

No dia 16 de outubro, encerrou-se a aula do tópico Ângulos. Nesse encontro, foram trabalhadas as ferramentas transferidor e compasso, físicas e virtuais, no laboratório de informática.

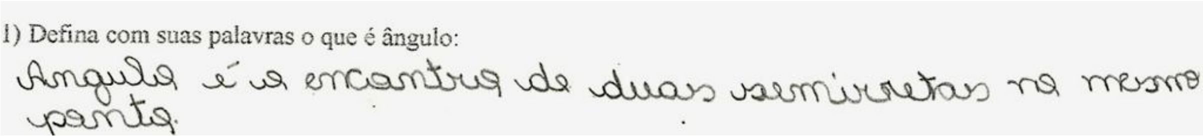
Primeiramente foi entregue uma folha fotocopiada contendo algumas perguntas (Apêndice C – Questionário aula 02), às quais os alunos responderam no decorrer da aula. A primeira pergunta tinha o objetivo de conhecer a ideia que os alunos tinham sobre ângulo, utilizando uma linguagem informal, sem pesquisas prévias, apenas recordando o que havia sido discutido em aula e as informações dos vídeos assistidos.

As duas respostas trazidas pelas Figuras 37 e 38 são semelhantes às informações ditas no vídeo sensibilizador, e como os alunos realizaram anotações durante a exibição desses, utilizaram como pesquisa para responder ao questionário.



1) Defina com suas palavras o que é ângulo: Angulo é duas aberturas que partem do mesmo ponto

Figura 37 – Definição J.



1) Defina com suas palavras o que é ângulo:
Angulo é o encontro de duas semiretas no mesmo ponto.

Figura 38 – Definição M. E.

Em seguida, utilizando o transferidor virtual disponível no website, os alunos realizaram a atividade de rotação proposta, ilustrada pela Figura 39, a qual consiste em determinar a medida do ângulo de rotação das figuras, tomando como ponto inicial a figura rosa.

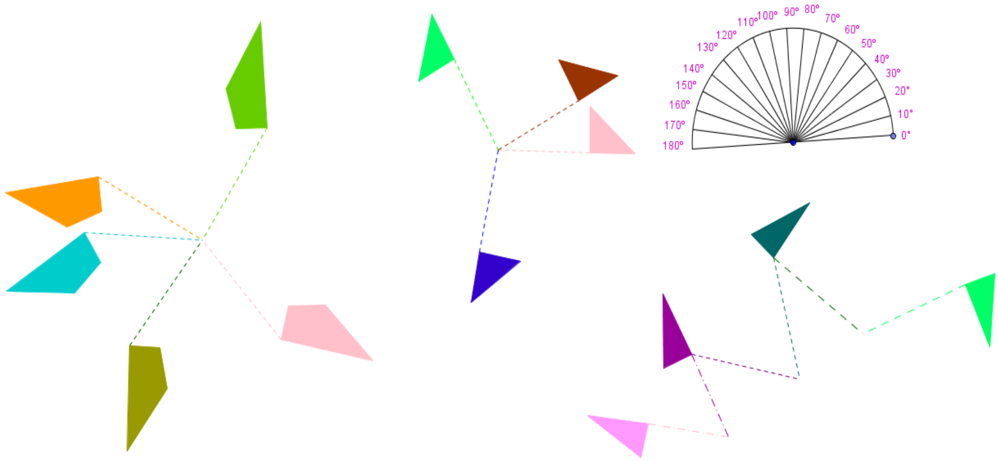


Figura 39 – Compasso virtual

Os alunos anotaram suas respostas na folha fotocopiada (Apêndice C – Questionário aula 02) que receberam no início da aula, conforme mostra a Figura 40. Finalmente, utilizaram um transferidor concreto para verificar se suas medidas estavam corretas.

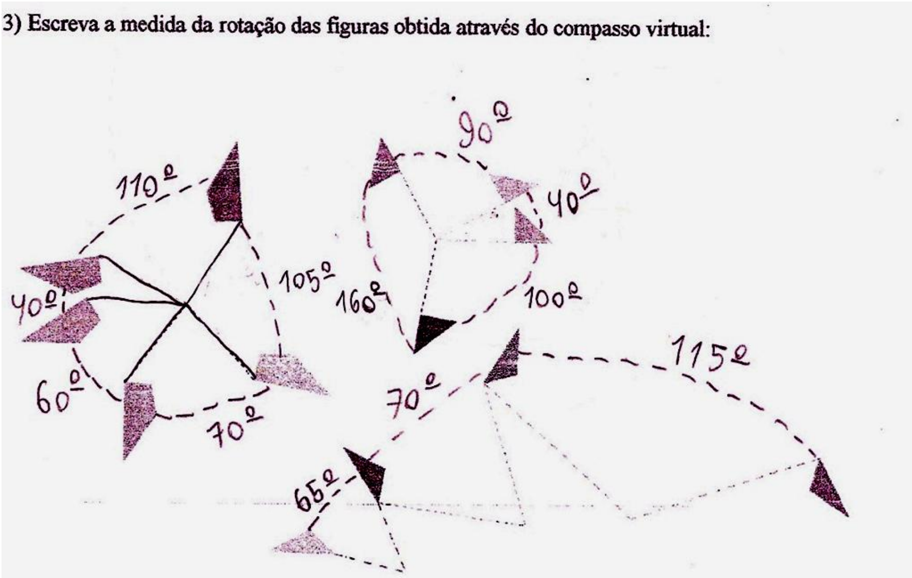


Figura 40 – Rotação aluno M.

Essa atividade teve como objetivo principal discutir com os alunos que o movimento de rotação de objetos pode partir de um mesmo centro de rotação ou não, e que o movimento de rotação da figura ocorre a partir de um ângulo pré-estabelecido, no qual o objeto final será congruente ao objeto inicial, mudando apenas sua localização e disposição no plano, preservando o formato e ângulos da figura inicial, conforme mostra a Figura 41 abaixo: na primeira figura foi aplicada uma rotação de 50º no retângulo em torno do vértice A, e na segunda figura foi aplicada uma rotação de 45º no pentágono em torno de um ponto L, externo ao mesmo.

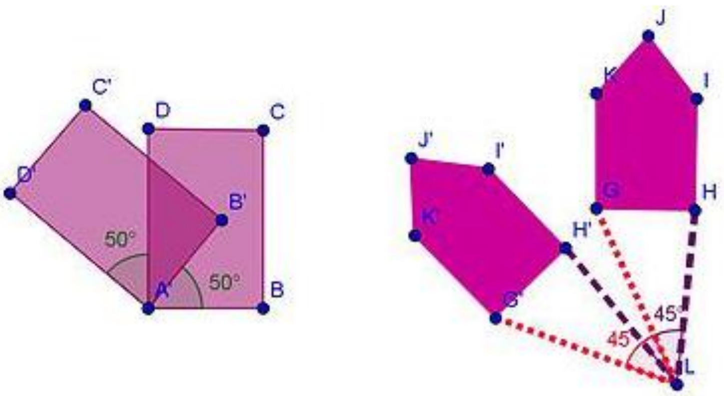


Figura 41 – Rotação

Além disso, os alunos conheceram e aprenderam a utilizar o transferidor, tanto em ferramenta concreta, como virtual. Foram fornecidas três figuras diferentes, conforme ilustrado pela Figura 39 acima, das quais dados os conjuntos de situações, os alunos teriam que verificar os ângulos de rotação dos objetos.

Os alunos utilizaram as ideias de ângulo e de rotação de figuras planas como principais conceitos-em-ação para realizar a atividade, conseguindo identificar o centro de rotação para encontrar as medidas dos ângulos solicitados.

A Figura 40 acima é um exemplo de atividade realizada pelos alunos. A atividade disponibilizada no ambiente virtual é a mesma da folha fotocopiada, sendo que ambas possuem o mesmo objetivo prático, ou seja, utilizar a ferramenta transferidor para medir o ângulo das rotações. Em ambos os ambientes, concreto e virtual, os alunos tiveram a oportunidade de explorar uma situação que envolvia o movimento de rotação, no qual o conceito de ângulo foi explorado e o processo de medição vivenciado. As dificuldades enfrentadas pelos alunos foram referentes à manipulação do transferidor, virtual e concreto, pois não apresentaram as medidas dos ângulos de rotação corretas. Os alunos precisaram, nesta situação, rever os esquemas utilizados ou modificá-los, de modo a avançar neste conhecimento. Após a realização das atividades, a professora retomou a verificação das medidas dos ângulos de rotação, quando os alunos tiveram a oportunidade de refazer a atividade acompanhando as instruções da professora pelo datashow, refletindo sobre seus erros para superar as dificuldades enfrentadas.

O segundo conceito abordado neste encontro foi o de bissetriz de um ângulo qualquer. A segunda tarefa (Apêndice C – Questionário aula 02) foi: *2) Construa um ângulo e com o auxílio de um compasso trace a bissetriz.* A atividade consistia em traçar a bissetriz de um ângulo qualquer utilizando compasso e transferidor, concretos e virtuais. Em um primeiro momento, a construção foi realizada no GeoGebra, ilustrada pelas Figuras 42 e 43 abaixo, utilizando as ferramentas manuseadas na primeira aula, que foram círculo, segmento, compasso e reta. Como o objetivo no momento era abordar o processo de construção de uma bissetriz, a ferramenta bissetriz disponível no software foi apresentada somente depois que a atividade foi concluída. Com o término da construção os alunos puderam verificar que os ângulos construídos tinham sido divididos em dois ângulos de mesma medida. Essa atividade também foi realizada em uma folha entregue no início da aula, utilizando régua e compasso concreto, a fim de verificar se os alunos conseguiam manipular as ferramentas, assim como, se tinham compreendido a ideia de bissetriz de um ângulo qualquer, além dos conhecimentos geométricos necessários para sua construção, tais como ângulos, segmentos, círculo dado um raio fixo e intersecção.

As Figuras 42 e 43 ilustram retas bissetrizes construídas pelos alunos no GeoGebra. A professora optou por não discutir a demonstração sobre o porquê desta construção, de fato, resultar na reta bissetriz, para não desviar o foco da aula que, no momento, era conceituar ângulos, medidas e rotação.

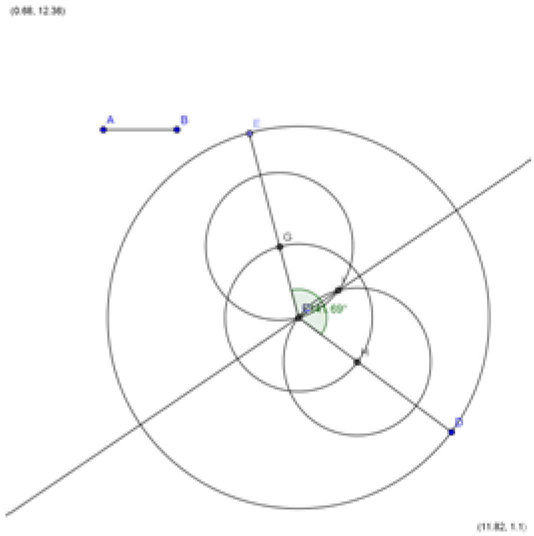


Figura 42 – Bissetriz J. e K.

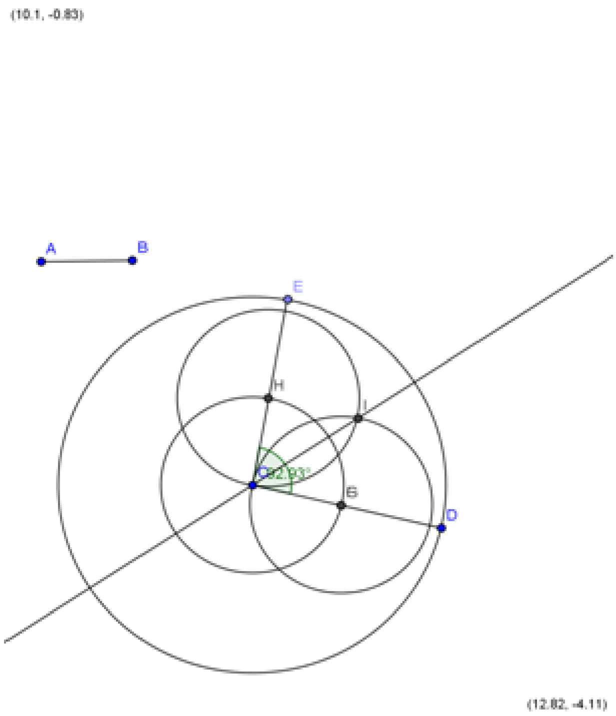


Figura 43 – Bissetriz G., M. e O.

As figuras 44 e 45 mostram que, os alunos realizaram a mesma construção, porém utilizando as ferramentas concretas. Pode-se perceber que o traçado do círculo evidencia pouca desenvoltura dos alunos em utilizar o compasso, mas o processo utilizou os passos e conceitos estudados.

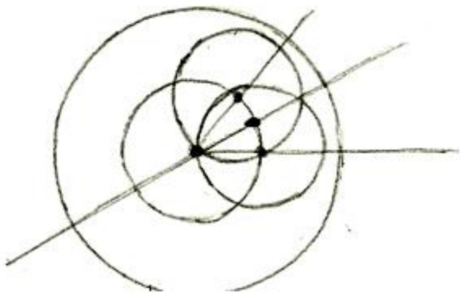


Figura 44 – Bissetriz aluno A.

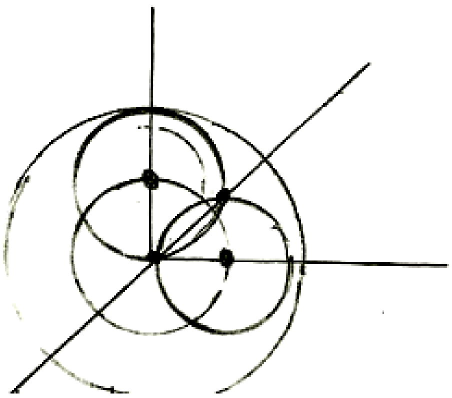
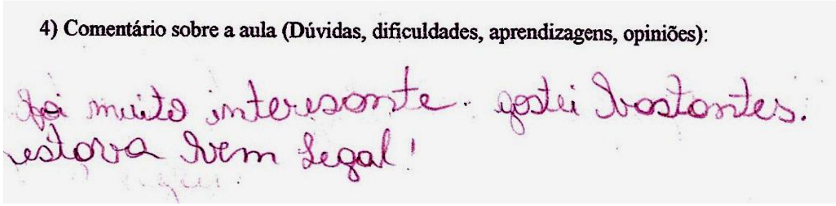


Figura 45 – Bissetriz aluna H.

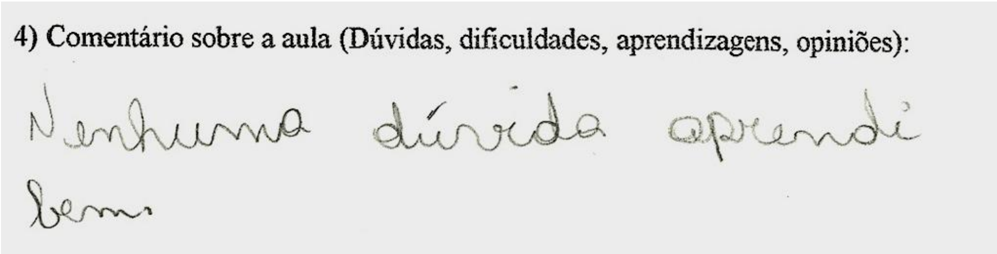
Ao final das atividades, os alunos responderam ao comentário solicitado sobre o tópico trabalhado em sala aula.

De um modo geral, pode-se perceber, conforme os comentários apresentados nas Figuras 46, 47, 48 e 49, que os alunos ficaram satisfeitos com a aula e um aluno ressaltou a dificuldade de manusear o compasso.


4) Comentário sobre a aula (Dúvidas, dificuldades, aprendizagens, opiniões):

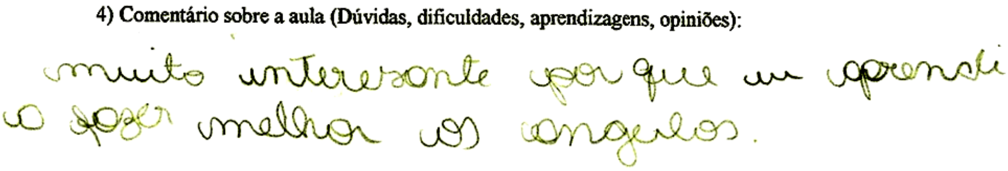
Foi muito interesante. gostei bastantes. estava bem legal!

Figura 46 – Comentário de K.


4) Comentário sobre a aula (Dúvidas, dificuldades, aprendizagens, opiniões):

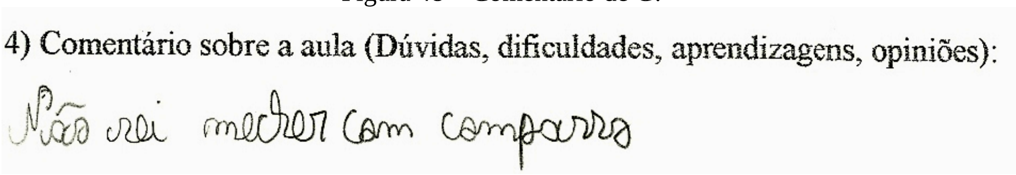
Nenhuma dúvida aprendi bem.

Figura 47 – Comentário de J.


4) Comentário sobre a aula (Dúvidas, dificuldades, aprendizagens, opiniões):

muito interesante porque eu aprendi a fazer melhor os angulos.

Figura 48 – Comentário de G.


4) Comentário sobre a aula (Dúvidas, dificuldades, aprendizagens, opiniões):

Não sei mecher com compasso

Figura 49 – Comentário de M.

Procurou-se desenvolver esse tópico partindo de ideias básicas do conhecimento do aluno (ângulos no cotidiano) e, a partir desse conhecimento, desenvolveram-se atividades visando ao reconhecimento de ângulos, sua classificação em relação às suas medidas, traçado da bissetriz, assim como, o trabalho com as ferramentas compasso e transferidor. Foram propostas situações diversas, utilizando procedimentos diferentes de resolução, porém todas focadas no mesmo objetivo: conceituar ângulos e reconhecê-los no cotidiano. Para Vergnaud as situações são responsáveis pelo sentido atribuído ao conceito, ou ainda, uma variedade de situações dá mais significado ao conceito.

Para Vergnaud (1983b, p. 127) citado por Moreira (2002, p. 3), “Campo conceitual é também definido por Vergnaud como um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados.”.

A geometria dinâmica foi interessante na realização das atividades, tanto para a atividade das fotos quanto para as construções dos leques, pois trouxe dinamismo ao conceito. A utilização do GeoGebra permitiu que os alunos utilizassem seus esquemas de acordo com seus conhecimentos prévios, e a partir das construções e manipulações, estes esquemas iniciais foram se ampliando, agregando novas estratégias e novas opções de ferramentas utilizadas. Para Vergnaud (1993), nem sempre os esquemas têm resultados satisfatórios; eles podem ter sucesso ou fracasso, por isso a construção dos leques no GeoGebra foi válida, pois os alunos conseguiram observar quando algo estava incoerente e, a partir de novas exemplos de ferramentas que o software oferece, os esquemas puderam ser modificados, proporcionando a obtenção das resoluções diferentes.

Além das atividades de fotografias e medidas, construção de objetos dinâmicos, também foram propostas tarefas que exigiam o uso de régua, transferidor e compasso. O uso dessas ferramentas foi importante, visto que, os alunos não os conheciam e/ou possuíam dificuldades em manuseá-los. O GeoGebra, por oferecer em suas ferramentas os mesmos instrumentos manipulativos (régua e compasso), permitiu que fossem realizadas atividades que envolvessem resoluções concretas e virtuais, para proporcionar aos alunos a manipulação destas ferramentas em ambos os ambientes. Para Gravina, Barreto, Dias e Meier (2012, p.38) softwares de geometria dinâmica, "[...]. São ambientes que concretizam a geometria euclidiana plana, e diferente daquilo que obtemos com lápis, papel, régua e compasso, pois com o mouse podemos manipular as figuras que estão na tela do computador, ao aplicar movimento em pontos que estão na construção.".

Para Vergnaud (1993) o conjunto de situações é que dá sentido a um conceito, sendo que as invariantes operatórias constituem o significado do conceito, enquanto as representações simbólicas constituem o significante. Nesse contexto a professora, no seu papel de mediadora, procurou despertar o sentido do conceito de ângulo para os alunos a partir de diferentes situações e, por meio de um conjunto de construções dinâmicas, estes conceitos foram representados.

5.3 Relato e análise da aula 03

A aula 03 – tópico Retas paralelas e uma transversal ocorreu nos dias 30 e 31 de outubro de 2013, necessitando de quatro períodos para realização na íntegra da proposta, sendo dividida em dois momentos.

Os objetivos principais para essa aula foram interpretar uma situação-problema, apresentada a seguir, reconhecer retas e determinar suas posições, conceituar os ângulos formados a partir do cruzamento de retas distintas e resolver situações-problemas e exercícios com a utilização do software GeoGebra.

Para alcançar estes objetivos, o tópico foi desenvolvido em dois momentos. O primeiro utilizou o software GeoGebra para explorar as propriedades e os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal e o segundo momento propôs a realização de atividades envolvendo materiais concretos e virtuais.

1º momento:

No dia 30 de outubro iniciou-se a aula lendo a situação-problema proposta no website utilizado para essa sequência didática: "João é um garoto esperto. Outro dia, no "velho Maracanã", ele mostrava ao tio (com quem conversa muito sobre seus estudos) os ângulos formados nos degraus do estádio. Ele ilustrou seu raciocínio deitando o pau da bandeira de seu clube atravessado em relação aos degraus. Visto de lado, o pau da bandeira forma ângulos iguais com todos os degraus. Vê-se também que isso só acontece porque os degraus são todos horizontais e, portanto paralelos."[12].

No quadro, a professora desenhou a situação do problema lido e iniciou então os questionamentos referentes à posição dos degraus quanto à formação de retas paralelas e perpendiculares, assim como, sobre os ângulos formados ao traçar uma reta transversal.

A partir das contribuições dos alunos, apresentaram-se os ângulos formados entre duas retas paralelas e uma transversal, mostrando que existem, nesta configuração de retas, ângulos correspondentes, ângulos alternos e ângulos colaterais. Após esta discussão, utilizou-se a escada móvel disponível no website, conforme a Figura 50 abaixo, para movimentar e explorar diferentes posições, fazendo surgir regularidades que esclarecem as definições dos ângulos estudados. Os alunos perceberam que, mesmo movendo e alterando a altura e a profundidade dos degraus, as medidas dos ângulos formados pela reta transversal e pelas retas paralelas mantinham uma regularidade, mantendo as propriedades e permanecendo com a mesma medida dentro de cada classificação: ângulos correspondentes, ângulos alternos e ângulos colaterais.

[12] MARINHO, Fundação Roberto - Telecurso 2000 – Matemática – Ensino Médio – volume 1- Aula 17 – Disponível em: <http://www.scribd.com/doc/3134819/Telecurso-2000-Matematica-Ensino-Medio-volume-1>. Acesso em: 24 de ago. de 2013.

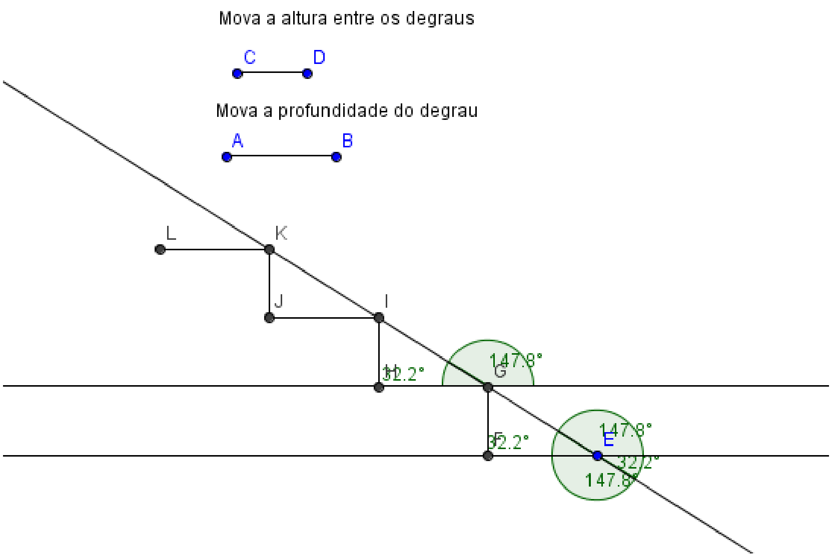


Figura 50 - Escada com movimento disponibilizada no website

A primeira tarefa no GeoGebra foi a construção de uma escada que não deformasse sob a ação do movimento, ou seja, que preservasse as propriedades utilizadas na construção. Nesse primeiro momento, não foram fornecidas dicas para a construção. Os alunos tiveram a oportunidade de explorar o exemplo dado, para identificar suas regularidades e utilizá-las em suas construções. As construções foram bem variadas, porém nenhuma apresentou o movimento sem deformação, conforme solicitado.

A Figura 51 mostra uma das construções realizadas pelos alunos. Nesta construção, a escada sofria deformação ao ser manipulada. O objeto ilustrado na Figura 51 teve seus segmentos iniciais AB e CD, que determinavam as medidas dos degraus, construídos corretamente. Estes segmentos seriam utilizados como referência para a medida dos raios dos círculos que determinariam a altura e a base dos degraus da escada. Porém, como se pode observar no protocolo de construção deste aluno, os degraus foram construídos a partir de segmentos livres, o que ocasionou a deformação da escada. Além disso, as propriedades fundamentais que determinam a escada, que são o paralelismo e o perpendicularismo, não foram utilizadas, e os degraus não mantiveram o mesmo tamanho. Pode-se observar que o aluno sabia que a base da construção era os dois segmentos e os círculos. Até esse momento os esquemas foram utilizados corretamente, porém o problema surgiu na construção da escada, pois era necessário utilizar dois círculos cujos raios determinavam a altura e profundidade para a construção de cada degrau, assim como traçar as retas paralelas e perpendiculares para moldar a escada.

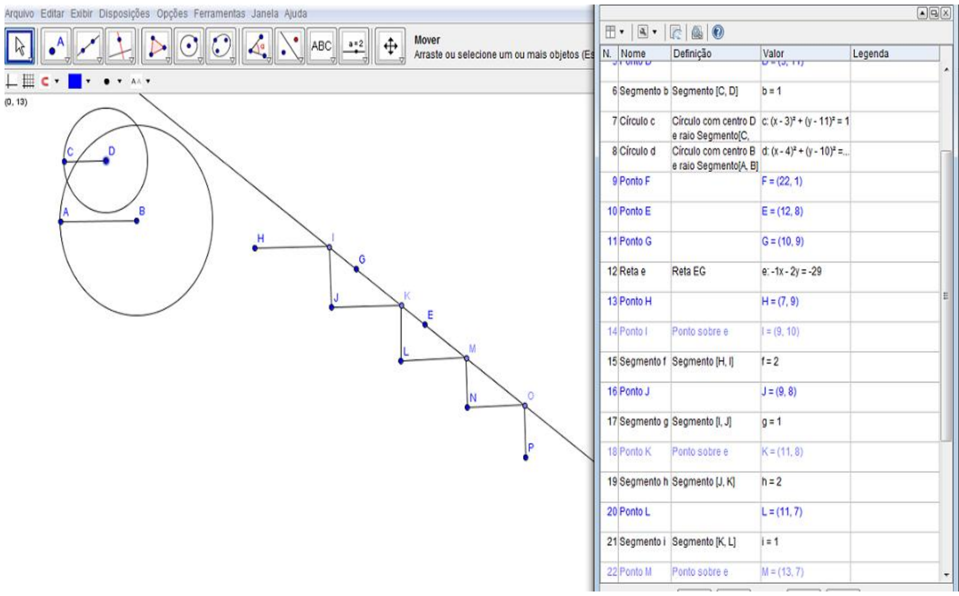


Figura 51 - Escada sem movimento

Em um segundo momento, a professora solicitou que os alunos acompanhassem o protocolo da construção da escada disponível no website, Figura 52, observando as propriedades que foram utilizadas na construção, para que identificassem os problemas ocorridos em suas construções.

1	Ponto A		18	Reta i	Reta passando por H e paralela a e	35	Segmento d_1	Segmento [K, L]
2	Ponto B		19	Ponto I	Ponto de interseção de k, i	36	Reta e_1	Reta EG
3	Segmento a	Segmento [A, B]	20	Círculo p	Círculo com centro I e raio a	37	Ângulo α	Ângulo entre e_1, n
4	Ponto C		21	Reta j	Reta passando por I e paralela a h	38	Ângulo β	Ângulo entre e_1, t
5	Ponto D		22	Ponto J	Ponto de interseção de p, j	39	Ângulo γ	Ângulo entre h, e_1
6	Segmento b	Segmento [C, D]	23	Círculo q	Círculo com centro J e raio b	40	Ângulo δ	Ângulo entre d, e_1
7	Ponto E		24	Reta l	Reta passando por J e paralela a i	41	Ponto M	Ponto sobre d
8	Círculo c	Círculo com centro E e raio a	25	Ponto K	Ponto de interseção de q, l	42	Ponto N	Ponto sobre e_1
9	Reta d	Reta passando por E e paralela a a	26	Círculo r	Círculo com centro K e raio a	43	Ângulo ε	Ângulo entre N, E, M
10	Ponto F	Ponto de interseção de c, d	27	Reta m	Reta passando por K e paralela a j	44	Ângulo ζ	Ângulo entre F, E, N
11	Reta e	Reta passando por F e perpendicular a d	28	Ponto L	Ponto de interseção de r, m	45	Texto texto1	
12	Círculo f	Círculo com centro F e raio b	29	Segmento n	Segmento [E, F]	46	Texto texto2	
13	Ponto G	Ponto de interseção de f, e	30	Segmento s	Segmento [F, G]			
14	Círculo g	Círculo com centro G e raio a	31	Segmento t	Segmento [G, H]			
15	Reta h	Reta passando por G e paralela a d	32	Segmento a_1	Segmento [H, I]			
16	Ponto H	Ponto de interseção de g, h	33	Segmento b_1	Segmento [I, J]			
17	Círculo k	Círculo com centro H e raio b	34	Segmento c_1	Segmento [K, J]			

Figura 52 - Escada com movimento website

Em seguida, foi solicitada a construção de uma segunda escada, utilizando as propriedades observadas. Os alunos acompanharam algumas dicas iniciais, que alertavam sobre a importância de utilizar retas paralelas, retas perpendiculares e a ferramenta compasso e avançaram em suas construções. Nesta atividade, ocorreram diversas situações, uma delas, ilustrada na Figura 53: traçou-se um comparativo entre o primeiro e o segundo objeto feito pelos mesmos alunos. Pode-se observar o avanço dos mesmos ao realizar a segunda construção, pois a nova escada não se deforma sob a ação do movimento, evidenciando que os alunos identificaram, a partir da exploração e da intervenção da professora, as propriedades necessárias para garantir a construção de uma escada com degraus de mesmo tamanho e perpendiculares entre si.

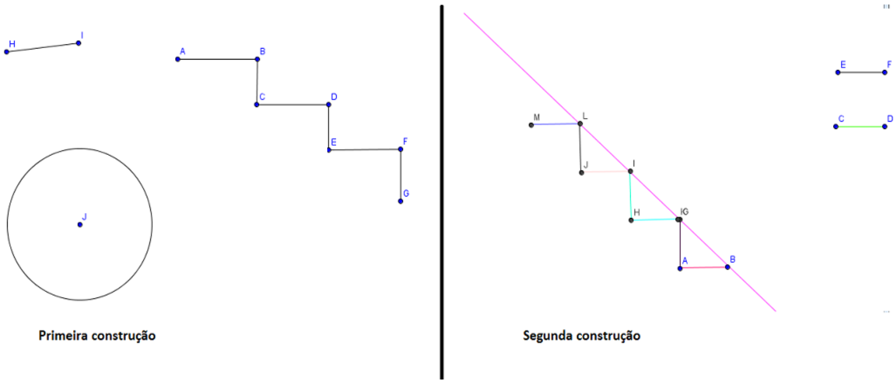


Figura 53 - Comparação entre construções D. e Y.

Duas duplas iniciaram a construção corretamente, mas não terminaram. A Figura 54 mostra um destes casos, no qual faltou serem escondidos os objetos (retas paralelas e perpendiculares) e construir os degraus a partir de segmentos. Porém as propriedades foram utilizadas corretamente no processo inicial da construção, faltando apenas a finalização devido ao encerramento do período. O mesmo ocorreu no trabalho mostrado da Figura 55, em que os alunos apenas não esconderam os círculos que auxiliaram na construção. Ambas as construções não apresentaram a reta transversal, conforme solicitado na atividade, mas as propriedades de paralelismo e perpendicularismo, que são fundamentais para tal, foram utilizadas de maneira correta. Também os esquemas adotados pelos alunos no processo de construção do movimento das mesmas tiveram sucesso (círculos, retas paralelas e perpendiculares).

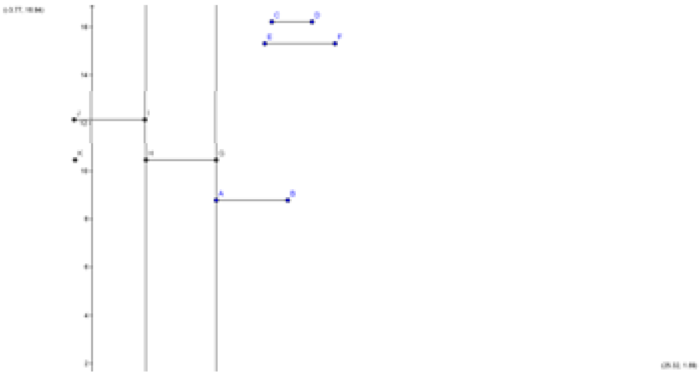


Figura 54 - Escada construção parcial M.

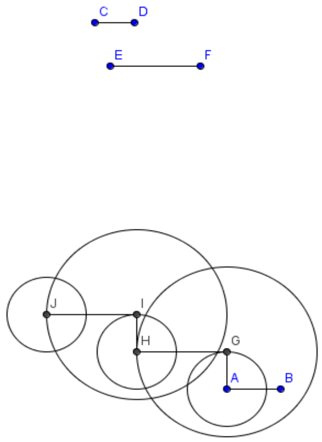


Figura 55 - Escada com movimento G. K. B.

2º momento:

No dia 31 de outubro, a tarefa consistiu em realizar as atividades propostas na folha entregue aos alunos (Apêndice C – Questionário aula 03).

A primeira atividade consistia em:

Atividade 1:

a) A partir do estudo dos ângulos formados por retas transversais, construa no GeoGebra uma reta transversal a duas paralelas cuja medida de um dos ângulos seja 40º, e verifique a validade da propriedade.

b) Utilizando régua e transferidor, construa a atividade acima.

O objetivo da atividade era fazer emergir esquemas que possibilitassem traçar uma transversal a duas paralelas, a partir de um determinado ângulo fixo. A Figura 56 mostra a construção feita por um aluno, no GeoGebra. Também foi solicitado aos alunos que verificassem no material concreto utilizando o transferidor para verificar a regularidade dos ângulos de acordo com as propriedades vistas na aula anterior.

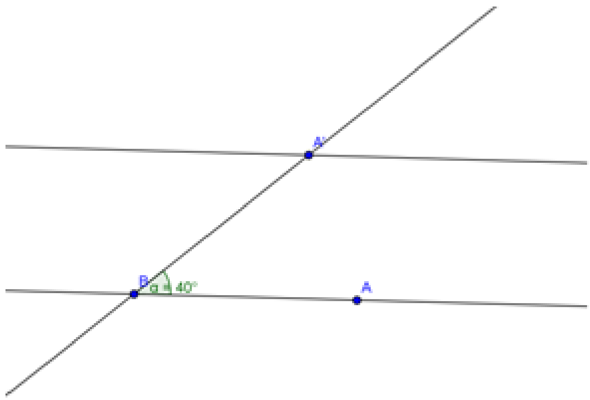


Figura 56 - Atividade 1 K. utilizando GeoGebra

A segunda atividade consistia em:

Atividade 2: Sendo r // s, determine o valor de x na figura abaixo:

a) por meio da construção no GeoGebra.

Nessa atividade, os alunos deveriam determinar o ângulo solicitado, como ilustra a Figura 57, sabendo que r // s, por meio da construção da situação no GeoGebra, e também no concreto utilizando as propriedades estudas.

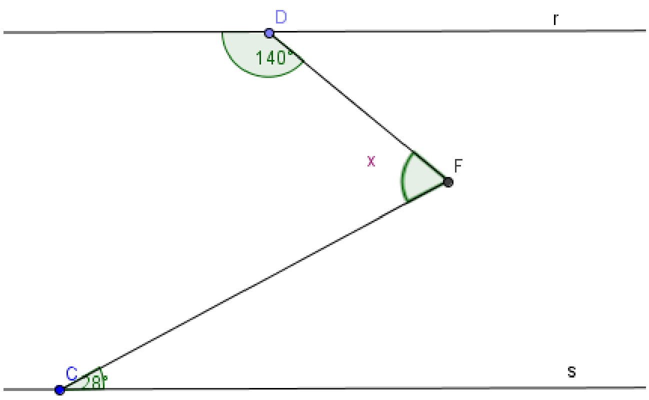


Figura 57 - Atividade 2

b) determine a medida solicitada, utilizando as propriedades estudadas.

Uma aluna conseguiu resolvê-la, conforme ilustrado na Figura 58, que apresenta a resolução da questão utilizando as propriedades vistas. A aluna iniciou completando primeiramente os ângulos suplementares. Em seguida, tracejou uma reta supostamente paralela (aparente, pois não foi construída com compasso) passando pelo vértice do ângulo solicitado e, em seguida, obteve a solução utilizando as propriedades estudadas. Essa reta tracejada dividiu o ângulo de 68° em duas partes, sendo que o ângulo formado na parte superior é alterno interno ao ângulo de 40°, portanto de mesma medida, e o ângulo inferior à reta é alterno interno do ângulo de 28°; portanto a soma dos dois ângulos é a medida do ângulo solicitado, logo o ângulo mede 68°. A aluna ainda completou corretamente os demais ângulos (sem ter sido solicitado) utilizando a propriedade dos ângulos opostos pelo vértice.

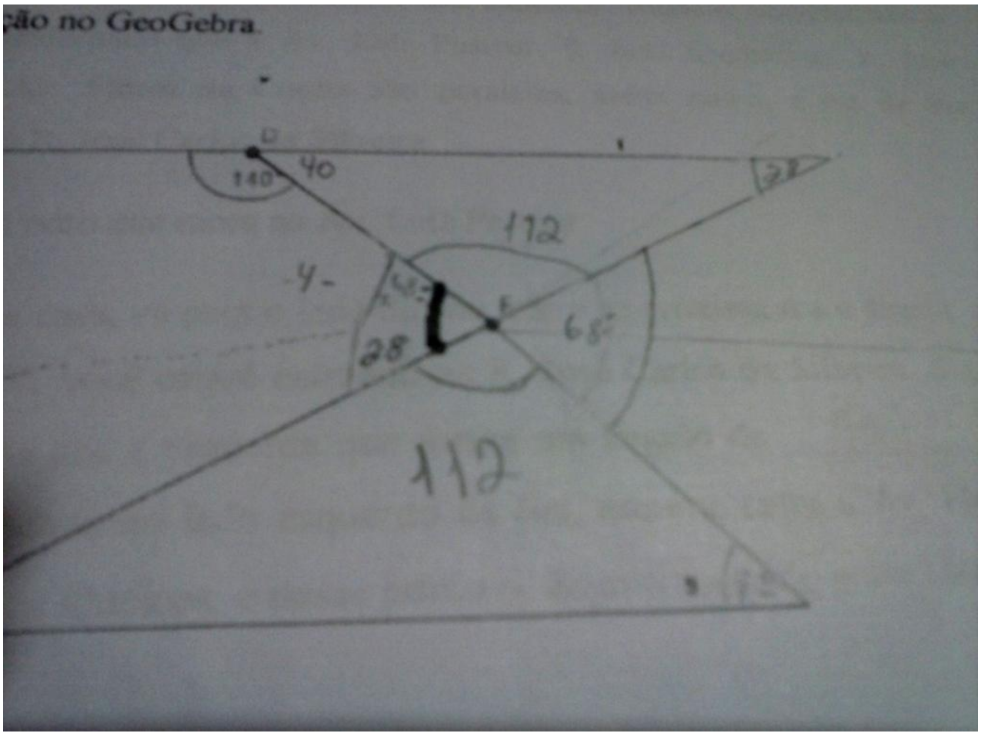


Figura 58 - Atividade 2 J. utilizando réguas

Entretanto, em outros grupos foi necessária a intervenção da professora, pois em suas falas iniciais não sabiam o que era para fazer e nem por onde começar a construção, ficando evidenciado que os conceitos estudados não foram totalmente apropriados, necessitando então intervenções da professora e revisão dos conceitos por meio de novos exemplos e questionamentos quanto aos ângulos formados. Muitos alunos chegaram à conclusão que o ângulo solicitado seria igual a 68° por meio das seguintes etapas, apresentadas pela professora:

- Primeiramente traçando uma reta imaginária paralela às duas retas existentes passando por G, dividindo o ângulo em duas partes;

- Utilizando a propriedades de ângulos colaterais internos, chegaram à conclusão de que a medida que ficou na parte acima da reta tracejada seria de 40°;

- Utilizando a propriedade de ângulos alternos internos, chegaram à conclusão de que a medida que ficou na parte abaixo da reta é de 28°;

- Logo, a medida do ângulo x é de 68°.

A Figura 59 apresenta uma resolução da questão, feita por um aluno, obtida no GeoGebra, utilizando a ferramenta ângulo fixo e retas paralelas. Primeiramente, foram traçadas duas retas paralelas; posteriormente, para traçar as transversais, foi necessário construir os ângulos fixos de 140° e 28°, para depois traçar as transversais, marcando a intersecção entre ambas. Logo o ângulo de 68° foi evidenciado. Esta atividade de construção no GeoGebra, aparentemente simples, exigiu dos alunos a mobilização de esquemas que dessem conta de construir uma figura que representasse fielmente a situação, com ângulos e retas que permanecessem estáveis ao serem movimentados.

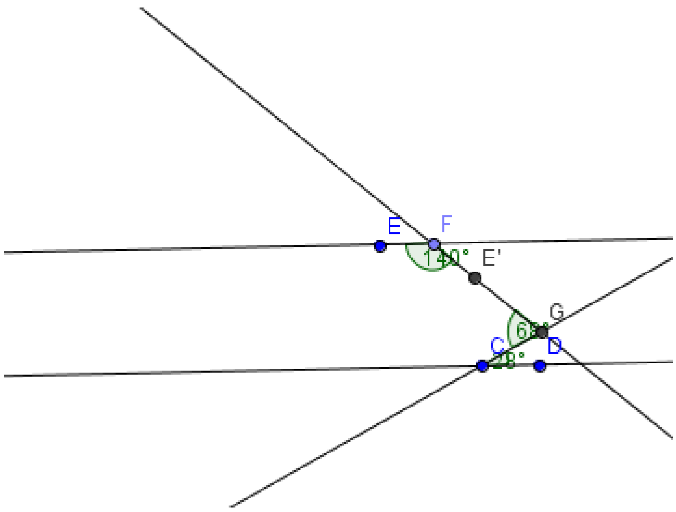


Figura 59 - Atividade 2 GeoGebra

Os alunos utilizaram esquemas de construção de retas e ângulos, e aplicaram propriedades das retas paralelas cortadas por uma transversal para obterem a solução do problema. Apesar de ser a mesma tarefa, as resoluções exigiram tomadas de decisões e elaboração de esquemas diferentes, pois para a resolução no concreto utilizaram as propriedades estudadas, enquanto que no GeoGebra, os alunos formularam seus esquemas utilizando ferramentas de construção (retas paralelas, ângulo fixo, intersecção de objetos).

A terceira atividade foi:

Atividade 3: Utilize o mapa abaixo para solucionar a situação-problema.

Figura 60 - Mapa do bairro

João mora na R. Euzébio de Queiros. Ele irá convidar seus amigos Jonas e Pedro para ir à sua casa comemorar seu aniversário, porém está com dificuldades em escrever as dicas para seus amigos encontrar seu endereço. Ajude-o, completando o convite abaixo, considerando que a Av. Luiz Pasteur, R. José Cazella Mônaco e Av. Flores da Cunha são paralelas, assim como, a rua de sua residência é paralela a R. José Carlos da Silveira.

Dicas para o Pedro que mora na Av. Luiz Pasteur:

- Saindo de sua casa, vá para o lado direito, entre na próxima rua à direita, cujo ângulo formado é de 45º, você estará entrando na R. José Carlos da Silveira. Siga em frente e entre na próxima rua à esquerda, que forma um ângulo de ___________ com esta. Minha casa está situada no lado esquerdo da rua, esquina entre a Av. Flores da Cunha com a R. Euzébio de Queiros, e nesse ponto o ângulo formado entre essas ruas é de ________.

Dicas para o Jonas que mora na R. José Cazella Mônaco:

- Saindo de sua casa, vá para o lado esquerdo, entre na próxima rua à esquerda, cujo ângulo formado é de ___________, você estará entrando na R. José Carlos da Silveira.

Siga em frente e entre na próxima rua à direita que forma um ângulo de ___________ com esta. Minha casa está situada no lado esquerdo da rua, esquina entre a Av. Flores da Cunha com a R. Euzébio de Queiros, e nesse ponto o ângulo formado entre essas ruas é de ________.

i) Indique a propriedade utilizada para encontrar cada ângulo.

ii) Construa uma mapa com os respectivos trajetos no GeoGebra.

Para solucionar o problema, os alunos deveriam utilizar as propriedades das retas trabalhadas em aula e, em seguida, realizar a construção do mapa no GeoGebra.

Primeiramente os alunos adoraram visualizar no site do Google Maps[13] o seu bairro, e tiveram um momento para explorar e procurar pelas suas residências e pelas residências de seus colegas.

Completar a situação-problema foi fácil, pois ao considerar que supostamente as ruas R. Euzébio de Queiros e R. José Carlos da Silveira seriam paralelas entre si, assim como, que a Av. Luiz Pasteur, R. José Cazella Mônaco e Av. Flores da Cunha também seriam paralelas entre si, bastou aplicar as propriedades dos ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal. Desse modo as lacunas de Pedro foram completadas com **45°** (alternos internos – paralelismo entre Av. Luiz Pasteur e Av. Flores da Cunha) e **135°** (colaterais internos – paralelismo entre R. Euzébio de Queiros e R. José Carlos da Silveira). Utilizando o mesmo critério de resolução as lacunas do Jonas foram completadas com 135° (colaterais internos – paralelismo entre Av. Luiz Pasteur, R. José Cazella Mônaco e Av. Flores da Cunha), 135º (alternos internos - paralelismo entre Av. Luiz Pasteur, R. José Cazella Mônaco e Av. Flores da Cunha) e 135° (alternos internos - paralelismo entre R. Euzébio de Queiros e R. José Carlos da Silveira).

A dificuldade apresentada por muitos foi construir no GeoGebra retas que simulassem o esboço do mapa, pois os mesmos não identificaram um ponto de partida para iniciar a construção, tornando-se uma atividade de difícil execução por parte dos alunos, pois os mesmos não conseguiram formular os esquemas de construção dos quais poderiam optar como ponto de partida um dos dois conjuntos de retas paralelas (R. Euzébio de Queiros e R. José Carlos da Silveira ou Av. Luiz Pasteur, R. José Cazella Mônaco e Av. Flores da Cunha).

[13] Disponível em: < https://maps.google.com.br/maps?hl=pt-BR&tab=wl&output=classic&dg=brw>. Acesso em: 20 ago. 2013.

Neste momento, a professora no seu papel de mediadora interveio mostrando as duas possibilidades para que pudessem prosseguir o trabalho.

Na Figura 61, podemos observar que o ponto de partida é a construção das retas paralelas AB e CD (representando as ruas R. Euzébio de Queiros e R. José Carlos da Silveira). A construção do ângulo de 45° à esquerda indica onde deve ser a construção de uma terceira reta DC’ (representando a Av. Luiz Pasteur). A partir daí, bastava traçar as outras duas ruas R. José Cazella Mônaco e Av. Flores da Cunha paralelas à Av. Luiz Pasteur, representadas na figura pelas retas AF e G.

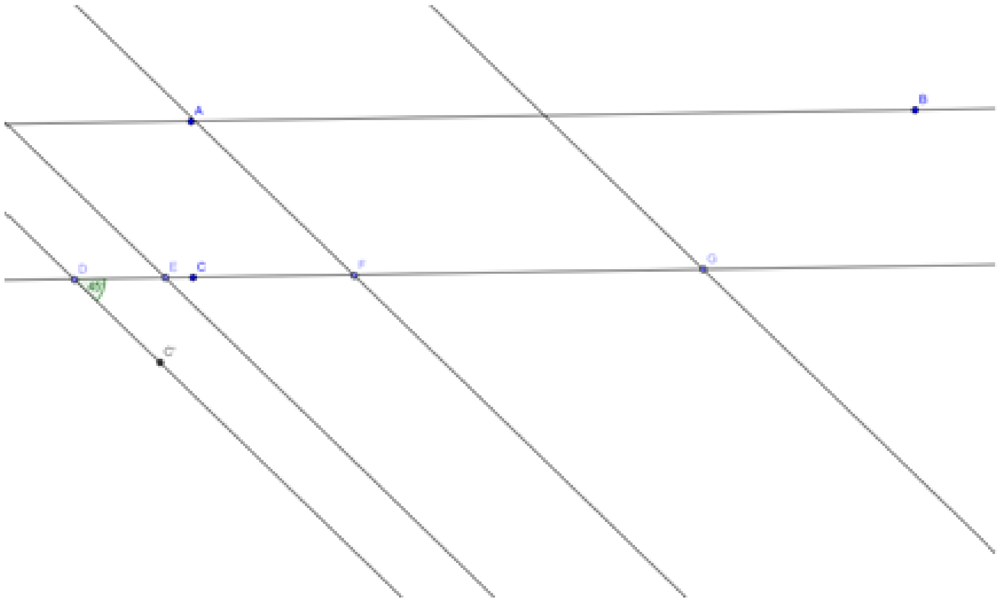


Figura 61 - Ângulos situação-problema

Os mapas representados pelas Figuras 62 e 63 não apresentam a solução do problema, visto que os ângulos construídos não apresentam as medidas solicitadas nem utilizam as propriedades estudadas.

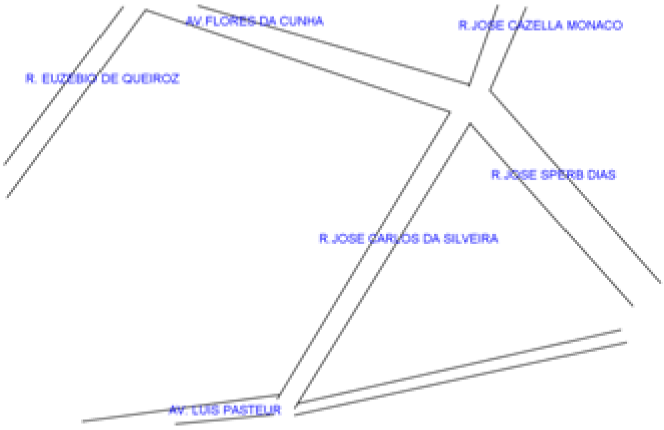


Figura 62 - Mapa S.

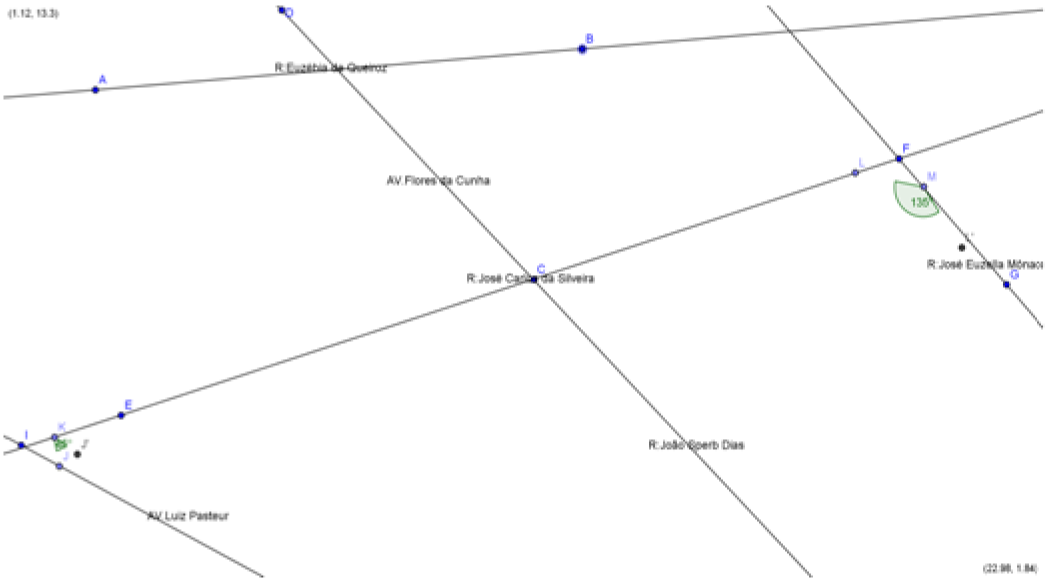


Figura 63 - Mapa G.

Por outro lado, os dois mapas foram construídos com dedicação e ficaram visualmente bonitos. O mapa da Figura 62 foi todo construído utilizando segmentos apenas tentando representar o bairro, mas as medidas dos ângulos fornecidas não foram consideradas pelo aluno e também não foram construídas ruas paralelas. Acredita-se que os alunos não compreenderam que a questão solicitava uma precisão na construção, visto que o GeoGebra fornece as ferramentas necessárias para tal precisão, diferente do processo manual concreto, no qual costuma-se desenhar esboços, sem a preocupação com medidas exatas. Na Figura 63, percebe-se que o aluno levou em conta as informações do problema e tentou construir os dois ângulos importantes para o início da construção, porém suas retas não foram construídas a partir dos lados destes ângulos e, portanto, suas medidas não ficaram corretas. As duas retas, que deveriam ser construídas sobre o lado dos ângulos, passaram corretamente pela origem destes ângulos, mas não passaram sobre o segundo ponto (o que define a direção da reta). Os alunos, além de utilizarem as ferramentas de construção de ângulos e retas, se familiarizaram muito bem com a ferramenta texto, tornando seus mapas o mais próximo possível do real.

Pode-se observar que o tópico foi iniciado tentando dar sentido a uma situação real, o que segundo Vergnaud (1993) é a essência do campo conceitual. Moreira (2002) afirma

> Vergnaud considera o campo conceitual como uma unidade de estudo para dar sentido às dificuldades observadas na conceitualização do real e, como foi dito antes, a teoria dos campos conceituais supõe que a conceitualização é a essência do desenvolvimento cognitivo. (MOREIRA, 2002, p. 3).

Os alunos puderam perceber que, em uma situação real, no caso o mapa do bairro onde moram, as propriedades estudadas sobre os ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal, podem ser exploradas e utilizadas. Aplicar estas propriedades em uma situação diferente foi importante para solucionar o problema proposto e avançar na construção destes conceitos.

O desenho é uma forma de linguagem e expressão, ou seja, de representação de um conceito. Logo, explorar situações de construção de figuras pode ajudar na compreensão de determinados conceitos, pois revela invariantes implícitas e também permite uma melhor percepção dos conceitos geométricos que foram utilizados. A situação-problema, aliada ao mapa do bairro da comunidade escolar, além de despertar o interesse dos alunos, deu sentido e aplicação para as propriedades das retas paralelas e uma transversal estudas. A partir desta proposta, os alunos construíram esquemas para a resolução da situação sugerida e o GeoGebra possibilitou o suporte necessário para esse trabalho. Como Gravina (2001) afirma, o “desenho em movimento” revela as invariantes implícitas, permitindo a percepção dos alunos quanto aos esquemas utilizados, percebendo seus erros de construção e consentindo uma retomada de decisões. Pode-se perceber isso nas construções das escadas, nas quais os alunos puderam reavaliar o processo, percebendo os passos que estavam corretos e refazendo os insucessos com novos procedimentos de forma a atingir o objetivo de construir uma escada com movimento e sem deformação.

5.4 Relato e análise da aula 04

A aula 04 ocorreu no dia 06 de novembro de 2013, necessitando de dois períodos para a realização integral da proposta. Os objetivos principais para essa aula foram reconhecer e representar os vértices, os lados e os ângulos internos de um triângulo qualquer, classificar um triângulo quanto aos lados e quanto aos ângulos, e também compreender que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º, assim como, determinar os ângulos externos de um triângulo.

Para alcançar esses objetivos, a aula iniciou com a utilização do material manipulativo virtual disponível no website e, após, os alunos realizaram uma atividade utilizando folha fotocopiada e o software GeoGebra. A seguir, descreve-se os momentos desta aula.

1º momento:

A aula ocorreu no Laboratório de Informática da escola, utilizando as atividades e materiais publicados no website, cujo tópico tem o título ***Triângulos***.

Neste primeiro momento da aula, os alunos acessaram o quarto tópico disponível no website, cuja tarefa inicial era de movimentação de segmentos virtuais dados para construção de triângulos (Figura 64), quando possível.

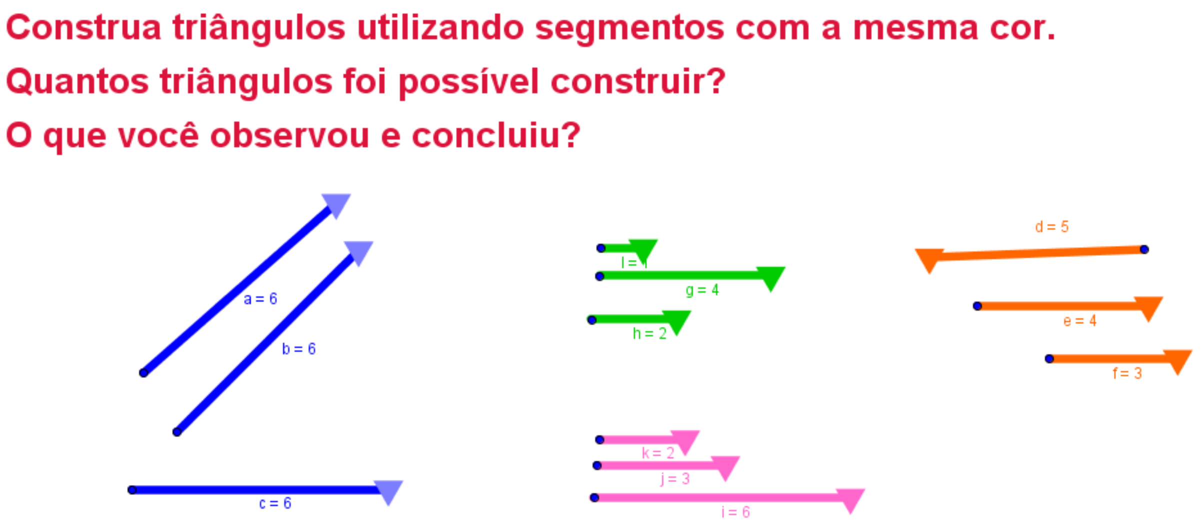


Figura 64 – Atividade definição triângulos

Os alunos iniciaram a atividade manipulando o material virtual de construção de triângulos, na qual a proposta consistiu em construir triângulos utilizando os segmentos de mesma cor. A partir destas construções, os alunos puderam verificar que, em um triângulo qualquer, o valor da soma da medida de dois lados quaisquer deve ser maior que a medida do terceiro lado. Essa tarefa foi executada de forma bem animada por parte dos alunos.

As Figuras 65 e 66 abaixo são exemplos das atividades desenvolvidas pelos alunos. Conforme pode-se observar nas figuras, foi possível construir os triângulos com segmentos de cores laranja e azul, sendo que os triângulos de cores rosa e verde não formavam o polígono desejado, pois não satisfaziam a desigualdade triangular. A partir disso, foi realizada uma discussão referente a estas construções, para esclarecer sobre a impossibilidade de construir os triângulos com os segmentos rosa e verde. Esta discussão ocorreu de forma tranquila e contou com a participação dos alunos.

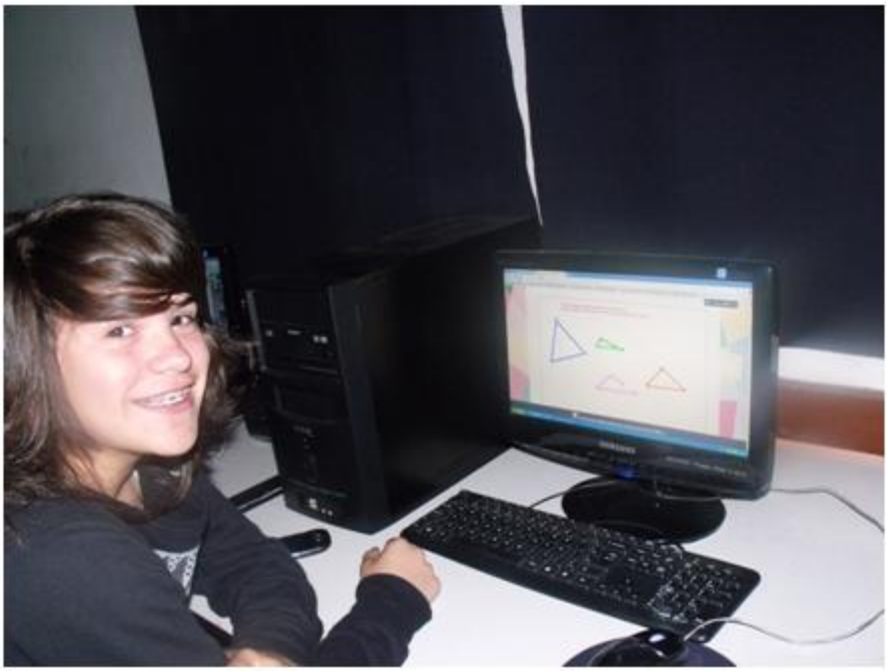


Figura 65 – Atividade sobre construção de triângulos do aluno J.

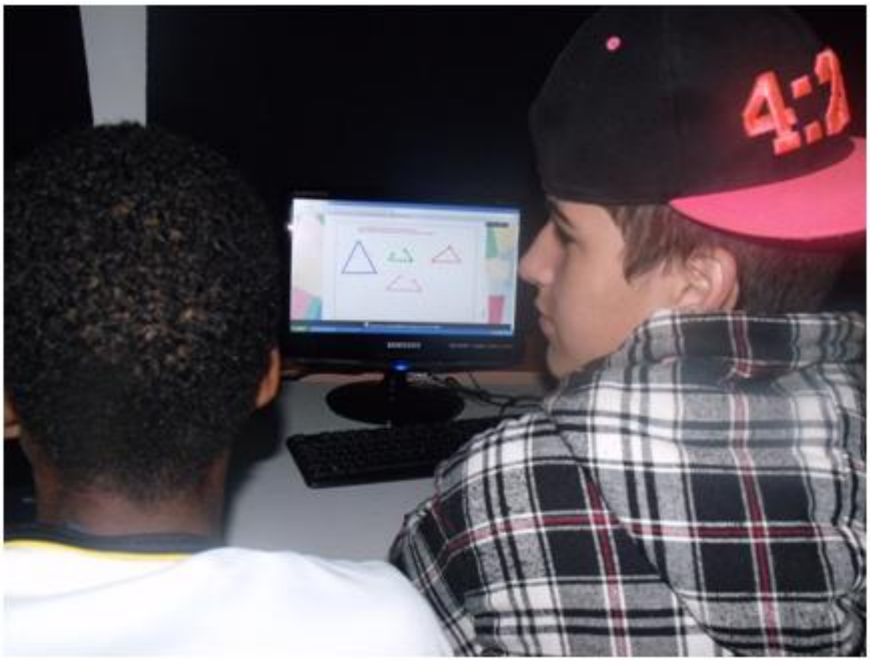


Figura 66 – Atividade sobre a construção de triângulos dos alunos Y. e D.

Na sequência, iniciou-se uma atividade cujo objetivo era explorar a classificação de um triângulo quanto à medida de seus lados, conforme está ilustrado na Figura 67.

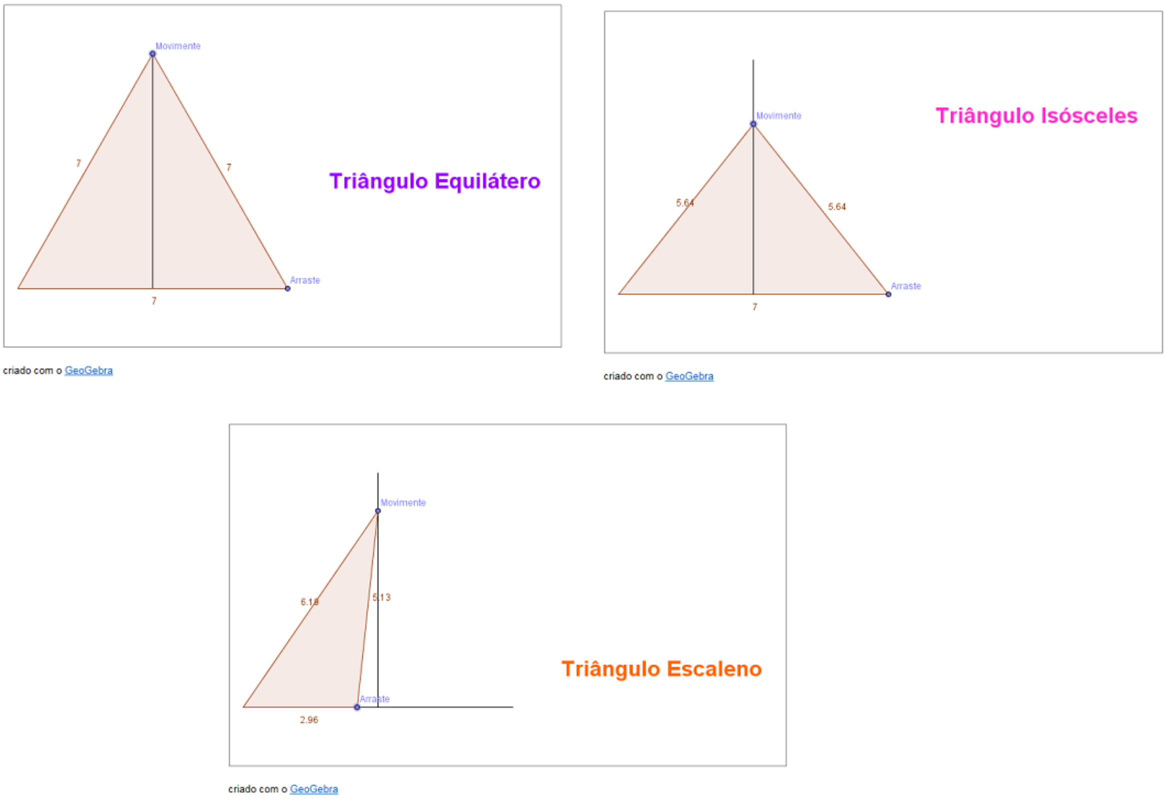


Figura 67 – Classificação dos triângulos quanto à medida de seus lados

Para isso, os alunos utilizaram o segundo material virtual disponível no website, conforme mostra a Figura 67, no qual a partir do movimento dos vértices do triângulo, foi possível observar a mudança do tamanho das medidas dos lados e a classificação que cada triângulo assume (**triângulo equilátero:** possui os três lados com medidas iguais; **triângulo isósceles:** possui dois lados com medidas iguais; t**riângulo escaleno:** possui os três lados com medidas diferentes).

Posteriormente, iniciou-se uma terceira atividade, ilustrada na Figura 68, cujo objetivo era explorar a classificação de um triângulo quanto às medidas de seus ângulos. Nesta atividade, ao movimentar um dos vértices do triângulo, os alunos puderam observar as mudanças dos três ângulos internos do triângulo e a respectiva classificação assumida. A Figura 68 mostra a mudança de classificação do triângulo de acordo com a medida dos seus ângulos internos (t**riângulo acutângulo:** possui todas as medidas dos ângulos menores que 90°; t**riângulo retângulo:** possui um ângulo medindo 90° - ângulo reto; t**riângulo obtusângulo:** possui um ângulo obtuso, ou seja, maior que 90°).

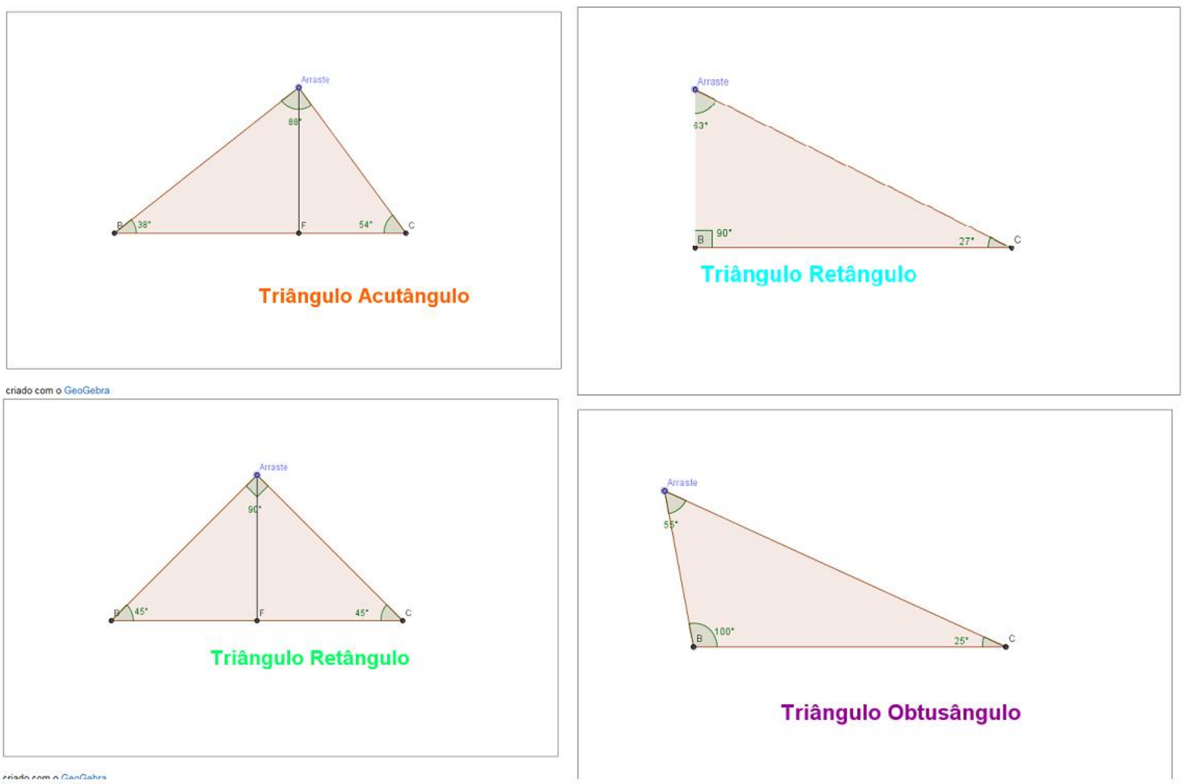
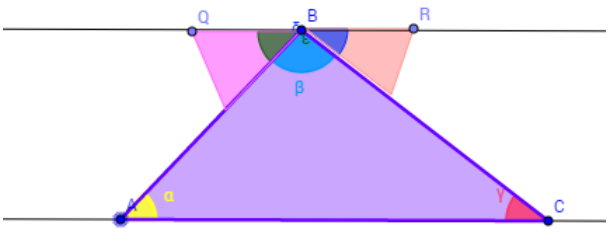


Figura 68 – Classificação dos triângulos quanto à medida de seus ângulos

Ainda, a partir desta atividade, foi possível abordar a propriedade sobre a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo.

A professora também mostrou esta propriedade a partir da situação de duas retas paralelas e uma transversal (Figura 69). Os alunos participaram oralmente da construção, identificando e apontando os ângulos alternos internos, utilizando os conceitos construídos nas aulas anteriores (conceito-em-ação) em uma nova situação e não apresentaram dificuldades para compreender a propriedade referida. Percebe-se que os alunos estão transferindo esquemas de classes restritas para uma nova situação, tornando-os mais amplos.



Logo:

$\delta \equiv \gamma$

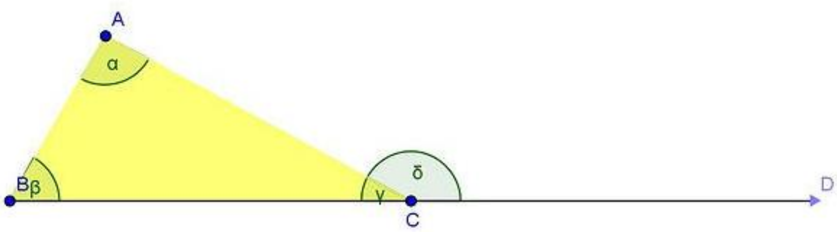
$\varepsilon \equiv \alpha$

Somando os ângulos que têm vértice em B, concluímos que:

$\alpha + \beta + \gamma \equiv$ ângulo raso

Figura 69 – Propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo

O conceito de ângulo externo e sua propriedade também foram discutidos nessa aula, conforme mostra a Figura 70, ou seja, foi apresentada aos alunos a propriedade segundo a qual, em todo triângulo, qualquer ângulo externo tem medida igual à soma das medidas dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.



$$\left.\begin{aligned} \sigma &= 180° - \gamma \\ \alpha + \beta &= 180° - \gamma \end{aligned}\right\} \rightarrow \sigma = \alpha + \beta$$

Figura 70 – Ângulo externo e sua propriedade

2º momento:

Os alunos receberam uma folha fotocopiada (Apêndice C – Questionário aula 04) com uma atividade cujo objetivo era determinar o valor do ângulo solicitado e classificar os triângulos em relação aos ângulos (Figura 71). Devido ao tempo, (no caso o horário de agendamento da sala de informática não poderia se estender), essa atividade foi mais simples e com figuras estáticas, sendo apenas solicitado aos alunos que construíssem no GeoGebra três triângulos do exercício e por meio desta verificassem suas respostas.

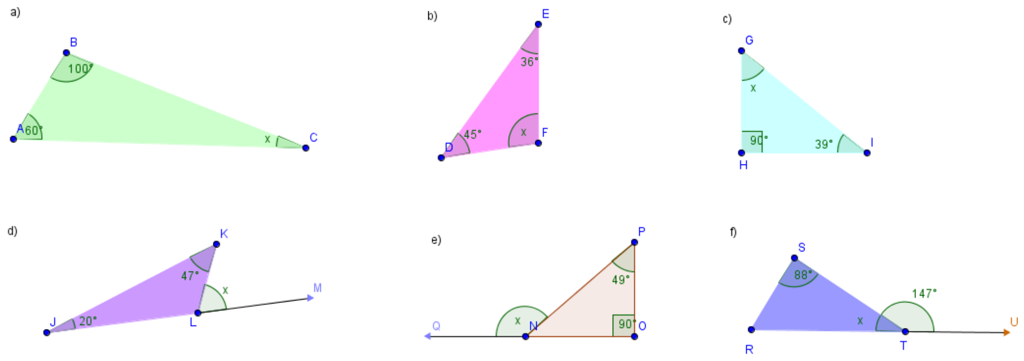


Figura 71 – Atividade proposta ângulo

A professora, utilizando o projetor, mostrou aos alunos como construir um triângulo utilizando as ferramentas ângulo fixo, reta por dois pontos e ponto de intersecção. Uma das possíveis formas de construção consiste em iniciar construindo uma reta definida por dois pontos ou um segmento que determinará a base do triângulo. A seguir utiliza-se a ferramenta ângulo fixo para construir um dos ângulos solicitados, formando o primeiro vértice. O GeoGebra indica um terceiro ponto (segundo vértice), que deve ser utilizado para construir o próximo ângulo, novamente utilizando a ferramenta ângulo fixo. Neste momento surge o quarto ponto, que indicará a posição do terceiro lado do triângulo. Traçar uma reta sobre o lado desse ângulo de maneira que intercepte a reta ou segmento inicial, o ponto de intersecção entre ambas as retas será o terceiro vértice do triângulo, logo terá a medida que se deseja descobrir. Para encerrar a construção, são ocultadas as duas retas e constrói-se o polígono.

Alguns alunos apresentaram certa dificuldade neste processo, pois traçavam a reta em pontos incorretos, conforme ilustra a Figura 72. O esquema inicial utilizado para construir os ângulos fixos dos dois primeiros vértices estava correto. Entretanto, para traçar o terceiro lado do triângulo, a reta deveria passar por A’B’ e o aluno traçou a reta A’A, chegando à construção de um triângulo diferente do solicitado. O aluno negligenciou a importância da medida dos ângulos internos no momento da determinação final dos vértices do triângulo, chegando a uma construção equivocada.

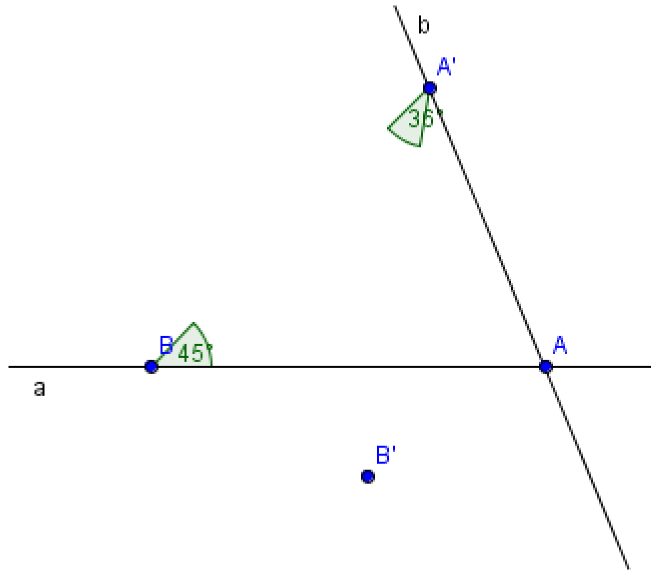


Figura 72 – Construção de triângulos utilizando ângulo fixo

Pode-se observar, na Figura 72, que a reta b foi traçada utilizando o ponto inicial A, sendo que o ponto que forma o ângulo de 36º é representado por B’. A professora mediou a situação, auxiliando cada dupla na construção do primeiro triângulo e dando dicas de utilização das ferramentas do software.

No final da aula, todos os alunos entregaram, tanto o material impresso, quanto os arquivos dos materiais digitais.

Conforme a Figura 73, o aluno mostra que se apropriou dos conceitos estudados, pois determinou corretamente os valores dos ângulos solicitados na atividade, com base nas das propriedades trabalhadas na aula, assim como, sua respectiva classificação quanto aos ângulos. Para determinar o valor do ângulo nas questões a, b e c, percebe-se que o aluno A. utilizou a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo, cuja medida é igual a 180º. Nas questões d e e, nas quais era necessário determinar a medida do ângulo externo do triângulo, o aluno A. utilizou a propriedade que determina que a medida do ângulo externo de um triângulo é igual à soma das medidas dos dois ângulos internos não adjacentes a ele. Na questão f o aluno A. utilizou a ideia de que a soma do ângulo externo com seu adjacente é igual a 180º.

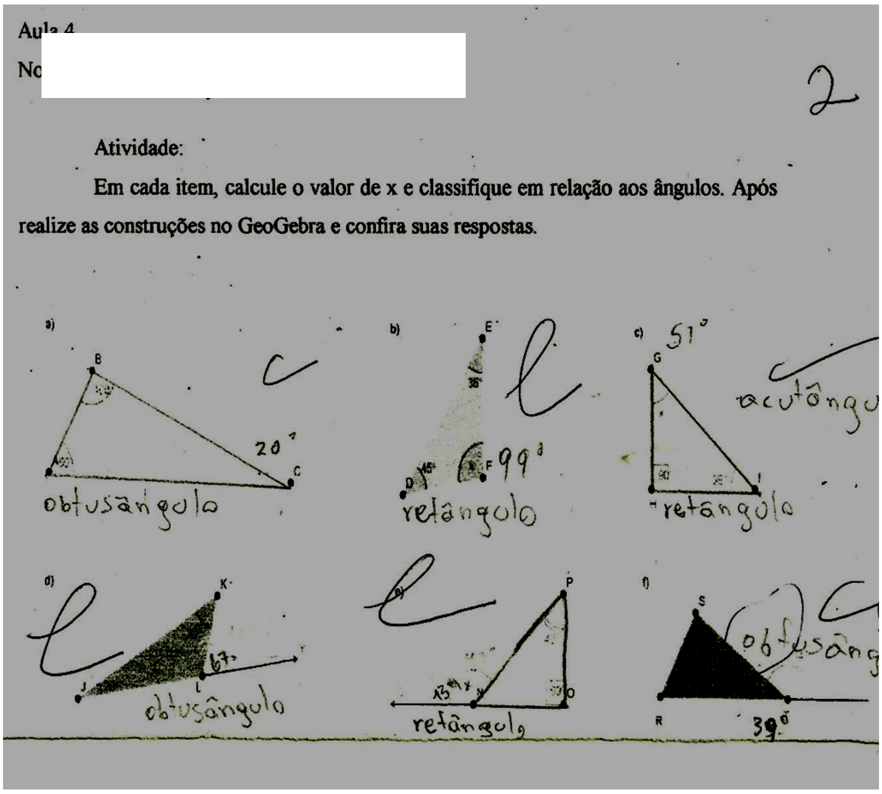


Figura 73 – Atividade A – classificação dos triângulos quanto aos ângulos do aluno A.

Nesse momento, foi possível perceber que os alunos estavam utilizando os conceitos trabalhados em aula em uma nova situação, utilizando esquemas que foram construídos e aplicados para a resolução da atividade proposta.

Para facilitar a entrega dos trabalhos, os triângulos foram construídos no mesmo arquivo. Não foram apresentadas dificuldades por parte dos alunos para a realização desta atividade. Abaixo, alguns exemplos do material produzido no software (Figura 74, 75 e 76).

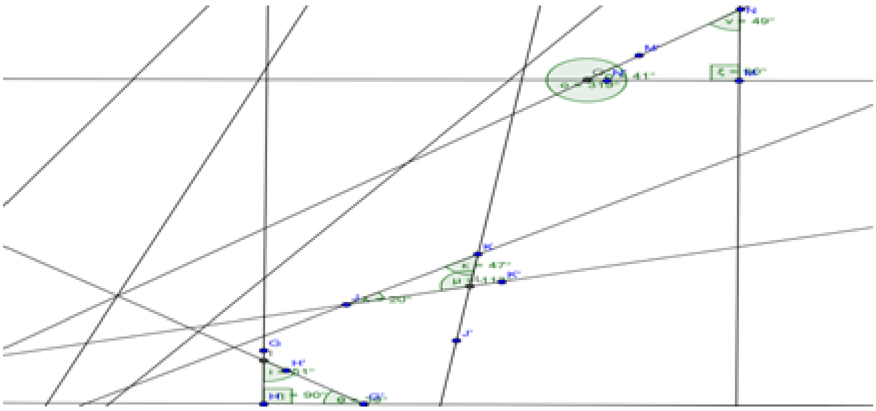


Figura 74 – Atividade GeoGebra A. e J.

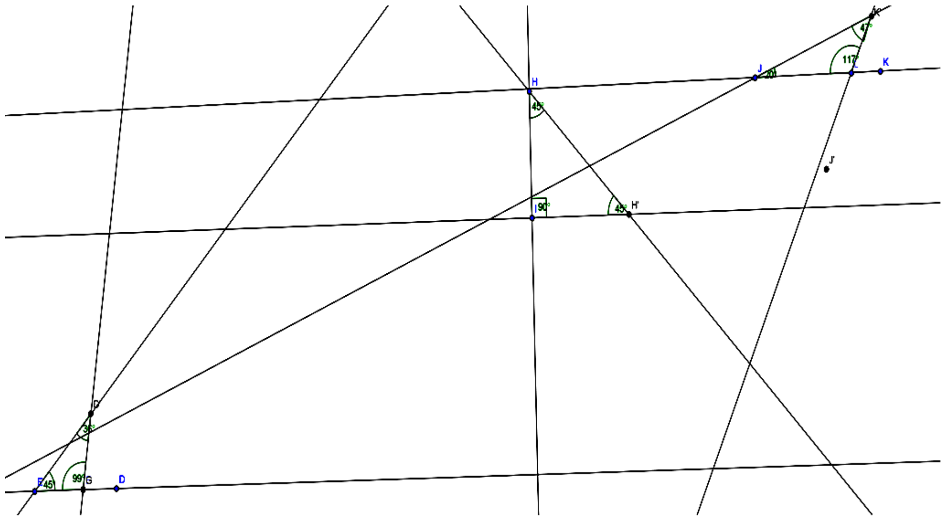


Figura 75 – Atividade GeoGebra J. e K.

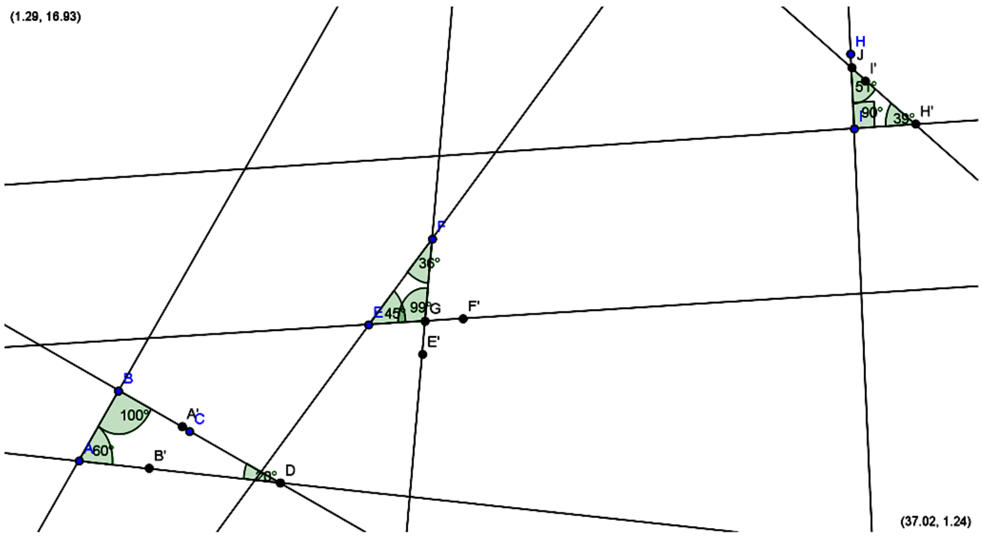


Figura 76 – Atividade GeoGebra S. e D.

Foram selecionados os três trabalhos acima, Figuras 74, 75 e 76, visto que são construções de triângulos diferentes, mostrando que a atividade foi de livre escolha de construção no GeoGebra, e que os alunos conseguiram utilizar as ferramentas disponíveis no software para realizar a tarefa proposta. Devido à proximidade do término do período da aula, os alunos solicitaram fazer a construção das figuras no mesmo arquivo e que fossem dispensados de esconder os objetos, a fim de realizarem mais rapidamente a tarefa solicitada.

Essa aula foi pensada visando explorar o uso da geometria dinâmica, ou seja, a partir da manipulação que o ambiente de geometria dinâmica proporciona, é possível conjecturar, abstrair e conceituar. As atividades descritas acima possibilitaram que os alunos, a partir da manipulação de segmentos, percebessem que, para construir um triângulo, é necessário que a soma das medidas de dois lados quaisquer seja maior que a medida do terceiro lado. Com o dinamismo do GeoGebra, também foi possível, por meio dos "desenhos em movimento", que os alunos conseguissem perceber características dos triângulos, tais como classificações (ângulos e lados) e as propriedades da soma dos ângulos internos e externos.

As atividades elaboradas permitiram que os alunos, por meio da visualização e da manipulação dos objetos em movimentos, fizessem questionamentos, desenvolvessem esquemas para realização das atividades, refletissem sobre as informações que estavam sendo mostradas pelos objetos em movimento e observassem as propriedades que estavam em jogo na atividade. A manipulação dos objetos virtuais foi utilizada para desencadear o processo de identificação e reconhecimento das propriedades dos triângulos. Em um segundo momento, os alunos foram convidados a utilizar os esquemas construídos em novas situações, para ampliar os conceitos trabalhados.

Para esse tópico, a professora foi mediadora do processo de construção, usando palavras, expressões e formulando questões que promovessem a aprendizagem dos alunos em relação aos conceitos apresentados. Segundo Moreira (2002)

> [...]. A linguagem e os símbolos são importantes nesse processo. Os professores usam palavras e sentenças para explicar, formular questões, selecionar informações, propor metas, expectativas, regras e planos. Contudo, sua ação mediadora mais importante é a de prover situações (de aprendizagens) frutíferas para os estudantes. [...]. (MOREIRA, 2002, p. 13).

É importante que o professor tenha participação e auxilie no processo de aprendizagem dos alunos, pois é por meio de indagações e da proposição de questões-problemas, que os mesmos podem construir conceitos e desenvolver o conhecimento.

5.5 Relato e análise da aula 05

A aula 05 ocorreu nos dias 07 e 14 de novembro de 2013, necessitando de três períodos para realização integral da proposta.

O objetivo desta aula foi abordar um dos três problemas insolúveis da geometria: Trissecção de um ângulo.

Esta aula ocorreu em dois momentos, sendo dividida em parte no Laboratório de Informática (utilizando as atividades e materiais disponíveis no website construído para realização dessas sequências didáticas) e o restante em sala de aula, para a construção de um trissector de ângulo utilizando materiais concretos.

1º momento:

No Laboratório de informática, a professora iniciou retomando o conceito de bissetriz e mostrando como é feita sua construção no GeoGebra. Depois, continuou abordando um dos problemas clássicos da história da matemática grega: “a trissecção de um ângulo”, mostrando então a solução encontrada por Arquimedes e o mecanismo manipulativo, objeto pelo qual é possível trissectar um ângulo de acordo com o método de Arquimedes.

Os alunos acompanharam a leitura do resumo apresentado no Quadro 2[14]

Quadro 2- História da Trissecção de um ângulo

Os séculos V e IV a.C. constituíram um período extremamente ativo da matemática no mundo grego. Aproximadamente neste período, têm início os três problemas clássicos da matemática grega. Esses problemas ficaram conhecidos como duplicação do cubo, trissecção do ângulo e quadratura do círculo, no qual, aqui iremos abordar apenas a trissecção de um ângulo qualquer. Aparentemente de enunciados simples, são problemas geométricos que envolvem construções utilizando unicamente régua não graduada e compasso. Esses problemas fizeram história e são os “três famosos problemas da antiguidade”. Mas a fama, justa com certeza, se deveu a um pequeno e importante detalhe: os gregos e os pósteros não conseguiram resolver os problemas com a restrição imposta, a de usar exclusivamente a régua e o compasso. As tentativas de solucionar os problemas, todas infrutíferas, geraram paralelamente a criação de instrumentos diversos da régua e do compasso que solucionavam os problemas. No século XIX, mais de dois mil anos depois, os matemáticos finalmente deram uma solução aos problemas. Solução não muito satisfatória: eles eram impossíveis. Demonstrava-se que os três famosos problemas da antiguidade grega, a duplicação do cubo, a trissecção do ângulo e a quadratura do círculo eram impossíveis de serem resolvidos com a utilização exclusiva da régua e do compasso.

A Trissecção de um ângulo qualquer consiste em, dado um ângulo, construir um ângulo com um terço da sua amplitude. Abaixo segue um exemplo de Trissecção do Ângulo, construído a partir do método desenvolvido por Arquimedes.

[14] Resumo artigo do Os três problemas gregos: uma introdução aos teoremas das impossibilidades de Ana Luiza Maksoud Elias e Sérgio Volchan disponível em: <*www.puc-rio.br/.../MAT-Ana%20Luiza%20Maksoud%20Elias.pdf*.>. Acesso em: 25 ago. 2013.

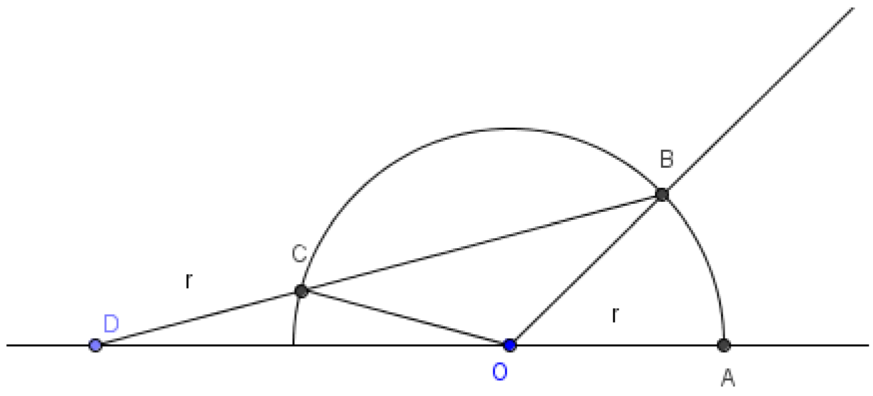


Figura 77 - Exemplo de Trissecção de ângulo pelo método de Arquimedes
Fonte: arquivo pessoal

Para realizar a trissecção de um ângulo AÔB, pode-se proceder da seguinte maneira (Figura 78): Utilizando o ponto O como centro, trace um círculo de raio r qualquer. Prolongue a semirreta $\overrightarrow{AO}$ e trace $\overline{DB}$ de tal forma que $\overline{DC}$ = r. O ângulo A$\widehat{D}$B mede um terço do ângulo dado e soluciona o problema.

Pode-se provar este fato da seguinte maneira:

Seja C o ponto de intersecção de $\overline{DB}$ com a circunferência. Trace $\overline{CO}$ e observe que

$\overline{DC}$ = $\overline{CO}$ = $\overline{OB}$ = r.

Logo os triângulos ΔDCO e ΔAOB são isósceles e, portanto, possuem os ângulos da base congruentes. Deste fato e do teorema do ângulo externo, tem-se que:

AÔB = O$\widehat{D}$B + O$\hat{B}$C

= O$\widehat{D}$B + O$\hat{C}$B

= O$\widehat{D}$B + O$\widehat{D}$C + DÔC

Mas

O$\widehat{D}$B = O$\widehat{D}$C = DÔC = A$\widehat{D}$B

Logo A$\widehat{D}$B = $\frac{1}{3}$AÔB.

Observa-se que esta solução da trissecção do ângulo não usa apenas a régua e o compasso da maneira que foram descritos anteriormente. É uma solução por ajustamento. Marca-se em uma reta os pontos D e C de tal modo que $\overline{DC}$ = r; procura-se então ajustar a reta na figura de tal modo que D e C estejam na semirreta $\overrightarrow{AO}$ e no círculo, respectivamente, e de tal modo que ela passe por B.

Um possível mecanismo que pode ser construído consiste em duas barras iguais $\overline{DB}$ e $\overline{DF'}$, articuladas em D. A extremidade B da primeira barra é fixa em um ponto de uma terceira barra $\overline{FC}$, de modo que $\overline{DB}$ = $\overline{BC}$. A extremidade F' desliza em uma ranhura da barra $\overline{FC}$. A Figura 78 ilustra um mecanismo, construído em madeira e metal, propositadamente para a dissertação de Sousa (2001), e com o qual é possível trissectar um ângulo qualquer, de acordo com o 'método de Arquimedes'.

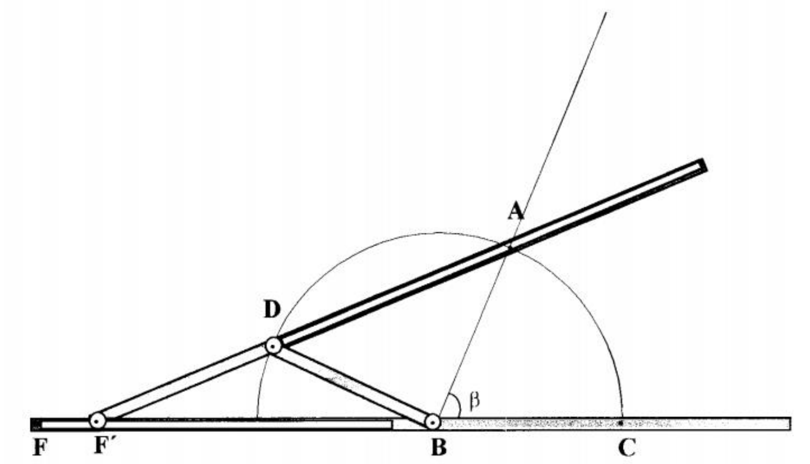


Figura 78 - Utilizando o mecanismo
Fonte: Sousa (2001, p.30)

Tendo em vista essas informações, os alunos foram convidados a utilizar o instrumento virtual disponível no website, construído a partir das ideias propostas por Arquimedes.

O mecanismo virtual disponível no website, conforme ilustrado na Figura 79, consiste em um objeto que permite fazer este ajustamento proposto na solução de Arquimedes, podendo então ser obtida a terça parte de um ângulo qualquer.

Abaixo, tem-se as instruções para utilizar o mecanismo virtual:

- Utilizando a ferramenta ângulo, marque os três pontos e obtenha o ângulo β que será trissectado;

- Com a ferramenta compasso, utilize a medida do segmento $\overline{IJ}$ já disponível para construir o círculo com centro no vértice M do ângulo;

- Construa uma reta paralela à barra superior móvel do instrumento, que passe pelo vértice M do ângulo;

- Marque os pontos O e P, de intersecção entre o círculo e os lados do ângulo, assim como, o ponto Q, de intersecção do círculo com a reta paralela;

- Com a ferramenta ângulo, marque o ângulo formado pela reta paralela e pelo lado inferior do ângulo inicial;

- Esconda o vértice M do ângulo utilizando o botão direito do mouse;

- Feito isso, arraste o trissector e posicione o ponto A sobre o vértice, movimentando o ponto B de modo que se posicione sobre o lado do vértice. Em seguida, arraste F" de maneira que fique sobre o círculo e a barra passando pelo ponto de intersecção entre o círculo e o lado superior do ângulo.

Inicialmente, a professora mostrou, com o auxílio do projetor, como proceder para utilizar o mecanismo. Em seguida, os alunos iniciaram sua manipulação, para realizar a divisão de um ângulo em três partes iguais. Muitos conseguiram realizar a atividade de modo tranquilo e satisfatório; outros solicitaram auxílio, pois ficaram com dúvidas sobre onde deveriam posicionar o ponto B do mecanismo, e qual seria o ponto correto em que F deveria ser posicionado. Então a professora mediou a situação, lendo junto com os alunos as instruções publicadas no website e, de acordo com cada informação dada, a mesma solicitava que tal item fosse localizado no ângulo construído. Assim, por meio das intervenções, os alunos conseguiram explorar o mecanismo e realizaram as atividades.

Os trabalhos foram salvos, conforme ilustram as Figuras 79, 80 e 81 abaixo.

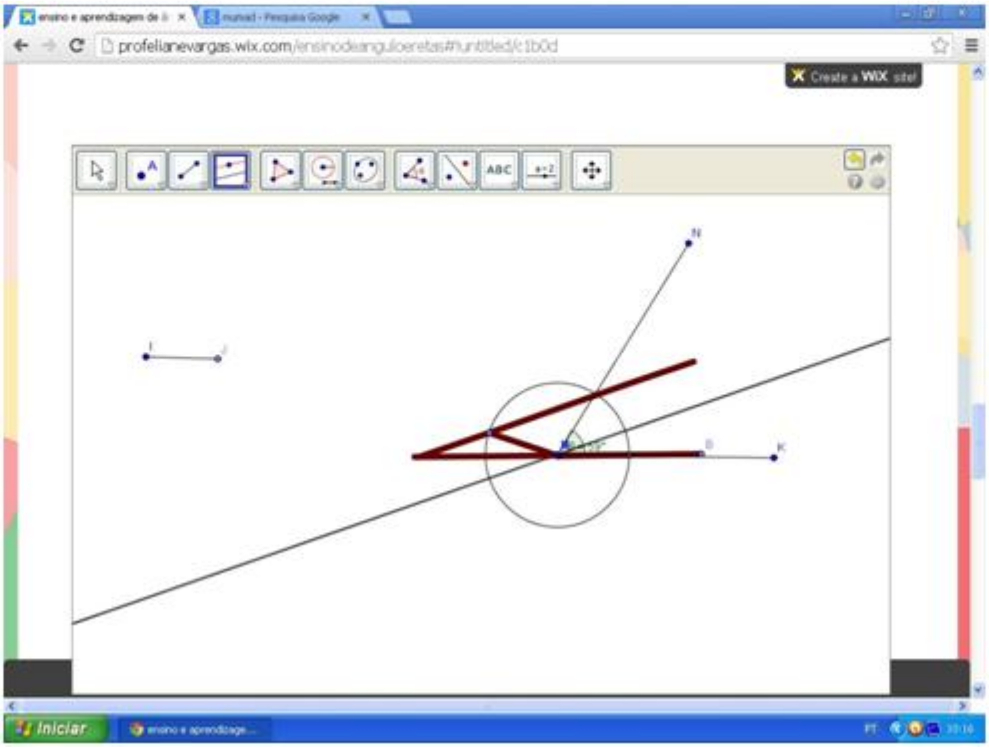


Figura 79 – Atividade online N.

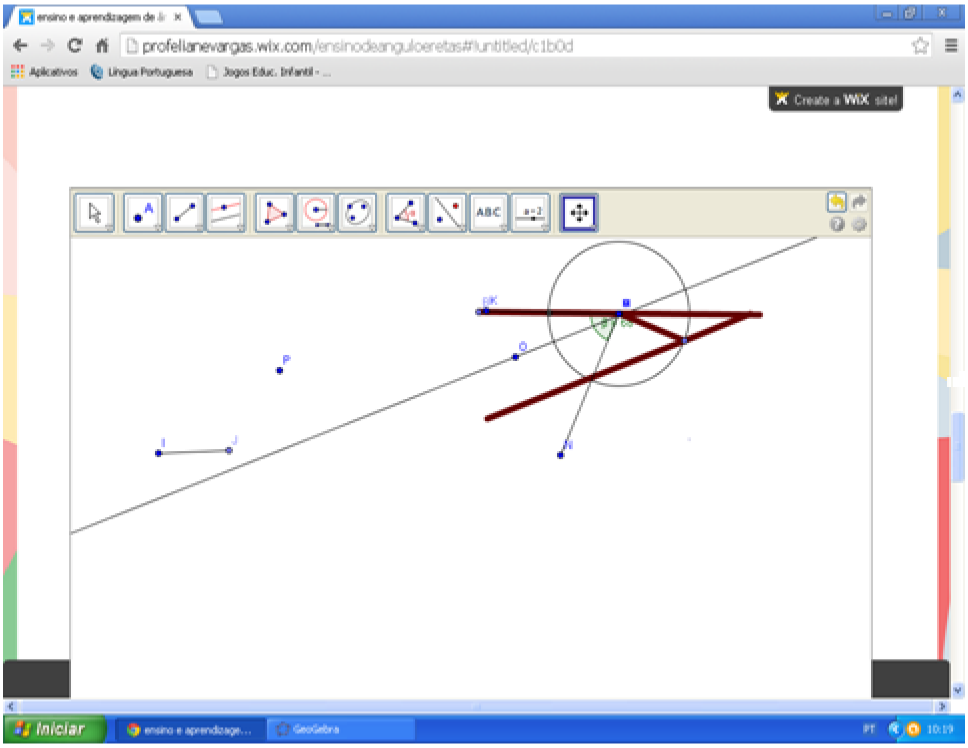


Figura 80 – Atividade online G.

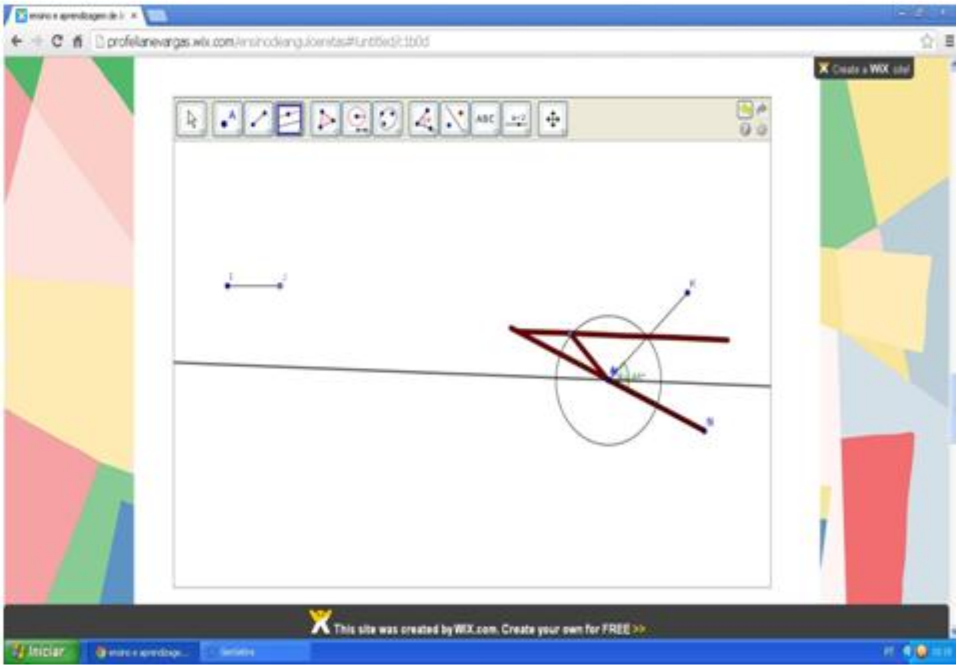


Figura 81 – Atividade online M.

As Figuras 79, 80 e 81 mostram que o trissector online realiza a trisseção de um ângulo independente de sua posição. Como o GeoGebra possui o “movimento” dos objetos, é possível que o trissector seja posicionado de acordo com o lado do ângulo construído. Pode-se observar que o ângulo que está sendo trisseccionado é o ângulo formado pelos dois segmentos de reta e a reta paralela à base do mecanismo indica a terça parte deste ângulo. Para a segunda atividade, foi solicitado que os alunos realizassem a trissecção de ângulo no software GeoGebra, utilizando o método de ajustamento de Arquimedes. Embora o passo-a-passo esteja disponível no site, os alunos tiveram um pouco mais de dificuldades. A parte inicial da construção do ângulo a ser trisseccionado transcorreu normalmente. A dúvida era como encontrar o ponto de intersecção entre os três objetos: os dois círculos e o segmento, pois segundo o método de Arquimedes, é no momento desta intersecção, que a reta paralela a esse segmento e que está passando pela origem do ângulo está indicando a terça parte deste. Pode-se observar essa construção na Figura 82 abaixo. Com isso, a professora fez intervenções e assessorou as duplas sobre como utilizar a ferramenta intersecção e como selecionar os objetos desejados, sempre questionando sobre o que os alunos queriam fazer e o que precisavam construir, para depois dar as instruções para auxiliá-los.

Os alunos tiveram livre opção para escolhas, tanto da medida do ângulo, quanto para a construção dos círculos, ocorrendo, assim que, alguns alunos optaram pela utilização da ferramenta compasso, enquanto outros optaram pela ferramenta ângulo dado um raio fixo, como mostra a Figura 83.

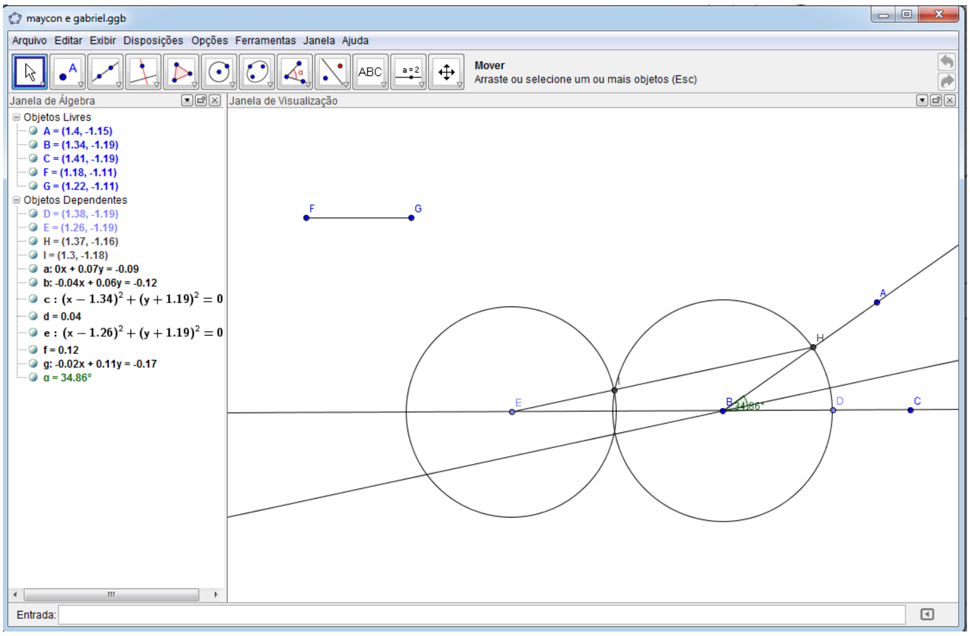


Figura 82– Atividade GeoGebra G. e M.

Uma situação interessante aconteceu nesta aula. Um dos computadores não executou o software GeoGebra e as alunas, de um modo totalmente autônomo e espontâneo, realizaram essa tarefa utilizando diretamente as ferramentas disponíveis no site, conforme mostra a Figura 83.

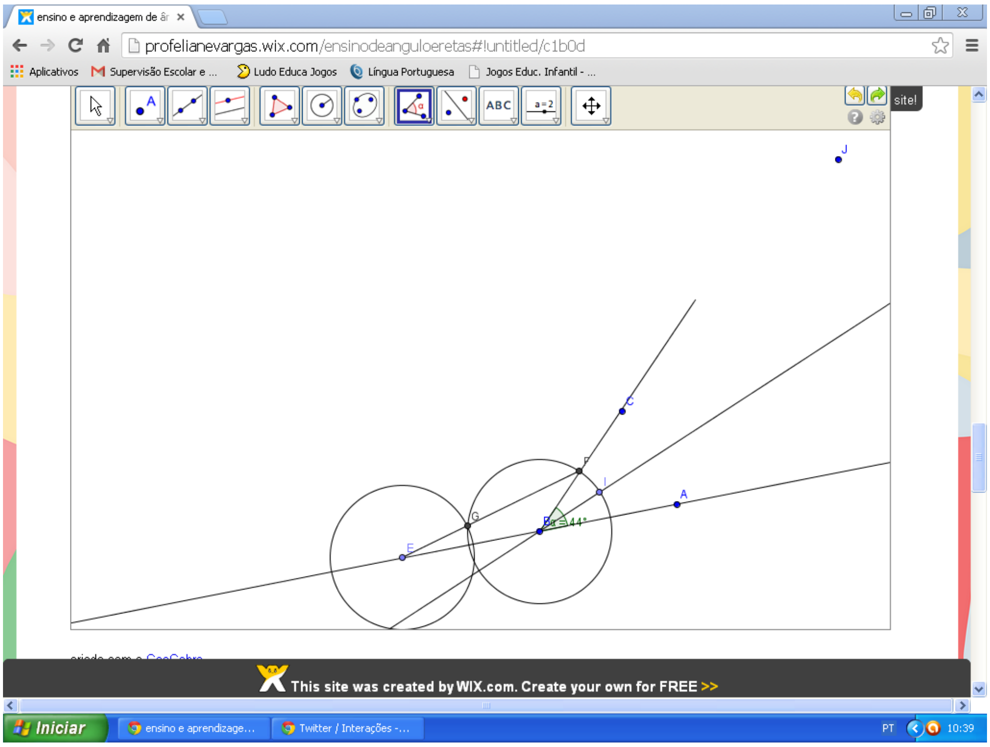


Figura 83 – Bruna L., D. e M. E.

Encerrando essa etapa, os alunos retornaram para a sala de aula para continuar a realização da proposta de ensino.

2º momento:

O segundo momento foi dedicado à construção de um instrumento similar ao virtual, ilustrado pela Figura 84 abaixo, para realizar a trissecção de ângulos seguindo os passos de construção de Sousa (2001), conforme ilustrado pela Figura 78 acima.

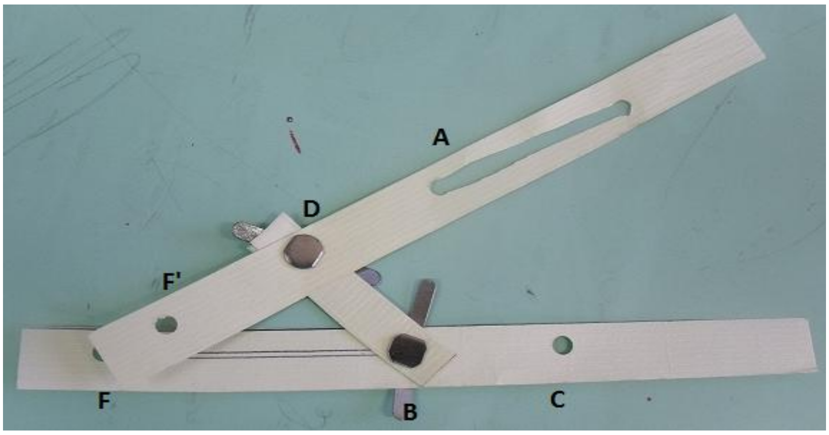


Figura 84 – Instrumento construído pelos alunos
Fonte: arquivo pessoal

O instrumento consiste em duas barras iguais, $\overline{FC}$ e $\overline{F'A}$, sendo que $\overline{DB}$ e $\overline{DF'}$ têm mesma medida, articuladas em D. A barra $\overline{DB}$ é fixa num ponto B da barra $\overline{FC}$, de modo a que $\overline{DB}$ = $\overline{BC}$. A extremidade F' desliza em uma ranhura da barra $\overline{FC}$. Para trissectar o ângulo, basta construir um ângulo, traçar uma circunferência com centro na origem do ângulo de raio $\overline{BC}$. A articulação do instrumento consiste em posicionar o ponto B na origem do ângulo e o ponto C no segmento do lado do ângulo. Em seguida, movimentar a barra $\overline{F'A}$, de modo que F’ fique na ranhura, o ponto D sobre a circunferência e o ponto A na intersecção entre o segundo lado do ângulo e a circunferência.

Em um primeiro momento, foi escolhido um material plástico para construção das hastes do mecanismo, o que não foi uma boa escolha, pois os alunos tiveram dificuldades para marcar e realizar a perfuração do material plástico com o furador de papel, ocasionando agitação e distração de muitos.

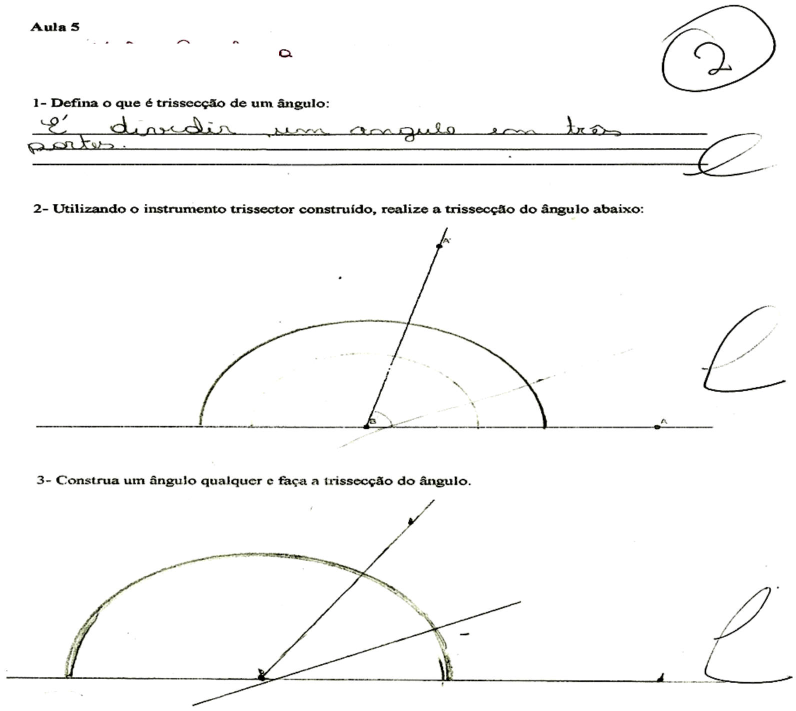
Para a aula seguinte, a professora providenciou outro material, cartão com gramatura 120gr, o que facilitou muito a construção e o manuseio dos instrumentos. Os alunos concentraram-se na construção do trissector e realizaram as atividades propostas individualmente. Além da explicação geral para turma sobre como manusear o mecanismo para realizar a trissecção de um ângulo, a professora também ofereceu atendimento individualizado, passando por todos os alunos para esclarecer dúvidas. A Figura 85 apresenta os alunos observando a professora sobre como manusear o instrumento e a Figura 86 mostra os mesmos realizando as atividades propostas.

Figura 85 – Como manusear o instrumento

Figura 86 – Alunos realizando as atividades

Após esta construção, os alunos receberam uma folha fotocopiada (Apêndice C – Questionário aula 05) com perguntas e atividades para serem resolvidas e devolvidas no término da aula.

As Figuras 87 e 88 exemplificam as atividades realizadas pelos alunos. De acordo com as respostas, percebe-se que os alunos compreenderam que a Trissecção de um ângulo consiste em dividi-lo em três partes. Percebe-se também que os alunos, em suas manifestações, não esclareceram que as três partes devem ser iguais. Este fato foi retomado pela professora após a verificação do ocorrido, e os alunos justificaram que sabiam, mas achavam que não seria necessário acrescentar. Além disso, identificou-se que os alunos conseguiram manipular o instrumento confeccionado por eles, com base nas resoluções apresentadas nas tarefas. Como pode-se perceber, os alunos não chegaram a dividir o ângulo em três partes, visto que o intuito da aula era resgatar o problema da trissecção, apresentando o método de Arquimedes, e traçar apenas terça parte de um ângulo qualquer utilizando o instrumento construído.


Aula 5

2

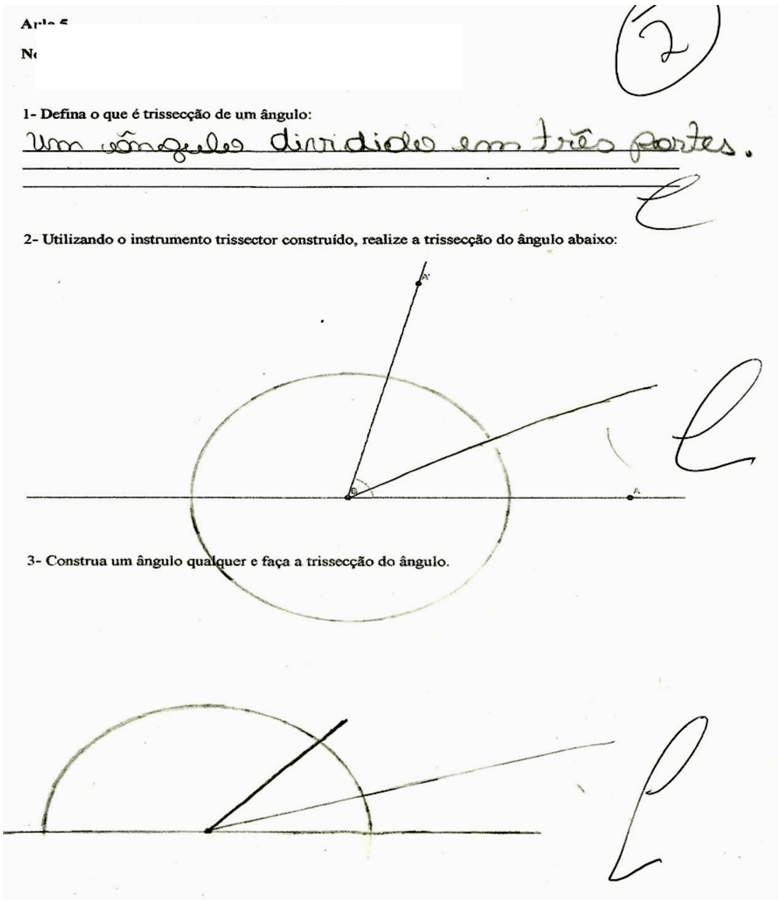
1- Defina o que é trissecção de um ângulo:

É dividir um angulo em três partes.

2- Utilizando o instrumento trissector construído, realize a trissecção do ângulo abaixo:

3- Construa um ângulo qualquer e faça a trissecção do ângulo.

Figura 87 – Atividade material concreto J.


Aula 5

2

1- Defina o que é trissecção de um ângulo:

Um ângulo dividido em três partes.

2- Utilizando o instrumento trissector construído, realize a trissecção do ângulo abaixo:

3- Construa um ângulo qualquer e faça a trissecção do ângulo.

Figura 88 – Atividade material concreto K.

Realizando um comparativo entre as atividades realizadas com materiais concretos e virtuais, pode-se destacar que os alunos tiveram mais facilidade em desempenhar as atividades propostas com o GeoGebra, sendo que o tempo de execução das mesmas superou as expectativas da professora. Evidentemente isso se deve ao fato dos alunos já estarem mais familiarizados com as ferramentas disponíveis no software. Por outro lado, a manipulação do concreto é importante, pois estimula e desenvolve habilidades de manusear instrumentos geométricos, como régua, transferidor e compasso, assim como, possibilita que os conhecimentos adquiridos pelos alunos sejam expressos em suas construções manuais individuais, sem a necessidade de utilizar a facilidade que a Geometria Dinâmica dispõe.

Esta aula iniciou a partir de um problema histórico: como realizar a trissecção de um ângulo qualquer utilizando apenas régua não graduada e compasso. A discussão proporcionou que os alunos percebessem que este problema insolúvel geometricamente, só pode ser resolvido utilizando o método do ajustamento, para o qual, o instrumento trissector é fundamental. A partir desta discussão, os alunos receberam a proposta de construir um instrumento similar ao proposto por Arquimedes. Esta construção mobilizou nos alunos esquemas e estratégias de construção, assim como a utilização de conceitos estudados anteriormente, tais como, ângulos, retas paralelas, circunferências.

O ambiente virtual foi importante neste primeiro momento, pois disponibilizou ferramentas que permitem que, durante a construção, possa se desfazer algum procedimento realizado, aceitando que sejam feitas as correções sem ter que iniciar o processo novamente, para obter o resultado final.

Além disso, o destaque desta aula foi resgatar um fato importante da história da geometria, que até os dias atuais não tem solução utilizando régua e compasso, sendo que somente é possível realizar a trissecção de um ângulo utilizando ajustamento ou as ferramentas disponíveis nos softwares de geometria dinâmica.

Os alunos puderam vivenciar esta experiência tanto com a resolução com material concreto, como também perceberam que as tecnologias vieram como ferramentas para facilitar e auxiliar na compreensão dos conceitos abordados. O ambiente dinâmico permite o ajuste necessário para que a construção seja feita com uma precisão que o material concreto não comporta com tamanha exatidão.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa realizada neste trabalho teve como questão norteadora: *"Que contribuições traz para o processo de aprendizagem de conceitos de geometria, no oitavo ano do Ensino Fundamental, a integração de mídias digitais e recursos didáticos?"*. Para responder à pergunta, a autora elaborou uma proposta didática, envolvendo conceitos de Geometria, tais como ângulos, teoremas das retas paralelas e uma transversal, triângulos, soma dos ângulos internos, bissecção e trissecção de ângulos, previstos no plano de ensino do oitavo ano da escola escolhida para aplicar sua sequência didática. A autora também construiu um website disponível em http://profelianevargas.wix.com/ensinodeanguloeretas, integrando mídias digitais e recursos didáticos, tais como, vídeos, fotografias digitais e software de geometria dinâmica..

Com este trabalho, foi possível perceber que a geometria dinâmica, aliada aos demais recursos didáticos, possibilitou que os alunos explorassem, vivenciassem e compreendessem, por meio das novas situações de aprendizagem elaboradas, os conceitos geométricos que estavam sendo abordados. Ficou evidenciado, por meio dos questionários respondidos pelos alunos, que a geometria dinâmica pode auxiliar no processo de construção de conceitos da Geometria, pois nas respostas analisadas foram relatadas situações e conceitos nos quais apareciam palavras como "movimento" e "junto", indicando que o dinamismo do GeoGeobra tem impacto na linguagem que expressa conceitos geométricos, como retas, pontos, intersecção entre outros, assim como, os demais conceitos abordados.

Nessa sequência didática, buscou-se propiciar um estudo envolvendo situações de aprendizagem que dessem sentido aos conceitos, e que, ao mesmo tempo, resgatassem em cada tópico, conceitos e propriedades estudadas anteriormente, a fim de utilizá-los em novas situações, para dar oportunidades para os alunos ampliarem seus esquemas. Do mesmo modo, procurou-se abordar cada conceito, considerando que, para Vergnaud (1993), os conceitos consistem de uma trinca, ou seja, propondo situações que dessem sentindo ao conceito, com um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) para que os alunos pudessem formar esquemas e o conjunto das formas de linguagem que permitissem a representação simbólica.

Desse modo, essa sequência didática buscou propor atividades diferenciadas para contemplar o próprio conteúdo programático estudado no Ensino Fundamental (ângulos, teoremas das retas paralelas e uma transversal, triângulos e a soma dos ângulos internos, bissecção e trissecção de ângulos) por meio da integração de mídias digitais e da utilização de ambiente de geometria dinâmica, possibilitando que qualquer docente possa inseri-la em sua prática, seja na íntegra ou parcialmente. Além disso, pelo fato de estarem disponíveis em website, os educandos também poderão utilizar o material como fonte de pesquisa.

A geometria dinâmica foi importante para o desenvolvimento dessa proposta, pois, a partir das ferramentas disponíveis no software GeoGebra, os objetos puderam ser construídos e manipulados, e por meio das situações em movimento, os alunos tiveram a oportunidade de compreender e construir conceitos de entes geométricos abordados no trabalho. Os principais aspectos observados nos alunos foram comprometimento, empenho e entusiasmo durante a realização do trabalho. Mais do que isso, percebeu-se a forma positiva com que demonstraram os conhecimentos adquiridos, realizando as atividades propostas apoiados nos conceitos geométricos construídos.

Os resultados analisados das atividades apresentadas ao longo do capítulo 5 foram satisfatórios, pois os alunos conseguiram explorar o material manipulativo disponível no website construído para esse trabalho. Além disso, as atividades propostas despertaram o interesse dos alunos. Assim por meio dos diálogos, questionamentos e manipulações os alunos compreenderam e evoluíram em seus conhecimentos pré-existentes, de forma a demonstrar a compreensão dos conceitos geométricos trabalhados nesta proposta.

Desse modo, acredita-se que esse trabalho pode auxiliar outros educadores na abordagem desses conceitos de Geometria com alunos do Ensino Fundamental. A autora já vivenciou em 2014 novamente a aplicação parcial dessa sequência didática, com outros alunos do Ensino Fundamental, de outra escola da qual também é docente nos oitavos anos. Os alunos tiveram facilidade em utilizar o website como fonte de pesquisa em suas residências, e também conseguiram construir conceitos geométricos por meio dos objetos em movimento proporcionado pela geometria dinâmica.

Espera-se que esse material possa servir de inspiração para os educadores, e que a utilização de mídias e geometria dinâmica possa ser cada vez mais integrada aos planos didáticos e utilizada em sala de aula, tornando o ensino de matemática mais interativo e compreendido por meio da manipulação e do movimento.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.** MEC/SEF, 1997.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates.** SBEM, Ano II. Nº 2. Brasília: 1989, p. 15-19.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática.** São Paulo: Ática, 1988. 88p.

GRAVINA, M. A. **Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria.** 1996. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/EDUCACAO_E_TECNOLOGIA/GEODINAMICA.PDF>. Acesso em: 22 fev. 2014.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo.** 2001. 277 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/2545>. Acesso em: 23 set. 2013.

GRAVINA, M. A.; M. V. A. BASSO. Mídias digitais na Educação Matemática. In: GRAVINA, M. A.; BÚRIGO, E. Z.; BASSO, M. V. A.; GARCIA, V. C. V. (Orgs). In: **Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática.** 1ª ed. Porto Alegre: Evangraf, 2012. p. 11 - 35.

GRAVINA, M. A.; M. M. BARRETO; M. T. DIAS; M. MEIER. Geometria Dinâmica na Escola. In: GRAVINA, M. A.; BÚRIGO, E. Z.; BASSO, M. V. A.; GARCIA, V. C. V. (Orgs). In: **Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática.** 1ª ed. Porto Alegre: Evangraf, 2012. p. 37 - 60.

MORAN, J. M. **Tecnologias de comunicação e interação.** Programa de Formação Continuada em Mídias na Educação - *MEC.* Disponível em: <http://webeduc.mec.gov.br/midiaseducacao/material/introdutorio/pdf/etapa2_Tec_com_e_interacao.pdf>. Acesso em: 18 jan. 2014.

MOREIRA, M. A. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências.** Porto Alegre: 2002. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol7/n1/v7_n1_a1.html>. Acesso em: 29 set. 2013.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. Bolema, 25, 2006, 105-132. Este artigo é uma versão revista e atualizada de um artigo anterior: Ponte, J. P. (1994). **O estudo de caso na investigação em educação matemática.** Quadrante 3 (1), pp 3 -18. (re-publicado com autorização)

SOUSA, J. M. R. **Trissecção do ângulo e Duplicação do Cubo: as Soluções na Antiga Grécia.** 2001. 114 f. Tese (Mestrado em Matemática – Fundamentos e Aplicações) – Departamento de Matemática Pura. Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Disponível em: <http://www.prof2000.pt/users/miguel/tese/pdf.html>. Acesso em: 20 ago. 2013.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiane Alberto (Orgs). In: **A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais.** 1. ed. Curitiba: CRV, 2009. p. 13-36.

VERGNAUD, G. In: Nasser, L. (ED.). Teoria dos Campos Conceituais. **Anais do 1° Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro.** Rio de Janeiro, 1993. p. 1-26.

YIN, R. Case Study Research: Design and Methods. **Anais do 1° Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro.** 2ª ed. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, 1994.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Produto Técnico

Abaixo trazemos as sequências didáticas desenvolvidas nesse trabalho. As mesmas envolvem atividades que integram mídias digitais e recursos didáticos.

Estas sequências estão disponíveis no website http://profelianevargas.wix.com/ensinodeanguloeretas, desenvolvido como parte do produto dessa dissertação. O mesmo contém oito menus (Home, Retas, Retas paralelas e uma transversal, Triângulos, Trissecção de um ângulo e Sobre a autora) conforme apresentados no desenvolvimento desse trabalho, abordando tópicos independentes e, portanto, não tendo a necessidade de exploração de maneira contínua.

Aula: 01

Conteúdo/tema: Retas e segmentos

Objetivos específicos

- Representar ponto, retas, semirretas e segmentos no plano;

- Conhecer e aprender a utilizar algumas ferramentas básicas do software GeoGebra.

Recursos didáticos

- Projetor, computadores, software GeoGebra e caderno.

Desenvolvimento Metodológico

Resumo: Propor situações e construções no GeoGebra para que por meio destas os alunos definam os elementos primitivos da geometria, assim como, conheçam o software e aprendam a manuseá-lo.

Na sala de informática:

Explorar as principais ferramentas do GeoGebra, como, ponto, ponto médio, intersecção, segmento, reta, semirreta, reta perpendicular, reta paralela.

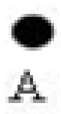
Em seguida compreender as definições de cada ente geométrico.

O ponto, a reta e o plano[15].

Na Geometria Euclidiana as noções geométricas são definidas por meio de definições. Sendo assim os elementos primitivos (**ponto, reta e plano**) são noções primitivas e adotadas sem definição. Mediante da experiência e da observação de cada um desses entes temos apenas conhecimento intuitivo.

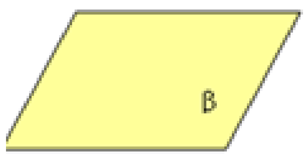
Representa-se:

Ponto: por qualquer letra maiúscula do alfabeto. (A, B, C, ...).



Reta: por qualquer letra minúscula (r, s, ...).

Plano: por letras gregas (α: alfa, β: beta e γ: gama).

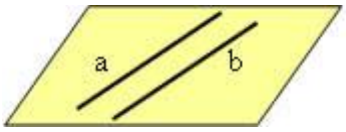


[15] Referência Bibliográfica: DOLCE, O.; POMPEO, J N. **Fundamentos de Matemática Elementar.** 8ª ed.São Paulo: Atual, 2005. 456p.

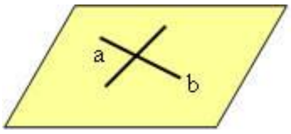
.

Posições de retas no plano

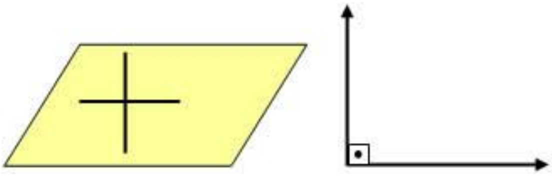
Paralelas: retas que não possuem nenhum ponto em comum.



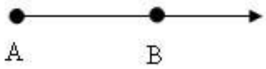
Concorrentes: retas que possuem um ponto em comum.



Perpendiculares: retas que possuem um ponto em comum e formam um ângulo de 90º.



Semirreta: possui origem em um ponto, tornando-se infinita no sentido contrário.

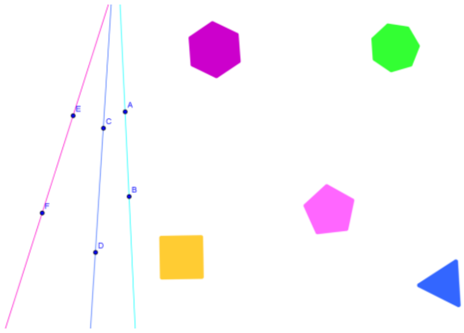


Segmento de reta: possui origem e fim.

Essas definições são introduzidas em Geometria Analítica, proporcionando um estudo mais detalhado de todos os elementos no espaço, distância entre: dois pontos, entre ponto e reta, entre duas retas, ponto médio entre segmentos e outras situações.

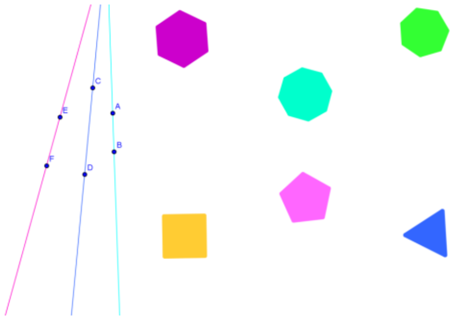
Após os alunos deverão resolver os desafios abaixo que estão disponíveis no site do GeoGebra Tube, conforme os links abaixo em cada atividade:

a)



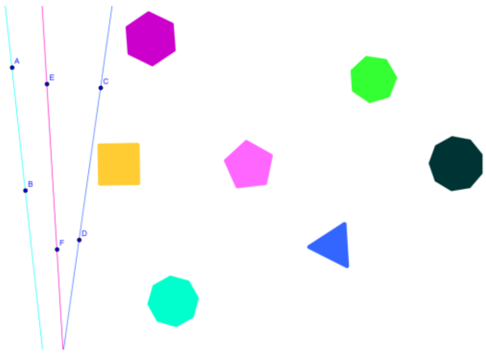
Disponível em: <https://tube.geogebra.org/student/m148779>. Acesso em: 05 fev. 2015.

b)



Disponível em: <https://tube.geogebra.org/student/m148776>. Acesso em: 05 fev. 2015.

c)



Disponível em: <https://tube.geogebra.org/student/m148777>. Acesso em: 05 fev. 2015.

Avaliação:

Os alunos serão avaliados pela participação na realização das atividades e com base nos arquivos produzidos no software GeoGebra.

Aula: 02

Conteúdo/tema: Ângulos

Objetivos específicos

- Verificar a existência de ângulos no cotidiano e compreender a sua importância.

Recursos didáticos

- Projetor, vídeo, caderno, máquina fotográfica, computadores e software GeoGebra.

Desenvolvimento Metodológico

Resumo: Assistir o vídeo, realizando interferências e investigação do conhecimento dos alunos. Propor aos alunos que fotografem objetos em que possam ser explorados diferentes ângulos. Ir ao Labin e com o software GeoGebra verificar as medidas aproximadas dos ângulos e nomeá-los.

1º momento:

Iniciaremos assistindo o vídeo: Matemática olhando por outro ângulo – da Editora FTD, com duração de 8 min e 26 s. O mesmo mostra diferentes situações em que o ângulo está presente no cotidiano. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=BMEk1MBf3Ko>.

A aula será conduzida com o apoio do vídeo Aula 30 – O que é ângulo – do Novo Telecurso. Nesse momento são apresentados conceitos de ângulos, de medidas e classificação dos ângulos. Os alunos também conhecerão os instrumentos utilizados para medir e construir um ângulo. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=yRrr-HiaudE>.

2º momento:

Será proposto aos alunos que fotografem pelo pátio da escola objetos que apresentam ângulos diferentes.

3º momento:

Através da ferramenta ângulo disponível no GeoGebra os alunos deverão verificar a medida aproximada dos ângulos dos objetos das respectivas fotos e classificá-los quanto a medida. Traçar a bissetriz do ângulo.

Para finalizar, os alunos deverão escolher um dos objetos explorados pelos vídeos para criá-lo utilizando as ferramentas disponíveis no software GeoGebra.

Avaliação:

Os alunos serão avaliados pela participação na realização das atividades e através dos arquivos produzidos no software GeoGebra.

Aula: 03

Conteúdo/tema: Duas retas paralelas e uma transversal

Objetivos específicos

- Interpretar a situação-problema;

- Reconhecer retas e determinar suas posições;

- Conceituar os ângulos formados através do cruzamento de retas distintas;

- Resolver situações-problemas e exercícios através do software GeoGebra.

Recursos didáticos

- Projetor; computadores; software GeoGebra; folha de fotocópia e caderno.

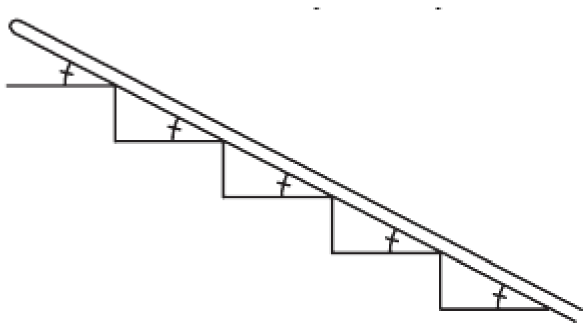
Desenvolvimento Metodológico

Resumo: Leitura e questionamentos da situação-problema. Identificação de retas paralelas e transversais. Nomeação dos oito ângulos formados neste cruzamento de retas, assim como, suas propriedades. Interpretação e resolução das questões propostas através de construções de figuras no software GeoGebra.

1º momento:

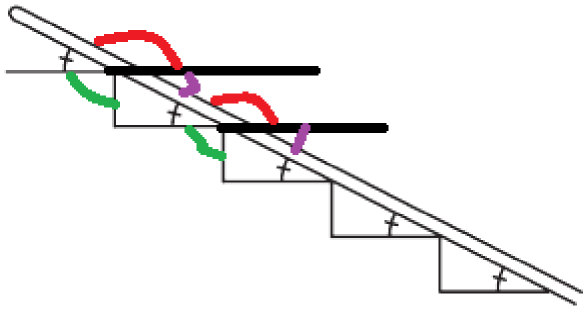
Iniciar com um diálogo sobre a seguinte situação-problema:

João é um garoto esperto. Outro dia, no "velho Maracanã", ele mostrava ao tio (com quem conversa muito sobre seus estudos) os ângulos formados nos degraus do estádio. Ele ilustrou seu raciocínio deitando o pau da bandeira de seu clube atravessado em relação aos degraus. Visto de lado, o pau da bandeira forma ângulos iguais com todos os degraus. Vemos também que isso só acontece porque os degraus são todos horizontais e, portanto paralelos.



Esta experiência do garoto pode ter sido vivida também por Tales de Mileto, que há 2600 anos enunciou: “Quando retas paralelas são cortadas por uma reta transversal, os ângulos formados numa das retas paralelas são correspondentes e iguais aos ângulos da outra.”[16]

Desta forma, se os ângulos formados entre a base do último degrau da escada e o pau da bandeira medem 30º, quais são as medidas dos outros ângulos formados por essas?



A partir desta situação, iniciaremos com o processo de reconhecimento de retas paralelas e transversais, assim como, a medida dos ângulos formados entre elas.

Os alunos resolverão o problema no laboratório de informática com os recursos disponíveis no GeoGebra.

Após a construção iniciaremos o estudo de ângulos formados por retas transversais (internos, externos, correspondentes, alternos internos e externos).

2º momento:

Os alunos receberão uma folha de fotocópia com as situações-problemas abaixo, as quais, deverão ser solucionadas através de construções no software GeoGebra.

---

[16] MARINHO, Fundação Roberto - Telecurso 2000 – Matemática – Ensino Médio – volume 1- Aula 17 – Disponível em: <http://www.scribd.com/doc/3134819/Telecurso-2000-Matematica-Ensino-Medio-volume-1>. Acesso em: 24 ago. 2013.

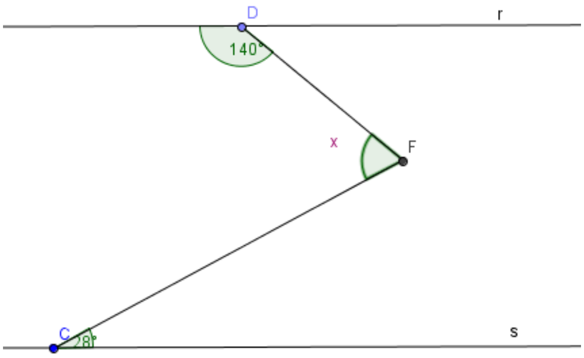
Atividade 1:

a) A partir do estudo dos ângulos formados por retas transversais, construa no GeoGebra uma reta transversal a duas paralelas cujo a medida de um dos ângulos seja 40º, e verifique a validade da propriedade.

b) Utilizando régua e transferidor, construa a atividade acima.

Atividade 2: Sendo r // s, determine o valor de x na figura abaixo:

a) através da construção no GeoGebra.



b) determine a medida solicitada, utilizando as propriedades estudadas.

Atividade 3: Utilize do mapa abaixo para solucionar a situação-problema.

João mora na R. Euzébio de Queiros. Ele irá convidar seus amigos Jonas e Pedro para ir a sua casa comemorar seu aniversário, porém está com dificuldades em escrever as dicas para seus amigos encontrar seu endereço. Ajude-o, completando o convite abaixo, considerando que a Av. Luiz Pasteur, R. José Cazella Mônaco e Av. Flores da Cunha são paralelas, assim como, a rua de sua residência é paralela a R. José Carlos da Silveira.

Dicas para o Pedro que mora na Av. Luiz Pasteur:

- Saindo de sua casa, vá para o lado direito, entre na próxima rua à direita, cujo ângulo formado é de 45º, você estará entrando na R. José Carlos da Silveira. Siga em frente e entre na próxima rua à esquerda, que forma um ângulo de ___________ com esta. Minha casa está situada no lado esquerdo da rua, esquina entre a Av. Flores da Cunha com a R. Euzébio de Queiros, e nesse ponto o ângulo formado entre essas ruas é de ________.

Dicas para o Jonas que mora na R. José Cazella Mônaco:

- Saindo de sua casa, vá para o lado esquerdo, entre na próxima rua à esquerda, cujo ângulo formado é de ___________, você estará entrando na R. José Carlos da Silveira. Siga em frente e entre na próxima rua à direita que forma um ângulo de ___________ com esta. Minha casa está situada no lado esquerdo da rua, esquina entre a Av. Flores da Cunha com a R. Euzébio de Queiros, e nesse ponto o ângulo formado entre essas ruas é de ________.

i) Indique a propriedade utilizada para encontrar cada ângulo.

ii) Construa uma mapa com os respectivos trajetos no GeoGebra.

Atividade 4: Construa uma escada com altura e profundidade móvel.

Avaliação:

Os alunos serão avaliados pelo empenho e realização das atividades propostas.

Aula: 04

Conteúdo/tema: Ângulos internos e externos de um triângulo

Objetivos específicos

- Reconhecer e representar os vértices, os lados e os ângulos internos de um triângulo;

- Classificar um triângulo quanto aos lados e quanto aos ângulos;

- Compreender que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º;

- Determinar os ângulos externos de um triângulo.

Recursos didáticos

- Projetor, computadores, software GeoGebra, website e caderno.

Desenvolvimento Metodológico

Resumo: Através de construções e atividades propostas no website, classificar triângulos quanto aos lados e ângulos internos, assim como, verificar a soma dos ângulos internos. Através de construções no GeoGebra verificar os ângulos externos de um triângulo.

1º momento:

No laboratório de informática no website, menu Triângulos, os alunos realizarão a atividade inicial que propõem construção virtual de triângulos com diferentes medidas de lados através da movimentação de segmentos. Nesse propósito os alunos deverão ser questionados quais os triângulos que podem ser construídos e quais não são possíveis, verificar e discutir as conclusões dos mesmos.

Na segunda atividade Classificação quanto ao lado, os alunos movimentaram os vértices do triângulo o obterão sua classificação de acordo com a medida do lado. Neste momento os alunos deverão definir Triângulos Equilátero, Isóscele e Escaleno.

A terceira atividade Classificação quanto aos ângulos, no qual através da movimentação do vértice os alunos deverão perceber as modificações das medidas dos ângulos e o nome dado aos triângulos de acordo com essas medidas, assim como, verificar a que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer dentro das diferentes classificações é igual a 180º. Nesse propósito os mesmos responderão as seguintes perguntas:

- Como os triângulos são classificados de acordo com os ângulos?

- Como os ângulos se comportam dentro de cada classificação?

- Quantos graus medem a soma dos ângulos internos de um triângulo? Essa soma se modifica dentro das classificações?

2º momento:

Ângulo externo e sua propriedade

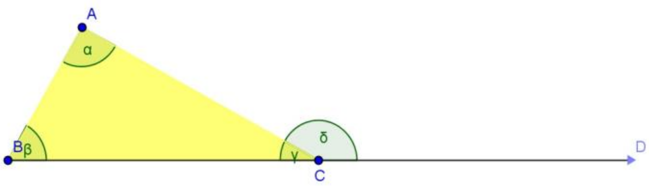
Construir no software GeoGebra um triângulo qualquer.

Utilizando a ferramenta ângulos evidenciar os ângulos internos do triângulo construído. Após construir uma semirreta sob cada lado do triângulo e verificar a soma do ângulo interno com o ângulo formado entre o lado e a reta construída.

- Qual a semelhança obtida nos 3 ângulos?

- O que você observa ao movimentar os vértices e obter um novo triângulo?

Então considerando um triângulo ABC, temos que:



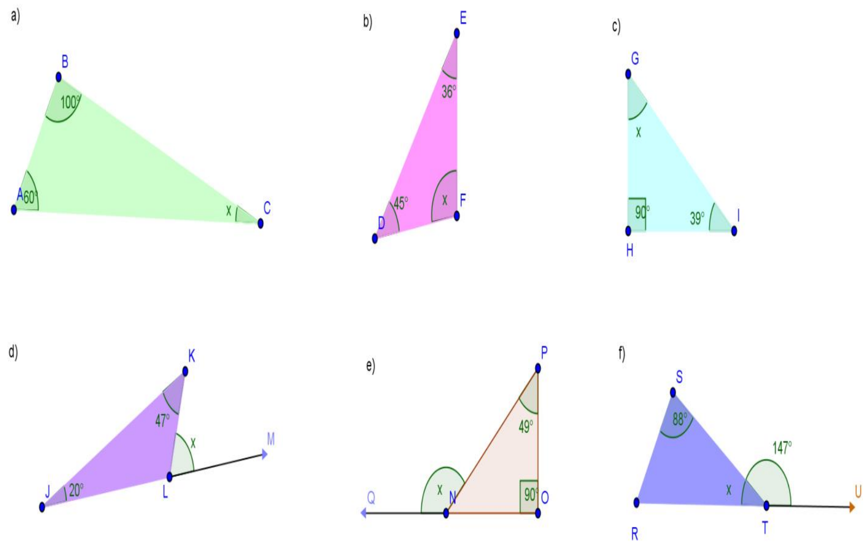
$$\left.\begin{aligned} \sigma &= 180° - \gamma \\ \alpha + \beta &= 180° - \gamma \end{aligned}\right\} \rightarrow \sigma = \alpha + \beta$$

Portanto,

Em todo triângulo, qualquer ângulo externo tem medida igual à soma das medidas dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.

Atividade:

Em cada item, calcule o valor de x e classifique em relação aos ângulos. Após realize as construções no GeoGebra e confira suas respostas.



Avaliação:

Essa aula será avaliada mediante as respostas e aprendizagem dos alunos propostas nas atividades.

Aula: 05

Conteúdo/tema: Trissecção de um ângulo

Objetivos específicos

- Resgatar e resolver um dos três problemas clássicos da geometria: Trissecção de um ângulo.

Recursos didáticos

- Projetor, computadores, software GeoGebra, website, papel com gramatura, folha de fotocópia e caderno.

Desenvolvimento Metodológico

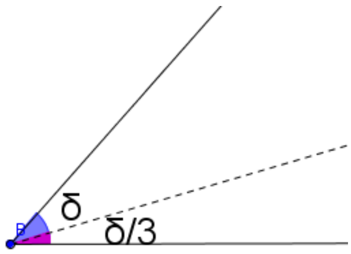
Resumo: Resgatar o problema da trissecção e construir um trissector com material concreto. Construir o mesmo instrumento no GeoGebra para perceber a facilidade que a geometria dinâmica proporciona. Realizar a trissecção de ângulos utilizando as próprias ferramentas que o software disponibiliza.

1º momento: (em folha fotocopiada)

Os séculos V e IV a.C. constituíram um período extremamente ativo da matemática no mundo grego. Aproximadamente neste período, têm início os três problemas clássicos da matemática grega. Esses problemas ficaram conhecidos como duplicação do cubo, trissecção do ângulo e quadratura do círculo, no qual, aqui iremos abordar apenas a trissecção de um ângulo qualquer. Aparentemente de enunciados simples, são problemas geométricos que envolvem construções utilizando unicamente régua não graduada e compasso. Esses problemas fizeram história e são os "três famosos problemas da antiguidade". Mas a fama, justa com certeza, se deveu a um pequeno e importante detalhe: os gregos e os pósteros não conseguiram resolver os problemas com a restrição imposta, a de usar exclusivamente a régua e o compasso. As tentativas de solucionar os problemas, todas infrutíferas, geraram paralelamente a criação de instrumentos diversos da régua e do compasso que solucionavam os problemas. No século XIX, mais de dois mil anos depois, os matemáticos finalmente deram uma solução aos problemas. Solução não muito satisfatória: eles eram impossíveis. Demonstrava-se que os três famosos problemas da antiguidade grega, a duplicação do cubo, a trissecção do ângulo e a quadratura do círculo eram impossíveis de serem resolvidos com a utilização exclusiva da régua e do compasso.

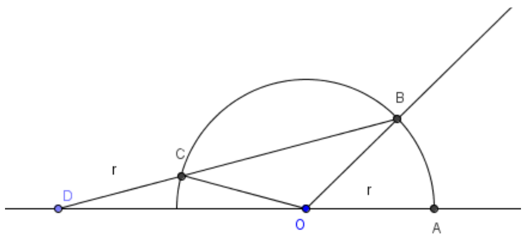
Trissecção de um ângulo consiste em:

"Dado um ângulo, construir um ângulo com um terço da amplitude".



Fonte: arquivo pessoal

Trissecção do Ângulo (Arquimedes)



Fonte: arquivo pessoal

Seja AÔB o ângulo a ser trissectado. Pelo ponto O, como centro, trace um círculo de raio r qualquer. Prolongue o semirreta $\overrightarrow{AO}$ e trace $\overline{DB}$ de tal forma que $\overline{DC}$ = r. O ângulo A$\widehat{D}$B mede um terço do ângulo dado e soluciona o problema.

Prova-se este fato da seguinte maneira:

Seja C o ponto de intersecção de $\overline{DB}$ com a circunferência. Trace $\overline{CO}$ e observe que

$\overline{DC}$ = $\overline{CO}$ = $\overline{OB}$ = r.

Logo os triângulos ΔDCO e ΔAOB são isósceles e, portanto, possuem os ângulos da base congruentes. Deste fato e do teorema do ângulo externo, temos que:

AÔB = O$\widehat{D}$B + O$\widehat{B}$C

= O$\widehat{D}$B + O$\widehat{C}$B

$= O\widehat{D}B + O\widehat{D}C + D\hat{O}C$

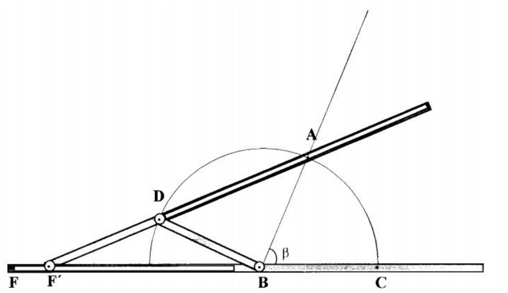
Mas

$O\widehat{D}B = O\widehat{D}C = D\hat{O}C = A\widehat{D}B$

Logo $A\widehat{D}B = \frac{1}{3} A\hat{O}B$.

Observemos que esta solução da trissecção do ângulo não usa apenas a régua e o compasso da maneira que foram descritos anteriormente. É uma solução por ajustamento. Marca-se em uma reta os pontos D e C de tal modo que $\overline{DC}$ = r; procura-se então ajustar a reta na figura de tal modo que D e C estejam na semirreta $\overrightarrow{AO}$ e no círculo, respectivamente, e de tal modo que ela passe por B.

Um possível mecanismo que pode ser construído consiste em duas barras iguais $\overline{DB}$ e $\overline{DF'}$, articuladas em D. A extremidade B da primeira barra é fixa em um ponto de uma terceira barra $\overline{FC}$, de modo que $\overline{DB} = \overline{BC}$. A extremidade F' desliza em uma ranhura da barra $\overline{FC}$. A Figura 71 ilustra um mecanismo, construído em madeira e metal, propositadamente para a dissertação de Sousa (2001), e com o qual é possível trissectar um ângulo qualquer, de acordo com o 'método de Arquimedes'.



Fonte: Sousa (2001, p.30)

Neste momento os alunos deverão construir um trissector com materiais concretos que acharem mais adequados.

Após utilize o instrumento disponível no website e realize a trissecção de um ângulo desejado.

2º momento:

Construir no software GeoGebra o mecanismo trissector de um ângulo.

Após as devidas construções, explorar a ferramenta ângulo amplitude fixa para realizar a trissecção de um ângulo.

Avaliação:

Essa aula será avaliada mediante a construção do material concreto e das atividades realizadas no software GeoGebra.

Abaixo, tem-se as instruções para utilizar o mecanismo virtual:

- Utilizando a ferramenta ângulo, marque os três pontos e obtenha o ângulo β que será trissectado;

- Com a ferramenta compasso, utilize a medida do segmento $\overline{IJ}$ já disponível para construir o círculo com centro no vértice M do ângulo;

- Construa uma reta paralela à barra superior móvel do instrumento, que passe pelo vértice M do ângulo;

- Marque os pontos O e P, de intersecção entre o círculo e os lados do ângulo, assim como, o ponto Q, de intersecção do círculo com a reta paralela;

- Com a ferramenta ângulo, marque o ângulo formado pela a reta paralela e pelo lado inferior do ângulo inicial;

- Esconda o vértice M do ângulo utilizando o botão direito do mouse;

- Feito isso, arraste o trissector e posicione o ponto A sobre o vértice, movimentando o ponto B de modo que se posicione sobre o lado do vértice. Em seguida, arraste F” de maneira que fique sobre o círculo e a barra passando pelo ponto de intersecção entre o círculo e o lado superior do ângulo.

APÊNDICE B – Termo de consentimento informado

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. ________________, responsável pelo(a) aluno(a) ______________________________________, da turma ___________, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada Integração de diferentes mídias digitais e recursos didáticos no ensino e aprendizagem de ângulos, teoremas das retas paralelas e uma transversal, triângulos, soma dos ângulos internos, bissecção e trissecção de ângulos no oitavo ano do Ensino Fundamental, desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) ELIANE TEIXEIRA VARGAS. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por MÁRCIA RODRIGUES NOTARE MENEGHETTI, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do e-mail marcia.notare@mat.ufrgs.br

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

1. Analisar o ensino e a aprendizagem de ângulos, teoremas das retas paralelas e uma transversal, triângulos e a soma dos ângulos internos, bissecção e trissecção de ângulos através da integração de diferentes mídias digitais.
2. Elaborar uma sequência didática envolvendo definições, resoluções de problemas, vídeos, glossário e atividades a serem desenvolvidas com materiais manipulativos e o software GeoGebra.
3. Estimular o uso de novas tecnologias e objetos de aprendizagem para ensino e aprendizagem de geometria no oitavo ano do Ensino Fundamental.
4. Validar a realização, compreensão e apropriação das atividades propostas na sequência didática.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço Rua Osvaldo Jesus Vieira, 245/e-mail eliane-vargas@hotmail.com.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de ________________ de _______.

Assinatura do Responsável:

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa:

APÊNDICE C – Questionários

Questionário aula 01:

1- Defina com suas palavras:

a) Ponto

b) Reta

c) Plano

d) Paralelas

e) Perpendicular

f) Ponto médio

g) Intersecção

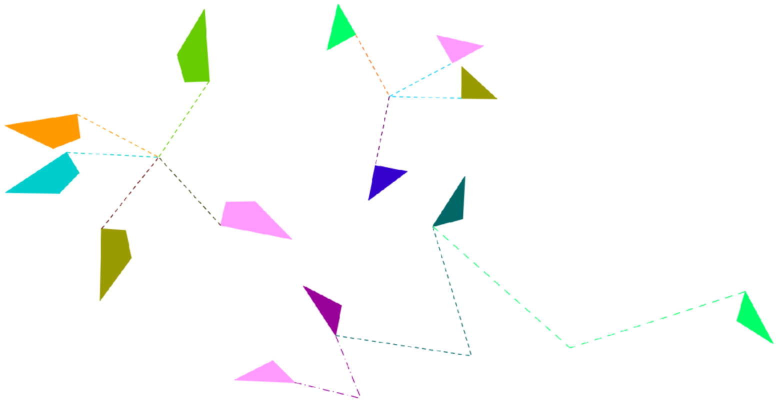
h) Como são nomeados pontos e retas? Existe alguma diferença?

Questionário aula 02:

1) Defina com suas palavras o que é ângulo:

2) Construa um ângulo e com o auxílio de um compasso trace a bissetriz.

3) Escreva a medida da rotação das figuras obtida através do compasso virtual:



4) Comentário sobre a aula (Dúvidas, dificuldades, aprendizagens, opiniões):

Questionário aula 03:

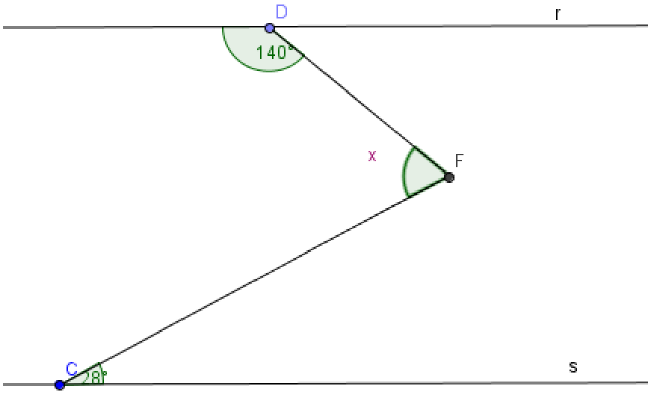
Atividade 1:

a) A partir do estudo dos ângulos formados por retas transversais, construa no GeoGebra uma reta transversal a duas paralelas cujo a medida de um dos ângulos seja 40º, e verifique a validade da propriedade.

b) Utilizando régua e transferidor construa a atividade acima.

Atividade 2: Sendo r // s, determine o valor de x na figura abaixo:

a) através da construção no GeoGebra.



b) determine a medida solicitada, utilizando as propriedades estudadas.

Atividade 3: Utilize do mapa abaixo para solucionar a situação-problema.

João mora na R. Euzébio de Queiros. Ele irá convidar seus amigos Jonas e Pedro para ir a sua casa comemorar seu aniversário, porém está com dificuldades em escrever as dicas para seus amigos encontrar seu endereço. Ajude-o, completando o convite abaixo, considerando que a Av. Luiz Pasteur, R. José Cazella Mônaco e Av. Flores da Cunha são paralelas, assim como, a rua de sua residência é paralela a R. José Carlos da Silveira.

Dicas para o Pedro que mora na Av. Luiz Pasteur:

- Saindo de sua casa, vá para o lado direito, entre na próxima rua à direita, cujo ângulo formado é de 45º, você estará entrando na R. José Carlos da Silveira. Siga em frente e entre na próxima rua à esquerda, que forma um ângulo de ___________ com esta. Minha casa está situada no lado esquerdo da rua, esquina entre a Av. Flores da Cunha com a R. Euzébio de Queiros, e nesse ponto o ângulo formado entre essas ruas é de ________.

Dicas para o Jonas que mora na R. José Cazella Mônaco:

- Saindo de sua casa, vá para o lado esquerdo, entre na próxima rua à esquerda, cujo ângulo formado é de ___________, você estará entrando na R. José Carlos da Silveira. Siga em frente e entre na próxima rua à direita que forma um ângulo de ___________ com esta. Minha casa está situada no lado esquerdo da rua, esquina entre a Av. Flores da Cunha com a R. Euzébio de Queiros, e nesse ponto o ângulo formado entre essas ruas é de ________.

i) Indique a propriedade utilizada para encontrar cada ângulo.

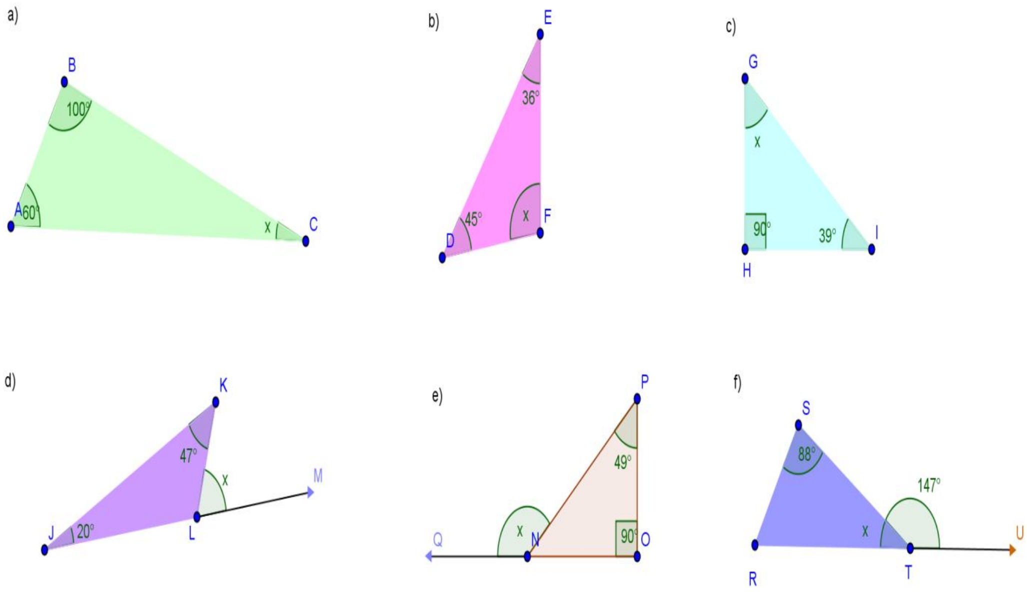
ii) Construa um mapa com os respectivos trajetos no GeoGebra.

Atividade 4: Construa uma escada com altura e profundidade móvel.

Questionário aula 04:

Atividade:

Em cada item, calcule o valor de x e classifique em relação aos ângulos. Após realize as construções no GeoGebra e confira suas respostas.



Questionário aula 05:

1- Defina o que é trissecção de um ângulo:

2- Utilizando o instrumento trissector construído, realize a trissecção do ângulo abaixo:

3- Construa um ângulo qualquer e faça a trissecção do ângulo.