

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA INTERAÇÃO SOLO-ESTACA
PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Jorge Luis Palomino Tamayo

Porto Alegre
2015

JORGE LUIS PALOMINO TAMAYO

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA INTERAÇÃO SOLO-ESTACA
PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia

Porto Alegre
2015

CIP - Catalogação na Publicação

Tamayo, Jorge Luis Palomino
Simulação Numérica da Interação Solo-estaca pelo
Método dos Elementos Finitos / Jorge Luis Palomino
Tamayo. -- 2015.
300 f.

Orientador: Armando Miguel Awruch.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio
Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS,
2015.

1. Interação solo-estaca. 2. Solos saturados. 3.
Concreto armado. 4. Elementos finitos. I. Awruch,
Armando Miguel, orient. II. Título.

JORGE LUIS PALOMINO TAMAYO

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA INTERAÇÃO SOLO-ESTACA
PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Esta Tese de Doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA, Área de Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 20 de março de 2015

Prof. Armando Miguel Awruch
Dr. COPPE/UFRJ
Orientador

Prof. Armando Miguel Awruch
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Marcio Muniz de Farias (UNB)
PhD. pela Universidade College of Swansea (UK)

Prof. Celso Romanel (PUC-Rio)
PhD pela Universidade de Arizona (EUA)

Prof. Samir Maghous (UFRGS)
Docteur pela Ecole Nationale Des Ponts Et Chaussées (FR)

Dedico este trabalho a minha família pela compreensão durante o período de seu desenvolvimento. A meu querido pai Jorge pelo seu constante apoio e exemplo de vida. A minha filha Micaela por ser a pessoa mais especial da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por brindar o conhecimento e a sabedoria necessária para culminar esta tese.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior - CAPES pela bolsa de estudos que possibilitou a minha total dedicação aos meus estudos para alcançar um dos objetivos importantes da minha vida.

Agradeço especialmente ao Professor Armando Miguel Awruch, pelas orientações brindadas e pelos ensinamentos de vida que motivaram meus estudos.

Em geral, a todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PPGEC/UFRGS pelos conhecimentos brindados. Um agradecimento especial aos professores: Inácio Benvegnu Morsch, João Massuero, Alexandre Braun e Felipe Almeida pela disponibilidade para manter uma conversa e tirar dúvidas sobre a parte computacional. Ao professor Samir Maghous pela amizade e ajuda brindada durante a correção final desta tese.

Aos professores com quem mantive contato pelo e-mail e cujas sugestões serviram na tomada de decisões para a elaboração deste trabalho. Dentro deles agradeço aos professores: Andrew C.H. Chan (Birmingham University), Sarkar Rajib (Indian Institute of Technology) Boris Jeremic (University of California, Davis) e Pedro Arduino (University of Washington).

Aos colegas e amigos da pós-graduação, Deborah Madalozzo, Vanessa Passa Dutra, e um abraço especial para André Bruch com quem tive longas conversas muito produtivas. Também, um abraço especial a Paulo Bambauch pela sua amizade. A Silvia Catarina Rossi, muito obrigado por sua gentileza.

Agradeço aos meus pais Jorge e Elena e meus irmãos Martin, Carlos e Elena do Rosário pelo apoio constante e conselhos para a realização deste trabalho.

Agradeço a minha esposa Karena pelo apoio brindado, o que possibilitou o término deste trabalho.

RESUMO

PALOMINO, T.J. Simulação Numérica da Interação Solo-Estaca pelo Método dos Elementos Finitos. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

A análise e projeto de grandes estruturas de engenharia requerem, geralmente, a utilização de fundações profundas baseadas em estacas de aço ou concreto armado. Sendo o problema de natureza tridimensional pelas condições de contorno e a variação espacial das propriedades do solo, necessita-se de uma ferramenta computacional capaz de simular esse tipo de problema em situações de interesse, tais como carregamento sísmico ou quase-estático por consolidação. Neste trabalho, propõe-se um modelo numérico tridimensional baseado no método dos elementos finitos sob pequenas deformações para a modelagem do problema de interação solo-estaca sob carregamento estático, quase-estático e dinâmico. Elementos finitos hexaédricos são utilizados para representar o meio poroso saturado e as estacas de concreto armado. Considera-se a interação parcial entre ambos meios, mediante a inclusão de elementos de interface capazes de simular separação e escorregamento. A não-linearidade física de todos os materiais envolvidos é considerada mediante a utilização da teoria de plasticidade, onde esquemas de integração explícita são utilizados. Um modelo constitutivo baseado na teoria de plasticidade generalizada é utilizado para simular o fenômeno de liquefação em areias. No caso da estaca de concreto armado, utilizou-se um modelo de fissuras distribuídas para representar o processo de fissuração, enquanto a armadura de reforço pode ser representada por uma camada distribuída equivalente ou por um modelo discreto incorporado. Exemplos numéricos são apresentados para validar a correta implementação do modelo numérico.

Palavras-chave: interação solo-estaca; solos saturados; concreto armado; elementos finitos.

ABSTRACT

PALOMINO, T.J. Numerical Simulation of Pile-Soil Interaction by the Finite Element Method. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

Deep foundations using steel or reinforced concrete piles are commonly used in large civil engineering structures. Due to the three-dimensional nature of the problem, its boundary conditions and spatial variability of soil properties, it is necessary to employ numerical models that must be able to simulate this problem under seismic loading as well as under quasi static consolidation processes. A three-dimensional numerical model based on the finite element method, for the static, quase-static and dynamic analysis of the soil-pile interaction problem under the small strain assumption is proposed in this work. For this purpose, coupled hexahedral finite elements are used to represent soil and concrete piles. Interface elements are used to simulate slip, bonding and opening processes at the soil-pile interface. Material nonlinear behaviour of the soil and concrete are considered by using the theory of plasticity, where explicit integration schemes are used. A suitable constitutive model based on the generalized theory of plasticity is employed to represent the liquefaction phenomena in sands under cyclic loading. For the concrete pile, a smeared approach is used to represent concrete cracking due to traction stresses, while both an equivalent smeared layer representation or a discrete unidimensional representation can be used for modeling the reinforcing steel. Numerical examples are presented in order to validate the implementation of the numerical model.

Key-words: pile-soil interaction; saturated soils; reinforced concrete; finite elements.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	28
1.1 INTRODUÇÃO AO PROBLEMA E SUAS CARACTERÍSTICAS MULTIDISCIPLINARES	28
1.2 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS.....	30
1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	31
1.3.1 Estudos referentes ao concreto armado	32
1.3.2 Estudos referentes a solos saturados.....	32
1.3.3 Estudos referentes à modelagem da interface solo-estaca.....	34
1.3.4 Estudos referentes ao problema global de interação de solo-estaca sem liquefação	35
1.3.4.1 Estudos experimentais.....	36
1.3.4.2 Estudos numéricos utilizando o método dos elementos finitos ou diferenças finitas	36
1.3.5 Estudos sobre interação solo-estaca com liquefação	38
1.3.5.1 Estudos experimentais.....	38
1.3.5.2 Estudos numéricos utilizando o método dos elementos finitos ou diferenças finitas	38
1.4 BREVE DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO DA DISERTAÇÃO	42
2. ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO	44
2.1 DESCRIÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO DO CONCRETO E DO AÇO EM PROBLEMAS DINÂMICOS.....	44
2.1.1 Modelo elasto-plástico sensível à taxa de deformação	45
2.1.2 Lei constitutiva elasto-plástica	47
2.1.3 Condição de escoamento e lei de endurecimento	48
2.1.4 Critério de Fissuração	51
2.1.5 Amolecimento por deformação	53
2.1.6 Transferência de corte.....	54
2.1.7 Critério de esmagamento	55

2.1.8	Aço de reforço	55
2.2	MODELO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA PROBLEMAS ESTÁTICOS E DINÂMICOS.	56
2.2.1	Concreto.....	56
2.2.2	Modelagem das armaduras de reforço	60
2.2.2.1	Modelo de armaduras distribuídas.....	60
2.2.2.2	Modelo aderente de armaduras incorporadas	61
2.2.2.3	Modelo não-aderente de armaduras incorporadas	62
2.2.3	Matriz de massa	64
2.2.4	Amortecimento mecânico	64
2.2.5	Discretização das equações no tempo.....	67
2.2.6	Método para a solução do sistema de equações.....	69
2.3	EXEMPLO DE APLICAÇÃO	72
2.3.1	Viga simplesmente apoiada de Cervera <i>et al.</i> (1988).....	72
2.3.2	Impacto de um avião sobre o muro de um reator nuclear (Cervera <i>et al.</i> ,1988)	74
2.3.3	Análise sísmica de um reator nuclear (Cervera <i>et al.</i> ,1988).....	80
2.3.4	Viga engastada-engastada com cabo não-aderente.....	83
3.	ANÁLISE DE SOLOS SATURADOS	85
3.1	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	85
3.2	EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA PROBLEMAS QUASE-ESTÁTICOS E DINÂMICOS.....	86
3.2.1	Aspectos gerais	86
3.2.1.1	Porosidade Euleriana, porosidade Lagrangiana e densidade do meio poroso	87
3.2.1.2	Lei de <i>Darcy</i>	88
3.2.1.3	Princípio das tensões efetivas de Terzaghi	90
3.2.1.4	Derivadas de um ponto material.....	91
3.2.2	Equações governantes.....	92
3.2.2.1	O conceito de tensão efetiva e equação constitutiva do esqueleto sólido.....	92
3.2.2.2	Equações de equilíbrio do meio poroso (equação do movimento).....	94
3.2.2.3	Equações do movimento do fluido	95
3.2.2.4	Equação de continuidade do fluido	96
3.2.2.5	Equações constitutivas para a mudança das densidades	97
3.2.3	Equações simplificadas da formulação de Biot (formulação <i>u-p</i>).....	99

3.3	MODELO PARA SOLOS SATURADOS VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	101
3.3.1	Discretização de equações no espaço	101
3.3.2	Discretização das equações no tempo.....	108
3.3.3	Método para a solução do sistema de equações.....	109
3.4	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	113
3.4.1	Consolidação de solo sob fundação flexível lisa (Manoharan e Dasgupta 1995)	113
3.4.2	Análise dinâmica de solo saturado sob fundação flexível (Soares,2004).....	116
3.4.3	Análise de fundação submetido a carregamento quase-estático (McGann, 2013)	119
4.	ANÁLISE DE PROBLEMAS DE GEOTECNIA.....	122
4.1	INTRODUÇÃO.....	122
4.2	DESCRIÇÃO DE MODELOS CONSTITUTIVOS CLÁSSICOS PARA A MODELAGEM DO SOLO SOB EFEITOS ESTÁTICOS E DINÂMICOS	123
4.3	DESCRIÇÃO DE MODELOS COM GRANDES DEFORMAÇÕES E GRANDES DESLOCAMENTOS.	126
4.3.1	Equação de equilíbrio	126
4.3.2	Integração das tensões	128
4.4	MODELO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA PROBLEMAS ESTÁTICOS E DINÂMICOS	130
4.4.1	Formulação Lagrangiana Atualizada (UL).....	130
4.5	CONDICÕES DE CONTORNO	132
4.5.1	Condições periódicas	132
4.5.2	Elementos tipo Kelvin	133
4.6	MECANISMOS DE EFEITOS DE INSTALAÇÃO DE ESTACAS E TENSÕES INICIAIS	136
4.7	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	139
4.7.1	Análise estática de uma fundação rígida lisa	139
4.7.2	Análise estática de uma fundação rígida lisa (Nazem <i>et al.</i> , 2006).....	141
4.7.3	Análise não-drenado estática de solo sob uma fundação rígida rugosa (Nazem <i>et al.</i> , 2006)	143
4.7.4	Camada de solo submetido a carregamento concentrados (Von Estorff <i>et al.</i> , 1990)	145

5.	ASPECTOS DA ENGENHARIA SÍSMICA E FENÔMENO DE LIQUEFAÇÃO EM AREIAS	147
5.1	ASPETOS GERAIS.....	147
5.1.1	Propagação de ondas.....	147
5.1.2	Carregamento aplicado	150
5.1.3	Tamanho do elemento finito	153
5.2	FENÔMENOS RESULTANTES A SEREM CONSIDERADOS EM AREIAS	154
5.3	MODELO CONSTITUTIVO PARA AREIAS EM CARREGAMENTO ESTÁTICO E DINÂMICO	157
5.3.1	Teoria da plasticidade generalizada	158
5.3.2	Modelo constitutivo <i>PZ-Mark III</i> (Pastor <i>et al.</i> ,1990).....	160
5.4	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	166
5.4.1	Coluna de areia de Ou e Chan (2006).....	166
5.4.2	Simulação numérica do experimento No 3 do projeto <i>VELACS</i>	174
6.	ELEMENTO DE INTERFACE	180
6.1	INTRODUÇÃO.....	180
6.2	MÉTODO DA PENALIDADE	180
6.2.1	Regularização das restrições	181
6.3	DESCRIÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO DA INTERFACE PARA PROBLEMAS ESTÁTICOS E DINÂMICOS.....	183
6.3.1	Considerações básicas para o elemento de interface	183
6.3.2	Base teórica para o comportamento por atrito	185
6.4	MODELO PARA INTERFACE VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA PROBLEMAS ESTÁTICOS E DINÂMICOS.....	190
6.4.1	Geometria do elemento	190
6.4.2	Cinemática	191
6.4.3	Algoritmo de solução não-linear	193
6.5	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	194
6.5.1	Elemento de contato em escorregamento (Sarkar, 2009)	194
6.5.2	Coluna em compressão axial (Cuellar, 2011).....	196

7.	INTERAÇÃO SOLO-ESTACAS	197
7.1	CARACTERÍSTICAS GERAIS DO PROGRAMA COMPUTACIONAL.....	197
7.2	VALIDAÇÃO E VERIFICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	200
7.2.1	Problemas monofásicos	200
7.2.1.1	Comparação com Reese e Matlock (1956).....	200
7.2.1.2	Sistema solo-estaca em carregamento estático cíclico (Trochanis <i>et al.</i> 1988).....	203
7.2.1.3	Resposta axial de uma estaca inserida em solo sem coesão (Wang e Sitar, 2004).....	210
7.2.2	Problemas de adensamento.....	220
7.2.2.1	Sistema solo-estaca em carregamento axial (Potts e Zdravkovic, 2001).....	220
7.2.2.2	Análise por consolidação do sistema solo-estaca em carregamento lateral (Taiebat e Carter, 2001) 225	
7.2.3	Problemas dinâmicos em meios saturados	236
7.2.3.1	Modelo de sistema solo-estaca em carregamento de terremoto (Abdoun, 1997).....	236
7.2.3.2	Modelo de interação solo-estaca de Gonzales (1995).....	246
7.2.3.3	Consideração da superestrutura.....	252
8.	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES DO TRABALHO.....	272
8.1	RESUMO.....	272
8.2	CONCLUSÕES.....	273
8.3	RECOMENDAÇÕES.....	279
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	281
	APÊNDICE A	296

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Falha das fundações de prédios durante terremotos devido à liquefação do solo..	29
Figura 1.2: Falha das fundações de pontes durante terremotos devido à liquefação do solo ...	29
Figura 2.1: Resposta tensão versus deformação plástica para diferentes taxas de carregamento adaptado de Liu (1985).....	46
Figura 2.2: Critérios de escoamento no espaço bidimensional de tensões principais e no plano meridiano adaptado de Petrakis (1993)	49
Figura 2.3: Desenvolvimento da superfície de escoamento plástica em condições de compressão biaxial obtido de Tamayo (2011).....	50
Figura 2.4: Representação uniaxial do modelo constitutivo de concreto para o cálculo de endurecimento.....	50
Figura 2.5: Critérios de fissuração em tração biaxial obtido de Petrakis (1993).....	52
Figura 2.6: Amolecimento de deformação obtido de Petrakis (1993).....	53
Figura 2.7: Trajetória secante de descarregamento e recarregamento obtido de Petrakis (1993)	54
Figura 2.8: Módulo cisalhante versus deformação normal de tração obtido de Petrakis (1993)	55
Figura 2.9: Diagrama tensão-deformação unidimensional para o aço	56
Figura 2.10: Elemento isoparamétrico tridimensional com camada de reforço incorporada...	57
Figura 2.11: Determinação de espessura equivalente.....	61
Figura 2.12: Razão de amortecimento versus frequência (amortecimento tipo <i>Rayleigh</i>).....	65
Figura 2.13: Carga, geometria e malha de elemento finitos utilizada para a viga.....	72
Figura 2.14: Efeito da taxa de deformação na resposta não-linear da viga armada de acordo com Beshara e Viridi (1991).....	73
Figura 2.15: Estrutura do reator nuclear: padrão geral e história de carga no tempo obtido de Cervera <i>et al.</i> (1988).....	74
Figura 2.16: Malha de elementos finitos	76
Figura 2.17: Análise não-linear: deslocamento horizontal nos pontos A, B e C.....	76
Figura 2.18: História de tensões na superfície externa.....	77
Figura 2.19: História de tensões na superfície média.....	77
Figura 2.20: História de tensões na vizinhança na superfície interna	77
Figura 2.21: Distribuição de tensões para deslocamento horizontal máximo atingido em 0.25 seg.....	78

Figura 2.22: Zonas com fissuração dupla e com deformação secundária ε_1 maior à deformação máxima do material 0.0002 para 0.25 seg.	78
Figura 2.23: Zonas com fissuração dupla e com deformação secundária ε_2 maior à deformação máxima do material 0.0002 para 0.25 seg.	78
Figura 2.24: Deslocamentos horizontais ($\times 10^{-2}$ m) para 0.25 seg. com fator de magnificação de 120.....	79
Figura 2.25: Deslocamentos horizontais ($\times 10^{-2}$ m) para 0.56 seg. com fator de magnificação de 200.....	79
Figura 2.26: Padrão de fissuração obtido como o presente modelo numérico para um tempo de análise de 0.56 seg.	80
Figura 2.27: Padrão de fissuração obtido em Cervera e Hinton (1987) para tempo de análise 0.38 seg.	80
Figura 2.28: Função analítica sísmica de carregamento.....	81
Figura 2.29: Resposta linear no ponto A.....	82
Figura 2.30: Resposta não-linear no ponto A.....	82
Figura 2.31: Comparação da resposta linear e não-linear no ponto A.....	82
Figura 2.32: Padrões de fissuração no concreto em diferentes tempos de análise com deformação por fissuração de 0.00018 (Presente trabalho).....	83
Figura 2.33: padrões de fissuração no concreto em diferentes tempos de análise com deformação por fissuração de 0.00018 (Cervera <i>et al.</i> 1988).....	83
Figura 2.34: Viga doblemente engastada submetida a carregamento pontual.....	84
Figura 2.35: Escorregamento (m) ao longo da interface concreto-cabo e tensões no cabo (P=700 N).....	84
Figura 3.1: Representação esquemática de um meio poroso preenchido com um fluido.....	86
Figura 3.2: Elementos hexaédricos.....	106
Figura 3.3: Malha de elementos finitos e carregamento utilizado em Manoharan e Dasgupta (1995).....	114
Figura 3.4: Malha de elementos finitos e deformada magnificada ao final da análise utilizadas neste trabalho.....	114
Figura 3.5: Dissipação do excesso de poropressão no nó A.....	115
Figura 3.6: Recalque de consolidação no centro e no limite da fundação.....	115
Figura 3.7: Variação da poropressão na direção horizontal e com a profundidade.....	116
Figura 3.8: Ilustração do problema de fundação sob solo elasto-plástico obtido de Soares (2004).....	117

Figura 3.9: Malha de elementos finitos: deslocamento vertical (m) para $t = 0.4$ seg. (Presente análise).....	117
Figura 3.10: Deslocamento no ponto A para modelo 1.....	118
Figura 3.11: Deslocamento no ponto A para modelo 2.....	118
Figura 3.12: Excesso de poropressões (kPa) ao longo da malha ($t=0.40$ seg.) para o modelo 2 obtido no presente trabalho.....	119
Figura 3.13: Excesso de poropressões ($\times 10^{-3}$, kPa) ao longo da malha ($t=0.40$ seg.) para o modelo 2 obtido por Soares (2010).....	119
Figura 3.14: Geometria para solo de fundação flexível (obtido de McGann, 2013).....	120
Figura 3.15: Excesso de poropressões (kPa) no domínio do solo.....	121
Figura 3.16: Variação do excesso de poropressões (kPa) com a profundidade para a linha de simetria (1 seg. de análise).....	121
Figura 4.1: Superfícies de escoamento de modelos clássicos de plasticidade.....	124
Figura 4.2: Condição de contorno periódica.....	132
Figura 4.3: Elemento Kelvin de dois nós para contorno.....	133
Figura 4.4: Variação da constante S_1	135
Figura 4.5: Variação da constante S_2	135
Figura 4.6: Variação das constantes S_{w1} e S_{w2}	135
Figura 4.7: Efeitos do processo de instalação nas tensões do solo.....	137
Figura 4.8: Geometria e malha de elementos finitos para a validação do algoritmo não-linear estático.....	140
Figura 4.9: Resposta da fundação para a validação do algoritmo não-linear para carregamento estático.....	140
Figura 4.10: Fundação superficial rígida sobre solo com lei física de Mohr Coulomb obtido de Nazem <i>et al.</i> (2006).....	141
Figura 4.11: Resposta carga-deslocamento obtido no presente trabalho.....	142
Figura 4.12: Malha deformada para recalque máximo 0.02B (Presente análise, fator de magnificação: 5).....	142
Figura 4.13: Fundação rugosa rígida em solo coesivo obtido de Nazem <i>et al.</i> (2006).....	143
Figura 4.14: Resposta carga-recalque para a fundação rígida obtida neste trabalho.....	144
Figura 4.15: Malha deformada para recalque 2.5B (Presente análise, sem fator de magnificação).....	144
Figura 4.16: Malhas deformadas para a fundação sob solo não-drenado para um recalque final de 2.5B.....	145

Figura 4.17: Estrato de solo apoiado sobre solo rígido	146
Figura 4.18: Histórico de deslocamento vertical no ponto A devido a P_v	146
Figura 5.1: Natureza dos deslocamentos das partículas do solo durante o passo de diferentes tipos de ondas	149
Figura 5.2: Componente N-S do acelerograma do Centro (1940), função analítica e espectro de Fourier equivalente	151
Figura 5.3: Liquefação de solo de fundação de via expressa de Hanshin devido ao terremoto de Kobe, Japão, 1995 (fonte: U.S. Department of Transportation).....	155
Figura 5.4: Escorregamento lateral ao longo do rio Motagua por terremoto em Guatemala, 1996 (fonte: U.S. Department of Transportation)	155
Figura 5.5: Trajetória típicas de tensões e poropressões em areias fofa e densa.....	157
Figura 5.6: Exemplo de superfícies de escoamento teórica e experimental obtido de Pastor <i>et al.</i> (1990).....	163
Figura 5.7: Malha de elementos finitos	166
Figura 5.8: Componente E-W do acelerograma o Centro (1940).....	167
Figura 5.9: Excesso de poropressão em análise sísmica	169
Figura 5.10: Excesso de poropressão durante a análise sísmica.....	169
Figura 5.11: Deslocamento lateral para diferentes tempos de análise (unidades m., fator de redução: 1×10^{-6}).....	170
Figura 5.12: Excesso de poropressões e potencial de liquefação para tempo final de 10 seg.	170
Figura 5.13 Trajetórias de tensões, poropressões, curvas tensão-deformação cisalhante e deslocamentos laterais	171
Figura 5.14 Trajetórias de tensões, poropressões, curvas tensão-deformação cisalhante e deslocamentos laterais	172
Figura 5.15: História de acelerações para coluna de solo composta por areia muito fofa	173
Figura 5.16: História de acelerações para coluna de solo composta por areia fofa.....	173
Figura 5.17: Vista de elevação frontal do modelo No 3 (obtido de Huang, 1995).....	174
Figura 5.18: Vista em planta do modelo No 3 (obtido de Huang, 1995)	174
Figura 5.19: Movimento horizontal na base.....	175
Figura 5.20: Malha de elementos finitos	175
Figura 5.21: Excesso de poropressão	178
Figura 5.22: Recalque.....	178
Figura 5.23: Histórico de deslocamento horizontal.....	179

Figura 5.24: Malha deformada, excesso de poropressão e fator de liquefação após 40 seg. .	179
Figura 6.1: Sistema coordenado local no ponto material do elemento.....	183
Figura 6.2: Comportamento da interface solo-estaca (Cuellar, 2011).....	189
Figura 6.3: Esquema de interface entre elemento sólido e meio poroso	189
Figura 6.4: Superfícies do elemento de interface quadrilátero de oito nós	191
Figura 6.5: Arranjo dos blocos para verificação do elemento de contato (Sarkar, 2009)	195
Figura 6.6: Deslocamento horizontal no ponto A versus pressão horizontal	195
Figura 6.7: Validação de elemento de contato	196
Figura 7.1: Malha de elementos finitos	201
Figura 7.2: Perfis de deslocamento, momento fletor e força de cisalhamento	202
Figura 7.3: Malha de elementos finitos utilizada por Trochanis <i>et al.</i> (1988)	204
Figura 7.4: Malhas de elementos finitos utilizadas na modelagem do solo, estaca e interface	204
Figura 7.5: Curva deslocamento-carregamento lateral na cabeça da estaca considerando aderência perfeita e abertura na interface	205
Figura 7.6: Comparação entre as deformadas obtidas no presente trabalho e em Trochanis <i>et al.</i> (1988) para carregamento lateral máximo de 216 kN (fator de magnificação: 100).....	206
Figura 7.7: Comparação de curvas de nível para os deslocamentos horizontais na superfície superior do solo, na zona adjacente à estaca, para um força lateral de 216 kN...	206
Figura 7.8: Deslocamentos na estaca e no solo para o caso de solo elasto-plástico e separação na interface solo-estaca.....	207
Figura 7.9: Deformada para 216 kN.....	208
Figura 7.10: Visualização da abertura e fechamento na interface solo-estaca durante o carregamento cíclico (deslocamento horizontal, m; factor de magnificação: 20).....	209
Figura 7.11: Malha axissimétrica de elementos finitos utilizada em Wang e Sitar (2004)....	211
Figura 7.12: Malha de elementos finitos e deformada devido ao carregamento aplicado	211
Figura 7.13: Curva força axial versus recalque	212
Figura 7.14: Malha de elementos finitos para a modelagem do solo, estaca e interface.....	214
Figura 7.15: Comparação do efeito da dilatância em modelo numérico tridimensional (presente análise) e modelo axissimétrico de Wang e Sitar (2004).....	215
Figura 7.16: Deformada da estrutura (fator de magnificação: 100)	216
Figura 7.17: Tensões de cisalhamento e deformações plásticas na interface para 125 kN de carregamento axial aplicado	216

Figura 7.18: Tensões de cisalhamento e deformações plásticas na interface para 250 kN de carregamento axial aplicado	217
Figura 7.19: Tensões de cisalhamento e deformações plásticas para 375 kN de carregamento axial aplicado	217
Figura 7.20: Comparação do efeito da interface nos resultados obtidos com o presente modelo numérico e com o modelo axissimétrico utilizado em Wang e Sitar (2004).....	218
Figura 7.21: Curva força axial versus recalque adaptado de El-Mossallamy (2013).....	219
Figura 7.22: Geometria e malhas axissimétricas de elementos finitos.....	221
Figura 7.23: Comparação de curvas carregamento axial versus deslocamento obtidos por diferentes autores utilizando modelos axissimétricos.....	222
Figura 7.24: Malha de elementos finitos para o sistema solo-estaca	223
Figura 7.25: Deformada e excesso de poropressões ao final da análise.....	223
Figura 7.26: Desenvolvimento das tensões de cisalhamento na interface solo-estaca.....	224
Figura 7.27: Comparação de curvas carregamento axial versus deslocamento com ou sem consideração de escorregamento na interface solo-estaca.....	225
Figura 7.28: Geometria e malha de elementos utilizada em Taiebat e Carter (2001).....	226
Figura 7.29: Malha de elementos finitos utilizada neste trabalho	227
Figura 7.30: Detalhe dos elementos de contato utilizados na interface solo-estaca.....	227
Figura 7.31: Comparação do deslocamento lateral na cabeça da estaca	228
Figura 7.32: Resultados para diferentes modelos de solo	230
Figura 7.33: Resultados para o caso de estaca de concreto armado	230
Figura 7.34: Comparação do excesso de poropressão para regra de fluxo associada em solo elasto-plástico	231
Figura 7.35: Comparação do excesso de poropressão para regra de fluxo não associada no solo elasto-plástico.....	232
Figura 7.36: Comparação do deslocamento lateral na cabeça da estaca em solo elasto-plástico para diferentes considerações de interface	233
Figura 7.37: Variação do momento com abertura da interface	233
Figura 7.38: Deformada após carregamento rápido (fator magnificação: 75): caso aderência perfeita na interface solo-estaca.....	234
Figura 7.39: Deformada após carregamento rápido (fator magnificação: 75): caso modelo 1	234
Figura 7.40: Deformada após carregamento rápido (fator magnificação: 75): caso modelo 2	234

Figura 7.41: Deformada imediatamente após carregamento rápido para vários modelos de interface	235
Figura 7.42: Excesso de poropressões após carregamento rápido.....	235
Figura 7.43: Excesso de poropressões após carregamento rápido.....	235
Figura 7.44: Excesso de poropressões após carregamento rápido.....	236
Figura 7.45: Instalação e instrumentação utilizada no modelo No 3 (Abdoun, 1997).....	237
Figura 7.46: Movimento na base (Abdoun, 1997)	237
Figura 7.47: Malha de elementos finitos utilizada para a modelagem numérica do modelo No 3 (Abdoun, 1997).....	238
Figura 7.48: Comparação do excesso de poropressão para o ponto PP1	240
Figura 7.49: Comparação do excesso de poropressão para o ponto PP2	240
Figura 7.50: História dos deslocamentos laterais	241
Figura 7.51: História dos deslocamentos laterais (continua).....	242
Figura 7.52: Malha deformada de elementos finitos ao final da análise	243
Figura 7.53: Potencial de liquefação medido a partir do fator r_u	243
Figura 7.54: Desenvolvimento do processo de liquefação medido a partir do fator r_u	244
Figura 7.55: Desenvolvimento do processo de liquefação medido a partir do fator r_u (continua).....	245
Figura 7.56: Instalação e instrumentação utilizada no modelo 1x1-w (Gonzales, 1995).....	246
Figura 7.57: Movimento na base (Gonzales, 1995)	247
Figura 7.58: Malha de elementos finitos	247
Figura 7.59: Deformada final imediatamente após 15.75 seg.	247
Figura 7.60: Potencial de liquefação (r_u) após 15.75 seg.	248
Figura 7.61: Comparação do excesso de poropressão para o ponto P4.....	248
Figura 7.62: Comparação do excesso de poropressão para o ponto P3.....	249
Figura 7.63: Comparação do excesso de poropressão para o ponto P2.....	249
Figura 7.64: Comparação do excesso de poropressão para o ponto P1.....	249
Figura 7.65: Desenvolvimento do deslocamento horizontal no contorno da caixa laminar...	250
Figura 7.66: Histórico de deslocamentos laterais (continua)	251
Figura 7.67: Histórico de deslocamentos laterais.....	251
Figura 7.68: Sistema estrutura-suelo adaptado de Tabatabaiefar (2012)	252
Figura 7.69: Geometria e dimensões do problema de prédio tipo treliça apoiado em solo arenoso	256

Figura 7.70: Vistas isométrica, no plano xz , yz e xy da malha de elementos finitos	257
Figura 7.71: Periodos e modos de vibração da estrutura.....	257
Figura 7.72: Resultados após a análise estática drenada não-linear	259
Figura 7.73: Resultados ao final da análise (15.98 seg.)	259
Figura 7.74: Vistas isométrica, no plano xz , yz e xy da malha de elementos finitos	260
Figura 7.75: Vista isométrica das estacas de concreto e dos elementos de contato	261
Figura 7.76: Periodos e modos de vibração do sistema.....	261
Figura 7.77: Deformada final com ou sem elementos de interface ao final da análise (fator de magnificação: 15)	262
Figura 7.78: Detalhe da deformada (m) após 15.98 seg. de carregamento nas cabeças das estacas considerando interface aderente	262
Figura 7.79: Detalhe da deformada (m) após 15.98 seg. de carregamento nas cabeças das estacas considerando interface não-linear	263
Figura 7.80: Excesso de poropressão ao final da análise (15.98 seg.)	263
Figura 7.81: Potencial de liquefação medido através de fator r_u ao final da análise (15.98 seg.)	263
Figura 7.82: Vista isométrica de padrões de fissuração nas estacas após 15.98 seg. de análise	264
Figura 7.83: Vista no plano xy dos padrões de fissuração nas estacas e no bloco maciço após 15.98 seg. de análise	264
Figura 7.84: Geometria e dimensões da estrutura tipo ponte	265
Figura 7.85: Vistas isométrica, no plano xz , yz e xy da malha de elementos finitos	266
Figura 7.86: Poropressão (kPa) após a análise estática não-linear drenada	266
Figura 7.87: Tensão efetiva vertical inicial (kPa) após a análise estática não-linear drenada.	266
Figura 7.88: Deformada da estrutura (m) após a análise estática não-linear (fator de magnificação: 100)	267
Figura 7.89: Excesso de poropressão (kPa) após a análise dinâmica.....	267
Figura 7.90: Potencial de liquefação medido através do fator r_u após a análise dinâmica....	267
Figura 7.91: Deslocamento horizontal (m) após a análise dinâmica (fator de magnificação: 1)	268
Figura 7.92: Vistas isométrica, no plano yz , xz e xy da malha de elementos finitos	269
Figura 7.93: Vistas isométrica, no plano xz , yz das estacas de concreto e dos elementos de contato.....	269

Figura 7.94: Deslocamento vertical (m) após aplicação do peso próprio (fator de magnificação: 500)	270
Figura 7.95: Pressão média efetiva elástica (kPa) após aplicação do peso próprio.....	270
Figura 7.96: Detalhe de zonas com pressão média efetiva positiva (tração) (kPa) após aplicação do peso próprio	270
Figura 7.97: Pressão média efetiva corrigida (kPa) após aplicação do peso próprio	270
Figura 7.98: Excesso de poropressão (kPa) após o termino da aplicação do carregamento dinâmico	271
Figura 7.99: Potencialidade de liquefação medido pelo fator r_u após o termino da aplicação do carregamento dinâmico.....	271
Figura 7.100: Deslocamento horizontal (m) após o termino da aplicação do carregamento dinâmico (fator de magnificação: 2).....	271

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Cálculo de incremento de deformação (Figueiras e Povoas, 1994)	63
Tabela 2.2: Determinação dos parâmetros de <i>Rayleigh</i> (Chan, 1995)	66
Tabela 2.3: Algoritmo dinâmico não-linear	70
Tabela 2.4: Propriedades dos materiais	73
Tabela 2.5: Propriedades dos materiais	75
Tabela 2.6: Propriedades dos materiais	81
Tabela 3.1: Algoritmo dinâmico não-linear (Takahashi, 2002)	111
Tabela 4.1: Formulações de leis de escoamento.....	125
Tabela 5.1: Velocidades de principais ondas sísmicas	149
Tabela 5.2: Determinação do tamanho do elemento finito para problema típico.....	154
Tabela 5.3: Parâmetros do modelo <i>Mark-III</i>	165
Tabela 5.4: Propriedades do solo e constantes do modelo <i>PZ-Mark III</i>	168
Tabela 5.5: Propriedades do solo e constantes do modelo <i>PZ-Mark III</i>	176
Tabela 6.1: Algoritmo dinâmico não-linear	193
Tabela 7.1: Propriedades dos materiais	201
Tabela 7.2: Propriedades dos materiais	203
Tabela 7.3: Propriedades dos materiais	210
Tabela 7.4: Propriedades dos materiais	213
Tabela 7.5: Propriedades dos materiais	220
Tabela 7.6: Propriedades dos materiais	228

LISTA DE SIMBOLOS

CAPITULO 2

Letras Romanas Maiúsculas:		K_s :	matriz de rigidez do reforço
A_s :	área da armadura	K_T :	matriz de rigidez tangente
A_p :	área do cabo	K :	matriz de rigidez
B_c, B_p :	matriz deslocamento-deformação para concreto e cabo	K_p :	matriz de rigidez do elemento de cabo
C :	matriz de amortecimento	L :	comprimento de laje
D_{ijkl} :	tensor constitutivo do material	L, L_p :	matrizes de rotação do sistema global para o sistema material
D_s :	matriz constitutiva do reforço	M :	matriz de massa
D_{ep} :	matriz elasto-plástica do material	N_m :	função de interpolação do nó m
D_{cr} :	matriz ortotópica do concreto fissurado	N :	matriz de funções de interpolação
D_{et} :	matriz tangente do material	P_p :	força equivalente no cabo
D_e :	matriz constitutiva do material	R_d :	matriz diagonal com termos ρ
E_s :	módulo longitudinal do aço	T_f :	período fundamental da estrutura
$E_{s'}$:	Módulo de elasticidade do aço	Letras Romanas Minúsculas:	
E_c :	módulo longitudinal do concreto	a :	vetor de fluxo plástico
E_r :	módulo longitudinal do concreto fissurado	a_o, a_1 :	constantes
E_p :	módulo de Young do cabo	dS :	diferencial de trajetória
\hat{F} :	função de escoamento	f_c :	resistência à compressão do concreto
G_f :	energia de fratura do concreto	f_t :	resistência à tração do concreto
G_{cr} :	módulo cisalhante em fissuração	f_y :	tensão de escoamento do aço
G_0 :	módulo cisalhante não fissurado	f :	vetor de forças externas
H_p :	módulo de endurecimento plástico	$g_{(s)}$:	função de forma elemento de cabo
I :	vetor de unos e zeros indicando a direção do movimento sísmico	l_c :	comprimento característico
I_1 :	primeira invariante de tensões	n :	número de modos de vibração ou nós
I_1' :	primeira invariante de deformações	p :	tensão média
J_2 :	segundo invariante de tensões desviadoras	q :	invariante desviadora
J_2' :	segundo invariante de deformações	t :	tempo
K_c :	matriz de rigidez do elemento de concreto simples	tol :	tolerância numérica

r :	vetor de forças residuais	ξ :	razão de amortecimento
s :	seção geral do cabo	ξ, η, ζ :	coordenadas naturais
t_{eq} :	espessura equivalente	σ_p :	tensão uniaxial no cabo
u :	deslocamento	σ_p^o :	tensão uniaxial precedente no cabo
$\ddot{u}_g^{t+\Delta t}$:	aceleração na base do modelo	ω_f :	frequência natural da estrutura
xyz :	sistema cartesiano global	ω_m :	frequência predominate do carregamento
$\hat{u}, \hat{u}, \hat{\ddot{u}}$:	deslocamento, velocidade e aceleração nodais	μ_p :	coeficiente de atrito no cabo
u, \dot{u}, \ddot{u} :	deslocamento, velocidade e aceleração	ψ_p :	curvatura no cabo
u_p, u_c :	deslocamento no cabo e concreto ao longo do eixo do cabo	α_1, α_2 :	coeficientes de amortecimento
u_r :	Escorregamento na interface concreto-cabo	ε_c :	deformação atual do concreto
	Letras Gregas Minúsculas:	ε_u :	deformação última uniaxial
ε_{cr} :	limite de fissuração por tração	$\varepsilon_{c,p}$:	deformação do concreto circundante ao cabo
ε_{ref} :	deformação de referência	ε_p :	deformação corrente no cabo
$\bar{\varepsilon}^p$:	deformação plástica efetiva	β, δ :	parâmetros de Newmark
$\dot{\varepsilon}$:	taxa de deformação corrente	$\tilde{\beta}, \tilde{c}$:	constantes do modelo de concreto
$\dot{\varepsilon}_s$:	valor mínimo para considerar efeitos de taxa de deformação	ϕ :	função de taxa de deformação
ν_c :	coeficiente de Poisson do concreto	ρ :	massa específica do material
σ_{ij} :	tensor de tensões	γ_c :	peso específico do concreto
σ_y^s :	tensão de escoamento estática	λ :	multiplicador plástico
σ_y^d :	tensão de escoamento dinâmica	i, j, k :	sobrescrito geral
σ :	tensões em notação de Voigt	Δ :	incremento

CAPITULO 3

	Letras Romanas Maiúsculas:		
A :	seção transversal	N_p :	funções de forma de poropressão
B :	matriz de transformação deslocamento-deformação	N_u :	funções de forma de sólidos
\tilde{C} :	inversa da matriz constitutiva	Q :	módulo volumétrico do sistema sólido-fluido
D_e, \hat{D} :	matriz constitutiva elástica	Q :	matriz de acoplamento
D_T :	matriz constitutiva tangente	R :	forças de arraste viscosas
E :	módulo de elasticidade do solo	S :	matriz de compressibilidade
F, F_{enh} :	matrizes auxiliares a K_{stab}	T_v :	fator de tempo adimensional
G :	módulo ao cisalhamento do solo		
G :	matriz dinâmica de filtração	n_l :	vetor unitario ao contorno

H :	matriz de permeabilidade	p :	poropressão
\tilde{H} :	matriz de estabilidade fluido	\mathbf{p} :	vetor de poropressão
K_T :	módulo volumétrico da matriz porosa	$\hat{p}, \dot{\hat{p}}$:	Poropressão e taxa de poropressão nodal
K_s :	módulo volumétrico dos grãos sólidos	\tilde{q} :	vazão de um fluido (água)
K_f :	módulo volumétrico do fluido	q :	carregamento uniforme
\mathbf{K}_{ep} :	matriz de rigidez elasto-plástica	t :	tempo
\mathbf{K}_{stab} :	matriz de estabilização	\mathbf{u} :	vetor de deslocamento fase sólida
$\mathbf{K}_{wu}, \mathbf{K}_{ww}$:	matrizes auxiliares a \mathbf{K}_{stab}	$\hat{\mathbf{u}}, \dot{\hat{\mathbf{u}}}, \ddot{\hat{\mathbf{u}}}$:	deslocamento, velocidade e aceleração nodal de fase sólida
L :	operador diferencial	$\dot{\mathbf{w}}$:	vetor de filtração
L_b :	matriz auxiliar a \mathbf{K}_{stab}	ν :	coeficiente de Poisson
L :	comprimento de amostra	z :	coordenada cartesiana vertical
M :	massa da amostra	$\tilde{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{v}}$:	aceleração e velocidade relativa do fluido em relação ao sólido (local)
M_f :	massa do fluido	Letras Gregas:	
M_s :	massa do sólido	ρ_f :	massa específica do fluido
\mathbf{M} :	matriz de massa consistente	Γ_u^s :	contorno do sólido em termos de deslocamentos
$\dot{\mathbf{U}}$:	vetor velocidade de fase fluida	Γ_t^s :	contorno do sólido em termos de forças
V^π :	campo vetorial referido à fase π	χ :	campo escalar
V :	volume total da amostra	Ω_{ij} :	tensor de rotação
V_v :	volume ocupado pelos vazios	π :	fase
V_f :	volume ocupado pelo fluido	Γ_p^f :	contorno do fluido em termos de poropressões
Letras Romanas Minúsculas:		Γ_w^f :	Contorno do fluido em termos de fluxo
b :	força de corpo	σ'_{ij} :	deformações por um corpo sob condição saturada
c :	coesão	σ_{ij} :	tensor de tensão total
f_u :	força externa de sólidos	$\boldsymbol{\sigma}$:	forma tensorial das tensões
f_p :	Força externa de poropressão	$\boldsymbol{\varepsilon}$:	forma tensorial das deformações
g :	aceleração da gravidade	∇^T :	operador divergência
h_f :	carga hidráulica	∇ :	operador gradiente
k' :	permeabilidade absoluta	$\tilde{\alpha}$:	coeficiente de <i>Biot</i>
k :	permeabilidade do meio poroso	α, α_o :	constantes
\mathbf{k} :	vetor tensorial da permeabilidade	$\tilde{\theta}$:	é um parâmetro que define a regra de integração adotada
\mathbf{m} :	vetor delta de Kronecker	ϕ :	ângulo de atrito
n :	porosidade	Ψ :	ângulo de dilatância
		$\tilde{\lambda}$:	constantes de <i>Lamé</i>

ρ :	é a massa específica do sistema sólido-fluido	$\tilde{\mu}$:	módulo de cisalhamento
ρ_s :	massa específica do sólido	$\bar{\bullet}, \dot{\bullet}$:	• prescrito e taxa
δ_{ij} :	delta de <i>Kronecker</i>		

CAPITULO 4

	<i>Letras Romanas Maiúsculas:</i>		<i>Letras Romanas Minúsculas:</i>
B_L :	matriz linear deslocamento-deformação	c_w :	amortecimento na direção vertical
B_{NL} :	matriz não-linear deslocamento-deformação	k_r^* :	rigidez complexa dinâmica
D :	constante do material	k_w :	rigidez para a direção vertical
\bar{D}_{ijkl} :	matriz constitutiva	f :	trabalho externo realizado pelas forças de corpo
E_{ij} :	tensor de deformações de Green-Lagrange	k :	parâmetro de endurecimento
F_{ij} :	gradiente de defomação	d :	diferencial
J :	determinante do gradiente de deformação	r_0 :	distância horizontal ao contorno da malha desde o centro da estaca
K_o :	coeficiente de empuxo lateral no repouso	s_1, s_2 :	parâmetros do elemento <i>Kelvin</i>
K_{NL} :	matriz de rigidez de deformação não-linear		<i>Letras Gregas:</i>
K_L :	matriz de rigidez linear da estrutura	$\delta(de_{ij})$:	variações incrementais linear do tensor de deformação de Green-Lagrange
$L(k_1)$:	parâmetro do modelo “ <i>Cap model</i> ”	$\delta(d\eta_{ij})$:	variações incrementais não-linear do tensor de deformação de Green-Lagrange
$N_{k,j}^t$:	derivada cartesiana das funções de interpolação	Δe :	Incremento de parcela não-linear do tensor de deformações
P_{NL} :	vetor de forças internas	ν :	relação de Poisson
\tilde{R} :	parâmetro do modelo “ <i>Cap model</i> ”	a_r :	parâmetro adimensional
S_{ij} :	segundo tensor de tensões de Piola-Kirchoff	Ω_{ij} :	tensor de rotações ou “ <i>spin</i> ”
T :	limite por tração para modelo “ <i>Cap model</i> ”	θ :	ângulo de <i>Lode</i>
V_s :	velocidade da onda de cisalhamento	σ_Y :	tensão de escoamento
W :	constante do material do modelo “ <i>Cap model</i> ”	${}^t\sigma$:	Arranjo matricial de tensões
X_0 :	posição inicial de $X(k_1)$ no modelo “ <i>Cap model</i> ”	${}^t\tilde{\sigma}$:	Notação matricial de tensões
δu :	deslocamentos virtuais aplicados	$\delta\epsilon_{ij}$:	variação do tensor de deformação

CAPITULO 5

Letras Romanas Maiúsculas:				
$H_{L/U}$:	Módulo de carregamento ou descarregamento	e :	índice de vazios	
\hat{F} :	superfície de escoamento	e_o :	índice inicial de vazios	
R :	razão entre p'_o e a tensão média efetiva p'_c	$\mathbf{n}_{L/U}^{\hat{G}}$:	vetor unitário normal à superfície de potencial	
M :	inclinação da linha de estado crítico	$\mathbf{n}_{L/U}^{\hat{F}}$:	vetor unitário normal à superfície de carregamento	
K_v :	módulo de compressibilidade	p' :	tensão efetiva média	
\hat{G} :	superfície potencial plástica	p'_o :	tensão efetiva média correspondente à e_o	
H_L :	módulo plástico em P'	p'_c :	tensão média efetiva no centro da elipse no plano $p'-q$	
H_U :	módulo de descarregamento	Letras Gregas:		
H_v :	parcela volumétrica do módulo de endurecimento	ϕ :	ângulo de atrito do solo	
H_s :	módulo de cisalhamento	ξ_s :	deformação desviadora	
H_U :	módulo plástico em descarga	γ_{DM} :	parâmetro de degradação do modelo PZ	
H_{U0} :	módulo plástico constante em descarga	γ :	constante de deformação plástica durante recarregamento	
K_{evo} :	módulo de compressibilidade à pressão de referência p'_o .	α_F :	parâmetro de dilatância (sem dimensões)	
K_{eso} :	módulo de cisalhamento à pressão de referência p'_o .	α_G :	parâmetro de dilatância para vetor de deformação plástica	
M_F :	inclinação da linha de estado crítico (CSL) para vetor de carregamento	β_o, β_1 :	parâmetros de endurecimento de cisalhamento	
M_G :	inclinação da linha de estado crítico (CSL) para vetor de deformação plástica	λ :	inclinação da linha de consolidação isotrópica em carregamento virgem	
V_c :	velocidade de onda de corpo P	γ_U :	constante de deformação plástica durante descarregamento	
L, U :	sub-índices referidos a processos de carregamento e descarregamento	δ, δ_o :	distâncias entre a origem e o ponto de tensão atual e sua imagem, respectivamente.	
E_s :	módulo de elasticidade	$d\varepsilon_q$:	diferencial de deformação plástica desviadora	
Letras Romanas Minúsculas:			ε_v^p :	deformação volumétrica plástica
d_F :	parâmetro do modelo PZ	v :	volumen específico	
d_G :	relação de dilatância	κ :	inclinação da linha de descarregamento elástica no plano $e-\ln p'$	
η_U :	valor da razão de tensões onde se inicia o descarregamento	η_{max} :	maximo valor atingido por η_U	

CAPITULO 6

	Letras Romanas Maiúsculas:	
B_I :	matriz deslocamento de deformação	u_z : deslocamento vertical global
E_c, E_s :	módulo de Young dos materiais	u_n : escorregamento na direção normal
H, L :	variáveis de geometria	u_m : vetor de deslocamentos globais do nó m
\bar{G}_c :	matriz de conectividade de restrições	u^r : deslocamentos relativos
K :	matriz de rigidez	ν_c, ν_s : coeficiente de Poisson dos materiais
K_I^i :	matriz de rigidez do elemento de interface	Letras Gregas:
X_i :	eixo i do sistema cartesiano global	μ : coeficiente de atrito da interface
	Letras Romanas Minúsculas:	
e :	vetores unitários	τ_1, τ_2 : tensões tangenciais no elemento de contato
f :	forças externas atuantes no sistema estrutural	τ_s : atrito-cinemático
\hat{f} :	função de escoamento	σ'_n : tensão normal efetiva
g_m :	vetor com componentes de deslocamentos de duas superfícies em contato	$\Delta\bar{\gamma}^p$: incremento de escorregamento equivalente
k_b :	rigidez normal arbitraria	ξ_m, η_m : coordenadas naturais do nó m
k_s :	rigidez tangencial ao cisalhamento	γ_i : parâmetro de restrição
k_n :	rigidez normal	Γ_c : domínio de superfície de contato
k_L :	matriz de rigidez no sistema local	Π_k : energia de funcional
		ε, k : parâmetros de penalidade

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO AO PROBLEMA E SUAS CARACTERÍSTICAS MULTIDISCIPLINARES

Na atualidade várias estruturas civis são projetadas e construídas utilizando fundações profundas baseadas em estacas de concreto armado ou aço. Isto ocorre porque o solo em estudo não apresenta uma adequada capacidade de suporte próxima em sua superfície. Este fato é especialmente relevante em estacas longas, as quais são frequentemente projetadas considerando principalmente o atrito existente entre a superfície da estaca e o solo que a rodeia (Byrne, 1994). Existem muitos locais ao redor do mundo em que este tipo de fundação é a única opção, sendo sua análise e projeto bastante complexa, especialmente quando todas as não-linearidades envolvidas são consideradas simultaneamente num modelo numérico. Já foram apresentados relatórios de vários casos em que este tipo de fundações sofre danos importantes por ações dinâmicas ou quase-estáticas, destacando-se por sua rápida ação os carregamentos de terremoto (ou sísmicos). Sendo assim, a falha da fundação implica inevitavelmente a falha global da estrutura que suporta, principalmente pela presença de recalques diferenciados em várias zonas.

Especial destaque merece o caso de estacas apoiadas em solos arenosos fofos saturados, onde fenômenos como a liquefação representam uma constante ameaça de falha. Precisamente, na Fig. 1.1 e 1.2 são mostradas situações de colapso em prédios e pontes de mediano porte, respectivamente, por liquefação de solos, devido a carregamentos sísmicos ocorridas em várias cidades ao redor do mundo. O fenômeno de liquefação manifesta-se quando a poropressão aumenta até um valor igual ao da tensão de confinamento, a tensão efetiva atuante é reduzida a zero e, portanto o material perde sua resistência. Esta última condição ocorre devido à falta de drenagem na massa do solo e à tendência contrativa desta

sob ciclos de cisalhamento, produto das ondas cisalhantes propagadas durante um terremoto (Guillén, 2008). Durante o processo de liquefação, grandes deslocamentos e inclinações podem aparacer na superfície do solo (Vide Fig. 1.1b), danificando portanto as fundações. Uma descrição detalhada do fenômeno de liquefação e dos aspectos sísmicos relacionados a esta, serão apresentadas no capítulo cinco.



a) Predio comum (México, 1985)



b) Prédio comum (Niigita, 1967)

Figura 1.1: Falha das fundações de prédios durante terremotos devido à liquefação do solo



a) Ponte Million Dollar (Alaska, 1964)



b) Ponte Nishinomiya (Kobe, 1995)

Figura 1.2: Falha das fundações de pontes durante terremotos devido à liquefação do solo

O solo, em geral, é um material composto de uma matriz sólida, de uma fase líquida e fase gasosa. Portanto, análises considerando solos saturados ou parcialmente saturados devem ser incluídas num modelo numérico, conjuntamente com um modelo constitutivo adequado, para conseguir uma melhor representação dos fenômenos envolvidos. Neste trabalho estuda-se a interação do problema solo-estaca em carregamento estático, quase-estático e dinâmico por carregamento de terremoto. O problema assim definido, é multidisciplinar devido à relevância no projeto de edificações e pontes envolvendo uma diversidade de temas associados à mecânica de solos computacional, concreto armado computacional, fundações profundas e dinâmicas dos solos e das estruturas.

1.2 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS

A natureza da maioria dos problemas geotécnicos é tridimensional, principalmente, devido à complexidade da interação solo-estrutura, da geometria do problema e pela variação espacial das propriedades do solo. Portanto, a rigorosa análise tridimensional é necessária para considerar e modelar as complexidades mencionadas anteriormente, embora o custo computacional seja geralmente elevado. Projetos de grande porte de edificações e pontes geralmente precisam da utilização de fundações profundas. Por tal razão, seu estudo detalhado é plenamente justificado. Sendo assim, o objetivo do presente trabalho é propor um modelo numérico tridimensional usando o método dos elementos finitos para a análise destas fundações em carregamento estático, quase-estático e dinâmico sob a hipótese de pequenas deformações e pequenos deslocamentos. Espera-se que o modelo numérico consiga simular a não-linearidade física dos materiais envolvidos, assim como também conseguir uma adequada modelagem da interação parcial solo-estaca. Definido os pontos principais de interesse, o objetivo no presente trabalho, pode-se resumir aos seguintes itens:

- Análise dinâmica tridimensional de problemas de interação solo-estaca-estrutura considerando condições de contorno adequadas e validação dos modelos com a literatura estabelecida.
- Implementação de um modelo de solo não-linear capaz de simular o fenômeno de liquefação em solos arenosos sob pequenas deformações.
- A liquefação do solo deve ser considerada de forma racional. Estudo da interação solo-estaca num solo liquidificável é um dos principais aspectos a ser tratados neste trabalho.
- Abertura e escorregamento na interface solo-estaca são considerados na modelagem numérica.
- Desenvolvimento de um programa de elementos finitos considerando todas as características anteriores (alto grau de detalhe) é um desafio a ser concretizado neste trabalho.

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A literatura técnica do tema é bastante ampla a nível internacional, pois o tema é de grande interesse na engenharia civil. Os trabalhos atualmente desenvolvidos na Universidade de Califórnia Davis, Universidade de Califórnia Berkeley, ambas nos Estados Unidos e aqueles da Universidade de College Swansea na Inglaterra, merecem destaque especial por sua constante contribuição através dos anos e por ter servido, em alguns aspectos, de inspiração para o desenvolvimento deste trabalho. Por outro lado, existem muitos trabalhos na literatura baseados em modelos numéricos construídos a partir de programas de computador (*software*) de tipo comercial ou acadêmico, por esse motivo, definem-se a seguir o significado dos acrônimos de alguns destes programas com alguma de suas principais características. Dentro destes, pode-se citar:

- *DYNAFLOW*: Programa de Análise de Elementos Finitos Transiente Não-linear (Prevost, 1981).
- *FLAC*: Análise Lagrangeano Rápido de Meios Contínuos (Cundall e Board, 1988; Itasca Consulting Group, Inc. 2005).
- *DIANA-SWANDYNE II*: Interação Dinâmica e Análise Não-linear desenvolvido na universidade de College Swansea (Chan, 1995).
- *OPENSEES*: Sistema Aberto para a Simulação de Engenharia Sísmica (Pacific Earthquake Engineering Research Center).
- *PLAXIS*: Programa de Elemento Finito 2D e/ou 3D para a análise de problemas de geotecnia.
- *ABAQUS*: Programa geral de elementos finitos (HKS Inc Rhode Island).
- *ANSYS*: Programa de simulação para engenharia.
- *SAP 2000*: Programa de elementos finitos para a análise e projeto integrado (Computers & Structures).
- *CRISP*: Programa de elementos finitos baseado na teoria de estado crítico (*CSM*) de solos e desenvolvido na universidade de Cambridge (Britto e Gunn, 1987).
- *GeHoMadrid*: Programa acadêmico de elementos finitos desenvolvido na Universidade Politécnica de Madrid e Hohai (Cuellar, 2011)

Devido ao considerável número de temas envolvidos neste estudo, optou-se por organizar a revisão bibliográfica por temas de interesse. Sendo assim, primeiramente modelos constitutivos para a modelagem da estaca de concreto armado em carregamento transiente são

apresentados. Em segundo lugar, temas referentes à modelagem poro-plástica de solos saturados, que incluem estudos de liquefação em areias, são indicados, sendo que especial ênfase é dada a formulações acopladas em que apenas os deslocamentos da matriz sólida, u , e as poropressões, p , do fluido estão envolvidos. A seguir, um breve resumo dos tipos de elementos de contato utilizados por alguns autores para a modelagem da interface solo-estaca neste tipo de problemas é descrito. Finalmente, estudos referentes ao problema global de interação solo-estaca-estrutura são apresentados e classificados de acordo com a consideração ou omissão do fenômeno da liquefação na massa do solo, classificação que também é dividida em estudos experimentais e numéricos.

1.3.1 Estudos referentes ao concreto armado

Em relação à modelagem numérica de estruturas de concreto armado em carregamento transiente, existem vários trabalhos propostos na literatura técnica do tema. Têm-se os trabalhos de Cervera (1986), Petrakis (1993), Abbas (1996), Beshara e Viridi (1991) e Gomes (1997), entre outros, os quais utilizaram a teoria elasto-viscoplástica para representar o comportamento não-linear dos materiais em compressão, além da consideração de um algoritmo de monitoração para a fissuração do concreto por tração. Trabalhos similares baseados na teoria clássica da plasticidade são apresentados, por exemplo, em Liu (1985) e Iqbal *et al.* (2012), entre outros. Por outro lado, é importante destacar que em todos esses trabalhos, utilizaram-se leis constitutivas dependentes da taxa de deformação aplicada ao material. Não obstante, em Cotsovos e Pavlovic (2008) se estabelece que a incorporação da referida taxa num modelo constitutivo é inadequado. Este último fato parece ser corroborado no trabalho Spiliopoulos e Lykidis (2006), onde se propõe um modelo tridimensional para a análise dinâmica não-linear de estruturas de concreto armado sem consideração da taxa de deformação. Em Kukreja (2005), utilizou-se um modelo hipo-elástico para representação do comportamento não-linear dos materiais sob ações dinâmicas.

1.3.2 Estudos referentes a solos saturados

Em relação ao modelo de solo saturado, em Zienkiewicz e Shiomi (1984) são apresentadas as equações básicas para o movimento transiente de um meio poroso estabelecida por Biot (1956). Nesse trabalho, algumas alternativas e sua eficiência relativa para a solução numérica destas equações são discutidas em detalhe. Três aproximações ao meio poroso são propostas, sendo essas conhecidas na literatura técnica do tema como formulações $u-p$, $u-U$ e $u-p-U$ (onde u , U e p referem-se expressamente às variáveis de

movimento da matriz sólida, movimento do fluido e poropressão, respectivamente). O deslocamento relativo do fluido w em relação ao sólido também pode ser utilizado como variável principal nessas formulações (Javan *et al.*, 2008). Dentro dos trabalhos que utilizam a formulação $u-p-U$ para modelar problemas geotécnicos, têm-se os estudos apresentados em Jeremic *et al.* (2008) e Taiebat *et al.* (2010). Porém, a formulação $u-p$ é preferível principalmente por que as suposições feitas em sua derivação cobrem a maioria dos problemas práticos da engenharia a partir da consideração de um número mínimo de variáveis (fato que é importante numa análise tridimensional). Dentro dos estudos que utilizam esta última formulação para problemas dinâmicos, têm-se os trabalhos de Chan (1988), Parra (1996), Yang e Elgamal (2000), Lu (2006), e Nuñez (2007), entre outros.

Embora a formulação $u-p$ pareça apresentar certas vantagens em relação a outras formulações, essa pode apresentar problemas de estabilidade numérica quando a permeabilidade do solo for nula (ou quase nula) ou em problemas totalmente não-drenados, onde oscilações indesejadas se produzem na resposta da poropressão, principalmente quando o grau de interpolação da variável de poropressão, p , apresenta o mesmo grau de interpolação que a variável de deslocamento, u , no modelo numérico. Por tal razão, alguns autores têm-se dedicado exclusivamente à melhora deste problema com relativo êxito utilizando procedimentos de estabilização que permitam usar o mesmo grau de interpolação para ambas variáveis. Dentro deles, destacam-se os trabalhos de Pastor *et al.* (1997), Huang *et al.* (2004), McGann *et al.* (2012), entre outros.

Não obstante, também se têm trabalhos, onde elementos finitos com a mesma ordem de interpolação para as variáveis u e p , sem estabilização nenhuma, tem sido utilizados com resultados satisfatórios na predição dos resultados experimentais de ensaios centrífugos dinâmicos. Dentro desses estudos, podem-se citar os trabalhos de Leung (1984), Chan (1988), Chan *et al.* (1993), Aydingun e Adalier (2003), Lu (2006), Rahmani e Pak (2012), entre outros. Ao contrário da formulação $u-p-U$, a formulação $u-p$ não fornece naturalmente um amortecimento proporcional à velocidade devido às simplificações utilizadas em sua derivação (Jeremic *et al.* 2008) e nem sempre o modelo constitutivo do solo é capaz de suprir essa necessidade. Sendo assim, a aproximação mais comum é introduzir algum tipo de amortecimento viscoso no modelo numérico através de um amortecimento histerético ou de um amortecimento tipo *Rayleigh* (Leung 1984; Chan *et al.*, 1993; Takahashi, 2002).

Em relação à modelagem numérica do fenômeno de liquefação em depósitos de solos arenosos saturados, existe uma grande número de trabalhos na literatura internacional do tema. Dentro deles, têm-se os trabalhos de Leung (1984), Shiomi (1983), Chan (1988), Manzari (1994), Huang (1995), Parra (1996), Yang (2000), Ou (2009), Nuñez (2007), entre outros. Além disso, estudos de consolidação são realizados em Abbo (1997) e Chen (2005). Em relação à literatura nacional, pode-se citar os trabalhos de Guillén (2004, 2008) e Aquino (2009), entre outros.

1.3.3 Estudos referentes à modelagem da interface solo-estaca

Os procedimentos para modelar a interação solo-estaca, podem ser constituídos por modelos que vão desde algoritmos bastante simples até bem mais complexos. O procedimento mais simples consiste em utilizar como interface os mesmos elementos finitos do solo adjacentes à estaca (Pande e Sharma, 1979; Griffiths, 1985). Esse procedimento consiste em atribuir rigidezes nulas aos elementos (ou pontos de integração) submetidos a tensões de tração. Em Sushma e Kumar (2012), utilizou-se este método para a análise estática e dinâmica de estacas em pequenas deformações. Em Desai e Siriwardane (1984), também utilizou-se essa última aproximação, não obstante as modificações consideradas para a matriz constitutiva dos elementos de contato é mais elaborada, permitindo-se modelar processos de escorregamento e abertura simultaneamente.

Aliás, elementos finitos de contato (ou denominados aqui também elementos de interface) de tipo nó-nó, superfície- nó e superfície-superfície de espessura nula (Goodman *et al.*, 1968; Ghaboussi *et al.* 1973) ou seus equivalentes com espessura fictícia (manual do *CRISP*, 1999; Kim e Jeong, 2011) são bastante utilizados em vários trabalhos para a modelagem da interação parcial na interface solo-estaca. Dentro deles, têm-se os trabalhos de Muqtadir e Desai (1986), Wilson (2002) e Sarkar e Maheshwari (2012), entre outros. A implementação deste tipo de elementos é relativamente simples quando a análise envolve pequenos deslocamentos, pois sempre existe uma relação nó a nó definida com antecipação (para os nós referentes à malha da estaca em contato com aqueles do solo).

Em Chau *et al.* (2009), utilizaram-se elementos de contato de comprimento zero de dois nós (*gap elements*) para simular apenas a abertura na interface solo-estaca utilizando o programa comercial *SAP 2000*. Em Lu *et al.* (2005) utilizaram-se elementos de contato de superfície-superfície de espessura nula utilizando o programa comercial *ANSYS*. Nesses

estudos, conclui-se que o comportamento na interface solo-estaca é dominado pelo efeito de abertura. A utilização de elementos de contato é bastante atrativa, não obstante, sua inclusão incrementa grandemente o número iterações no algoritmo não-linear e o número de graus de liberdade. Em Chang (2007), utilizaram-se molas de contato de comprimento zero na interface solo-estaca. As resistências destas molas são dependentes do nível de tensão efetiva e, portanto dependentes do incremento de excesso de poropressão.

No caso de grandes deslocamentos é necessário utilizar algoritmos de busca para determinar a posição atual dos pontos em contato, conforme a malha de elementos finitos é atualizada (Baig, 2006). A principal vantagem desta última aproximação é que malhas de tipo não-conforme (independentes) podem ser utilizadas para discretizar o solo e a estaca, não obstante, sua implementação numérica é bem mais elaborada. Aqui, é necessário utilizar conceitos de superfície mestre-escravo (*master-slave algorithms*), pois nesses casos não necessariamente existe uma relação unívoca nó a nó ou superfície a superfície durante o processo de análise. Em Zhang *et al.* (2009) se propõe um algoritmo de contato em grandes deslocamentos para a modelagem de problemas de interação solo-estrutura em carregamento dinâmico. As estruturas são modeladas com elementos sólidos (monofásicos), enquanto a massa de solo é saturada (bifásica). O algoritmo se propõe dentro do marco global do método de ponto material (*material point method*), o qual pertence aos chamados métodos sem malha. O algoritmo de contato é introduzido dentro da formulação *u-p*.

Os trabalhos mencionados anteriormente têm-se apenas preocupado na abordagem mecânica do problema. Enquanto, outros trabalhos têm-se dedicado a fazer uma abordagem hidro-mecânica completa da interface, destacando o efeito da poropressão na deformação desta (Selvadurai e Nguyen 1995; Ng e Small 1997; Maghaous, 2014). Não obstante, algumas destas abordagens estão atualmente em desenvolvimento ou não tem considerado ainda situações de abertura, além de utilizar, em alguns casos, equações constitutivas lineares para a matriz sólida.

1.3.4 Estudos referentes ao problema global de interação de solo-estaca sem liquefação

A seguir apresenta-se um breve resumo dos principais trabalhos encontrados na literatura do tema referente ao problema de estacas inseridas em meios não-saturados (monofásicos).

1.3.4.1 Estudos experimentais

Gadre e Dobry (1998) realizaram testes centrífugos de carregamento lateral cíclico para modelos de sistemas de fundações estaca-macizo (*pile-cap model*) em solos arenosos não-saturados. Os resultados experimentais são comparados com modelos numéricos utilizando o método dos elementos finitos. Em Tazoh *et al.* (1987) estudaram-se a interação cinemática induzida sismicamente em estacas. Entretanto, em Ayothiraman e Boominathan (2006), foi estudada a resposta lateral dinâmica de estacas em solos argilosos.

1.3.4.2 Estudos numéricos utilizando o método dos elementos finitos ou diferenças finitas

Em modelos numéricos de elementos finitos, as estacas são frequentemente modeladas como estruturas elásticas lineares, sendo esta consideração consistente como o fato que, estruturalmente, as estacas são usualmente projetadas para trabalhar dentro de uma faixa elástica (Eurocode 8, 2006; IBC, 2009). A modelagem adequada das estacas é um aspecto importante na simulação de problemas sísmicos de interação solo-estaca. Uma aproximação comum é utilizar elementos tipo viga-coluna de dois ou três nós para estes elementos (Uzuoka *et al.*, 2007; Gu, 2008; Martinelli, 2012; Rahmani e Pak, 2012; Takahashi, 2002). Com essa aproximação, é fácil calcular os momentos fletores e as forças cisalhantes ao longo do comprimento da estaca. Alternativamente, elementos finitos hexaédricos podem também ser utilizados para a modelagem (Trochanis *et al.*, 1988; Lu *et al.*, 2005 e Sarkar, 2009, entre outros). Esta última aproximação permite capturar as dimensões reais da estaca, não obstante, o número de graus de liberdade no modelo numérico aumenta substancialmente para problemas de grande porte. Além disso, é difícil calcular diretamente os momentos fletores e as forças de cisalhamento, sendo necessário utilizar procedimentos alternativos para este propósito.

Análises numéricas tridimensionais não-lineares de estacas inseridas em solos arenosos ou argilosos sob carregamento estático lateral tem sido tema de estudo em vários trabalhos recentemente, onde programas comerciais tais como *PLAXIS* ou *FLAC* são frequentemente utilizados pelos pesquisadores. Nesses trabalhos, o comportamento constitutivo das estacas é simulado através de um modelo elástico-linear. Solos argilosos são modelados seguindo o critério de Von Mises, enquanto os critérios de Drucker-Prager e Mohr-Coulomb são utilizados para areias. Elementos contato são utilizados na interface solo-estaca para considerar escorregamento e abertura utilizando o método da penalidade. Dentro dos estudos que utilizaram o programa *FLAC* para a modelagem global do problema solo-

estaca, têm-se os trabalhos de Moayed *et al.* (2012), Papadopoulou e Comodros (2010), Comodromos e Bareka (2009) e Comodromos e Pitilakis (2005), entre outros.

Em Bentley e EL Naggar (2000) foram reportados análises não-lineares de estacas em solos arenosos com particular referência à aplicação do carregamento de terremoto de Loma Prieta (1989). A abertura na interface solo-estaca foi simulada usando elementos de contato nó-superfície. O efeito de abertura conjuntamente com a plasticidade do solo foi estudado em detalhe através de curvas força-deslocamento e históricos de deslocamentos. O meio semi-infinito foi modelado mediante a utilização de elementos tipo Kelvin (Chaku, 1989; Maheshwari *et al.* 2005; Sarkar, 2009). Em Chu e Truman (2003, 2004) realizaram-se estudos paramétricos sobre a interação solo-estaca e solo-estaca-estrutura, respectivamente, utilizando elementos finitos hexaédricos para a modelagem espacial do solo e a estaca sem interação parcial nenhuma. A estaca é considerada elástica linear e o solo segue o critério de Drucker-Prager. Elementos infinitos (Bettess, 1977; Zienkiewicz e Taylor, 2000) com lei constitutiva elástica linear foram adotados como condições de contorno na malha de elementos finitos para representar propriamente a energia dissipada pelas ondas de propagação (*radiation damping*).

Em Chu (2006), Wu e Finn (1997), Maheshwari e Sarkar (2011), Maheshwari *et al.* (2005) e Tang *et al.* (2006) também apresentam-se modelos numéricos para análises dinâmicas por carregamento de terremoto. O solo e a estaca são modelados utilizando-se elementos finitos hexaédricos com aderência perfeita na interface solo-estaca, sendo apenas considerada a não-linearidade física do solo. Especialmente, em Wu e Finn (1997), as análises foram validadas com resultados experimentais, demonstrando-se a importância da interação inercial entre o sistema fundação-estrutura. Em Krishnamoorthy e Sharma (2008), utilizou-se um modelo numérico similar aos anteriores, sendo que a diferença se relaciona à utilização de elementos finitos tridimensionais tipo viga-coluna na modelagem das estacas. Em Maheshwari *et al.* (2005) utilizou-se o modelo constitutivo para argilas *HiSS* (Desai *et al.*, 1993) para a análise tridimensional dinâmica não-linear de grupos de estacas em carregamento sísmico. A separação na interface solo-estaca foi aproximadamente modelada considerando uma tensão limite por tração nos elementos de solo adjacentes à estaca. Em Wakai *et al.* (1999), Maheshwari *et al.* (2004), Ahmadi e Ehsani (2008), Eslami *et al.* (2011), Sushma e Kumar (2012) e Bentley e El Naggar (2000), adicionou-se aos modelos numéricos anteriores um elemento de interface para simular a interação solo-estaca em pequenas deformações. Em Kimura e Zhang (2000), empregou-se um modelo numérico para a

modelagem tridimensional de um pilar de ponte e sua fundação em carregamento sísmico; a fundação é composta por um grupo de estacas de concreto armado cujos comportamentos são descritas através de um modelo trilinear baseado em relações momento-curvatura. O solo é descrito por um modelo não-associativo de tipo Drucker-Prager. Contudo, o modelo foi discretizado com elementos finitos hexaédricos, onde aderência perfeita na interface solo-estaca é considerada.

1.3.5 Estudos sobre interação solo-estaca com liquefação

Embora existam estudos experimentais e teóricos vários na literatura do tema, modelagens numéricas tridimensionais utilizando o método dos elementos finitos em fundações de estacas considerando liquefação na massa do solo, não-linearidade física na estaca de concreto armado e na interface solo-estaca são limitados. Geralmente, encontra-se a omissão de uma que outro tipo de não-linearidade no modelo. Nesta seção, é apresentado um resumo dos trabalhos experimentais e numéricos que consideram como fator essencial o fenômeno de liquefação em areias.

1.3.5.1 Estudos experimentais

Wilson (1998), em sua tese doutoral, estudo a resposta dinâmica de estacas em areias e argilas durante carregamento sísmico. Uma série de ensaios experimentais centrífugos dinâmicos de estruturas apoiadas em estacas foram realizados. Em Li *et al.* (2006) se realizaram ensaios em mesas vibratórias de sistemas de interação estrutura-estaca-solo em solos liquidificáveis. Os resultados experimentais foram comparados com resultados analíticos através de um modelo linear equivalente de solo. Por outro lado, evidência experimental sobre o estudo de estacas ou grupos de estacas em carregamentos harmônicos considerando o fenômeno de liquefação, tem sido tema de várias teses de doutorado nos últimos anos. Por exemplo, têm-se os trabalhos de Abdoun (1997), Gonzales (2005) e Gonzales (2008), entre outros. Nesses trabalhos, os experimentos (centrífugas) são realizados em escala pequena e submetidos a acelerações muito maiores que a gravidade.

1.3.5.2 Estudos numéricos utilizando o método dos elementos finitos ou diferenças finitas

Em Takahashi (2002), desenvolve-se um programa de elementos finitos para análise tridimensional de problemas de interação solo-estaca com interação parcial na interface. As estacas são consideradas elásticas e modeladas com elementos finitos tipo viga-coluna conectadas rigidamente, na direção radial, aos nós dos elementos finitos hexaédricos de solos

adjacentes. Processos de abertura não são considerados, enquanto na direção vertical, elementos tipo treliça são utilizados para simular processos de escorregamento. A liquefação no solo é simulada através de um modelo constitutivo de superfície limite (*bounding surface*) proposto em Hashiguchi *et al.* (1996).

Em Oka *et al.* (2004) levou-se a cabo um estudo numérico da liquefação que aconteceu no solo de fundação de um prédio de cinco andares localizado na cidade de Kobe (Japão) devido ao terremoto de Hyogoken-Nambu (1995). As estacas de concreto armado são descritos por um modelo dependente da força axial (*AFD model*) de acordo ao modelo de Zhang e Kimura (2002), a superestrutura é representada por elementos elásticos lineares de viga-coluna, as lajes e os muros são respresentados por elementos de casca, enquanto a massa de solo é modelada espacialmente com elementos finitos hexaédricos. O comportamento constitutivo do solo é descrito pelo modelo elasto-plástico cíclico de Oka *et al.* (1999). Aqui, utilizou-se a formulação *u-p* para a análise por liquefação com condições de contorno periódicas (iguais deslocamentos nos contornos da malha de elementos finitos). Em Oka *et al.* (2005), estudo-se os mecanismos de interação do problema solo-estaca sob carregamentos de terremoto em depósitos de solos liquidificáveis. Uma análise paramétrica é realizada com o modelo numérico apresentado, sendo que este se compõe de uma única estaca inserida num depósito de solo composto por duas camadas diferentes de areia. Os modelos constitutivos utilizados para os materiais são aqueles descritos em Oka *et al.* (2004).

Em Lu (2006), desenvolve-se um programa de elementos finitos para a análise dinâmica tridimensional de problemas de interação solo-estaca com interface aderente. As estacas são consideradas elásticas e monofásicas, modeladas com elementos finitos hexaédricos. O solo é modelado como um meio de duas fases utilizando a formulação *u-p* e elementos finitos hexaédricos. O modelo constitutivo do solo está baseado na teoria de plasticidade de várias superfícies (*Multisurface plasticity*) para solos sem coesão (Elgamal *et al.*, 2003). Esse modelo foi desenvolvido com ênfase na simulação de processos de liquefação. Condições de contorno periódicas em termos de deslocamentos foram utilizadas para simular meios semi-infinitos.

Em Sarkar (2009), desenvolve-se um programa de elementos finitos para a análise tridimensional de problemas de interação solo-estaca utilizando elementos finitos hexaédricos na modelagem do solo e as estacas. As estacas são consideradas elásticas e modeladas como materiais de uma fase, enquanto o solo é modelado mediante modelos constitutivos clássicos,

tais como Drucker-Prager e o modelo de Sandler e Rubin (1979) denominado na literatura inglesa do tema como “*Cap model*”. A geração da poropressão para análise por liquefação é incorporada utilizando o modelo de dois parâmetros de Martin *et al.* (1975) e Byrne (1991). Este modelo utiliza uma relação empírica que relaciona o incremento de volume com a amplitude da deformação cíclica por cisalhamento. A abertura e escorregamento na interface solo-estaca é considerada mediante a utilização de molas de dois nós (Wilson, 2002). Elementos tipo *Kelvin* dependentes da frequência do carregamento são utilizados para simular condições de contorno semi-infinitas.

Em Cuellar (2011), utilizou-se o programa de computador *GeHoMadrid*, para a modelagem numérica de fundações de turbinas eólicas no mar. A principal preocupação do referido autor se relaciona à mudança das poropressões ao redor das estacas devido aos carregamentos cíclicos produto do vento e das ondas do mar. No modelo numérico utilizaram-se elementos finitos hexaédricos de oito nós com termos de deformação adicionais (*enhanced assumed strain*) para conseguir uma melhor resposta em flexão, evitar o fenômeno de travamento por cisalhamento e passar a condição de Babuska-Brezzi (Babuska, 1973; Brezi, 1974). Elementos de contato de espessura nula foram usados para a modelagem da interface solo-estaca; segundo o autor, processos de abertura na interface não são característicos de solos sem coesão em carregamento lateral. Por esse motivo apenas processos de escorregamento foram considerados. O fenômeno de liquefação no solo saturado é modelado através do modelo constitutivo para areias *PZ-Mark III* (Pastor *et al.*, 1990)

Em Chaloulos (2012), empregou-se um modelo numérico tridimensional utilizando o programa comercial *FLAC* para análise sísmica de problemas de interação solo-estaca. Elementos de contato foram utilizados na interface solo-estaca, embora processos de abertura não fossem considerados, sendo apenas ativada a não-linearidade por escorregamento. A liquefação no solo foi modelada através do modelo constitutivo para areias proposto no trabalho de Andrianopoulos *et al.* (2010), a qual incorpora a teoria de estado crítico da mecânica de solos. Especial cuidado é dado ao cálculo das tensões iniciais resultantes do processo de instalação de estacas na modelagem numérica, assim como também aos efeitos que as condições de contorno têm no cálculo destas. Além disso, na citada referência se propõem modificações cinemáticas às condições de contorno periódicas (comumente utilizadas por vários autores para representar meios semi-infinitos), com a finalidade de obter uma predição uniforme na deformada final da estrutura e uma melhor representação das condições de campo livre (*free-field conditions*).

Em Rahmani e Pak (2012), é apresentado um modelo numérico baseado no método dos elementos finitos para a análise tridimensional dinâmica de problemas de fundações de estacas em carregamento cíclico em solos liquidificáveis. O modelo elasto-plástico baseado no conceito de superfície limite (*bounding surface*) de estado crítico de Dafalias e Manzari (2004) é utilizada para modelar o esqueleto sólido, enquanto a formulação acoplada $u-p$ da teoria de Biot(1956) é empregada para analisar deslocamentos e poropressões. Elementos de contato de dois nós foram utilizados para a modelagem do escorregamento na interface solo-estaca. Pequenas diferenças (ao redor de 5%) foram reportadas entre as simulações aderentes e não aderentes. Condições de contorno periódicas em termos de deslocamentos são utilizadas nas faces laterais dos modelos numéricos (perpendiculares à direção do movimento) para simular meios semi-infinitos.

Em Martinelli (2012), desenvolve-se um programa de elementos finitos para a análise dinâmica tridimensional de problemas de interação solo-estaca com interface aderente. As estacas são consideradas elásticas e monofásicas e são modeladas com elementos tipo vigacoluna, enquanto o solo é modelado como um meio poroso de duas fases utilizando elementos finitos hexaédricos conjuntamente com a formulação $u-p$. Ênfase é dada à predição do fenômeno de liquefação utilizando o modelo constitutivo de areias chamado *sanisand* proposto por Manzari e Dafalias (1997). Condições de contorno periódicas foram utilizadas para simular o meio semi-infinito em todos os exemplos apresentados.

Em Wang *et al.* (2014) propõe-se um novo modelo constitutivo para areias com considerações especiais para o comportamento cíclico e a deformação ao cisalhamento acumulada após liquefação. A validação do modelo constitutivo é feita mediante a simulação de um experimento centrífugo dinâmico de uma única estaca inserida em solo arenoso através de um modelo numérico tridimensional em *OPENSEES*. A estaca e a massa do solo são modeladas espacialmente com elementos finitos hexaédricos. Elementos de contato não foram considerados na interface solo-estaca, enquanto, a formulação simplificada $u-p$ foi utilizada para a modelagem do meio poroso. A estaca e a superestrutura no modelo numérico são consideradas elásticas e representadas por materiais de uma fase.

Finalmente, é importante estabelecer que em todos os estudos anteriores, o comportamento da interface solo-estaca é aderente ou com interação parcial (parte mecânica). Nestes estudos, o efeito da poropressão (a parte hidráulica) nas deformações da interface é desconsiderado.

1.4 BREVE DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho é organizado da seguinte maneira:

CAPÍTULO 2: ANÁLISE DINÂMICA E ESTÁTICA DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO – apresenta-se a teoria de plasticidade associada, destinada a estabelecer os critérios de escoamento, ruptura e fissuração do modelo de concreto armado *DARC3 (Dynamic Analysis of Reinforced Concrete 3D)* proposto na tese doutoral de Cervera (1986). Posteriormente é desenvolvida a formulação do elemento finito hexaédrico para a modelagem deste tipo de estruturas. A validação do modelo numérico apresentado é realizada mediante o estudo de exemplos de aplicação encontrados na literatura estabelecida.

CAPÍTULO 3: ANÁLISE DE SOLOS SATURADOS - são apresentadas as equações constitutivas necessárias para a modelagem de solos saturados utilizando a teoria de Biot (1956) através da formulação simplificada $u-p$, que estabelece como variáveis principais o deslocamento da matriz sólida, u , e a poropressão do fluido, p . A discretização espacial e temporal destas equações é feita utilizando o método dos elementos finitos (método de *Galerkin*) e o método de diferenças finitas (método de *Newmark*), respectivamente. Exemplos de aplicação são apresentados para a validação do modelo numérico implementado.

CAPÍTULO 4: ANÁLISE DE PROBLEMAS DE GEOTECNIA - é apresentada brevemente a formulação de modelos clássicos elasto-plásticos, tais como: Tresca, Von Mises, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager e o modelo de Sandler e Rubin (1979) conhecido na literatura inglesa do tema como *Cap model*, utilizados usualmente por diversos autores para análises de problemas de geotecnia. Uma breve introdução teórica aos modelos de grandes deformações e grandes deslocamentos é feita visando sua formulação através do método dos elementos finitos. Tipos de condições de contorno adequados para a modelagem de problemas de reflexão de onda são discutidos. Considerações especiais em relação ao cálculo das tensões iniciais são apresentadas. Exemplos de aplicação são apresentados para a validação dos modelos numéricos desenvolvidos.

CAPÍTULO 5: ASPECTOS DA ENGENHARIA SÍSMICA E FENÔMENO DA LIQUEFAÇÃO EM AREIAS - O fenômeno de liquefação é estudado em detalhe. Uma breve descrição de alguns conceitos importantes da engenharia sísmica e dos conceitos de fluxo por liquefação e mobilidade cíclica em solos saturados são introduzidos. A seguir, a formulação do modelo constitutivo *PZ-Mark III* (Pastor *et al.*, 1990), adequado para simulação de liquefação em solos arenosos, é apresentado em detalhe. Finalmente, a validação numérica do modelo constitutivo implementado é realizada mediante a simulação numérica de ensaios experimentais.

CAPÍTULO 6: ELEMENTO DE INTERFACE - é apresentada a teoria de plasticidade associada, destinada a estabelecer os critérios de abertura e escorregamento para elementos de contato de tipo superfície a superfície. Posteriormente é desenvolvida a formulação do elemento finito quadrilátero para a modelagem da interface solo-estaca sob pequenas deformações. A validação numérica do elemento finito de contato implementado é realizada mediante a modelagem numérica de problemas simples com solução analítica fechada.

CAPÍTULO 7: ANÁLISE DE PROBLEMAS DE INTERAÇÃO SOLO-ESTACA - é demonstrada a efetividade do modelo numérico implementado neste trabalho para a modelagem tridimensional de problemas de interação solo-estaca. Uma série de exemplos de aplicação encontrados na literatura técnica do tema são utilizados e reproduzidos para validar o presente modelo numérico em carregamento estático, quase-estático (adensamento) e dinâmico. Os resultados numéricos são comparados com resultados analíticos, experimentais e numéricos fornecidos por outros pesquisadores. Finalmente problemas de interação solo-estaca-estrutura são estudados.

CAPÍTULO 8: CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES - um resumo do presente trabalho é apresentado conjuntamente com as principais conclusões obtidas. Recomendações para futuras pesquisas são indicadas.

É importante estabelecer que notação indicial em coordenadas cartesianas é adotada. A convenção de somatória para os sobrescritos i, j e k é utilizada. Letras em negrito denotam matrizes e vetores e o símbolo ‘.’ denota produto escalar.

CAPÍTULO 2

ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

2.1 DESCRIÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO DO CONCRETO E DO AÇO EM PROBLEMAS DINÂMICOS

A teoria de plasticidade associada é utilizada para simular o comportamento do concreto armado em compressão. Para modelar a fissuração no concreto, complementou-se o modelo em compressão, com um modelo de fissura distribuída, que permite quantificar o dano no material e simultaneamente considerar o fenômeno conhecido na literatura inglesa como “*Tension Stiffening*”. O presente modelo constitutivo em sua formulação inicial é capaz de simular casos tridimensionais até o carregamento de colapso. Não obstante, neste trabalho os casos dinâmicos são de particular interesse e por tal motivo, um modelo dependente da taxa de deformação e de sua história parece ser mais adequado (Liu, 1985; Cervera, 1986).

Como já foi comentado no capítulo anterior, parece não existir um total acordo entre os pesquisadores do tema em relação a se o modelo constitutivo para o concreto em carregamento transiente deve ser dependente da taxa de deformação aplicada ao material (Cotsovos e Pavlovic, 2008; Spiliopoulos e Lykidis, 2006). No presente trabalho, considerou-se o enfoque clássico utilizando um modelo constitutivo sensível à taxa de deformação (Cervera *et al.*, 1988; Petrakis, 1993; Abbas, 1996; Beshara e Viridi, 1991 e Gomes, 1997), dado que maior evidência experimental e estudos numéricos são necessários neste tema. É importante destacar que a estaca de concreto armado será modelada como um material monofásico (sólido drenado ou impermeável) e, portanto, a nomenclatura estabelecida no presente capítulo, refere-se a termos em tensões totais. No capítulo seguinte, o conceito de

tensão efetiva aplicável à modelagem de meios porosos saturados com fluido (bifásicos) será introduzido.

O modelo constitutivo empregado em Gomes (1997) é o ponto de início do modelo numérico desenvolvido neste trabalho. Em Gomes (1997), utilizou-se um modelo elasto-viscoplástico para modelar o comportamento do concreto armado, onde os danos no concreto por carregamento cíclico são quantificados mediante uma função de escoamento dinâmica que depende do trabalho elasto-viscoplástico acumulado no material (Cervera *et al.*, 1988). Entretanto, teoricamente, a utilização de um modelo elasto-plástico é mais rigoroso para a descrição física do material. Por esse motivo e para manter a compatibilidade com o modelo elasto-plástico do solo a ser apresentado no capítulo cinco, decidiu-se modificar o modelo original de Gomes (1997) utilizando o modelo elasto-plástico utilizado em Tamayo (2011) e o modelo sensível à taxa de deformação de Liu (1985).

2.1.1 Modelo elasto-plástico sensível à taxa de deformação

Nesse trabalho, empregou-se o modelo proposto em Liu (1985), onde a superfície de escoamento dinâmica do material é dependente da deformação plástica total e da magnitude da taxa de deformação atual. Com a finalidade de simplificar as equações incrementais do modelo constitutivo, o referido autor desconsidera a história da taxa de deformação. Na Fig. 2.1 apresenta-se uma curva típica tensão-deformação plástica obtida para carregamentos com taxas de deformação extremamente lentas. Cada incremento de tensão é aplicado após a deformação plástica total, referente ao incremento de tensão anterior, ter sido plenamente desenvolvida. O procedimento de integração da lei constitutiva para o intervalo definido entre os tempos, t , ϵ , $t + \Delta t$, representado na Fig. 2.1 pela trajetória $A''B'$, se compõe de duas partes: a primeira correspondente a uma expansão ou contração da superfície de escoamento dinâmica para a deformação plástica atual (trajetória $A''A'$) e a segunda correspondente a uma taxa de deformação constante que depende apenas da taxa de deformação total e onde a teoria de fluxo plástico é aplicada (trajetória $A'B'$).

Portanto a curva tensão quase-estática versus deformação plástica na Fig. 2.1 pode ser interpretada como uma sequência de estados de equilíbrio após o fluxo plástico ocorrer a uma taxa de carga finita quando a condição de fluxo $\sigma > \sigma_y^s(\bar{\epsilon}^p)$ é satisfeita, sendo $\sigma_y^s(\bar{\epsilon}^p)$ a tensão de escoamento que depende da deformação plástica efetiva atual $\bar{\epsilon}^p$, sendo que os sobrescritos p e s , referem-se a processos plásticos e estáticos, respectivamente.

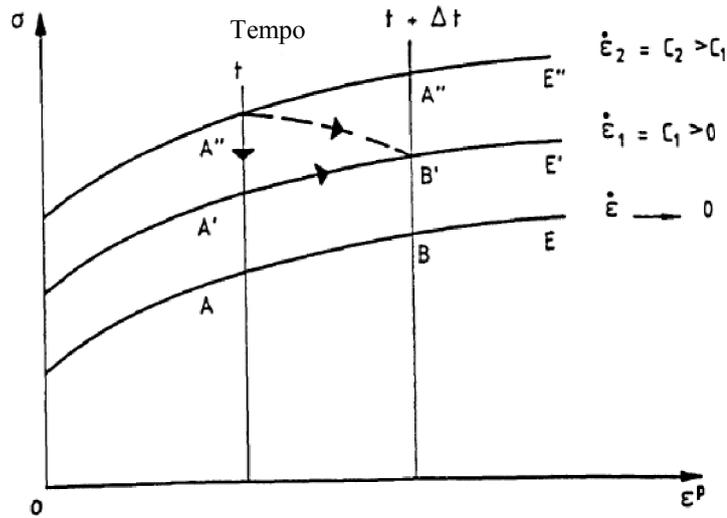


Figura 2.1: Resposta tensão versus deformação plástica para diferentes taxas de carregamento adaptado de Liu (1985)

Para descrever os efeitos de taxa, uma lei constitutiva geral pode ser re-escrita da seguinte maneira:

$$\sigma_y^d = \sigma_y^s(\bar{\varepsilon}^p) [1 + \phi(\dot{\varepsilon})] \quad (2.1)$$

onde σ_y^d é a tensão de escoamento dinâmica função da taxa de deformação atual $\dot{\varepsilon}$. A função de taxa $\phi(\dot{\varepsilon})$ na Eq. (2.1) é determinada por ajuste experimental. Na Fig. 2.1, a tensão no ponto A'' decresce gradualmente, enquanto que a deformação plástica se incrementa até que o ponto B' é finalmente atingido. Ao longo da trajetória de descarregamento $A''B'$ o incremento de tensões pode ser integrado desde o tempo t até $t + \Delta t$ da seguinte maneira:

$$\Delta\sigma = \int_t^{t+\Delta t} \left(\frac{\partial \sigma_y^d}{\partial \bar{\varepsilon}^p} \dot{\bar{\varepsilon}}^p + \frac{\partial \sigma_y^d}{\partial \dot{\varepsilon}} \ddot{\varepsilon} \right) dt = \int_{A''}^{B'} \left(\frac{\partial \sigma_y^d}{\partial \bar{\varepsilon}^p} \frac{d\bar{\varepsilon}^p}{dS} + \frac{\partial \sigma_y^d}{\partial \dot{\varepsilon}} \frac{d\dot{\varepsilon}}{dS} \right) dS \quad (2.2)$$

onde dS é um elemento diferencial da trajetória. Se a trajetória de integração é realizada ao longo de $A''A'B'$, então o incremento de tensão é decomposto em duas parcelas da seguinte maneira:

$$\Delta\sigma^{(1)} = \int_{A''}^{A'} \frac{\partial \sigma_y^d}{\partial \dot{\varepsilon}} \frac{d\dot{\varepsilon}}{dS} dS = \sigma_y^s(\bar{\varepsilon}_t^p) \int_{A''}^{A'} \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\varepsilon}} \frac{d\dot{\varepsilon}}{dS} dS \quad (2.3a)$$

$$\Delta\sigma^{(2)} = \int_{A'}^{B'} \frac{\partial\sigma_y^d}{\partial\bar{\varepsilon}^p} d\bar{\varepsilon}^p = [1 + \phi(\dot{\varepsilon}_{t+\Delta t})] \int_{A'}^{B'} \frac{\partial\sigma_y^d}{\partial\bar{\varepsilon}^p} d\bar{\varepsilon}^p \quad (2.3b)$$

A Eq. (2.3a) descreve o incremento de tensão que ocorre a uma deformação plástica constante igual a $\bar{\varepsilon}_t^p$, enquanto que a Eq. (2.3b) representa o processo elasto-plástico a uma taxa constante de deformação. Portanto, a retração ou expansão da tensão dinâmica, $\Delta\sigma^{(1)}$, depende apenas da variação da taxa de deformação e não de sua história. Omitindo a história desta última, supõe-se que a tensão dinâmica de A'' para A' depende só da taxa de deformação atual $\dot{\varepsilon}_t$.

2.1.2 Lei constitutiva elasto-plástica

Considerando que a tensão de escoamento é uma função da história de deformação e da taxa de deformação atual, o escoamento plástico é governado pela seguinte expressão:

$$\hat{F}(\sigma, \sigma_y^d(\bar{\varepsilon}^p, \dot{\varepsilon})) = 0 \quad (2.4)$$

onde σ é a forma vetorial do tensor σ_{ij} e a condição de consistência é dada da seguinte maneira:

$$d\hat{F} = \left(\frac{\partial\hat{F}}{\partial\sigma_{ij}} \right) d\sigma_{ij} + \left(\frac{\partial\hat{F}}{\partial\sigma_y^d} \right) d\sigma_y^d = 0 \quad (2.5)$$

A suposição de que σ_y^d depende da deformação total plástica e a taxa de deformação atual fornece uma relação constitutiva de tensão-deformação complexa. Com a finalidade de simplificar essa relação, supõe-se que a condição de consistência está sujeita à condição de que o ponto de tensão em consideração é forçado a permanecer na superfície de escoamento só depois que A'' vai para A' . Sendo assim, a Eq. (2.5) pode ser re-escrita como:

$$d\hat{F} = \left(\frac{\partial\hat{F}}{\partial\sigma_{ij}} \right) d\sigma_{ij} + \left(\frac{\partial\hat{F}}{\partial\sigma_y^d} \right) \left(\frac{\partial\sigma_y^d}{\partial\varepsilon_{ij}^p} \right) d\varepsilon_{ij}^p = 0 \quad (2.6)$$

Desta maneira sempre se garante que o ponto de tensão permanece na superfície de escoamento durante o processo plástico. Além disso, supõe-se que o incremento de

deformação plástica é normal à superfície dinâmica $\hat{F}(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t+\Delta t}) = 0$. Então, as componentes do tensor de deformação plástica (fluxo associado) são definidas a partir da seguinte equação:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial \hat{F}}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.7)$$

onde $d\lambda$ é multiplicador plástico que determina a magnitude do incremento de deformação plástica e o gradiente $\partial \hat{F} / \partial \sigma_{ij}$ define sua direção perpendicular à superfície de escoamento atual. As componentes do incremento de tensões se relacionam aos incrementos de deformação elástica pela seguinte expressão:

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} (d\varepsilon_{ij} - d\varepsilon_{ij}^p) \quad (2.8)$$

onde D_{ijkl} é a matriz elástica do material. Finalmente a relação elasto-plástica incremental é definida através de:

$$d\sigma_{ij} = \left[D_{ijkl} - \frac{\partial \hat{F} / \partial \sigma_{mn} D_{ijmn} D_{ijab} \partial \hat{F} / \partial \sigma_{ab}}{\partial \hat{F} / \partial \sigma_{pq} D_{pqrs} \partial \hat{F} / \partial \sigma_{rs} + H^p} \right] d\varepsilon_{kl} \quad (2.9)$$

onde H^p representa a inclinação local da curva unidimensional tensão-deformação plástica equivalente do material a ser definida posteriormente.

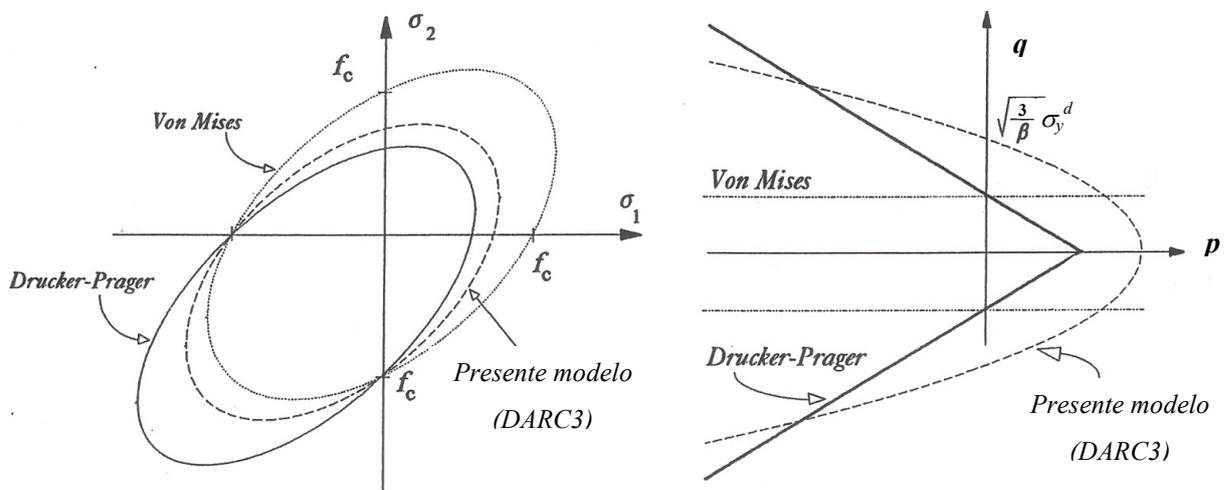
2.1.3 Condição de escoamento e lei de endurecimento

Uma adequada incorporação dos resultados experimentais permite a definição da superfície de escoamento do concreto como função do primeiro invariante de tensões I_1 e do segundo invariante de tensões desviadoras J_2 , sendo o fluxo elasto-plástico desencadeado por superar o limite de elasticidade. Nesse trabalho, utilizou-se a superfície de escoamento proposta na tese de doutorado de Liu (1985), a qual é definida da seguinte maneira:

$$\hat{F}(\boldsymbol{\sigma}, \sigma_y^d(\boldsymbol{\varepsilon}^p, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}})) = \tilde{c} I_1 + (\tilde{c}^2 I_1 + 3\tilde{\beta} J_2)^{1/2} - \sigma_y^d(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) = 0 \quad (2.10)$$

onde \tilde{c} e $\tilde{\beta}$ são constantes obtidas por ajuste experimental e iguais a 0.1775 e 1.355, respetivamente, para carregamentos dinâmicos, sendo σ_y^d a posição atual da tensão na

superfície de escoamento relacionada à deformação plástica equivalente $\bar{\varepsilon}^p$ (parâmetro de endurecimento) e a taxa de deformação atual $\dot{\varepsilon}$. O valor acumulado de $\bar{\varepsilon}^p$ é calculado utilizando o conceito de trabalho plástico, sendo igual ao multiplicador plástico $d\lambda$ introduzido na Eq. (2.7) (Hinton e Owen, 1980). Nota-se a semelhança no espaço bidimensional da superfície adoptada por Liu (1985), denominado no trabalho de Petrakis (1993) como *DARC3*, e aquelas de Drucker-Prager e Von Mises na Fig. 2.2. Na Fig. 2.2b, esses critérios de escoamentos são mostrados no plano meridiano $p-q$ com $q = \sqrt{3J_2}$ e $p = I_1/3$.



a) Comparação de critérios de escoamento no plano bidimensional principal

b) Comparação de critérios de escoamento no plano meridiano

Figura 2.2: Critérios de escoamento no espaço bidimensional de tensões principais e no plano meridiano adaptado de Petrakis (1993)

O critério de escoamento descrito acima é associado mais especificamente à definição de duas superfícies de escoamento que dividem os diversos comportamentos do modelo de concreto considerado, sendo elas as seguintes: (i) a superfície de escoamento inicial, que determina o início da deformação plástica para uma tensão uniaxial equivalente de $\sigma_y^d = 0.3f_c$, onde f_c é a resistência à compressão do concreto; e (ii) a superfície de escoamento limite que separa o estado com endurecimento não-linear e o estado com comportamento elasto-plástico perfeito para uma tensão efetiva $\sigma_y^d = f_c$. Essas superfícies são descritas pela mesma função da Eq. (2.10) e são mostradas no espaço bidimensional na Fig. 2.3, conjuntamente com o critério de fissuração por tensão máxima.

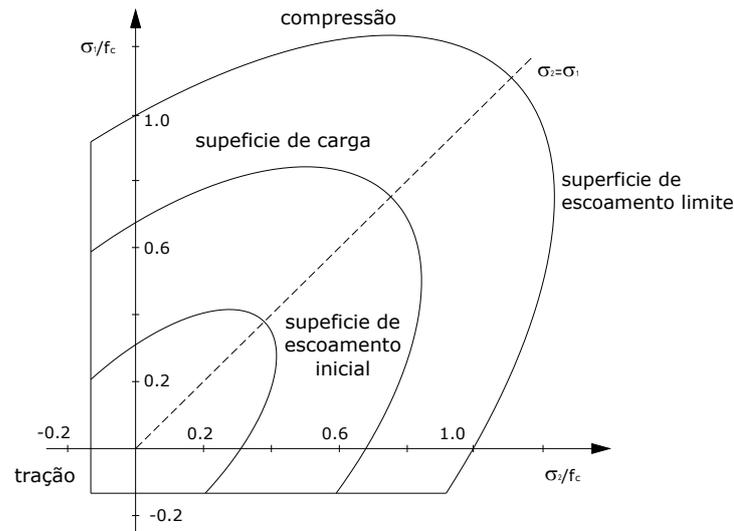


Figura 2.3: Desenvolvimento da superfície de escoamento plástica em condições de compressão biaxial obtido de Tamayo (2011)

Por outro lado, a lei de endurecimento define o movimento da superfície de escoamento conforme a deformação plástica equivalente aumenta $\bar{\varepsilon}^p$. A definição de σ_y^d e $\bar{\varepsilon}^p$ permite extrapolar um espaço multiaxial a um caso uniaxial. A característica de endurecimento da superfície de escoamento é obtida a partir da relação uniaxial mostrada na Fig. 2.4, a qual é dada pela expressão (2.11).

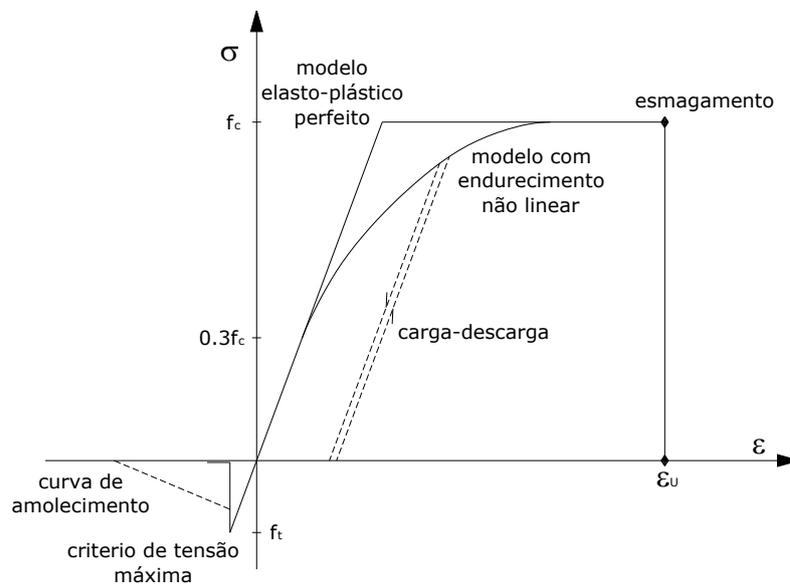


Figura 2.4: Representação uniaxial do modelo constitutivo de concreto para o cálculo de endurecimento

$$\sigma_y^s(\bar{\varepsilon}^p) = E_c \left(\sqrt{2\varepsilon_c \bar{\varepsilon}^p} - \bar{\varepsilon}^p \right) \quad (2.11)$$

onde E_c é o módulo elástico longitudinal inicial do concreto e ε_c é geralmente igual a 0.002.

O módulo de endurecimento do concreto H^p é determinado a partir da seguinte expressão:

$$H^p(\bar{\varepsilon}^p) = \frac{d\sigma_y^d}{d\bar{\varepsilon}^p} = E_c \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_c}{2\bar{\varepsilon}^p}} - 1 \right) [1 + \phi_c(\dot{\varepsilon})] \quad (2.12)$$

onde ϕ_c é a função de taxa de deformação (Liu, 1985) e que é definido pela seguinte equação:

$$\phi_c(\dot{\varepsilon}) = \begin{cases} \frac{\sigma_y^d}{\sigma_y^s} - 1 = a_0 \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_s} \right)^{a_1} & \dot{\varepsilon} \geq \dot{\varepsilon}_s \\ 0 & \dot{\varepsilon} < \dot{\varepsilon}_s \end{cases} \quad (2.13)$$

com valores iguais a 0.02789 e 0.33012 para a_0 e a_1 , respectivamente, para concretos com resistência à compressão f_c menor ou igual a 44MPa e $\dot{\varepsilon}_s = 10^{-5} \text{seg}^{-1}$ é o valor sob o qual os efeitos de taxa de deformação são desprezíveis.

2.1.4 Critério de Fissuração

O critério de fissuração empregado corresponde a um critério de deformação máxima por tração. A principal conclusão dos resultados experimentais estabelecidas por alguns autores, considerando os efeitos dinâmicos, é que a resistência do concreto como critério de falha não é confiável, pois este depende da taxa de deformação. Por outro lado, o critério de falha por deformação é quase sempre constante para valores normais de taxas de deformação e devido a este fato, esse último critério é adotado no presente trabalho. As visualizações em duas dimensões dos critérios mais simples encontrados na literatura sobre o tema são mostradas na Fig. 2.5. Valores típicos para a deformação por fissuração estão entre 0.15% - 0.20%.

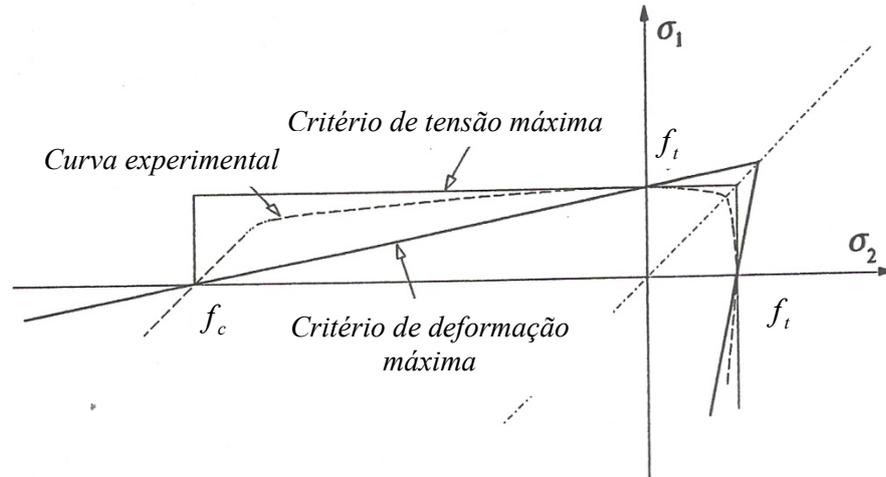


Figura 2.5: Critérios de fissuração em tração biaxial obtido de Petrakis (1993)

As dificuldades envolvidas na abordagem tridimensional para modelar o concreto levam à derivação de critérios simples para descrever a fratura à tração do material. Para cada ponto de integração, as deformações principais e suas respectivas direções são determinadas. Se o valor da deformação máxima principal excede o valor limite da deformação por fissuração, então uma fissura se forma num plano normal à direção da referida fissura. O limite de fissuração está vinculado ao seguinte valor:

$$\varepsilon_{cr} = f_t / E_c \quad (2.14)$$

onde f_t é a resistência à tração do concreto e E_c seu módulo de Young inicial. O comportamento do concreto é considerado como um material elástico linear e isotrópico; quando a fissuração ocorre o material se converte em ortotrópico com coaxialidade imposta de tensões e deformações na configuração local, de acordo com a orientação do plano de fissuração. A imposição da condição anterior é fundamental para o comportamento pós-fissuração do material, pois esse permite a utilização de um modelo de amolecimento na direção da tensão. Para cada ponto de integração, duas fissuras ortogonais entre si são permitidas. Depois da inicialização da fissuração numa direção principal, o caso de fissuração secundária é considerado; enquanto que os eixos locais de tensão e deformação permanecem fixos, é feita uma busca no plano paralelo à fissura existente para estabelecer a deformação máxima nessa direção. Se esse valor é maior que o limite ε_{cr} , então uma segunda fissura ocorre.

2.1.5 Amolecimento por deformação

Após o início da fissuração num ponto de amostragem, a resistência à tração do material não cai imediatamente para zero. Esta conclusão baseia-se na evidência experimental que mostra que a resistência à tração do concreto é reduzida gradualmente, dependendo da abertura da fissura. Para a crescente deformação principal normal ao plano da fissura, o valor da tensão principal nessa direção desce de acordo com o modelo de amolecimento adotado. O modelo de amolecimento utilizado neste trabalho é mostrado na Fig 2.6, onde o conceito de energia de fratura é utilizado para conseguir a independência dos resultados na solução obtida pela malha de elementos finitos. A tensão principal normal ao plano da fissura é definida pela seguinte expressão:

$$\sigma = f_t \cdot e^{-\frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_{cr})}{\alpha}} \quad (2.15a)$$

$$\alpha = G_f / (l_c f_t) \quad (2.15b)$$

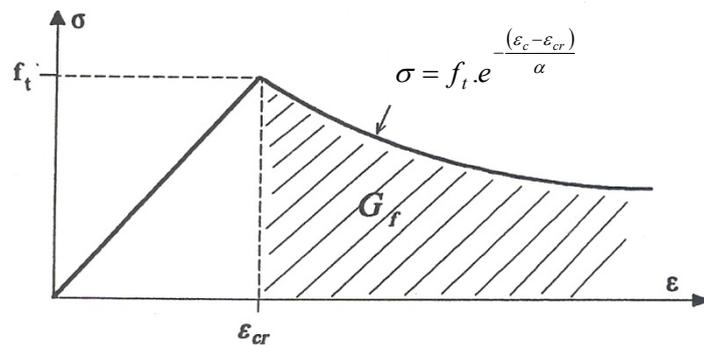


Figura 2.6: Amolecimento de deformação obtido de Petrakis (1993)

onde G_f é a energia de fratura do concreto, ε_c é a deformação principal atual e l_c define o comprimento característico do ponto representativo do material definido a partir do volume do ponto de integração. A interação de pontos de integração fissurados e a redistribuição de tensões devido à fissuração de pontos previamente não fissurados podem causar fechamento de fissuras ou reaberturas de fissuras previamente fechadas para cargas posteriores. Durante a fase de amolecimento um registro da tensão de tração máxima alcançada é armazenado. Se a tensão atual é menor que o valor de referência, então a nova tensão segue a trajetória secante de descarregamento mostrada na Fig. 2.7 e a nova tensão é calculada de acordo com a seguinte expressão:

$$\sigma = \sigma_{ref} \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{ref}} \quad (2.16)$$

Uma fissura aberta pode ser fechada se o valor da deformação normal através da fissura é de compressão. Para qualquer valor de deformação menor que o valor de referência ε_{ref} o valor da tensão é interpolado mediante a Eq. (2.16). Após carregamento adicional, se o valor da deformação ε_c é maior que o valor de referência ε_{ref} , a tensão é calculada mediante a Eq. (2.15) e os valores de referência são atualizados.

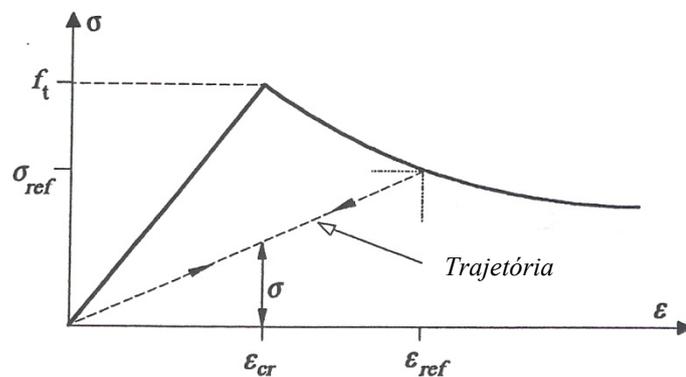


Figura 2.7: Trajetória secante de descarregamento e recarregamento obtido de Petrakis (1993)

2.1.6 Transferência de corte

Durante o processo de propagação de fratura, as trações de corte podem surgir ao longo das superfícies de fissuração. Os principais fenômenos que ocorrem nessa zona são conhecidos na literatura inglesa como “*aggregate interlock*” e “*dowel action*”. Para considerar esses fenômenos, o presente modelo numérico supõe que o módulo cisalhante é representado por uma função de potência que decai conforme o valor da deformação normal de fissuração aumenta, como se mostra na Fig. 2.8. Se G_{cr} é o valor do módulo cisalhante em fissuração e G_0 é o módulo cisalhante inicial, então se mantém a seguinte relação:

$$G_{cr} = \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_c}{0.005} \right) \right]^k G_0 \quad (2.17)$$

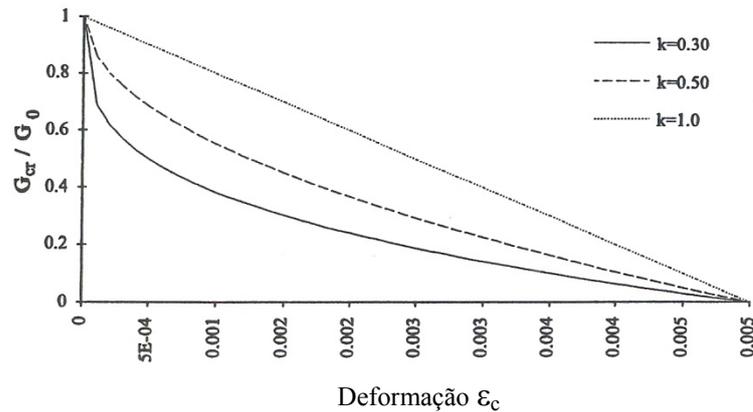


Figura 2.8: Módulo cisalhante versus deformação normal de tração obtido de Petrakis (1993)

2.1.7 Critério de esmagamento

O critério de esmagamento do concreto em compressão para um estado multiaxial de tensões é considerado simplesmente convertendo o critério de escoamento descrito em termos das tensões diretamente em deformações de acordo com Cervera *et al.* (1988).

$$3J'_2 \tilde{\beta} + \tilde{c} I'_1 = \epsilon_u^2 \quad (2.18)$$

onde I'_1 é o primeiro invariante de deformações e J'_2 é o segundo invariante de deformações desviadoras, sendo ϵ_u a deformação última uniaxial igual a 0.0035.

2.1.8 Aço de reforço

O aço de reforço é representado por um modelo elasto-plástico uniaxial seguindo as deformações que ocorrem nas direções das barras de reforço. Nas estruturas de concreto armado, as barras de aço resistem fundamentalmente às forças axiais. Deste modo, faz-se necessário considerar apenas modelos uniaxiais para descrever o comportamento do material. No modelo computacional desenvolvido, considerou-se um diagrama de tensão-deformação bi-linear como se mostra na Fig. 2.9, em conformidade ao estabelecido em vários códigos de projeto. Nessa figura, E_s é o módulo elástico do aço e E'_s é a inclinação no segundo trecho da curva. A descarga acontece seguindo a inclinação inicial.

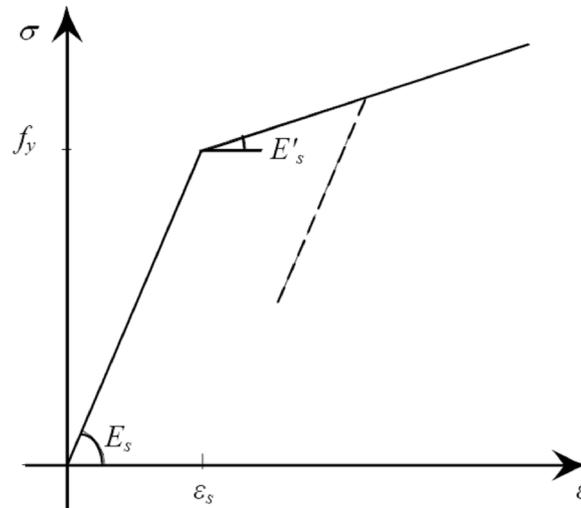


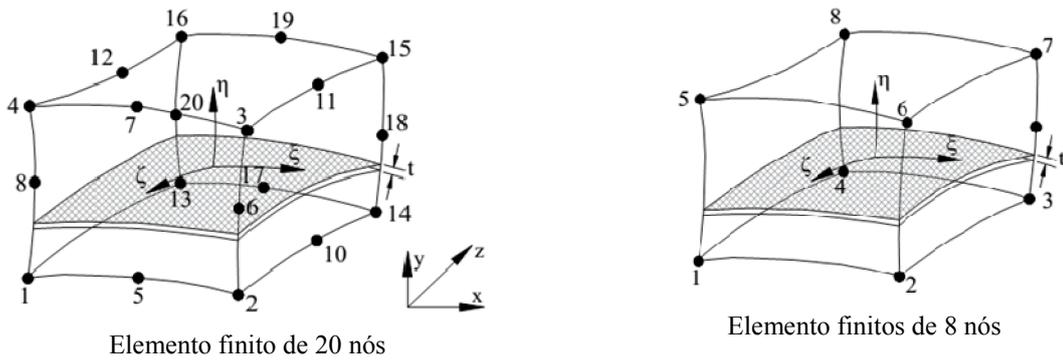
Figura 2.9: Diagrama tensão-deformação unidimensional para o aço

2.2 MODELO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA PROBLEMAS ESTÁTICOS E DINÂMICOS

O princípio dos trabalhos virtuais é utilizado comumente para obter as expressões matriciais de equilíbrio do meio contínuo a ser discretizado. Esse procedimento é bastante comum para meios contínuos monofásicos e seu detalhamento pode ser encontrado em qualquer livro de análise estrutural que utilize o método dos elementos finitos como técnica de solução (Hughes, 2000; Zienkiewicz *et al.*, 2005; Smith *et al.*, 2014, entre outros). Por esse motivo, apenas as expressões matriciais relevantes para o elemento finito de concreto armado são apresentadas nas seguintes seções.

2.2.1 Concreto

Elementos hexaédricos isoparamétricos de oito e vinte nós são utilizados aqui para representar a estaca de concreto armado. Nestes elementos, as armaduras podem ser modeladas por médio de elementos finitos de membrana (Vide Fig. 2.10) ou através de elementos finitos unidimensionais incorporados. Estes elementos de membrana estão incorporados dentro do volume do elemento e seus planos são definidos paralelos a alguma das faces do elemento. Sendo assim, a posição relativa de cada plano é definida a partir da especificação de uma coordenada natural que, para o caso da Fig. 2.10, é a coordenada η . Considera-se aderência perfeita entre as armaduras e concreto circundante, portanto apenas é necessário trabalhar com o campo de deslocamentos referentes ao elemento hexaédrico.



Elemento finito de 20 nós

Elemento finitos de 8 nós

Figura 2.10: Elemento isoparamétrico tridimensional com camada de reforço incorporada.

O campo de deslocamentos dentro do elemento finito é definido em termos das funções de interpolação e dos valores dos deslocamentos nos nós do elemento. Cada nó tem três graus de liberdade referentes aos possíveis movimentos do elemento. Estes deslocamentos são definidos pelas variáveis u_x , u_y e u_z e estão referidos ao sistema cartesiano global xyz . Sendo assim, o vetor de deslocamentos do elemento em estudo é expresso da seguinte maneira:

$$\hat{\mathbf{u}} = \{u_x^1, u_y^1, u_z^1, u_x^2, u_y^2, u_z^2, \dots, u_x^n, u_y^n, u_z^n\} \quad (2.19)$$

onde n é igual a oito ou vinte nós. No caso de pequenas deformações, as componentes totais do vetor de deformação são definidas em forma matricial como segue:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_c = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^n \begin{bmatrix} \frac{\partial N_m}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_m}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_m}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_m}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_m}{\partial x} & \frac{\partial N_m}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_m}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_m}{\partial y} & \frac{\partial N_m}{\partial x} \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} u_x^m \\ u_y^m \\ u_z^m \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

ou em forma compacta, como:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_c = \mathbf{B}_c \hat{\mathbf{u}}_c \quad (2.21)$$

onde N_m representa a função de interpolação do nó m e \mathbf{B}_c é a matriz deslocamento-deformação obtida a partir da compatibilidade entre deslocamentos e deformações. Devido à

não-linearidade do material, a equação constitutiva do concreto em compressão é definida de forma incremental como segue:

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_c = \left[\Delta \sigma_x \quad \Delta \sigma_y \quad \Delta \sigma_z \quad \Delta \tau_{xy} \quad \Delta \tau_{yz} \quad \Delta \tau_{xz} \right]^T = \mathbf{D}_{ep} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_c \quad (2.22)$$

Em caso do concreto fissurado, a lei constitutiva se expressa em termos totais e é dada pela seguinte expressão:

$$\boldsymbol{\sigma}_c = \left[\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz} \right]^T = \mathbf{D}_{cr} \boldsymbol{\varepsilon}_c \quad (2.23)$$

\mathbf{D}_{ep} representa a matriz elasto-plástica do material e \mathbf{D}_{cr} é a matriz ortotópica do concreto fissurado transformada para o sistema global cartesiano xyz e cuja expressão será definida posteriormente. Como a equação de equilíbrio dinâmico é satisfeita em cada passo do tempo mediante a utilização de um algoritmo implícito iterativo, as seguintes expressões são referidas de forma genérica a um passo iterativo i . As forças nodais equivalentes são expressas na forma usual como:

$$\mathbf{P}_c^i = \int_V \mathbf{B}_c^T \boldsymbol{\sigma}_c^i dV \quad (2.24)$$

Entretanto, a matriz de rigidez do elemento de concreto pode ser expressa como:

$$\mathbf{K}_c^i = \int_V \mathbf{B}_c^T \mathbf{D}_{et}^i \mathbf{B}_c dV \quad (2.25)$$

onde \mathbf{D}_{et} representa a matriz elástica, elasto-plástica ou de fissuração do concreto dependendo do estado atual do ponto de integração. A superfície de escoamento para o concreto em compressão foi definido previamente na Eq. (2.10). Sendo assim, o vetor de fluxo plástico pode ser calculado em forma explícita por:

$$\mathbf{a}^T = \left\{ \frac{\partial \hat{F}}{\partial \sigma_x} \quad \frac{\partial \hat{F}}{\partial \sigma_y} \quad \frac{\partial \hat{F}}{\partial \sigma_z} \quad \frac{\partial \hat{F}}{\partial \tau_{xy}} \quad \frac{\partial \hat{F}}{\partial \tau_{yz}} \quad \frac{\partial \hat{F}}{\partial \tau_{xz}} \right\} \quad (2.26)$$

com,

$$\begin{aligned}
\partial \hat{F} / \partial \sigma_x &= \tilde{c} + \left\{ 2(\tilde{c}^2 + \tilde{\beta})\sigma_x + (2\tilde{c}^2 - \tilde{\beta})(\sigma_y + \sigma_z) \right\} / \Delta \\
\partial \hat{F} / \partial \sigma_y &= \tilde{c} + \left\{ 2(\tilde{c}^2 + \tilde{\beta})\sigma_y + (2\tilde{c}^2 - \tilde{\beta})(\sigma_z + \sigma_x) \right\} / \Delta \\
\partial \hat{F} / \partial \sigma_z &= \tilde{c} + \left\{ 2(\tilde{c}^2 + \tilde{\beta})\sigma_z + (2\tilde{c}^2 - \tilde{\beta})(\sigma_x + \sigma_y) \right\} / \Delta
\end{aligned} \tag{2.27}$$

$$\partial \hat{F} / \partial \tau_{xy} = 6\tilde{\beta}\tau_{xy} / \Delta; \quad \partial \hat{F} / \partial \tau_{yz} = 6\tilde{\beta}\tau_{yz} / \Delta, \quad \partial \hat{F} / \partial \tau_{zx} = 6\tilde{\beta}\tau_{zx} / \Delta$$

sendo,

$$\Delta = 2 \left\{ \left[(\tilde{c}^2 + \tilde{\beta})(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) + (2\tilde{c}^2 - \tilde{\beta})(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x) \right] + 3\tilde{\beta}(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right\}^{1/2} \tag{2.28}$$

O incremento do multiplicador plástico expresso em forma matricial é definido da seguinte maneira:

$$d\lambda = \frac{1}{H_p + \mathbf{a}^T \mathbf{D}_e \mathbf{a}} \mathbf{a}^T \mathbf{D}_e d\boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.29}$$

Finalmente, a matriz elasto-plástica a utilizar na Eq. (2.25) é definida pela seguinte expressão:

$$\mathbf{D}_{ep} = \mathbf{D}_e - \frac{\mathbf{D}_e \mathbf{a}^T \mathbf{a} \mathbf{D}_e}{H_p + \mathbf{a}^T \mathbf{D}_e \mathbf{a}} \tag{2.30}$$

Após a fissuração do concreto, se supõe que este se converte num material ortotrópico com os eixos orientados na direção das tensões de tração atuantes. A matriz \mathbf{D}_{cr} é construída em relação aos eixos materiais no ponto de amostragem e após transformada ao sistema global para ser substituída na Eq. (2.25). Nesses pontos de amostragem, se supõe que a constante de Poisson é zero, ficando apenas termos diagonais na matriz. Em caso de descarregamento, a trajetória é secante (Vide Fig. 2.7) e utiliza-se o módulo secante para a direção fissurada em questão. A matriz constitutiva resultante \mathbf{D}_{cr} para concreto com dupla fissuração referido ao sistema material, é apresenta na sequência:

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\sigma_3 \\ \Delta\tau_{12} \\ \Delta\tau_{23} \\ \Delta\tau_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{r1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & E_{r2} & & & & \\ \cdot & & E_c & & & \\ \cdot & & & \beta_1 G_{cr} & & \\ \cdot & & & & \beta_2 G_{cr} & \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \beta_1 G_{cr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\varepsilon_3 \\ \Delta\gamma_{12} \\ \Delta\gamma_{23} \\ \Delta\gamma_{13} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

onde,

$$(E_r)_k = \frac{\sigma_k}{\varepsilon_k} < E_c \quad (2.32)$$

com k indicando a direção principal de fissuração atual. No caso de fissuração simples, utilizaram-se os seguintes valores fixos: $E_{r2} = E_c$ e $\beta_2 = 1.0$.

2.2.2 Modelagem das armaduras de reforço

2.2.2.1 Modelo de armaduras distribuídas

Supõe-se aderência perfeita entre a malha de reforço e o concreto circundante. Portanto, a compatibilidade de deslocamentos e de deformações entre o aço e o concreto permite tratar o reforço como parte integral do elemento hexaédrico. Desta maneira, a matriz de rigidez do elemento de concreto armado é obtida como a soma da contribuição das rigidezes do elemento de concreto simples e do elemento de membrana de aço. Esta contribuição se define através da seguinte expressão:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_c + \mathbf{K}_s \quad (2.33)$$

onde \mathbf{K}_c e \mathbf{K}_s são as matrizes de rigidez do elemento de concreto simples e de membrana, respectivamente. As armaduras de reforço definidas como membranas estão distribuídas em camadas bidimensionais de espessura equivalente t_{eq} . A posição relativa de cada camada, se define de acordo às coordenadas naturais (ξ, η, ζ) do elemento finito em que estão inseridas (Vide Fig. 2.10). Define-se então, a orientação do reforço no plano do elemento de membrana a partir de um sistema local ortonormal criado para cada ponto de integração (no elemento de membrana). Desta forma, a matriz de rigidez \mathbf{K}_s pode ser calculada com a seguinte expressão:

$$\mathbf{K}_s^i = \int_V \mathbf{B}_c^T \mathbf{L}^T \mathbf{D}_s^i \mathbf{L} \mathbf{B}_c t_{eq} dV \quad (2.34)$$

onde \mathbf{L} é a matriz de transformação do sistema cartesiano global para o sistema material. A matriz constitutiva \mathbf{D}_s que relaciona o incremento de tensão no reforço com o incremento de deformação, é definida pela seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\sigma_3 \\ \Delta\tau_{12} \\ \Delta\tau_{23} \\ \Delta\tau_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_s & \vdots & & & & \underline{0} \\ \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & \vdots & & & & \\ & \vdots & & & & \\ & \vdots & & & & \\ \underline{0} & \vdots & & & & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\varepsilon_3 \\ \Delta\gamma_{12} \\ \Delta\gamma_{23} \\ \Delta\gamma_{13} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Na Fig. 2.11 é mostrado graficamente como se calcula a espessura equivalente t_{eq} a partir dos valores das áreas das armaduras A_s para um comprimento de laje L . A grande vantagem do modelo distribuído é que permite simplificar grandemente a entrada de dados para as armaduras (Tamayo, 2011; Gomes, 1997), mantendo um nível de precisão local aceitável. Esta aproximação é mais precisa conforme o número de armaduras aumenta (malhas de reforço).

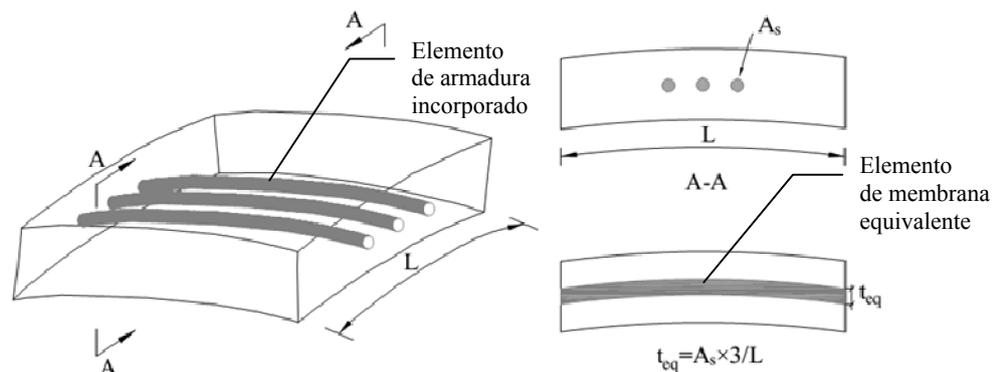


Figura 2.11: Determinação de espessura equivalente

2.2.2.2 Modelo aderente de armaduras incorporadas

Neste trabalho, as barras de armadura podem também ser modeladas com elementos isoparamétricos quadráticos unidimensionais (Vide Fig. 2.11), possibilitando a modelagem de barras com dois ou três nós, para a representação respectivamente, de barras retas e curvas. Uma grande vantagem desta formulação incorporada é que a malha global pode ser

estabelecida sem nenhuma consideração sobre a posição e geometria da barra de armadura. Uma vez criado o elemento de concreto, o elemento de barra pode ser especificado em posição arbitrária, pela alocação de um grupo de nós, sendo necessários dois nós para barras retas e três para barras curvas. Para garantir a continuidade entre elementos, nós das barras de reforço são requeridos onde estas cruzam os contornos dos elementos de concreto. Os demais pontos das barras são obtidos por meio de interpolações, no interior dos elementos de concreto.

Para a obtenção dos termos da matriz de rigidez associada a cada segmento do elemento de armadura, uma integração numérica é necessária. Um elemento diferencial disposto ao longo da barra de armadura, deve ser determinado. Com este intuito, deve-se encontrar os cosenos diretores do segmento em relação aos eixos cartesianos xyz e desta maneira determinar um vetor tangente ao ponto em consideração. A matriz de rigidez do elemento de armadura \mathbf{K}_p pode ser calculada com a seguinte expressão:

$$\mathbf{K}_p^i = \int_{l_p} \mathbf{B}_c^T \mathbf{L}_p^T E_p \mathbf{L}_p \mathbf{B}_c A_p dl \quad (2.36)$$

onde E_p e A_p são, respectivamente, o módulo de Young e área de seção transversal do elemento, l_p é o comprimento da armadura contida no elemento de concreto e \mathbf{L}_p é uma matriz de 6×6 que contém as componentes do vetor tangente ao ponto de integração corrente do elemento de armadura (Povoas, 1991). A matriz de deformação da armadura \mathbf{B}_p que relaciona apenas a deformação axial do elemento de armadura aos graus de liberdade do elemento hexaédrico de concreto é definido pelo produto $\mathbf{B}_p = \mathbf{L}_p \mathbf{B}_c$.

2.2.2.3 Modelo não-aderente de armaduras incorporadas

A utilização de estacas de concreto protendido no projeto de estruturas é viável, portanto, a modelagem de cabos não-aderentes é necessária. A formulação cinemática do elemento de armadura incorporada anterior é mantida aqui, porém considera-se que existe compatibilidade entre o cabo protendido e o concreto circundante apenas nos extremos do cabo (âncoras definidas pelos pontos A e B) e portanto uma distinção deve ser feita entre a deformação incremental numa seção do cabo $\Delta \varepsilon_p(s)$ e a deformação no concreto circundante $\Delta \varepsilon_{c,p}(s)$. Aqui, adoto-se o procedimento estabelecido em Figueiras e Povoas (1994), para o

cálculo do incremento de deformação no cabo não-aderente, empeçando desde a ancora A e tomando em sequência, todos os pontos de Gauss dos elementos de cabo (ver Tabela 2.1).

Tabela 2.1: Cálculo de incremento de deformação (Figueiras e Povoas, 1994)

1. Calcular $\Delta\varepsilon_{c,p} = \mathbf{B}_p \hat{\mathbf{u}}$ e encontrar a variação em comprimento do segmento

correspondente: $\Delta l_p = \sum_{k=1}^N (\Delta\varepsilon_{c,p})_k l_k$, onde N é igual a número de pontos de

integração de um elemento de cabo multiplicado pelo número de elementos que compõem o cabo. O cabo pode atravessar varios elementos de concreto.

2. Avaliar as funções de interpolação $g(s)$:

$$g(s_k) = g_k = \frac{1}{(E_p)_k} \prod_{j=1}^k e^{\pm \mu_p \psi_j v_j w_j}$$

com ψ_k sendo a curvatura do cabo no ponto de Gauss k e o sinal do coeficiente de atrito (μ_p) entre o cabo e o concreto é definido por:

$$\begin{array}{l} \text{iteration } 1: \\ \text{iteration } i > 1 \end{array} \left. \begin{array}{l} (\Delta\varepsilon_{c,p})_j^i - (\Delta\varepsilon_{c,p})_{j-1}^i \\ (u_p)_j^{i-1} - (u_c)_j^{i-1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} > 0 \rightarrow \text{sin al } \textit{positivo} \\ < 0 \rightarrow \text{sin al } \textit{negativo} \\ = 0 \rightarrow \mu_p = 0 \end{array}$$

onde $u_p(s) = \int_{s_A}^s \Delta\varepsilon_p(s) ds$ e $u_{c,p}(s) = \int_{s_A}^s \Delta\varepsilon_{c,p}(s) ds$ são os deslocamentos no cabo e no

concreto para uma seção geral s segundo a direção do eixo longitudinal do cabo. O escorregamento na interface cabo-concreto é definido a partir $u_r(s) = u_p(s) - u_{c,p}(s)$, w_k e v_k são o peso da integração do elemento 1-D e módulo do vetor tangente referido ao ponto de integração k , respectivamente. Avaliar a correspondente integral utilizando:

$$\int_{l_p} g(s) ds = \sum_{k=1}^N \frac{v_k w_k}{(E_p)_k} \prod_{j=1}^k e^{\pm \mu_p \psi_j v_j w_j} \left(\equiv \sum g_k v_k w_k \right)$$

3. Finalmente, o incremento de deformação no cabo não-aderente é obtido como:

$$(\Delta\varepsilon_p)_k = g_k \frac{\Delta l_p}{\sum g_k v_k w_k}$$

4. O incremento de tensão $\Delta\sigma_p$, a tensão corrente no cabo σ_p e as forças nodais equivalentes \mathbf{P}_p , resultantes da contribuição do cabo são obtidas pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sigma_p^o + \Delta\sigma_p \\ \mathbf{P}_p &= A_p \int_{l_p} \mathbf{B}_p^T \sigma_p dl \end{aligned}$$

onde σ_p^o é a tensão previa no cabo.

2.2.3 Matriz de massa

O modelamento da matriz de massa \mathbf{M} poder ser obtida empregando as mesmas funções de interpolação utilizadas nos deslocamentos e é dada pela seguinte expressão:

$$\mathbf{M} = \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{R}_d \mathbf{N} dV \quad (2.37)$$

onde \mathbf{N} é uma matriz que contém as funções de interpolação do elemento, \mathbf{R}_d é uma matriz diagonal com termos iguais ρ , onde ρ representa a massa específica do material. A matriz de massa assim obtida é chamada de matriz de massa consistente. Alguns autores têm adotado também a chamada matriz de massa agrupada (*lumped mass*) devido à grande redução no custo computacional que esta representa (Petrakis, 1993; Leung, 1984 e Gomes, 1997). A técnica de massa agrupada consiste primeiramente em avaliar a matriz de massa consistente a partir da Eq. (2.37), e a seguir essa é agrupada em proporção a seus termos diagonais, preservando a massa total do corpo (Leung, 1984; Hinton e Owen, 1980). Neste trabalho, a matriz de massa agrupada é preferível por seu baixo custo computacional.

2.2.4 Amortecimento mecânico

Sistemas dinâmicos naturais tem algum grau de amortecimento da energia de vibração dentro do sistema. A existência de um mecanismo de amortecimento pode ser claramente observado em problemas de propagação de ondas, onde a diferença entre a energia total interna do sistema e a energia induzida externamente, representa o trabalho das forças de amortecimento (Aquino, 2009). Na equação de equilíbrio dinâmico, a força de amortecimento é proporcional à velocidade. No presente trabalho, o amortecimento tipo *Rayleigh* é utilizado, a qual representa uma combinação linear das matrizes de massa e de rigidez e é definida pela seguinte expressão:

$$\mathbf{C} = \alpha_1 \mathbf{M} + \alpha_2 \mathbf{K} \quad (2.38)$$

onde o termo $\alpha_1 \mathbf{M}$ se refere aos termos de amortecimento por radiação (*radiation damping*) e o segundo termo $\alpha_2 \mathbf{K}$ se refere ao amortecimento estrutural. A equação anterior é o resultado da simplificação de uma fórmula geral para n modos de vibração da matriz \mathbf{C} ($m = 1, 2, \dots, n$), onde apenas dois modos são considerados ($n = 2$). A derivação completa desta fórmula geral é encontrada, por exemplo, em Cervera *et al.* (1988). Os valores de α_1 e

α_2 são calculados a partir das magnitudes dos amortecimentos requeridos para duas frequências do sistema. Em particular, se razão de amortecimento a uma frequência ω_r é ξ_r , e a uma frequência ω_s é ξ_s , respectivamente, então os valores para α_1 e α_2 são definidos como segue:

$$\alpha_1 = 2\omega_r\omega_s \frac{(\xi_s\omega_r - \xi_r\omega_s)}{(\omega_r^2 - \omega_s^2)} \text{ e } \alpha_2 = 2 \frac{(\xi_r\omega_r - \xi_s\omega_s)}{(\omega_r^2 - \omega_s^2)} \quad (2.39)$$

Para valores de $\omega_s > \omega_r$, a variação do amortecimento com a frequência de vibração é mostrada na Fig. 2.12, onde se aprecia que o amortecimento aumenta para maiores valores de ω_s . Por outro lado, a utilização do amortecimento de *Raleyigh*, permite que a matriz C tenha a mesma estrutura que a matriz de rigidez K , preservando assim o custo computacional na solução do sistema de equações.

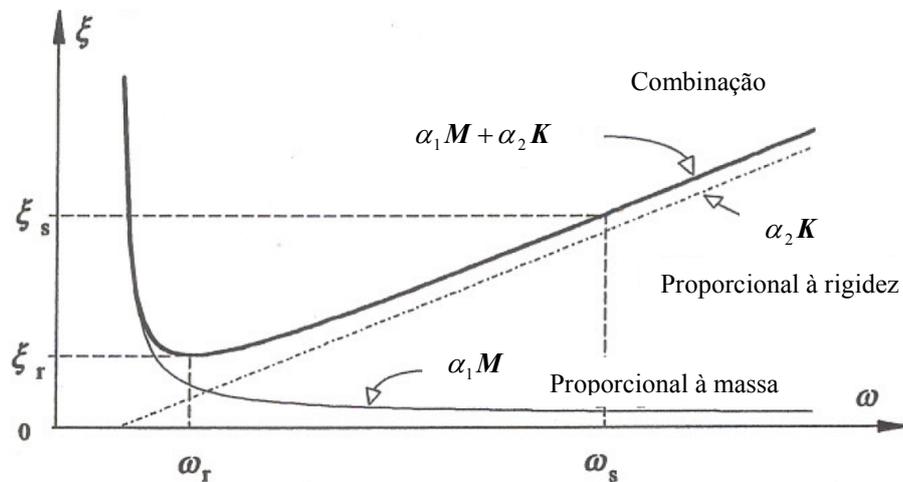


Figura 2.12: Razão de amortecimento versus frequência (amortecimento tipo *Rayleigh*)

No caso de estruturas convencionais de concreto armado, adotam-se valores de razão de amortecimento de material, ξ , na faixa de 2% até 15% (Cook *et al.*,1989); este amortecimento trata de reproduzir a dissipação de energia associada às vinculações da estrutura conjuntamente com a energia liberada pelo comportamento histerético do material, sempre que o modelo constitutivo não seja capaz de quantificar esse efeito.

No caso de solos e rochas, o amortecimento natural é principalmente histerético, isto é, independente da frequência. Este tipo de amortecimento é difícil de ser reproduzido numericamente, devido a dois problemas. Primeiramente, muitas funções histeréticas simples

não amortecem todos as componentes igualmente quando várias ondas são superpostas. Segundo, funções histeréticas levam a uma dependência da trajetória, o qual resulta difícil de interpretar (manual do *FLAC*, 1995). O amortecimento *Rayleigh*, é comumente usado para definir amortecimentos que são aproximadamente independentes da frequência para numa faixa de frequências. Este amortecimento pode ser especificado a partir da frequência natural (circular) mínima ω_{\min} do modelo, a qual pode ser obtida por uma análise de valores e vetores próprios (*eigenvalue analysis*) e por uma razão de amortecimento mínimo, ξ_{\min} , que para materiais geológicos comumente esta na faixa de 2 a 5%, sendo mais comumente utilizados valores ao redor de 5% (Chan *et al.*, 1993; Kimura e Zhang, 2000; Chu e Truman, 2003, 2004; Oka *et al.* 2004; Oka *et al.* 2005).

Uma vez que o volume da massa do solo é muito maior em relação às estacas de concreto armado, o amortecimento do sistema solo-estaca é principalmente fornecido pela massa de solo. Esta apreciação parece ter sido considerada em Sarkar (2009), onde o amortecimento das estacas não é considerado. O amortecimento em solos é comumente independente da frequência, o valor da frequência, ω_{\min} , pode ser também escolhido a partir da faixa de frequências presentes na simulação numérica (a frequência natural do modelo numérico ω_f e a frequência predominante do carregamento harmônico ou sísmico ω_m). Um valor usual é considerar $\omega_{\min} = (\omega_f + \omega_m)/2$. Sendo assim, o amortecimento histerético é modelado de uma maneira aproximada (Aquino, 2009). Na Tabela 2.2, apresentase o procedimento estabelecido no manual do programa *DIANA-SWANDYNE II* (Chan, 1995) para obter os valores de α_1 e α_2 . Em Yang (2005), utilizou-se também este procedimento para simular o amortecimento em ensaios centrifugos dinâmicos de solos reforçados. Portanto, por simplicidade, adota-se este procedimento neste trabalho.

Tabela 2.2: Determinação dos parâmetros de *Rayleigh* (Chan, 1995)

-
1. Calcular amortecimento de *Rayleigh*

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f(t)$$

2. Realizando a transformação de *Fourier*

$$\ddot{y}_i + (\alpha_1 + \alpha_2 \omega_i^2) \dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = f_i(t)$$

3. Equação com taxa de amortecimento

$$2\xi_i \omega_i = \alpha_1 + \alpha_2 \omega_i^2$$

4. Asumindo que a taxa de amortecimento é a mesma para duas frequências
-

diferentes ω_1, ω_2

$$2\xi\omega_1 = \alpha_1 + \alpha_2\omega_1^2$$

$$2\xi\omega_2 = \alpha_1 + \alpha_2\omega_2^2$$

5. Resolver

$$\alpha_2 = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_2}$$

$$\alpha_1 = 2\xi \frac{\omega_1\omega_2}{\omega_1 + \omega_2}$$

6. Para $\omega_1 = \omega_2$, a taxa de amortecimento mínimo é:

$$\alpha_2 = \frac{\xi_{\min}}{\omega_{\min}} \quad \alpha_1 = \xi_{\min}\omega_{\min}$$

Nas expressões anteriores o sobrescrito “min” refere-se ao valor mínimo da curva mostrada na Fig. 2.12 (ponto ξ_r e ω_r) e não ao menor valor das frequências presentes no sistema estrutural. Em geral, considera-se que a frequência circular ω_{\min} é definida como um valor intermediário (por exemplo, a média) entre a frequência natural do sistema e a frequência predominante do carregamento externo (Manual do *FLAC*, 1995).

2.2.5 Discretização das equações no tempo

A equação dinâmica de equilíbrio de um sistema pode ser escrita como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2.40)$$

onde $\ddot{\mathbf{u}}$, $\dot{\mathbf{u}}$ e \mathbf{u} são os vetores dos deslocamentos, velocidades e acelerações nodais e \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, e \mathbf{f} é o vetor de forças externas. A discretização temporal da Eq. (2.40) é realizada com o método de aceleração linear que adota o equilíbrio no final de cada intervalo de tempo $\langle t^t, t^{t+\Delta t} \rangle$ com passo de tempo Δt , portanto, a equação anterior pode ser linearizada da seguinte maneira:

$$\mathbf{M}\ddot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t} + \mathbf{C}\dot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t} + \mathbf{K}\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{f}^{t+\Delta t} \quad (2.41)$$

onde $\ddot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t}$, $\dot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t}$ e $\hat{\mathbf{u}}$ são as aproximações a $\ddot{\mathbf{u}}(t^{t+\Delta t})$, $\dot{\mathbf{u}}(t^{t+\Delta t})$ e $\mathbf{u}(t^{t+\Delta t})$, respectivamente. Quando a estrutura é submetida a um carregamento de terremoto, as forças aplicadas externamente no modelo podem ser definidas como:

$$\mathbf{f}^{t+\Delta t} = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{I} \cdot \ddot{\mathbf{u}}_g^{t+\Delta t} \quad (2.42)$$

onde \mathbf{I} é um vetor de valores unitários e zeros indicando a direção do movimento sísmico e $\ddot{\mathbf{u}}_g^{t+\Delta t}$ é o valor da aceleração na base do modelo numérico obtido do registro de acelerações de terremoto. O vetor assim definido na Eq. (2.42) representa as forças inerciais equivalentes atuantes no modelo produto da aceleração na base, onde ademais uma formulação em *deslocamentos relativos* é utilizada. Sendo assim, os vetores $\ddot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t}$, $\dot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t}$ e $\hat{\mathbf{u}}$ representam as acelerações, velocidades e deslocamentos, respectivamente, relativos ao movimento da base (Cervera *et al.*, 1988). Esta formulação é mais precisa em relação à chamada formulação de *deslocamentos absolutos* (Wilson, 2002). As variações dos deslocamentos, velocidades e acelerações dentro de um passo de tempo Δt , são definidos da seguinte maneira:

$$\hat{\mathbf{u}}^{t+\Delta t} = \Delta \hat{\mathbf{u}} + \hat{\mathbf{u}}^t \quad (2.43a)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t} = \frac{\delta}{\beta \Delta t} \Delta \hat{\mathbf{u}} + \left(1 - \frac{\delta}{\beta}\right) \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{\delta}{2\beta}\right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t \Delta t \quad (2.43b)$$

$$\ddot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta \hat{\mathbf{u}} - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t \quad (2.43c)$$

Nas equações anteriores, $\Delta \hat{\mathbf{u}}$ é o incremento de deslocamentos no passo de tempo Δt , o sobrescrito t indica o tempo ao início do passo de tempo, onde $\hat{\mathbf{u}}^t$, $\dot{\hat{\mathbf{u}}}^t$ e $\ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t$ são conhecidas e $t + \Delta t$ se refere ao tempo final do intervalo. A eleição dos parâmetros β e δ controla a precisão e estabilidade do método de *Newmark* (Bathe, 1996). Valores de $2\beta \geq \delta \geq 0.5$ garantem a estabilidade do algoritmo numérico. A substituição das equações (2.43a), (2.43b) e (2.43c) na Eq. (2.41) fornece uma primeira estimativa do vetor de deslocamentos da seguinte maneira:

$$\{\Delta \hat{\mathbf{u}}^0\} = \hat{\mathbf{K}}^{-1} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{f}_u^{t+\Delta t} - \mathbf{M} \left\{ -\frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{u}}^t + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{\mathbf{u}}^t \right\} - \\ \mathbf{C} \left\{ \left(1 - \frac{\delta}{\beta}\right) \dot{\mathbf{u}}^t + \left(1 - \frac{\delta}{2\beta}\right) \ddot{\mathbf{u}}^t \Delta t \right\} - \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}^t dV \end{array} \right\} \quad (2.44)$$

onde a matriz de rigidez equivalente é definida como:

$$\hat{\mathbf{K}} = \left[\frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\delta}{\beta \Delta t} \mathbf{C} + \mathbf{K}_T \right] \quad (2.45)$$

com,

$$\mathbf{K}_T = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D}_{ep} \mathbf{B} dV \quad \text{ou} \quad \mathbf{K}_T = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D}_e \mathbf{B} dV \quad (2.46)$$

Sendo que as forças residuais vêm dadas por:

$$\mathbf{r} = \left\{ \mathbf{f}_u^{t+\Delta t} - \left(\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}^{t+\Delta t} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}^{t+\Delta t} + \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}^{t+\Delta t} dV \right) \right\} \quad (2.47)$$

A matriz de rigidez \mathbf{K}_T definida na Eq. (2.46) é calculada a partir da matriz constitutiva elasto-plástica \mathbf{D}_{ep} ou elástica \mathbf{D}_e do material. No primeiro caso, \mathbf{K}_T define a matriz de rigidez tangente do sistema, a qual é usualmente utilizada no algoritmo de *Newton-Raphson* modificado. Neste algoritmo, a matriz de rigidez é atualizada cada certo número de intervalos de tempo para acelerar a convergência do processo numérico. No segundo caso, a matriz \mathbf{K}_T define a matriz de rigidez elástica do sistema, a qual é utilizada no método de rigidez inicial. Isto é, a matriz elástica é mantida constante ao longo do processo temporal sem atualização. Neste trabalho, o método de rigidez inicial é preferível por sua estabilidade numérica, embora o número de iterações possa aumentar consideravelmente.

2.2.6 Método para a solução do sistema de equações

O algoritmo implícito preditor-corretor de *Newmark* (Cervera *et al.*, 1988) é adotado para a solução do sistema de equilíbrio de equações, porém seguindo as modificações estabelecidas em Bathe (1996). Este algoritmo é apresentado na Tabela 2.3 e de forma geral considera os efeitos de grandes deslocamentos e deformações no material utilizando a

formulação de Lagrange atualizada a ser apresentado no capítulo cuatro. Para o caso de pequenos deslocamentos apenas deve-se retirar o sobre-escrito t à direita em todas as matrizes.

Tabela 2.3: Algoritmo dinâmico não-linear

1. Valores iniciais: $\boldsymbol{\sigma}^0, \dot{\hat{\mathbf{u}}}^0, \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^0$ para $t = 0$
2. Passo de tempo Δt , começa com t
3. Atualizar matrizes: $\mathbf{M}^t, \mathbf{C}^t, (\mathbf{K}_T)^t$ para $\hat{\mathbf{u}}^t$ se for necessário.
4. Calcular a matriz de rigidez equivalente se for atualizada:

$$\hat{\mathbf{K}}^t = \left[\frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M}^t + \frac{\delta}{\beta \Delta t} \mathbf{C}^t + (\mathbf{K}_T)^t \right]$$

onde:

$$(\mathbf{K}_T)^t = \int_V (\mathbf{B}_t^t)^T \mathbf{D}_e (\mathbf{B}_t^t) dV + (\mathbf{K}_{NL})^t \text{ (método de rigidez constante)}$$

$$(\mathbf{K}_T)^t = \int_V (\mathbf{B}_t^t)^T \mathbf{D}_{ep} (\boldsymbol{\sigma}^t) (\mathbf{B}_t^t) dV + (\mathbf{K}_{NL})^t \text{ (método de rigidez variável)}$$

com $(\mathbf{K}_{NL})^t$ e (\mathbf{B}_t^t) sendo as matrizes de rigidez não-linear geométrica e deformação-deslocamento, respectivamente, a ser definidas na seção 4.4.1 do capítulo cuatro.

5. Calcular predição de incrementos de deslocamentos:

$$\Delta \hat{\mathbf{u}}^0 = (\hat{\mathbf{K}}^t)^{-1} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{f}_u^{t+\Delta t} - \mathbf{M}^t \left\{ -\frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t \right\} - \\ \mathbf{C}^t \left\{ \left(1 - \frac{\delta}{\beta}\right) \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{\delta}{2\beta}\right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t \Delta t \right\} - \int_V (\mathbf{B}_t^t)^T \boldsymbol{\sigma}^t dV \end{array} \right\}$$

6. Atualização dos deslocamentos, velocidades, acelerações:

$$\hat{\mathbf{u}}^{t+\Delta t(0)} = \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(0)} + \hat{\mathbf{u}}^t$$

$$\dot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t(0)} = \frac{\delta}{\beta \Delta t} \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(0)} + \left(1 - \frac{\delta}{\beta}\right) \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{\delta}{2\beta}\right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t \Delta t$$

$$\ddot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t(0)} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(0)} - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t$$

7. Passo Iterativo, começa com $i = 1$

8. Atualização das tensões com o modelo constitutivo ao nível de elemento com $(\boldsymbol{\sigma}^t)^R$ sendo a parcela que considera o efeito da rotação de corpo rígido (ver seção 4.3.2) e

\mathbf{D}_{ep} é a matriz elasto-plástica avaliada com a tensão corrente (que para a primeira iteração é $\boldsymbol{\sigma}^t$):

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}^{t+\Delta t(i-1)} \Delta \hat{\mathbf{u}}^{t+\Delta t(i-1)}$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{t+\Delta t(i-1)} = \boldsymbol{\sigma}^t + \mathbf{D}_{ep} \Delta \boldsymbol{\varepsilon} + \left(\boldsymbol{\sigma}^t \right)^R$$

9. Cálculo de forças residuais:

$$\mathbf{r}^{(i-1)} = \left\{ \mathbf{f}_u^{t+\Delta t} - \left(\mathbf{M}^{t+\Delta t(i-1)} \ddot{\mathbf{u}}^{t+\Delta t(i-1)} + \mathbf{C}^{t+\Delta t(i-1)} \dot{\mathbf{u}}^{t+\Delta t(i-1)} + \int_V \left(\mathbf{B}^{t+\Delta t(i-1)} \right)^T \boldsymbol{\sigma}^{t+\Delta t(i-1)} dV \right) \right\}$$

10. Cálculos dos incrementos de deslocamentos:

$$\Delta \tilde{\mathbf{u}}^{(i)} = \left(\hat{\mathbf{K}}^t \right)^{-1} \mathbf{r}^{(i-1)}$$

11. Atualização do incremento de deslocamentos:

$$\Delta \hat{\mathbf{u}}^{(i)} = \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(i-1)} + \Delta \tilde{\mathbf{u}}^{(i)}$$

12. Atualização dos deslocamentos, velocidades e acelerações:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}^{t+\Delta t(i)} &= \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(i)} + \hat{\mathbf{u}}^t \\ \dot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t(i)} &= \frac{\delta}{\beta \Delta t} \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(i)} + \left(1 - \frac{\delta}{\beta} \right) \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{\delta}{2\beta} \right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t \Delta t \\ \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t(i)} &= \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(i)} - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{1}{2\beta} \right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t \end{aligned}$$

13. A norma de energia na iteração i se define da seguinte maneira:

$$\xi^i \equiv \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(i)T} \mathbf{r}^{(i-1)}$$

Caso $\xi^i > tol$, onde tol é uma tolerância determinada pelo usuario, o processo iterativo continua no passo 7. De outra maneira, continua com o seguinte passo do tempo fazendo $t = t + \Delta t$ (passo 2).

2.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

A seguir apresentam-se alguns exemplos de aplicação para a validação do modelo numérico de concreto armado em carregamento transiente.

2.3.1 Viga simplesmente apoiada de Cervera *et al.* (1988)

A viga simplesmente armada mostrada na Fig. 2.13 é submetida a duas cargas concentradas aplicadas simetricamente, as quais são mantidas constante no tempo. Este problema foi resolvido em Cervera *et al.* (1988) e em Beshara e Viridi (1991). A viga é simplesmente reforçada em sua posição inferior com 0.001290 m^2 de área de aço. As propriedades dos materiais são listadas na Tabela 2.4. Apenas a metade da viga foi modelada com cinco elementos hexaédricos de 20 nós devido à simetria da estrutura e carregamento. Considera-se um passo de tempo 0.0005 seg. para a integração das equações de equilíbrio no tempo. Nenhum efeito de amortecimento viscoso é considerado na viga de concreto armado. Como primeira verificação, uma análise dinâmica linear é realizada e os resultados obtidos (não apresentadas aqui) são idênticos aos apresentados em Cervera *et al.* (1988). As armaduras discretas foram transformadas em membranas de espessura equivalente de acordo ao procedimento estabelecido na seção 2.2.2.1.

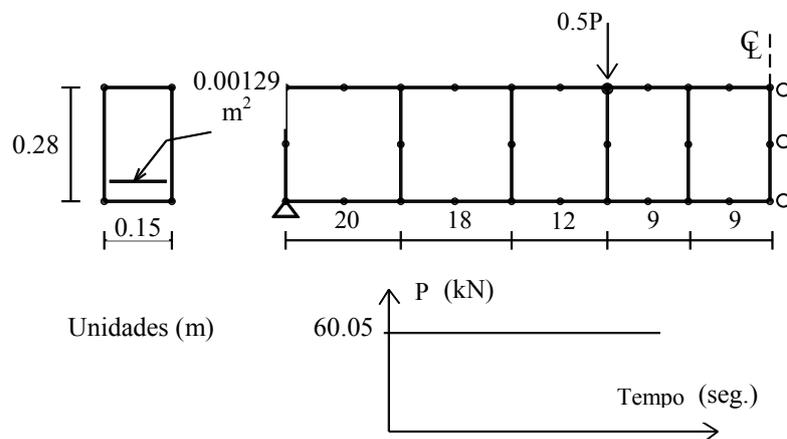


Figura 2.13: Carga, geometria e malha de elemento finitos utilizada para a viga.

Tabela 2.4: Propriedades dos materiais

Material	Propriedades	Unidades
Concreto	Peso específico	$\gamma_c = 65.35 \text{ kN/m}^3$
	Módulo de Elasticidade	$E_c = 42 \times 10^6 \text{ kPa}$
	Coefficiente de Poisson	$\nu_c = 0.2$
	Resistência à compressão do concreto	$f_c = 25800 \text{ kPa}$
	Deformação última de tração	$\varepsilon_t = 0.000075$
	Deformação última de compressão	$\varepsilon_u = 0.0035$
	Energia de fratura	$G_f = 0.2 \text{ kN/m}$
Aço	Módulo de Elasticidade	$E_s = 20.69 \times 10^7 \text{ kPa}$
	Módulo de Elasticidade	$E_{s'} = 0 \text{ kPa}$
	Tensão de escoamento	$f_y = 303400 \text{ kPa}$

Na Fig. 2.14, o progresso do deslocamento vertical no meio do vão obtidos com o presente modelo numérico é mostrado para o caso não-linear. Apresentam-se também os resultados obtidos em Beshara e Virdi (1991) para o mesmo ponto em consideração. Os resultados mostram que a inclusão da taxa de deformação no modelo constitutivo diminui as deflexões de forma considerável, sendo isto verificado no presente modelo numérico (Vide Fig. 2.14). Algumas diferenças nas magnitudes das deflexões são esperadas porque em Beshara e Virdi (1991), utilizou-se um modelo bidimensional, além de um passo de tempo menor ($\Delta t = 0.0001 \text{ seg.}$)

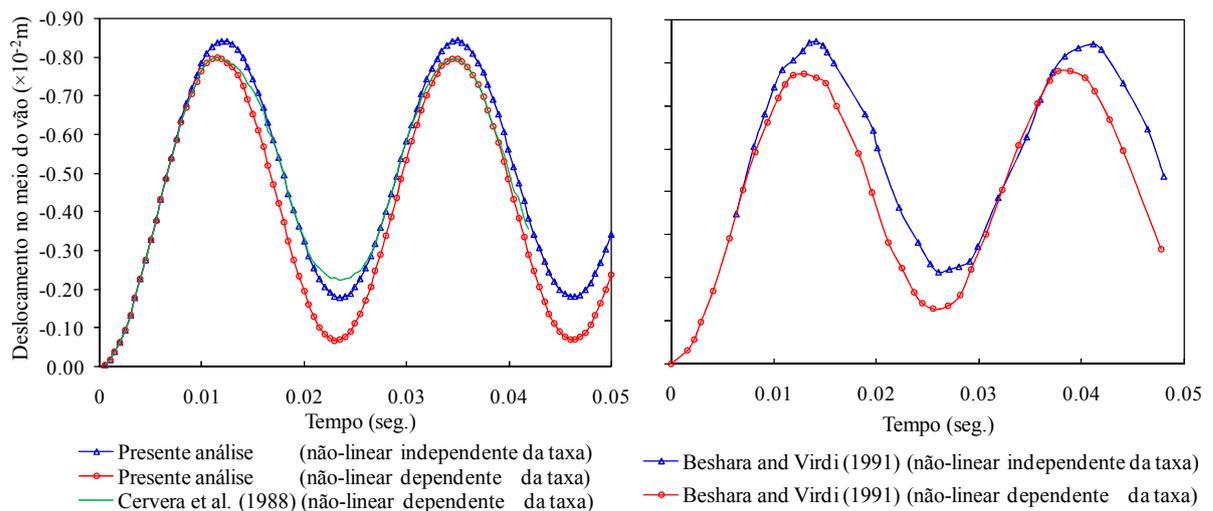


Figura 2.14: Efeito da taxa de deformação na resposta não-linear da viga armada de acordo com Beshara e Virdi (1991).

2.3.2 Impacto de um avião sobre o muro de um reator nuclear (Cervera *et al.*,1988)

Neste exemplo o impacto horizontal de um avião Boeing 707-320 na face exterior de um reator nuclear de concreto armado é estudado. A análise é feita de maneira desacoplada, de tal forma que o impacto do avião sobre o reator é simulado mediante a consideração de uma função de carga equivalente do tipo trapezoidal. Este método quase-estático é efetivo e fornece resultados similares aos obtidos quando o avião e o reator interatuam num mesmo modelo numérico. A geometria, reforço e função de carga são mostrados na Fig. 2.15. A casca de concreto armado é composta de uma parte esférica e outra cilíndrica, ambas de espessura constante. O reforço é localizado circunferencialmente e meridionalmente nas faces internas e externas do reator e consiste de armaduras de aço de 40 mm de diâmetro, espaçadas cada 0.08 m centro a centro. No modelo numérico as armaduras discretas foram transformadas em membranas de espessura equivalente de acordo ao procedimento estabelecido na seção 2.2.2.1. As propriedades do material são especificadas na Tabela 2.5.

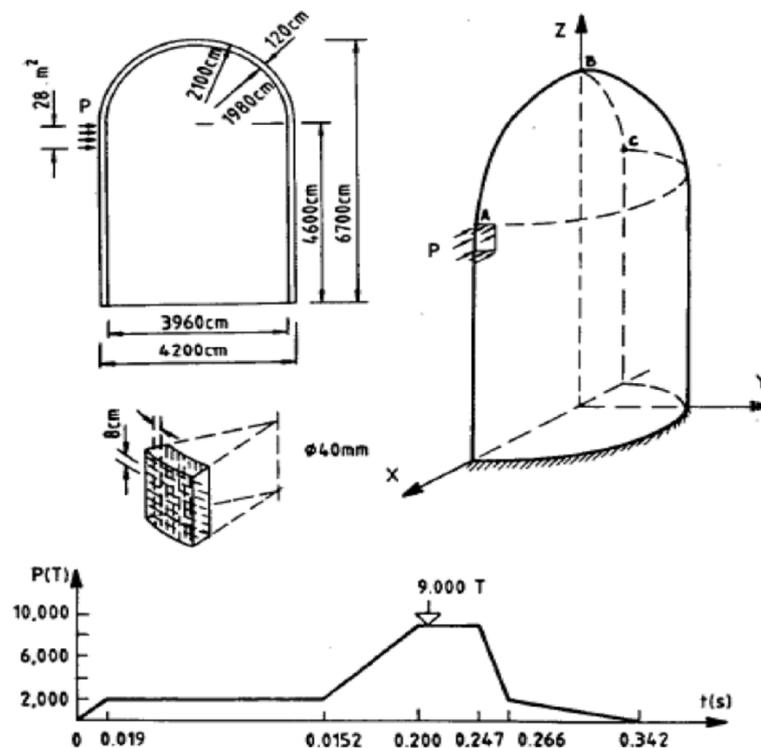


Figura 2.15: Estrutura do reator nuclear: padrão geral e história de carga no tempo obtido de Cervera *et al.* (1988)

Tabela 2.5: Propriedades dos materiais

Material	Propriedades		Unidades
Concreto	Peso específico	$\gamma_c =$	24 kN/m ³
	Módulo de Elasticidade	$E_c =$	28x10 ⁶ kPa
	Coefficiente de Poisson	$\nu_c =$	0.2
	Resistência à compressão do concreto	$f_c =$	35000 kPa
	Deformação última de tração	$\varepsilon_t =$	0.00015
	Deformação última de compressão	$\varepsilon_u =$	0.0035
	Energia de fratura	$G_f =$	0.2 kN/m
Aço	Módulo de Elasticidade	$E_s =$	21x10 ⁷ kPa
	Módulo de Elasticidade	$E_{s'} =$	0 kPa
	Tensão de escoamento	$f_y =$	460000 kPa

Na análise, se supõe que o impacto ocorre horizontalmente numa área de 28m² cuja localização é mostrada na Fig. 2.15. A função de carregamento apresenta um valor máximo de 9000 ton (88290 kN). Devido à simetria, apenas a metade da estrutura é modelada. O algoritmo implícito de *Newmark* com parâmetros de aceleração constante $\beta = 0.25$ e $\delta = 0.5$ são utilizados para a integração no tempo. O passo de tempo selecionado $\Delta t = 0.00475$ seg. corresponde a 1/50 do valor do período fundamental da estrutura ($T_f = 0.23$ seg.). Efeitos de amortecimento não são considerados.

Este exemplo foi previamente estudado em Cervera *et al.* (1988) e Cervera e Hinton (1987) utilizando uma malha de elementos finitos reduzida composta apenas por 54 elementos finitos hexaédricos de 20 nós. Com a finalidade de estudar, o efeito que tem a discretização espacial da malha de elementos finitos na resposta final do modelo constitutivo de concreto armado, uma nova análise do problema é realizada considerando uma malha mais refinada composta por 625 elementos hexaédricos de 20 nós (Vide Fig. 2.16) com uma regra de integração reduzida de 2x2x2. Todos os resultados apresentados correspondem a uma deformação máxima por fissuração de 0.0002 e a uma energia de fratura de 0.2 kN/m. Na Fig. 2.17, compara-se os resultados obtidos com o presente modelo numérico e aqueles obtidos no trabalho de Kukreja (2005), quem também utilizou uma malha refinada composta de 400 elementos finitos hexaédricos de 20 nós. Como se podem apreciar na figura, os resultados comcordam bastante bem.

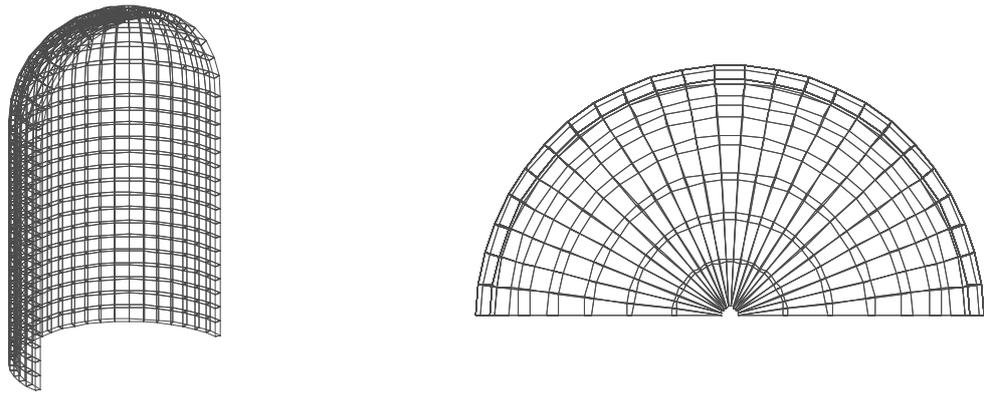


Figura 2.16: Malha de elementos finitos

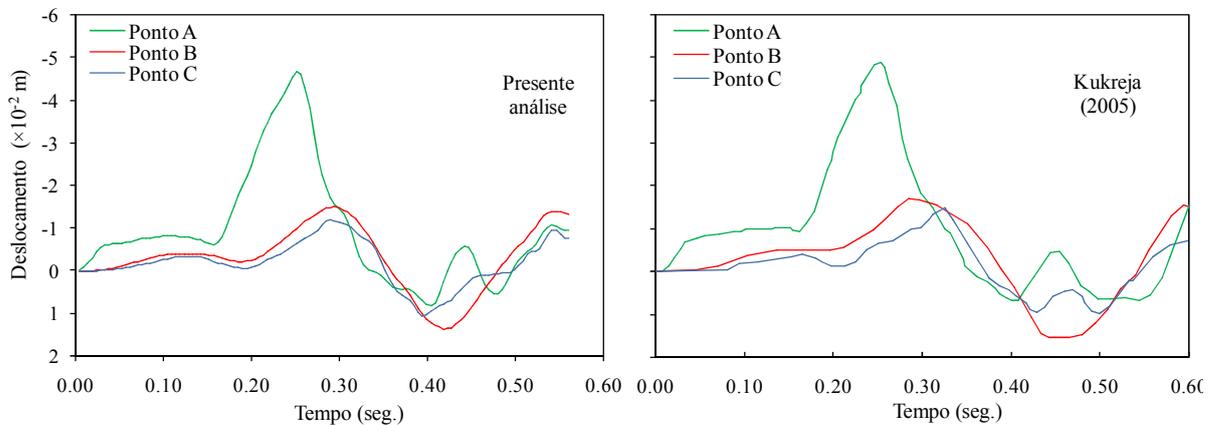


Figura 2.17: Análise não-linear: deslocamento horizontal nos pontos A, B e C

Em Abbas *et al.* (1996) são apresentados resultados para as variações das tensões σ_x , σ_y e σ_z na vizinhança da zona de impacto. Na Fig. 2.18, 2.19 e 2.20, comparam-se aqueles resultados com os obtidos no presente trabalho para a superfície externa, média e interna do reator, respectivamente. A distribuição de tensões σ_z e σ_y no reator para um tempo de análise 0.25 seg (tempo em que acontece o maior deslocamento horizontal na zona de impacto) é mostrado na Fig. 2.21. As zonas do reator com fissuração simples e dupla são apresentadas na Fig. 2.22 e Fig. 2.23, respectivamente, para o mesmo tempo de análise. Finalmente, as deformadas horizontais do reator para os tempos 0.25 seg. e 0.56 seg., são apresentadas na Fig. 2.24 e Fig. 2.25, respectivamente.

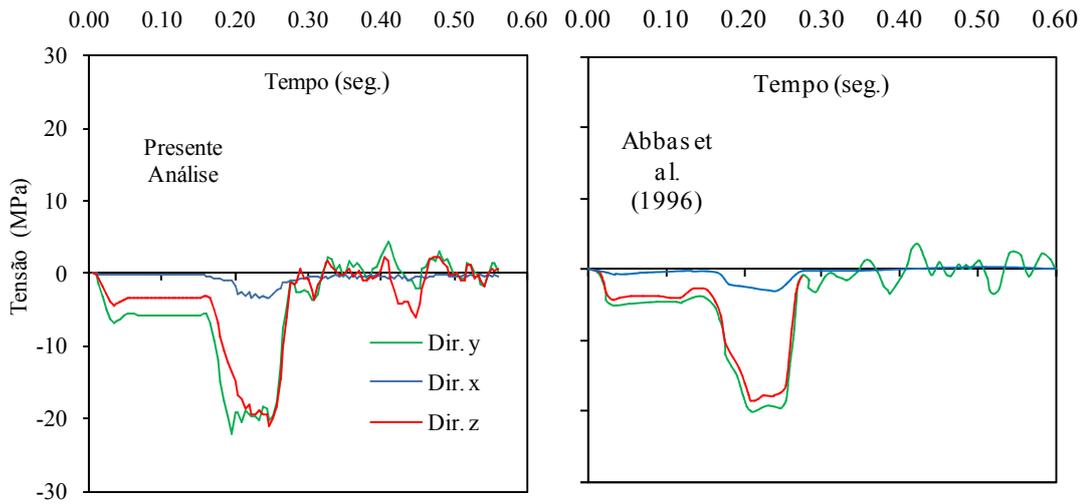


Figura 2.18: História de tensões na superfície externa

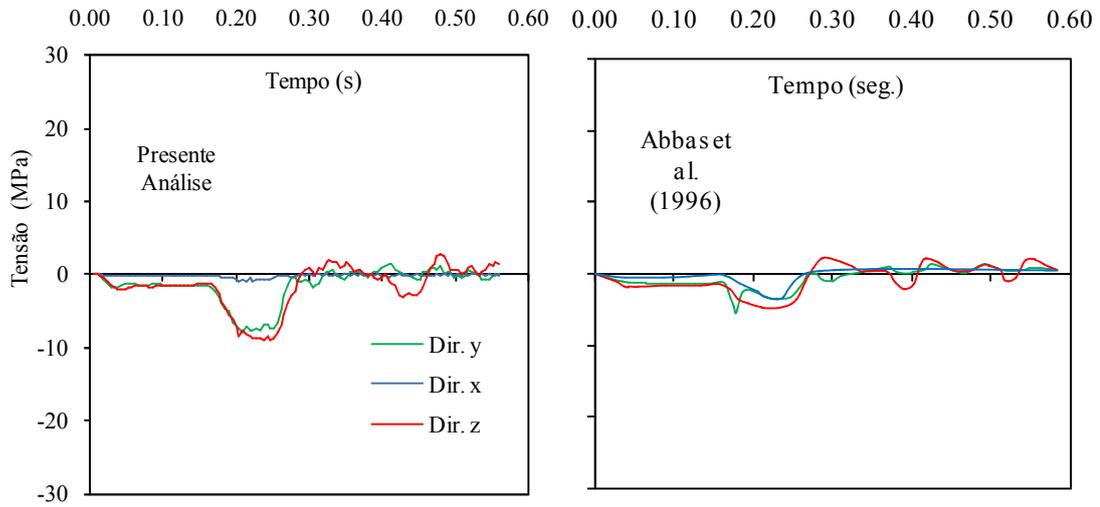


Figura 2.19: História de tensões na superfície média

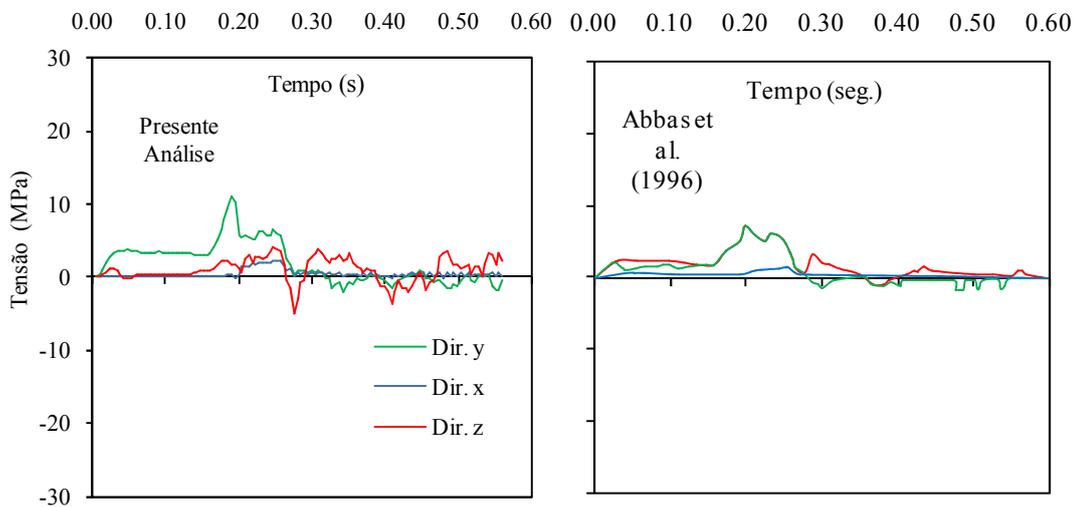


Figura 2.20: História de tensões na vizinhança na superfície interna

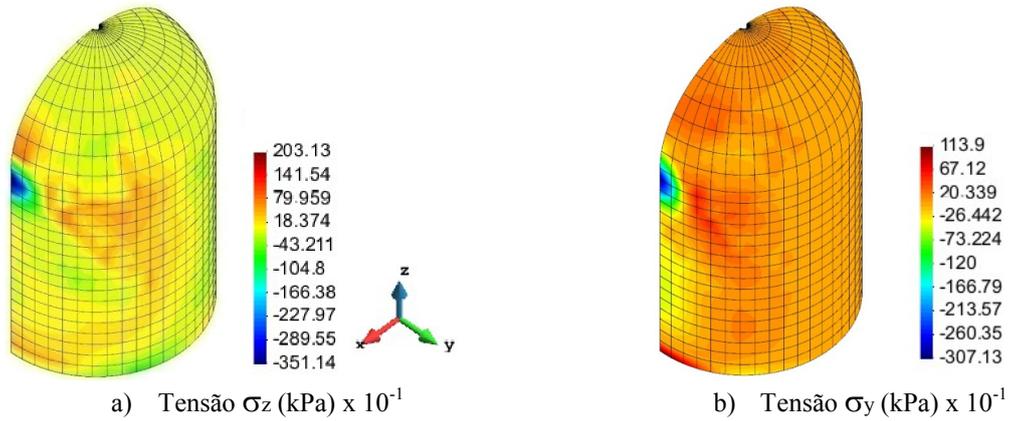


Figura 2.21: Distribuição de tensões para deslocamento horizontal máximo atingido em 0.25 seg.

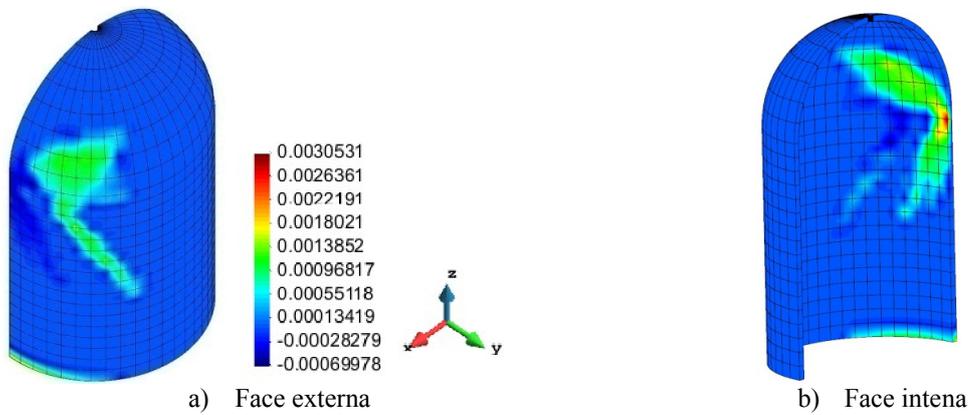


Figura 2.22: Zonas com fissuração dupla e com deformação secundária ε_1 maior à deformação máxima do material 0.0002 para 0.25 seg.

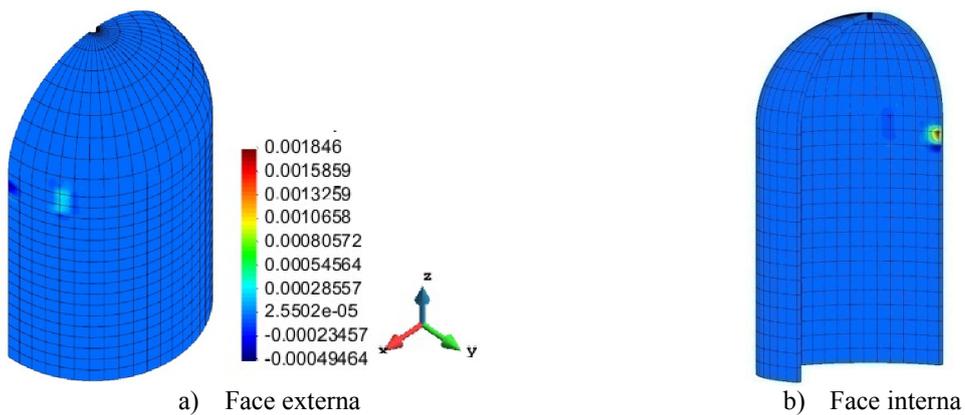


Figura 2.23: Zonas com fissuração dupla e com deformação secundária ε_2 maior à deformação máxima do material 0.0002 para 0.25 seg.

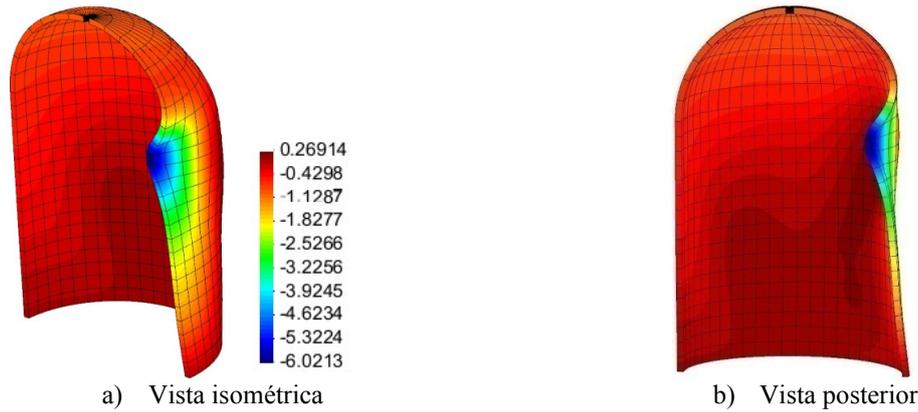


Figura 2.24: Deslocamentos horizontais ($\times 10^{-2}$ m) para 0.25 seg. com fator de magnificação de 120

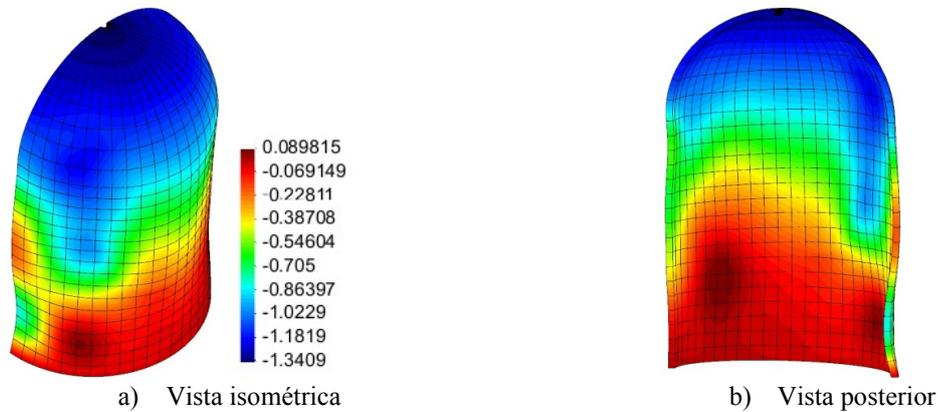


Figura 2.25: Deslocamentos horizontais ($\times 10^{-2}$ m) para 0.56 seg. com fator de magnificação de 200

Finalmente, na Fig. 2.26 e Fig. 2.27, se compara o padrão de fissuração obtido como o presente modelo numérico e aquele obtido em Cervera e Hinton (1987), respectivamente. Na Fig. 2.26c é apresentado o padrão de fissuração obtido com uma malha composta por 5000 elementos finitos de 8 nós com um ponto de integração. Devido à utilização de apenas um ponto de integração é necessário introduzir procedimentos de estabilização na matriz de rigidez do elemento e utilizar um número considerável destes para poder obter um caminho de fissuração aceitável. A formulação deste elemento (*SSPbrick*) será apresentada em maior detalhe na seção 3.3.1 do próximo capítulo. Os históricos de deslocamentos nos pontos A, B e C para a malha composta pelos elementos *SSPbrick* são similares aos obtidos na Fig. 2.17, porém não apresentados nessa figura simplesmente por claridade.

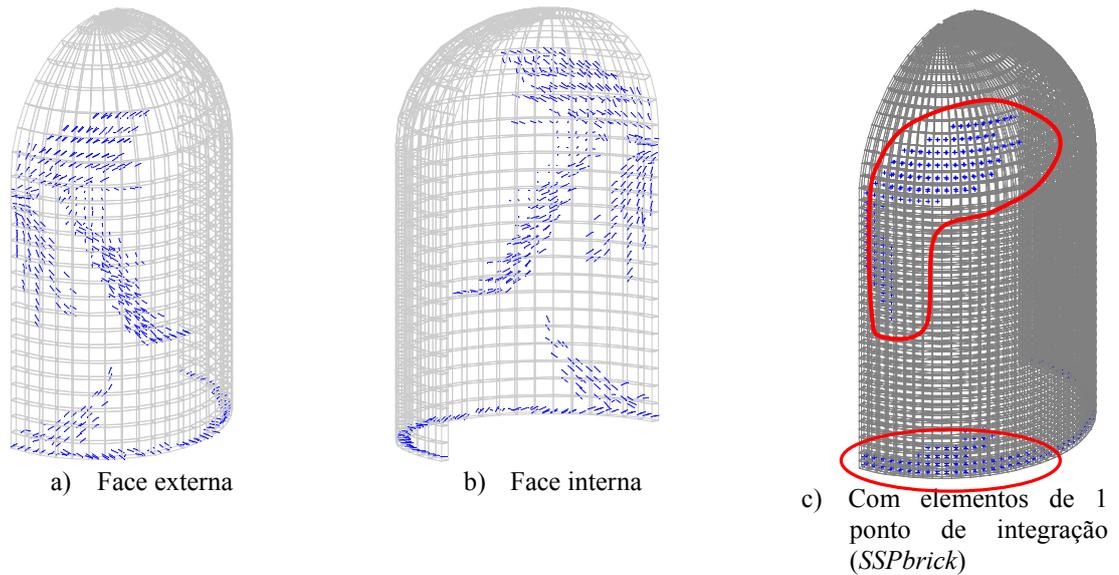


Figura 2.26: Padrão de fissuração obtido como o presente modelo numérico para um tempo de análise de 0.56 seg.

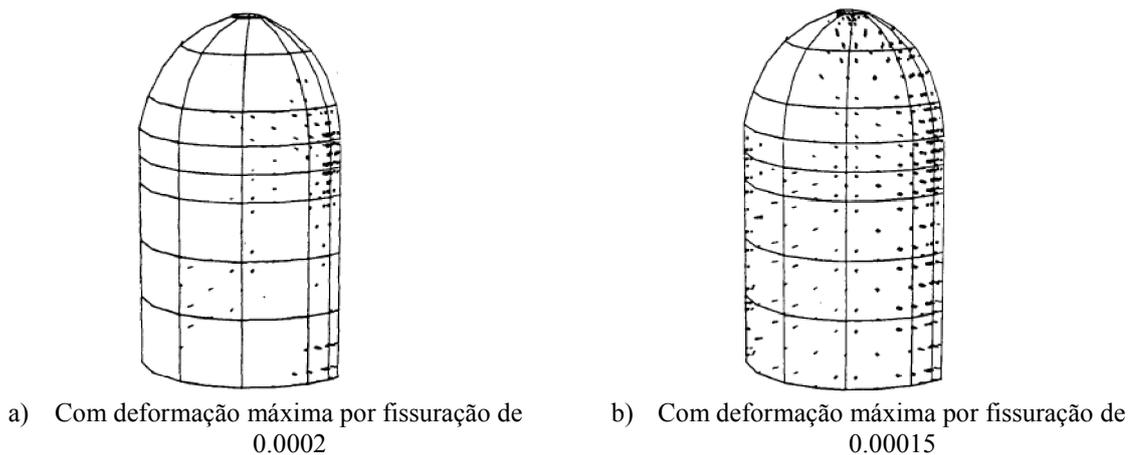


Figura 2.27: Padrão de fissuração obtido em Cervera e Hinton (1987) para tempo de análise 0.38 seg.

2.3.3 Análise sísmica de um reator nuclear (Cervera *et al.*, 1988)

Neste exemplo se realiza a análise dinâmica não-linear do reator do exemplo anterior quando esse é submetido a um movimento sísmico em sua base definida de acordo à função analítica mostrada na Fig. 2.28. A geometria, malha de elementos finitos e malha de reforço são iguais às do exemplo anterior. As propriedades dos materiais são listadas na Tabela 2.6. Em problemas dinâmicos não-lineares de estruturas de concreto armado, a relação do período elástico fundamental de vibração em relação ao passo de tempo de integração, $T_f / \Delta t$ deve estar entre 20 e 30 para manter os erros computacionais dentro de limites aceitáveis

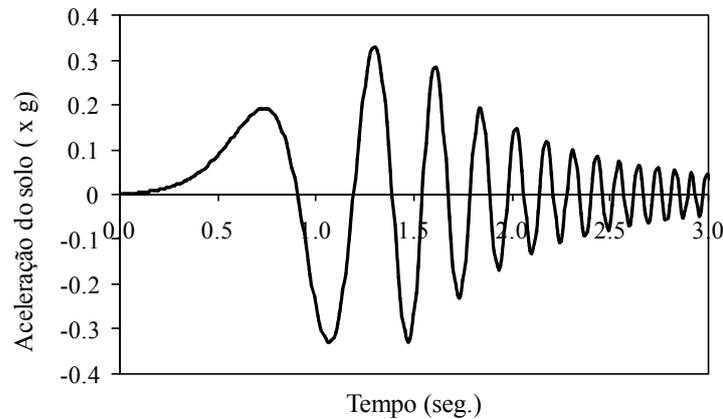


Figura 2.28: Função analítica sísmica de carregamento

Tabela 2.6: Propriedades dos materiais

Material	Propriedades	Unidades
Concreto	Peso específico	$\gamma_c = 24 \text{ kN/m}^3$
	Módulo de Elasticidade	$E_c = 30 \times 10^6 \text{ kPa}$
	Coefficiente de Poisson	$\nu_c = 0.17$
	Resistência à compressão do concreto	$f_c = 35000 \text{ kPa}$
	Deformação última de tração	$\varepsilon_t = 0.00018$
	Deformação última de compressão	$\varepsilon_u = 0.0035$
	Energia de fratura	$G_f = 0.2 \text{ kN/m}$
Aço	Módulo de Elasticidade	$E_s = 21 \times 10^7 \text{ kPa}$
	Módulo de Elasticidade	$E_{s'} = 0 \text{ kPa}$
	Tensão de escoamento	$f_y = 460000 \text{ kPa}$

O período fundamental de vibração da casca é de 0.23 seg., portanto, um passo de tempo $\Delta t = 0.01 \text{ seg.}$ ($T_f / 23$) com 1020 passos de tempo são utilizados para a integração das equações de equilíbrio no tempo. O algoritmo implícito de Newmark com $\beta = 0.25$ e $\delta = 0.50$ é utilizado. Primeiramente uma análise elástica linear é realizada. A Fig. 2.29 compara as curvas deslocamento horizontal versus tempo para o ponto A obtido no presente análise com aqueles obtidos em Liu (1985), onde elementos finitos de casca foram utilizados. Resultados similares são apresentados na Fig. 2.30, porém correspondentes ao caso não-linear, onde uma deformação por fissuração igual a 0.00018 é considerada. Na Fig. 2.31 comparasse a resposta linear e não-linear obtidas no presente trabalho.

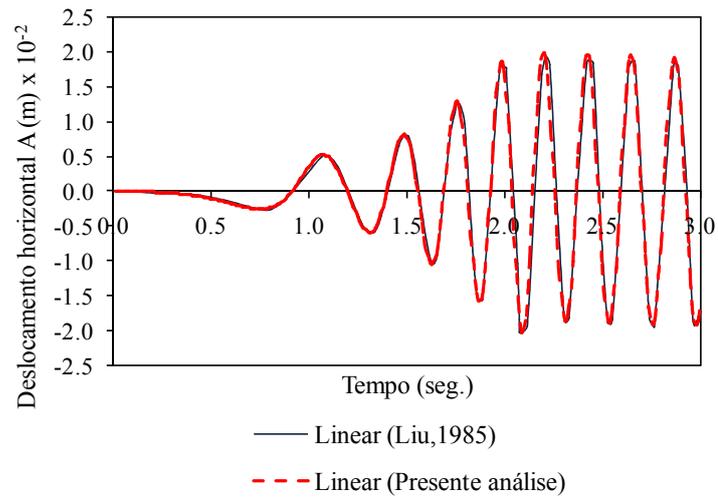


Figura 2.29: Resposta linear no ponto A

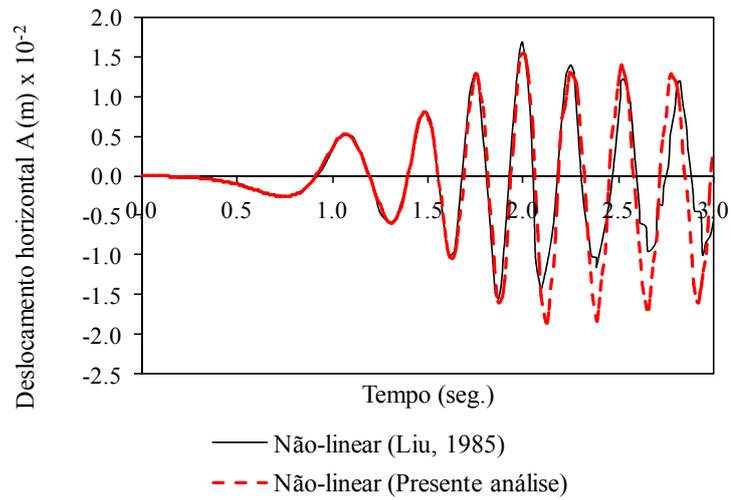


Figura 2.30: Resposta não-linear no ponto A

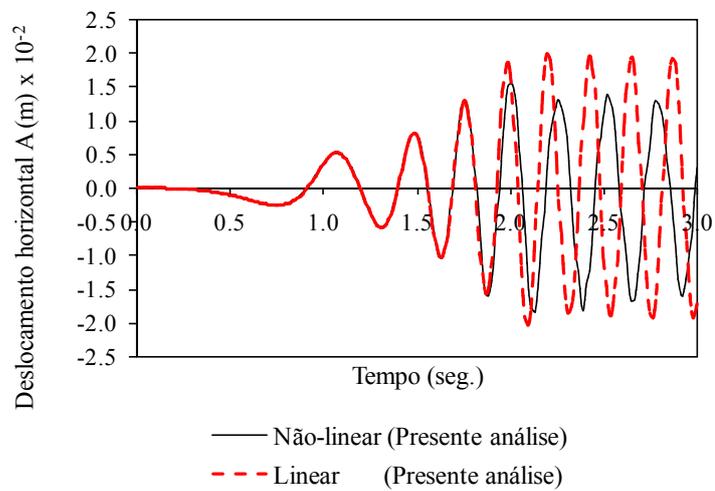


Figura 2.31: Comparação da resposta linear e não-linear no ponto A

Finalmente, na Fig. 2.32 é mostrado o desenvolvimento dos padrões de fissuração obtidos com o presente modelo numérico para as análises não-lineares em diferentes tempos. Na Fig. 2.33, os padrões de fissuração obtido em Cervera *et al.* (1988), onde apenas 40 elementos finitos de 20 nós foram utilizados, são mostrados. Ambos modelos numéricos predizem, o desenvolvimento progressivo da fissuração na base dos muros do reator nuclear.

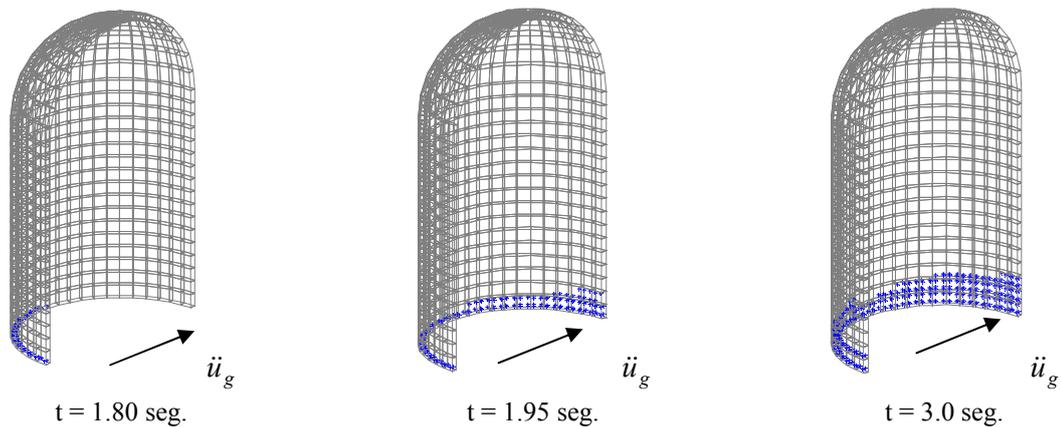


Figura 2.32: Padrões de fissuração no concreto em diferentes tempos de análise com deformação por fissuração de 0.00018 (Presente trabalho)

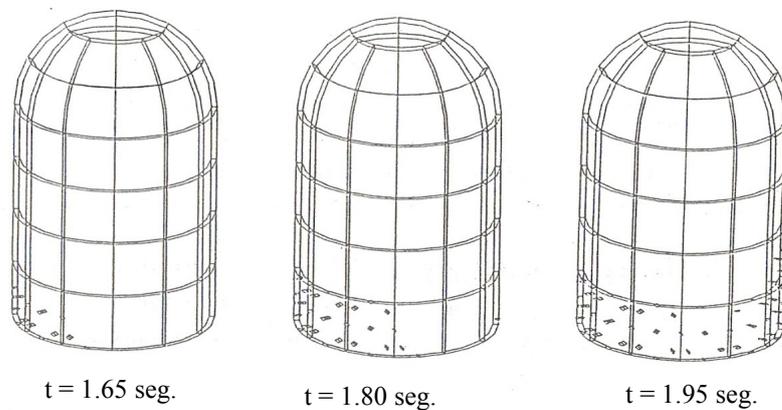


Figura 2.33: padrões de fissuração no concreto em diferentes tempos de análise com deformação por fissuração de 0.00018 (Cervera *et al.* 1988)

2.3.4 Viga engastada-engastada com cabo não-aderente

Neste exemplo se realiza a análise estática não-linear geométrica (a teoria para grandes deformações e deslocamentos será apresentado na seção 4.3 do capítulo quatro) de uma viga reforçada e doblemente engastada submetida a um carregamento pontual de $P = 700\text{ N}$ como se mostra na Fig. 2.34. A não-linearidade física é apenas devido ao escorregamento que

acontece na interface concreto-cabo. Devido à simetria do problema, a metade da estrutura é modelada com 10 elementos hexaédricos de 20 nós para representar o concreto e 10 elementos de barra de 3 nós para representar o cabo.

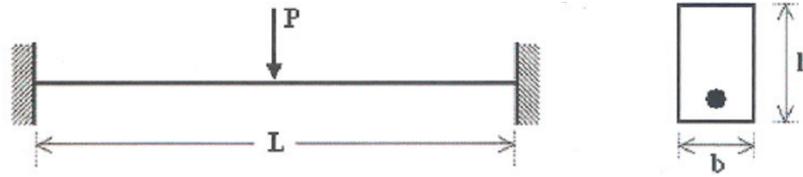


Figura 2.34: Viga doblemente engastada submetida a carregamento pontual

A geometria da viga é definida como: $L = 20\text{ m}$ (comprimento da viga); $b = 1\text{ m}$ (largura da seção transversal) e $h = 0.125\text{ m}$ (altura da seção transversal). O cabo está posicionado a uma altura de $h/4$ medido a partir da base da seção e tem uma área igual 0.00125 m^2 (1% da área da seção). As propriedades do concreto são: $\nu = 0$ (Poisson); $E_c = 30\text{ MPa}$ (Módulo de Young). As propriedades do cabo são: $\nu_p = 0$ (Poisson); $E_p = 210\text{ GPa}$ (Módulo de Young). Na Fig. 2.35 são mostrados o escorregamento que acontece na interface concreto-cabo e as tensões no cabo ao longo do comprimento da viga obtida com o algoritmo numérico da Tabela 2.1, para os casos de cabo não-aderente ($\mu_p = 0$ e $\mu_p = 0.5$) e aderente. Resultados similares foram obtidos com ANSYS.

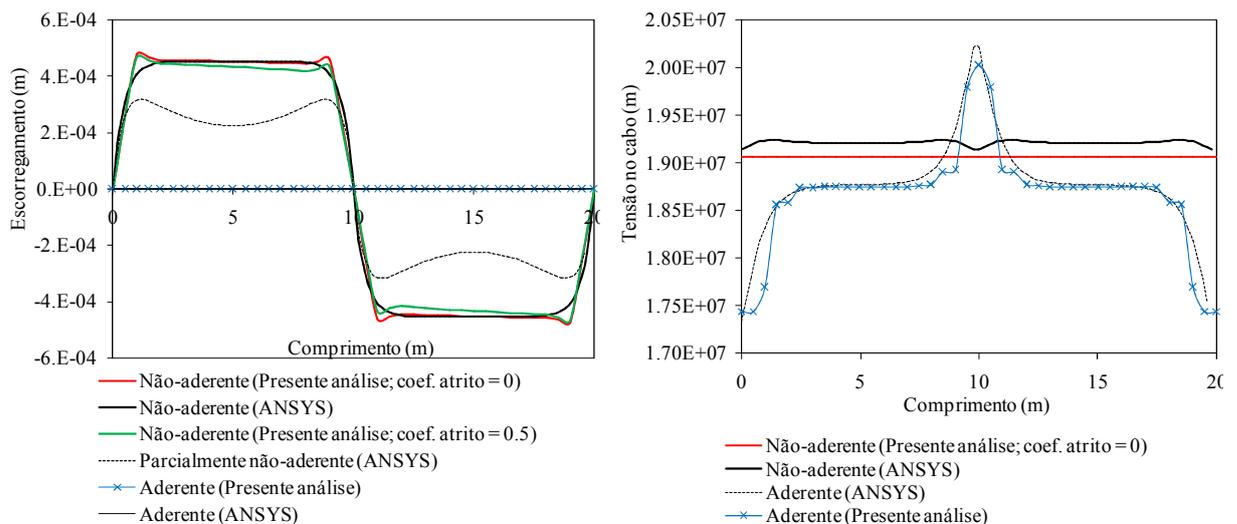


Figura 2.35: Escorregamento (m) ao longo da interface concreto-cabo e tensões no cabo ($P=700\text{ N}$)

CAPÍTULO 3

ANÁLISE DE SOLOS SATURADOS

3.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Os danos e os tipos de ruptura que sofrem muitas estruturas de terra, assim como as estruturas que interagem com as mesmas, devido a carregamentos transientes é um tema de interesse principalmente em regiões sísmicas, onde a liquefação de massas de solo saturados acontece com regularidade. Sendo assim, é necessário formular modelos matemáticos que permitam quantificar confiavelmente através de modelos numéricos de computador, o comportamento destas massas sob essas condições. É comum supor, principalmente para análises numéricas quase-estáticas, um comportamento drenado ou não-drenado na massa do solo segundo a velocidade do carregamento aplicado e às condições de drenagem existentes.

Se nenhum dos comportamentos anteriores é totalmente satisfeito, uma análise poroplástica por consolidação deve ser considerada. No caso de uma análise dinâmica por carregamento de terremoto, a situação é mais complexa, devido à presença de forças inerciais, onde suposições de comportamentos drenados são inadequados. Entretanto, a suposição de um comportamento totalmente não-drenado representa ainda uma posição razoável, sendo esta questionável quando a permeabilidade do solo e os efeitos de drenagem no problema em estudo são consideráveis (Zienkiewicz *et al.*, 1980). Por esse motivo, para problemas de natureza geral, é melhor utilizar uma formulação flexível que permita simular comportamentos intermediários entre os estados totalmente drenados e não-drenados.

Existem diversas abordagens teóricas para a formulação matemática de meios porosos saturados e parcialmente saturados, que vão desde aproximações que iniciam com um nível microscópico de análise (Whitaker, 1977; Hassanizadeh e Gray, 1990) até outras que partem de níveis macroscópicos (Green, 1969; Bowen, 1980; Morlan, 1972; Coussy, 1995). Todas

estas teorias levam a formas similares das equações de balanço, porém apresentam certas diferenças nas equações constitutivas (Zienkiewicz *et al.*, 1999). Neste trabalho, uma abordagem macroscópica é utilizada para o estudo dos fenômenos que ocorrem em meios porosos bifásicos (sistema sólido-fluido). As equações governantes utilizadas correspondem a aquelas propostas por Biot (1956) e reformuladas mais tarde em Lewis e Schrefler (1998) e Zienkiewicz e Shiomi (1984), visando sua aplicação através do método dos elementos finitos.

3.2 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA PROBLEMAS QUASE-ESTÁTICOS E DINÂMICOS.

Nesta seção se descrevem primeiramente alguns aspectos gerais relacionados à definição de conceitos básicos utilizados na teoria de meios porosos e mecânica de meios contínuos. Posteriormente, são desenvolvidas as equações governantes do meio poroso necessárias para sua posterior implementação numérica nesta tese. Uma descrição mais detalhada da derivação destas equações governantes pode ser encontrada nos trabalhos de Lewis e Schrefler (1998), Zienkiewicz *et al.* (1999), Guillén (2008) e Ou (2009), entre outros.

3.2.1 Aspectos gerais

Um meio poroso saturado se compõe por uma fase sólida, chamada matriz sólida (a qual pode incluir poros oclusos) ou esqueleto sólido (Borja, 2003), e outra fase fluida obtida como resultado do preenchimento dos espaços vazios por algum tipo de fluido (água). Na Fig. 3.1 é mostrado de forma esquemática o meio poroso em seu estado real, assim como também sua representação equivalente em termos de massa, M , e volume, V .

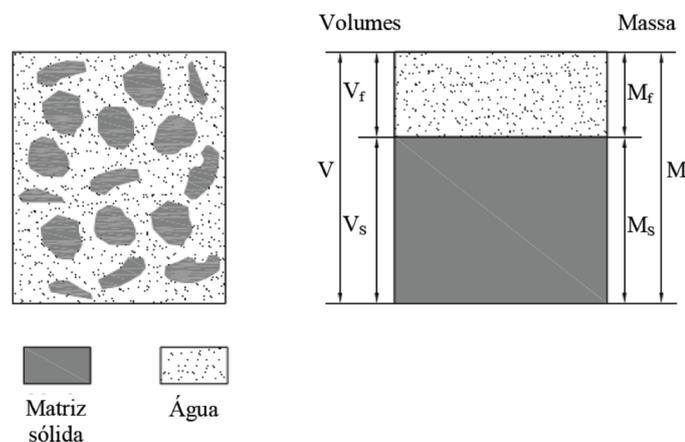


Figura 3.1: Representação esquemática de um meio poroso preenchido com um fluido

3.2.1.1 Porosidade Euleriana, porosidade Lagrangiana e densidade do meio poroso

No estudo de uma propriedade genérica de um dado volume infinitesimal, há duas referências básicas para expressar tal propriedade: a descrição Lagrangiana e a descrição Euleriana. Na primeira, a propriedade é descrita em relação ao estado inicial do volume infinitesimal dV^o . Já na segunda forma, a propriedade é descrita em relação ao seu estado atual dV^t . No caso da permeabilidade de uma amostra saturada, essa depende da passagem do fluido através do solo e da interconexão dos espaços vazios existentes dentro desta. O parâmetro que mede a capacidade de armazenamento do meio poroso é a porosidade. Seja n a porosidade Euleriana, o fluido ocupa um volume ndV^t na configuração atual. Como o volume material do esqueleto muda ao longo da deformação, a porosidade n não quantifica apropriadamente a mudança de volume poroso sofrida pelo volume material inicial dV^o . Esta mudança pode ser melhor descrita utilizando a porosidade Lagrangiana ϕ , que refere o volume poroso atual ao volume inicial dV^o , onde dV_v^t é o volume ocupado pelo fluido no volume elementar do meio poroso no instante t . Sendo assim, $n = dV_v^t / dV^t$ e $\phi = dV_v^t / dV^o$ e apenas no caso de deformações infinitesimais, ambas as porosidades coincidem ($\phi = n$) e nesta última situação a porosidade é definida como a razão entre o diferencial de volume ocupado pelos vazios, dV_v , em relação ao volume total da amostra, dV , e que é definida pela Eq. (3.1).

$$n = \frac{dV_v}{dV} \quad (3.1)$$

A massa específica ρ deste sistema bifásico pode ser escrito como:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M_s + M_f}{V} \quad (3.2)$$

onde a massa específica do esqueleto sólido, ρ_s , e do fluido, ρ_f , vêm definidas pelas seguintes equações:

$$\rho_s = \frac{M_s}{V_s} \quad (3.3)$$

$$\rho_f = \frac{M_f}{V_f} \quad (3.4)$$

Finalmente, a massa específica do meio poroso, ρ , pode ser escrita a partir da combinação das equações anteriores, como:

$$\rho = (1 - n)\rho_s + n\rho_f \quad (3.5)$$

Em problemas de adensamento como acontece em análises pós-terremoto pode existir uma mudança substancial na razão de vazios dentro da massa do solo, portanto sob essa condição, a massa específica do meio poroso deve ser atualizada ao longo do tempo. No caso de um problema transiente como em carregamentos de terremoto, a duração de interesse é usualmente pequena (5-20 segundos). Durante a agitação de terremoto, é possível ter o fluxo de água dentro e ao longo da massa de solo, porém é muito improvável que a mudança da razão de vazios dentro de uma duração tão curta seja de uma ordem significativa. Ao longo deste trabalho, considera-se por conveniência que os índices referentes à notação indicial podem dizer respeito à numeração consecutiva 1,2,3 ou aos eixos cartesianos globais x, y, z .

3.2.1.2 Lei de *Darcy*

A lei que descreve o comportamento dos fluidos em meios porosos sob regime laminar foi obtida experimentalmente por *Darcy*. No trabalho de *Darcy*, concluiu-se que a vazão de um fluido (água) incompressível, \tilde{q} , num fluxo unidimensional através de uma amostra saturada por água de comprimento L e seção transversal de área A , pode ser estimada pela seguinte expressão:

$$\tilde{q} = -kA \frac{\Delta h_f}{L} \quad (3.6)$$

onde Δh_f é a variação da carga hidráulica e k é o coeficiente de permeabilidade do meio poroso empregada na mecânica dos solos. O sinal negativo indica que a carga hidráulica diminui no sentido do fluxo. Admitindo-se fluxo apenas na direção horizontal, com remoção dos efeitos da gravidade, a equação anterior pode ser descrita da seguinte maneira:

$$\tilde{q} = -\frac{k}{\rho_f g} A \frac{\Delta p}{L} \quad (3.7)$$

ou em forma diferencial,

$$w = \frac{\tilde{q}}{A} = -k' \frac{\partial p}{\partial L} \quad (3.8)$$

com,

$$k' = \frac{k}{\rho_f g} \quad (3.9)$$

onde Δp é a variação da poropressão e g é a aceleração da gravidade, sendo k' a permeabilidade absoluta. A Eq. (3.8) pode ser generalizada para o caso tridimensional em cada direção, utilizando notação indicial, como:

$$w_i = -\frac{k_{ij}}{\rho_f g} p_{,j} \quad (3.10)$$

sendo k_{ij} a componente do tensor de permeabilidade e w_i é a componente do vetor velocidade (médio) do fluido relativo ao sólido (*diffusion velocity*), a qual é definida da seguinte maneira (Meroi *et al.*, 1985; Lewis e Schrefler, 1998):

$$\mathbf{w} = n(\dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{u}}) = n\tilde{\mathbf{v}} \quad (3.11)$$

ou

$$w_i = n(\dot{U}_i - \dot{u}_i) = n\tilde{v}_i \quad (3.12)$$

onde n é a porosidade, \dot{U}_i é a componente do vetor de velocidade absoluta da fase fluida, \dot{u}_i é a componente do vetor de velocidade do sólido e \tilde{v}_i é a componente do vetor de velocidade (local) do fluido relativo ao sólido. Se os efeitos gravitacionais (g), na direção vertical z , forem levados em conta, a velocidade do fluido nessa direção é dada por:

$$w_z = -k' \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_f g \right) \quad (3.13)$$

3.2.1.3 Princípio das tensões efetivas de Terzaghi

Um grande avanço no desenvolvimento da teoria hidro-mecânica para geomateriais sob condições saturadas foi à introdução do princípio das tensões efetivas proposto por Terzaghi na década do vinte do século passado. De acordo com o princípio das tensões efetivas, as deformações sofridas por um corpo sob condição saturada é função da variação da tensão efetiva, caracterizada por:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + \delta_{ij} p \quad (3.14)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker, σ_{ij} representa uma componente do tensor de tensão total, σ'_{ij} é uma componente do tensor das tensões efetivas e p é a poropressão exercida pelo fluido contido nos poros. Na Eq. (3.14), as tensões são considerados positivas em tração (mecânica de sólidos) e a poropressão é positiva em compressão (mecânica de solos). Posteriormente, Skempton (1954) observou experimentalmente que a equação anterior descreve o comportamento de solos saturados sob a condição de incompressibilidade dos grãos sólidos. Caso esta condição não seja satisfeita a resposta mecânica dos geomateriais é controlada por uma tensão efetiva, mais geral, definida como segue:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + \tilde{\alpha} \delta_{ij} p \quad (3.15)$$

onde $\tilde{\alpha}$ é o coeficiente de Biot que incorpora os efeitos de compressibilidade das partículas sólidas e é dada pela seguinte expressão:

$$\tilde{\alpha} = 1 - \frac{K_T}{K_s} \quad (3.16)$$

sendo K_T e K_s os módulos volumétricos do esqueleto sólido e dos grãos sólidos (partículas sólidas), respectivamente. Para materiais elásticos isotrópicos, K_T , é definida como:

$$K_T = \frac{9\tilde{\lambda} + 6\tilde{\mu}}{9} \quad (3.17)$$

onde $\tilde{\lambda}$ e $\tilde{\mu}$ são as constantes de Lamé; uma derivação mais detalhada do coeficiente $\tilde{\alpha}$ é apresentada na seguinte seção, onde as equações governantes do meio poroso são apresentadas. Por outro lado, para a grande maioria dos problemas de mecânica de solos, o módulo de deformação volumétrica das partículas sólidas é muito maior que o módulo de deformação volumétrica do esqueleto, com $K_T / K_s \approx 0$ e $\tilde{\alpha} = 1$ (Zienkiewicz *et al.*, 1999; Takahashi, 2002; Guillén, 2008 e Ou, 2009). Nessa condição a Eq. (3.14) é válida.

3.2.1.4 Derivadas de um ponto material

A derivada material $d^\pi \chi / dt$ em relação a uma partícula do esqueleto ($\pi = s$) quanto do fluido ($\pi = f$) de um campo escalar χ definido sobre o domínio do meio poroso é definida da seguinte forma:

$$\frac{d^\pi \chi}{dt} = \frac{\partial \chi}{\partial t} + (\nabla \chi) \cdot \mathbf{V}^\pi \quad (3.18)$$

onde $\mathbf{V}^s = \dot{\mathbf{u}}$ para uma partícula do esqueleto sólido e $\mathbf{V}^f = \dot{\mathbf{U}}$ para uma partícula do fluido. A derivada material de um volume V é definida como:

$$\frac{d^\pi}{dt}(dV) = \text{div}(\mathbf{V}^\pi) dV \quad (3.19)$$

onde $\nabla = \{\partial / \partial x, \partial / \partial y, \partial / \partial z\}^T$ e $\text{div}(\bullet) = \nabla^T(\bullet)$ são os operadores gradiente e divergência, respectivamente, de um campo vetorial. Com auxílio da propriedade de álgebra tensorial (Eq. (3.20)), pode-se definir a derivada material de uma integral de volume de um campo escalar χ na Eq. (3.21).

$$\text{div}(A\mathbf{B}) = (\nabla A) \cdot \mathbf{B} + A \text{div}(\mathbf{B}) \quad (3.20)$$

$$\frac{d^\pi}{dt} \int_V \chi dV = \int_V \left(\frac{\partial \chi}{\partial t} + \text{div}(\chi \mathbf{V}^\pi) \right) dV \quad (3.21)$$

3.2.2 Equações governantes

O modelo matemático deve proporcionar uma adequada descrição do comportamento acoplado sólido-fluido sob ação de forças externas transientes. Sendo assim, são necessárias cinco equações governantes para construir a formulação de Biot. Estão são: 1) O conceito de tensão efetiva e a equação constitutiva do esqueleto sólido; 3) A equação de equilíbrio do sistema meio poroso; 4) A equação do movimento de fluido; 5) A equação de continuidade do fluido e 6) Equações constitutivas para a mudança das densidades de cada fase.

3.2.2.1 O conceito de tensão efetiva e equação constitutiva do esqueleto sólido

O conceito de tensão efetiva foi introduzido anteriormente, porém mais detalhes são apresentados nesta seção. Especificamente, este conceito tem sido desenvolvido no final dos séculos dezenove e vinte (Lyell, 1871; Terzaghi, 1936). Nessa aproximação, a tensão total σ para solos saturados é dividida em duas parcelas: a) a tensão efetiva σ' , a qual é levada pelo esqueleto sólido; e b) a poropressão p , que não tem influência na deformação do esqueleto sólido. Posteriormente, na derivação da teoria de Biot (1956), o efeito (pequeno) da poropressão na deformação do esqueleto sólido é incluído.

A seguir, considera-se um volume de controle infinitesimal $dx.dy.dz$ e as tensões $\sigma = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{zx}]^T$ (ou sua forma tensorial σ_{ij}) e as deformações $\varepsilon = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}]^T$ (ou sua forma tensorial ε_{ij}) são positivas em tração e a poropressão é positiva em compressão. Se os espaços vazios estão conectados entre si e saturados com algum fluido, então quando um incremento simultâneo de tensão total $\Delta\sigma$ e poropressão Δp são aplicados, a deformação resultante $\Delta\varepsilon$ pode ser escrita incrementalmente como (Lewis e Schrefler, 1998; Zienkiewicz *et al.*, 1999):

$$\Delta\varepsilon = \mathbf{D}_{ep}^{-1}(\Delta\sigma + m\Delta p) - m \frac{1}{3K_s} \Delta p \quad (3.22a)$$

ou em forma tensorial:

$$\Delta\varepsilon_{kl} = \tilde{C}_{kl ij}(\Delta\sigma_{ij} + \delta_{ij}\Delta p) - \delta_{kl} \frac{1}{3K_s} \Delta p \quad (3.22b)$$

onde \mathbf{D}_{ep} é a matriz elasto-plástica constitutiva tensão-deformação da matriz sólida, $\tilde{\mathbf{C}}$ é sua matriz inversa (*compliance matrix*) e δ_{ij} é o delta de Kronecker, enquanto \mathbf{m} é o vetor equivalente do delta de Kronecker escrito como: $\mathbf{m} = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$. Enquanto, a tensão de Biot é definida da seguinte maneira:

$$\Delta\boldsymbol{\sigma} + \tilde{\boldsymbol{\alpha}}\mathbf{m}^T \Delta p = \mathbf{D}_{ep} \Delta\boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.23a)$$

ou

$$\Delta\sigma_{ij} + \tilde{\alpha}\delta_{ij}\Delta p = (D_{ijkl})_{ep} \Delta\varepsilon_{kl} \quad (3.23b)$$

onde para materiais elásticos e isotrópicos, tem-se:

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \mathbf{m}\mathbf{m}^T - \mathbf{m}\mathbf{D}\mathbf{m}^T \frac{1}{3K_s} = \delta_{ij}\delta_{ij} - \delta_{ij}(D_{ijkl})_{ep} \delta_{kl} = 1 - \frac{9\tilde{\lambda} + 6\tilde{\mu}}{9K_s} = 1 - \frac{K_T}{K_s} \quad (3.24)$$

onde novamente K_T representa o módulo volumétrico do esqueleto sólido com $\tilde{\lambda}$ e $\tilde{\mu}$ sendo as constantes de Lamé. Entretanto, o conceito de tensão efetiva de Biot pode ser escrito da seguinte maneira:

$$d\boldsymbol{\sigma}' = d\boldsymbol{\sigma} + \tilde{\boldsymbol{\alpha}}\mathbf{m}^T dp = \mathbf{D}d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.25a)$$

ou,

$$d\sigma'_{ij} = d\sigma_{ij} + \tilde{\alpha}\delta_{ij}dp = D_{ijkl}d\varepsilon_{kl} \quad (3.25b)$$

Deve-se notar que na equação anterior, a hipótese de deformações e rotações pequenas é utilizada. Na seção 4.3.1, o tema de grandes deformações será abordado com maior detalhe, entretanto, o incremento de deformação pode ser escrito como:

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L}d\mathbf{u} \quad (3.26a)$$

ou

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(du_{i,j} + du_{j,i}) \quad (3.26b)$$

onde $\mathbf{u} = [u_x \quad u_y \quad u_z]$ e:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 & \partial/\partial y & 0 & \partial/\partial z \\ 0 & \partial/\partial y & 0 & \partial/\partial x & \partial/\partial z & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix}^T \quad (3.27)$$

3.2.2.2 Equações de equilíbrio do meio poroso (equação do movimento)

A equação correspondente ao balanço das quantidades de movimento é como segue:

$$\mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} - \rho_s(1-n)\ddot{\mathbf{u}} - \rho_f n \ddot{\mathbf{U}} = 0 \quad (3.28a)$$

$$\mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} - \rho \ddot{\mathbf{u}} - \rho_f n \tilde{\mathbf{a}} = 0$$

ou

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i - \rho_s(1-n)\ddot{u}_i - \rho_f n \ddot{U}_i = 0 \quad (3.28b)$$

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i - \rho \ddot{u}_i - \rho_f n \tilde{a}_i = 0$$

onde $\nabla = \{\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z\}^T$ é o operador gradiente, ∇^T (ou *div*) indica o operador divergência, \mathbf{b} (ou b_i) é a força de corpo por unidade de massa, n é a porosidade, ρ_f é a massa específica do fluido e ρ é a massa específica do meio poroso já definida na Eq. (3.5), enquanto $\tilde{a}_i = (\ddot{U}_i - \ddot{u}_i)$ representam as componentes da aceleração do fluido relativo ao sólido na direção x_i com $\ddot{U} = d\dot{U}/dt$ (aceleração do fluido) e $\ddot{u} = d\dot{u}/dt$ (aceleração do sólido), respectivamente. A aceleração relativa $\tilde{\mathbf{a}}$ (ou \tilde{a}_i) é definida em função da velocidade relativa local $\tilde{\mathbf{v}} = \dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{u}}$ como $\tilde{\mathbf{a}} = d(\tilde{\mathbf{v}})/dt + (\nabla \dot{\mathbf{U}})\tilde{\mathbf{v}}$ e é geralmente pequena ($\ddot{U}_i \cong \ddot{u}_i$) e pode ser omitida para fenômenos de baixa frequência como terremotos (Zienkiewicz *et al.*, 1999; Guillén, 2008; Ou, 2009; Mira 2001; Lewis and Schrefler, 1998; Meroi *et al.*, 1995).

3.2.2.3 Equações do movimento do fluido

A dissipação associada com o fluxo viscoso do fluido através do meio poroso contínuo pode ser escrito na seguinte forma (Coussy, 1995):

$$\varphi_f = \boldsymbol{\zeta} \cdot \boldsymbol{w} \geq 0 \quad (3.29)$$

onde,

$$\boldsymbol{w} = n(\ddot{\boldsymbol{U}} - \ddot{\boldsymbol{u}}) \quad ; \quad \boldsymbol{\zeta} = \boldsymbol{k}'(-\nabla p + \rho_f(\boldsymbol{b} - \ddot{\boldsymbol{U}})) \quad (3.30)$$

A dissipação φ_f é o produto do vetor de filtração \boldsymbol{w} e da força $\boldsymbol{\zeta}$ que produz a filtração. A lei que governa a filtração deve relacionar \boldsymbol{w} a $\boldsymbol{\zeta}$. A forma mais simples desta relação é a lei de *Darcy*, a qual é definida da seguinte maneira:

$$n(\ddot{\boldsymbol{U}} - \ddot{\boldsymbol{u}}) = \boldsymbol{k}'(-\nabla p + \rho_f(\boldsymbol{b} - \ddot{\boldsymbol{U}})) \quad (3.31)$$

onde \boldsymbol{k}' é a matriz de permeabilidade do fluido. Quando a lei macroscópica da condução do fluido é obtida a partir do fluxo viscoso microscópico do fluido através de um meio poroso. A lei de *Darcy* recebe sustento a partir de uma análise dimensional, onde a força $\boldsymbol{\zeta}$ já inclui o efeito da poropressão através do termo ∇p e das forças de inércia e de corpo através do termo $\rho_f(\boldsymbol{b} - \ddot{\boldsymbol{U}})$. Com a finalidade de incluir o efeito faltante da força viscosa resistente ao fluxo, a lei de condução que relaciona \boldsymbol{w} a $\boldsymbol{\zeta}$ pode ser escrita, no caso isotrópico, na forma da lei de *Darcy* da seguinte maneira:

$$n(\ddot{\boldsymbol{U}} - \ddot{\boldsymbol{u}}) = \frac{\kappa}{\eta_f}(-\nabla p + \rho_f(\boldsymbol{b} - \ddot{\boldsymbol{U}})) \quad (3.32)$$

com,

$$k = \frac{\kappa}{\eta_f} = \frac{l^2}{\eta_f} \delta(n) \quad (3.33)$$

onde η_f é a viscosidade dinâmica do fluido (cisalhamento) e l é comprimento característico da rede porosa através da qual o fluxo de fluido ocorre. O valor de k se sustenta

essencialmente na dimensão física de η_f e eventualmente sobre a suposta viscosidade linear ou comportamento *Newtoniano* do fluido. A propriedade material $\kappa = l^2 \delta(n)$ representa o quadrado de um comprimento que escala a geometria do fluxo e que depende apenas sobre a geometria do meio poroso independentemente do fluido. Várias expressões para $\delta(n)$ foram derivadas na literatura, sendo a expressão de *Kozeny-Carman* $\delta(n) = n^3 / (1 - n^2)$, uma das mais utilizadas. Novamente, a aceleração relativa $\tilde{\mathbf{a}}$ pode ser omitida para problemas de baixa frequência (Lewis and Schrefler, 1998; Zienkiewicz *et al.*, 1999). O Efeito de tortuosidade não é considerado.

3.2.2.4 Equação de continuidade do fluido

Quando não há variação de massa fluida no volume poroso, tem-se que:

$$\frac{d^f}{dt} \int_V n \rho_f dV = 0 \quad (3.34)$$

Aplicando a Eq. (3.21) na equação de balanço de massa fluida, tem-se:

$$\int_V \left(\frac{\partial(\rho_f n)}{\partial t} + \text{div}(\rho_f n \mathbf{\dot{U}}) \right) dV = 0 \quad (3.35)$$

A formulação apropriada das equações constitutivas do esqueleto, levando em conta o acoplamento hidro-mecânico, requer que a descrição cinemática do fluido esteja associada à configuração do esqueleto. Eliminando a integral da equação anterior, substituindo a derivada parcial do primeiro termo segundo a Eq. (3.18) aplicada a uma partícula do esqueleto, e substituindo a velocidade da partícula fluida $\dot{\mathbf{U}}$ (or \dot{U}_i) da Eq. (3.12) no segundo termo, a equação pode ser re-escrita da seguinte maneira:

$$\frac{d^s(\rho_f n)}{dt} - (\nabla(\rho_f n)) \dot{\mathbf{U}} + \text{div}(\rho_f \dot{\mathbf{w}}) + \text{div}(\rho_f n \dot{\mathbf{u}}) = 0 \quad (3.36)$$

Utilizando a relação algébrica da Eq. (3.20) no segundo termo da equação acima anula-se o termo $\text{div}(\rho_f n \dot{\mathbf{u}}) = 0$, ficando:

$$\frac{d^s(\rho_f n)}{dt} + \rho_f n \operatorname{div}(\dot{\mathbf{u}}) + \operatorname{div}(\rho_f \mathbf{w}) = 0 \quad (3.37)$$

Desenvolvendo a derivada e dividindo todos os termos por ρ_f , a equação de continuidade do fluido é escrita da seguinte maneira (Lewis e Schrefler, 1998):

$$\frac{d^s n}{dt} + \frac{n}{\rho_f} \frac{d^s \rho_f}{dt} + n \operatorname{div}(\dot{\mathbf{u}}) + \frac{1}{\rho_f} \operatorname{div}(\rho_f \mathbf{w}) = 0 \quad (3.38)$$

Não obstante, na forma apresentada neste trabalho, a equação anterior é reescrita utilizando a equação macroscópica de balanço para a fase sólida (Schrefler *et al.* 1990; Lewis and Schrefler, 1998), a qual é dividida pela densidade do sólido ρ_s e é definida como:

$$\frac{(1-n)}{\rho_s} \frac{d^s \rho_s}{dt} - \frac{d^s n}{dt} + (1-n) \operatorname{div}(\dot{\mathbf{u}}) = 0 \quad (3.39)$$

Finalmente, somando a Eq. (3.38) e Eq. (3.39), o termo $d^s n / dt$ pode ser eliminado, obtendo-se finalmente a forma final da equação de continuidade utilizada neste trabalho:

$$\frac{(1-n)}{\rho_s} \frac{d^s \rho_s}{dt} + \frac{n}{\rho_f} \frac{d^s \rho_f}{dt} + \operatorname{div}(\dot{\mathbf{u}}) + \frac{1}{\rho_f} \operatorname{div}(\rho_f \mathbf{w}) = 0 \quad (3.40)$$

3.2.2.5 Equações constitutivas para a mudança das densidades

A continuação são introduzidas as equações constitutivas que relacionam as derivadas materiais das densidades para cada fase (dos primeiros termos na Eq.(3.40)). Supoe-se que a fase fluida é barotrópica, dependendo essa apenas da poropressão. Consequentemente a seguinte relação constitutiva linear (Lewis and Schrefler, 1998; Borja 2003) é introduzida:

$$K_f = \rho_f \frac{\partial p}{\partial \rho_f} \Rightarrow \frac{1}{\rho_f} \frac{d\rho_f}{dt} = -\frac{1}{V_f} \frac{dV_f}{dt} = \frac{1}{K_f} \frac{dp}{dt} \quad (3.41)$$

O primeiro termo no lado direito representa a mudança da densidade com a mudança da compressão do fluido. De forma similar, a mudança na densidade do sólido é obtida considerando o efeito da deformação do grão sólido. Por essa razão, a equação de conservação da massa do sólido em forma diferencial é utilizada e expressa como:

$$\frac{d(\rho_s V_s)}{dt} = 0 \quad (3.42)$$

o que fornece:

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{d\rho_s}{dt} = -\frac{1}{V_s} \frac{dV_s}{dt} = \frac{dp}{K_s} - \frac{1}{3(1-n)K_s} \frac{d\sigma'_{ii}}{dt} \quad (3.43)$$

Sob a suposição de relações constitutivas lineares (de forma similar ao fluido), o primeiro termo ao lado direito na equação anterior apresenta um significado similar ao termo da equação de fluido. O último termo representa a mudança devido às tensões efetivas, onde o fator $(1-n)$ é introduzido dado que a força correspondente atua numa área igual a $(1-n)$ vezes a área total. Além disso, a partir da Eq. (3.22), pode-se obter $d\sigma'_{ij} = D_{ijkl}(d\varepsilon_{kl} + \delta_{kl}dp/3K_s)$, onde a tensão efetiva média é $\sigma'_{ii} = 3K_T(d\varepsilon_{kk} + dp/K_s)$ e a qual pode ser expressa em termos do coeficiente de Biot através da relação $1 - \tilde{\alpha} = K_T / K_s$. Sendo assim, a expressão final para a tensão efetiva média σ'_{ii} é definida como segue (Chan, 1988):

$$\sigma'_{ii} = 3K_T d\varepsilon_{kk} + 3(1 - \tilde{\alpha})dp \quad (3.44)$$

onde K_T é o módulo volumétrico da matriz sólida. Substituindo a equação anterior na Eq. (3.43), tem-se:

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{d\rho_s}{dt} = -\frac{1}{V_s} \frac{dV_s}{dt} = -\frac{1}{1-n} \left(\frac{\tilde{\alpha} - n}{K_s} \frac{dp}{dt} - (1 - \tilde{\alpha}) \frac{d\varepsilon_v}{dt} \right) \quad (3.45)$$

onde $d\varepsilon_v/dt \equiv \dot{u}_{i,i}$ é a taxa de deformação volumétrica. Finalmente pode-se obter uma equação que governa o fluxo do fluido através do solo a partir da combinação da equação de conservação de massa e das equações constitutivas supostas para as mudanças das densidades de cada fase. Isto é, substituindo a Eq. (3.41) e a Eq. (3.45) na Eq. (3.40). Sendo assim, a Eq. (3.40) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\left(\frac{\tilde{\alpha} - n}{K_s} + \frac{n}{K_f} \right) \dot{p} + \tilde{\alpha} \text{div}(\dot{\mathbf{u}}) + \frac{1}{\rho_f} \text{div}(\rho_f \mathbf{w}) = 0 \quad (3.46)$$

A Eq. (3.46) pode ser expressa em forma equivalente como:

$$\nabla^T \mathbf{w} + \tilde{\alpha} \mathbf{m}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\dot{p}}{Q} = 0 \quad (3.47)$$

onde,

$$\frac{1}{Q} = \frac{\tilde{\alpha} - n}{K_s} + \frac{n}{K_f} \quad (3.48)$$

com $\tilde{\alpha} = 1 - K_T/K_S$, $\mathbf{m}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \text{div}(\dot{\mathbf{u}})$ e Q representando o módulo de deformação volumétrica equivalente do sistema sólido-fluido (módulo de Biot). O sistema formado pelas equações (3.25), (3.28), (3.31) e (3.47) definem o comportamento do sistema sólido-fluido para condições estáticas e dinâmicas. As incógnitas nesse sistema são a pressão do fluido p , deslocamento da matriz de grãos sólidos u_i e a velocidade de filtração w_i (formulação $u-p-w$). Finalmente, as condições de contorno são impostas sobre estas variáveis para definir totalmente o problema. O sistema global anterior é adequado para esquemas explícitos. Enquanto, para esquemas implícitos, onde grandes sistemas de equações devem ser resolvidos iterativamente, é conveniente reduzir o número de variáveis mediante a omissão de termos de pouca influência para os problemas a ser estudados. Neste trabalho, utilizou-se a formulação $u-p$, onde a variável de velocidade de filtração w_i é eliminada.

3.2.3 Equações simplificadas da formulação de Biot (formulação $u-p$)

Para simplificar a solução numérica, geralmente algumas suposições são feitas para modificar a formulação de Biot em várias formas. Na formulação $u-p$ utilizada nesta tese, as seguintes suposições são estabelecidas: 1) deformações e rotações pequenas; 2) deformações iniciais não estão presentes; 3) o processo é isotérmico; 4) o gradiente da velocidade é pequena e todos os termos de velocidade de segunda ordem são omitidos; e 6) a excitação é relativamente pequena, para que a aceleração relativa do fluido seja omitida. Sob estas suposições, as equações de Biot se convertem em:

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} + \tilde{\alpha} \mathbf{m}^T \Delta p = \mathbf{D} \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.49)$$

$$\mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} - \rho \ddot{\mathbf{u}} = 0 \quad (3.50)$$

$$-\nabla p - \frac{\rho_f \mathbf{g}}{k} \mathbf{w} - \rho_f \ddot{\mathbf{u}} + \rho_f \mathbf{b} = 0 \quad (3.51)$$

$$\nabla^T \mathbf{w} + \tilde{\alpha} \mathbf{m}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\dot{p}}{Q} = 0 \quad (3.52)$$

Substituindo a Eq. (3.51) na Eq. (3.52), a variável \mathbf{w} pode ser eliminada e a Eq. (3.52) é re-escrita da seguinte maneira:

$$\nabla^T \frac{\mathbf{k}}{\rho_f \mathbf{g}} (-\nabla p - \rho_f \ddot{\mathbf{u}} + \rho_f \mathbf{b}) + \tilde{\alpha} \mathbf{m}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\dot{p}}{Q} = 0 \quad (3.53a)$$

ou

$$\left\{ \frac{k_{ij}}{\rho_f g} (-p_{,j} - \rho_f \ddot{u}_j + \rho_f b_j) \right\}_i + \alpha \dot{\varepsilon}_{ii} + \frac{\dot{p}}{Q} = 0 \quad (3.53b)$$

A vantagem desta formulação é que o termo da aceleração relativo do fluido é omitido, ficando as equações governantes em termos de \mathbf{u} e p . Porém, alguma perda de precisão é notada para problemas associados a oscilações de altas frequências, embora estes casos não sejam representativos de análises sísmicas (Zienkiewicz *et al.*, 1999). As condições de contorno podem ser expressas da seguinte maneira:

$$\text{Deslocamentos prescritos: } u_i(x, y, z, t) = \bar{u}_i(x, y, z, t) \text{ sobre } \Gamma_u^s \quad (3.54)$$

$$\text{Tensão total prescrita: } \sigma_{ji}(x, y, z, t) n_j = \bar{t}_i(x, y, z, t) \text{ sobre } \Gamma_t^s \quad (3.55)$$

$$\text{Poropressão prescrita: } p(x, y, z, t) = \bar{p}(x, y, z, t) \text{ sobre } \Gamma_p^f \quad (3.56)$$

$$\text{Fluxo prescrito: } n_i w_i(x, y, z, t) = \bar{w}(x, y, z, t) \text{ sobre } \Gamma_w^f \quad (3.57)$$

Na formulação $u-p$, a condição de contorno de fluxo prescrito de acordo à Eq. (3.57) converte-se numa condição natural, dada por:

$$n_i \frac{k_{ii}}{\rho_f g} \left(-\partial p / \partial x_i + \rho_f b_i - \rho_f \ddot{u}_i \right) = \bar{w} \quad (3.58)$$

As condições de contorno assim impostas para a formulação $u-p$, Γ , compreendem da união da condição de contorno para o sólido Γ^s e para o fluido Γ^f , ou seja $\Gamma = \Gamma^s \cup \Gamma^f$. As condições de contorno do sólido, Γ^s , são compreendidas como a união de dois tipos de contorno: (1) condição de contorno sólida em termos de forças, Γ_t^s , e (2) condição de contorno do sólido em termos do deslocamento Γ_u^s . As condições de contorno do fluido, Γ^f , decorrem da união de dois diferentes tipos de contorno: (1) condição de contorno de fluido em termos da poropressão, Γ_p^f , e (2) condição de contorno do fluido em termos do fluxo, Γ_w^f . Esta formulação em sua forma apresentada aqui tem sido extensamente utilizada e validada experimentalmente para problemas dinâmicos por carregamento de terremoto.

3.3 MODELO PARA SOLOS SATURADOS VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

As equações anteriores devem ser discretizadas em espaço e tempo utilizando o método dos elementos finitos e o método de diferenças finitas, respectivamente. A discretização no espaço será introduzida na seção 3.3.1 e no tempo na seção 3.3.2. Na formulação $u-p$, os deslocamentos \mathbf{u} e a poropressão p são as variáveis independentes básicas governadas pela Eq. (3.50) e Eq. (3.53) e enlaçadas pela matriz de acoplamento \mathbf{Q} e a matriz dinâmica de filtração \mathbf{G} , as quais serão introduzidas a seguir. Neste trabalho, as equações governantes do sistema sólido-fluido são solucionadas simultaneamente (ver método implícito directo na seção 3.3.3).

3.3.1 Discretização de equações no espaço

As equações acopladas definidas na seção anterior são escritas em forma vetorial da seguinte maneira:

$$\mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} - \rho \ddot{\mathbf{u}} + \rho \mathbf{b} = 0 \quad (3.59)$$

$$\frac{k}{\rho_f g} \nabla^T (-\nabla p - \rho_f \ddot{\mathbf{u}} + \rho_f \mathbf{b}) + \tilde{\alpha} m \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{1}{Q} \dot{p} = 0 \quad (3.60)$$

As variáveis \mathbf{u} e p são discretizadas usando funções de interpolação adequadas N_u e N_p , respectivamente. Sendo assim, tem-se a seguintes aproximações:

$$\mathbf{u} \approx N_u \hat{\mathbf{u}} \quad (3.61)$$

$$p \approx N_p \hat{p}$$

onde $\hat{\mathbf{u}}$ e \hat{p} são os vetores de deslocamentos e poropressão, respectivamente, correspondentes aos nós do elemento finito em consideração. Substituindo a equação anterior na Eq. (3.59) e Eq. (3.60) e aplicando o método de Galerkin no contexto do método dos elementos finitos (Guillén, 2008 e Ou, 2009), as equações anteriores, em forma matricial, são dadas por:

$$\mathbf{M} \ddot{\hat{\mathbf{u}}} + \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}' dV - \mathbf{Q} \hat{p} = \mathbf{f}_u \quad (3.62)$$

$$\mathbf{G} \ddot{\hat{\mathbf{u}}} + \mathbf{Q}^T \dot{\hat{\mathbf{u}}} + \mathbf{S} \dot{\hat{p}} + \mathbf{H} \hat{p} = \mathbf{f}_p \quad (3.63)$$

onde,

$\mathbf{B} \equiv \mathbf{L} N_u$ é matriz de transformação deslocamento-deformação;

$\mathbf{M} = \int_V (N_u)^T \rho N_u dV$ é matriz de massa consistente;

$\mathbf{Q} = \int_V \mathbf{B}^T \tilde{\alpha} m N_p dV$ é matriz de acoplamento;

$\mathbf{H} = \int_V (\nabla N_p)^T \frac{k}{\rho_f g} \nabla N_p dV$ é matriz de permeabilidade;

$\mathbf{S} = \int_V (N_p)^T \left(\frac{n}{K_f} + \frac{\tilde{\alpha} - n}{K_s} \right) N_p dV$ é matriz de compressibilidade;

$\mathbf{G} = \int_V (\nabla \mathbf{N}_p)^T \frac{k}{g} \mathbf{N}_u dV$ é matriz dinâmica de infiltração;

$\mathbf{f}_u = \int_V (\mathbf{N}_u)^T \rho \mathbf{b} dV + \int_\Gamma (\mathbf{N}_u)^T \bar{\mathbf{i}} d\Gamma$ são as forças de volume e as que atuam na superfície Γ para a fase sólida;

$\mathbf{f}_p = \int_V (\nabla \mathbf{N}_p)^T \frac{k}{g} \mathbf{b} dV - \int_\Gamma (\mathbf{N}_p)^T \bar{\mathbf{w}} d\Gamma$ são as forças de volume e as que atuam na superfície Γ para a fase líquida

O coeficiente de Biot, $\tilde{\alpha}$, para a grande maioria dos problemas de mecânica de solos é perto de um. Portanto, o valor de $\tilde{\alpha} = 1$ pode ser substituído nas expressões matriciais anteriores para os exemplos estudados neste trabalho.

Por outro lado, o efeito da matriz \mathbf{G} tem sido discutido em detalhe em Leung (1984) e Chan (1988). Esta pode ser omitida em análises de baixa frequência como é o caso de problemas com carregamentos sísmicos. Sua retenção é computacionalmente indesejável, pois torna a matriz de rigidez não-simétrica, porém ela pode ser considerada no lado direito da correspondente equação governante. Além disso, nas equações de equilíbrio anteriores foi adicionada arbitrariamente uma matriz de amortecimento viscoso \mathbf{C} ; esta matriz é necessária sempre que o modelo constitutivo do solo não seja capaz de representar adequadamente o comportamento histerético esperado; por esse motivo, e como já foi comentado na seção 2.2.4 do capítulo dois, a matriz de *Rayleigh* pode ser considerada.

Outras formas similares das equações anteriores, sob certas considerações, podem ser expressas como segue:

Forma de consolidação:

$$\int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}' dV - \mathbf{Q}\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{f}_u \quad (3.64)$$

$$\mathbf{Q}^T \dot{\hat{\mathbf{u}}} + \mathbf{S}\dot{\hat{\mathbf{p}}} + \mathbf{H}\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{f}_p \quad (3.65)$$

Forma estática drenada:

$$\int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}' dV - \mathbf{Q}\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{f}_u \quad (3.66)$$

$$\mathbf{H}\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{f}_p \quad (3.67)$$

Forma estática não-drenada:

$$\int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}' dV - \mathbf{Q}\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{f}_u \quad (3.68)$$

$$\mathbf{Q}^T \hat{\mathbf{u}} + \mathbf{S}\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{f}_p \quad (3.69)$$

Especificamente, neste trabalho, as poropressões e tensões efetivas obtidas a partir da forma drenada, são as poropressões e tensões efetivas iniciais utilizadas na subsequente análise dinâmica. O acoplamento estabelecido anteriormente entre os deslocamentos e poropressões leva a uma restrição adicional chamada a condição de Babuska-Brezzi (Babuska, 1973; Brezzi, 1974), a qual implica que a ordem de interpolação para o campo dos deslocamentos deve ser maior que aquela do campo das poropressões sempre que a permeabilidade seja quase zero (condição incompressível não-drenada). Nesse caso, a matriz de compressibilidade \mathbf{S} e de permeabilidade \mathbf{H} tendem a zero, produzindo um sistema de equações singular com oscilações no campo das poropressões, a menos que o número de variáveis em $\hat{\mathbf{u}}$ seja maior que $\hat{\mathbf{p}}$ ou técnicas de estabilização especiais sejam utilizadas (Cuellar, 2011).

Embora, teoricamente é mais correto utilizar elementos hexaédricos de 27 nós para os deslocamentos e 8 nós para as poropressões, existem poucos trabalhos, onde esse tipo de elemento é utilizado (Ou, 2009 e Lu, 2006). De outra maneira, vários autores (Lu, 2006; Parra, 1996; Leung, 1984, entre outros) tem vindo utilizando elementos hexaédricos de 20 nós para a fase sólida e 8 nós para a fase do fluido com bastante êxito (os chamados elementos de 20-8 nós ou seus equivalentes bidimensionais 8-4 nós). Não obstante, também encontra-se trabalhos que utilizaram elementos finitos hexaédricos com igual grau de interpolação, sem nenhuma estabilização especial, isto é, 8 nós para a fase sólida e 8 nós para fase do fluido (elementos de 8-8 nós), obtendo-se resultados satisfactorios na simulação de problemas de liquefação por carregamento de terremoto (Lu, 2006; Aydingun e Adalier, 2003; Chan *et al.*, 1993, Elgamal *et al.*, 2003).

Por outro lado, computacionalmente valores de permeabilidade nulos são geralmente representados por valores pequenos diferentes de zero (de acordo à precisão do computador). Sendo assim, a definição de uma precisão numérica dupla para as variáveis envolvidas sempre ajuda na estabilização de situações não-drenadas. Além disso, o problemas de geotecnia que envolvem carregamentos rápidos (como no caso dos registros de acelerações de terremoto) não são totalmente não-drenados quando o valor da permeabilidade e/ou os efeitos de drenagem são consideráveis (Zienkiewicz *et al.*, 1980), de outra maneira, a abordagem dinâmica poro-plástica não é justificada, sendo apenas necessária uma análise dinâmica não-drenada.

Neste trabalho foram implementados os elementos finitos hexaédricos de 8-8 nós e 20-8 nós mostrados na Fig. 3.2, para a simulação de problemas dinâmicos tridimensionais. Entretanto, elementos finitos quadriláteros de 4-4 nós e 8-4 nós foram também implementados para análises bidimensionais. Devido a seu relativo baixo custo computacional, os elementos hexaédricos de 8-8 nós são inicialmente escolhidos nas modelagens numéricas dos problemas estudados nesta tese, caso seja que estes apresentem oscilações indesejadas no campo das poropressões, o problema é re-analizado utilizando elementos de 20-8 nós. Alternativamente, o esquema de estabilização proposto em Huang *et al.* (2004) chamado método direto α pode ser também utilizado para melhorar a estabilidade do elemento de 8-8 nós no caso limite incompressível e impermeável. Esse método é derivado mediante a adição do produto de uma constante arbitrária α com a divergência da derivada do tempo da equação de movimento definida na Eq. (3.50), ou seja $\left(\alpha \nabla^T \frac{\partial}{\partial t} \{ \mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} - \rho \ddot{\mathbf{u}} \} \right)$, à equação da mistura definida na Eq. (3.51). Este processo resulta na adição de dois termos de estabilização ao sistema discreto, um termo Laplaciano definido da seguinte maneira:

$$\tilde{\mathbf{H}} = \int_V (\nabla N_p)^T \alpha \nabla N_p dV \quad (3.70)$$

e um termo dependente da tensão:

$$- \int_V (\nabla N_p)^T \alpha \mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma}' dV \quad (3.71)$$

Devido a que os termos de estabilização são calculados do resíduo da equação do movimento, a estabilidade é melhorada sem modificar a consistência do elemento. O termo

Laplaciano \tilde{H} é avaliado na mesma maneira que a matriz de permeabilidade H para cada elemento. O termo dependente da tensão da Eq. (3.71) é omitido dos cálculos por eficiência computacional (McGann, 2013). Com a omissão deste último termo, o esquema de estabilização corresponde a aquele originalmente desenvolvido por Brezzi e Pitakarante (1984) para a equação de *Stokes*. A implementação deste esquema resulta na modificação da equação de campo discretizada definida na Eq. (3.65), a qual é agora expressa da seguinte maneira:

$$\mathbf{Q}^T \hat{\mathbf{u}} + (\mathbf{S} + \tilde{H}) \hat{\mathbf{p}} + H \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{f}_p \quad (3.72)$$

Após o trabalho de Huang *et al.* (2004), α é definido para o elemento atual da seguinte forma:

$$\alpha = \frac{\alpha_o h^2}{K_s + \frac{4}{3} G_s} \quad (3.73)$$

onde K_s e G_s são os módulos de compressibilidade e cisalhamento da fase sólida, respectivamente, e α_o é definido na faixa $0.1 \leq \alpha_o \leq 0.5$ (McGann, 2013). Devido a que α é dependente do tamanho do elemento, h , a estabilização é consistente no sentido de que conforme a malha é refinada, $\tilde{H} \rightarrow \mathbf{0}$. Por outro lado, é importante também destacar que em problemas de interação solo-estaca, principalmente, para carregamentos de terremoto, a utilização de elementos hexaédricos de oito nós é razoável devido ao efeito predominante das deformações por cisalhamento (Maheshwari *et al.*, 2005 e Bentley e El-Naggar, 2000).

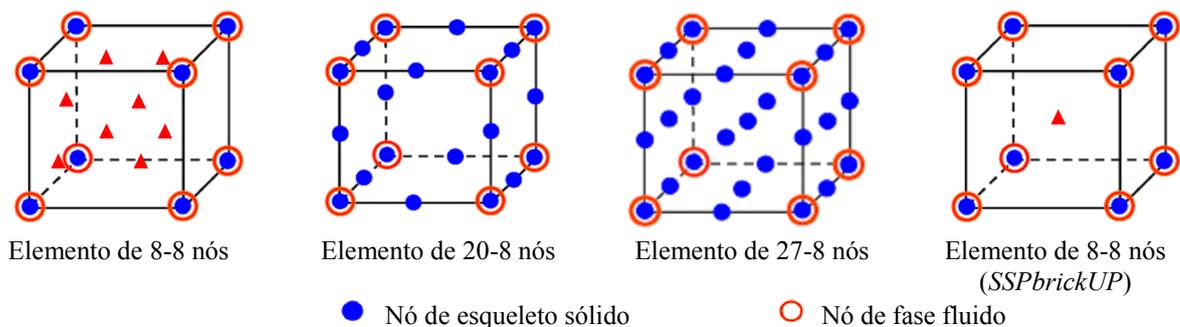


Figura 3.2: Elementos hexaédricos

Não obstante, em situações predominantes por flexão, os elementos padrão de 8 nós podem apresentar travamento por cisalhamento. Portanto, nestas situações, o comportamento

do elemento pode ser melhorado mediante a suposição de um campo de deformação e uma estabilização chamada na literatura inglesa como “*hourglass stabilization*” para eliminar os modos espúrios de energia nula associados à integração reduzida com um ponto de integração. Neste trabalho, implementou-se o procedimento estabelecido em McGann (2013) para a estabilização da fase sólida no elemento de 8 nós. O procedimento consiste em adicionar uma de matriz de estabilização \mathbf{K}_{stab} à matriz de rigidez do elemento \mathbf{K}_{ep} .

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_{ep} + \mathbf{K}_{stab} \quad (3.74)$$

com,

$$\mathbf{K}_{stab} = \mathbf{L}_b^T \left[\int_V \mathbf{F}^T \hat{\mathbf{D}} \mathbf{F} dV - \mathbf{K}_{wu}^T \mathbf{K}_{ww}^{-T} \left(\int_V \mathbf{F}_{enh}^T \hat{\mathbf{D}} \mathbf{F}_{enh} dV \right) \mathbf{K}_{ww}^{-1} \mathbf{K}_{wu} \right] \mathbf{L}_b \quad (3.75)$$

onde $\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{D}_e$ é a matriz constitutiva elástica do material (inicial), as matrizes \mathbf{L}_b , \mathbf{F} , \mathbf{K}_{wu} , \mathbf{K}_{ww} , \mathbf{F}_{enh} e os termos da matriz \mathbf{K}_{stab} são dados de maneira explícita em McGann, 2013 (o leitor é referido para essa referência para maiores detalhes). A união dos procedimentos de estabilização para a fase sólida e para a fase do fluido conformam o chamado elemento de 8-8 *SSPbrickUP (stabilized single point for porous media)* proposto em McGann (2013) e McGann *et al.* (2012). Os vetores adicionais das forças internas para a fase sólida e de fluido são definidos da seguinte maneira:

$$(\mathbf{f}_u)_{stab}^{int} = \mathbf{K}_{stab} \hat{\mathbf{u}} \quad (3.76)$$

$$(\mathbf{f}_p)_{stab}^{int} = \tilde{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{p}} \quad (3.77)$$

Esses últimos termos são adicionados a vetor de forças internas do sistema. A matriz de acoplamento \mathbf{Q} e de compressibilidade \mathbf{S} são também avaliadas usando um ponto de integração, enquanto a matriz de permeabilidade é avaliada usando integração numérica completa (McGann 2013; McGann *et al.* 2012).

3.3.2 Discretização das equações no tempo

A solução numérica do sistema acoplado definido na Eq. (3.62) e Eq. (3.63) requer a integração no tempo das variáveis de poropressão e dos deslocamentos da fase sólida. Neste trabalho, adotou-se o procedimento implícito-iterativo de *Newmark* para a integração das equações de equilíbrio no tempo de forma similar ao esquema utilizado no capítulo dois para o elemento de concreto armado. As equações anteriores são arranjadas em forma matricial para um tempo t , como segue:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\hat{\mathbf{u}}}' \\ \ddot{\hat{\mathbf{p}}}' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \\ \mathbf{Q}^T & -\mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{u}}}' \\ \dot{\hat{\mathbf{p}}}' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{Q} \\ 0 & -\mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}' \\ \hat{\mathbf{p}}' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_u' \\ \mathbf{f}_p' \end{Bmatrix} \quad (3.78)$$

com,

$$\mathbf{f}_u' = \rho \int_V \mathbf{N}_u^T \mathbf{b}' dV + \int_\Gamma \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{t}}' d\Gamma - \left\{ \int_V \mathbf{B}^T (\boldsymbol{\sigma}')^{t-\Delta t} dV - \mathbf{K} \hat{\mathbf{u}}^{t-\Delta t} \right\} \quad (3.79)$$

$$\mathbf{f}_p' = \frac{k}{g} \int_V (\nabla N_p)^T \mathbf{b}' dV \quad (3.80)$$

É importante estabelecer que o termo $\int_V \mathbf{B}^T (\boldsymbol{\sigma}')^t dV$ pode ser relacionado da seguinte forma:

$$\int_V \mathbf{B}^T (\boldsymbol{\sigma}')^t dV \equiv \int_V \mathbf{B}^T (\boldsymbol{\sigma}')^{t-\Delta t} dV + \mathbf{K}_T (\hat{\mathbf{u}}^t - \hat{\mathbf{u}}^{t-\Delta t}) \quad (3.81)$$

A matriz de rigidez da fase sólida é dada pela seguinte expressão:

$$\mathbf{K}_T \equiv \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D}_{ep} \mathbf{B} dV \quad (3.82)$$

sendo \mathbf{D}_{ep} a matriz constitutiva elasto-plástica do material. A relação entre as variáveis discretas para os tempos t e $t + \Delta t$ é definida a seguir, para uma iteração geral i , como:

$$\ddot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t^{(i)}} = \frac{1}{\beta\Delta t^2} \Delta\hat{\mathbf{u}}^{(i-1)} - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t \quad (3.83)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t^{(i)}} = \frac{\delta}{\beta\Delta t} \Delta\hat{\mathbf{u}}^{(i-1)} + \left(1 - \frac{\delta}{\beta}\right) \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{\delta}{2\beta}\right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t \Delta t \quad (3.84)$$

$$\hat{\mathbf{u}}^{t+\Delta t^{(i)}} = \Delta\hat{\mathbf{u}}^{(i-1)} + \hat{\mathbf{u}}^t \quad (3.85)$$

onde $\Delta\hat{\mathbf{u}}$ é o incremento dos deslocamentos no intervalo de tempo Δt e β é um parâmetro que define a variação da aceleração nesse intervalo. Quando $\beta = 1/4$, essa variação é constante, enquanto δ deve ser maior a 0.5 por razões de estabilidade. Para a variável de poropressão, adotou-se uma integração de primeira ordem (Takahashi, 2002), como:

$$\dot{\hat{\mathbf{p}}}^{t+\Delta t^{(i)}} = \frac{1}{\tilde{\theta}\Delta t} \Delta\hat{\mathbf{p}}^{(i-1)} - \frac{1-\tilde{\theta}}{\tilde{\theta}} \dot{\hat{\mathbf{p}}}^t \quad (3.86)$$

$$\hat{\mathbf{p}}^{t+\Delta t^{(i)}} = \Delta\hat{\mathbf{p}}^{(i-1)} + \hat{\mathbf{p}}^t \quad (3.87)$$

onde $\Delta\hat{\mathbf{p}}$ define o incremento da poro-pressão no intervalo Δt e $\tilde{\theta}$ é um parâmetro que define a regra de integração adotada. Quando $\tilde{\theta} = 1/2$, obtêm-se o método de diferenças centrais.

3.3.3 Método para a solução do sistema de equações.

A Eq. (3.83), Eq. (3.84) e Eq. (3.85) são substituídas na Eq. (3.78) para obter os acréscimos em deslocamentos e poropressões a partir das quantidades definidas no tempo t . A simetria do sistema matricial é obtida após a multiplicação do termo $-\beta\Delta t/\delta$ na segunda equação de equilíbrio. Para obter um primeiro passo de solução ou uma primeira estimativa para os incrementos de deslocamentos $\Delta\hat{\mathbf{u}}^0$ e poro-pressões $\Delta\hat{\mathbf{p}}^0$, num passo de tempo Δt , utilizou-se a expressão estabelecida em Takahashi (2002), a ser definida como:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{u}}^0 \\ \Delta \hat{\mathbf{p}}^0 \end{Bmatrix} = \hat{\mathbf{K}}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_u^{t+\Delta t} - \mathbf{M} \left\{ -\frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{u}}^t + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{\mathbf{u}}^t \right\} - \\ \mathbf{C} \left\{ \left(1 - \frac{\delta}{\beta}\right) \dot{\mathbf{u}}^t + \left(1 - \frac{\delta}{2\beta}\right) \ddot{\mathbf{u}}^t \Delta t \right\} - \int_V \mathbf{B}^T (\boldsymbol{\sigma}')^t dV + \mathbf{Q} \hat{\mathbf{p}}^t \\ - \frac{\beta \Delta t}{\delta} \left[\mathbf{f}_p^{t+\Delta t} - \mathbf{Q}^T \left\{ \left(1 - \frac{\delta}{\beta}\right) \dot{\mathbf{u}}^t + \left(1 - \frac{\delta}{2\beta}\right) \ddot{\mathbf{u}}^t \Delta t \right\} + \frac{(1-\tilde{\theta})}{\tilde{\theta}} \mathbf{S} \dot{\mathbf{p}}^t - \mathbf{H} \hat{\mathbf{p}}^t \right] \end{Bmatrix} \quad (3.88)$$

com,

$$\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\delta}{\beta \Delta t} \mathbf{C} + \mathbf{K}_T & -\mathbf{Q} \\ -\mathbf{Q}^T & -\frac{\beta \Delta t}{\delta} \left(\frac{1}{\tilde{\theta} \Delta t} \mathbf{S} + \mathbf{H} \right) \end{bmatrix} \quad (3.89)$$

Se o método de rigidez inicial é utilizado (Takahashi, 2002; Soares, 2013), então a matriz de rigidez tangente do sistema \mathbf{K}_T é calculada a partir da Eq. (3.90) e mantida constante ao longo do processo não-linear iterativo.

$$\mathbf{K}_T \equiv \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D}_e \mathbf{B} dV \quad (3.90)$$

onde \mathbf{D}_e é a matriz constitutiva elástica do material. A força residual correspondente à iteração $i-1$ é definida da seguinte maneira:

$$\mathbf{r}^{(i-1)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_u^{t+\Delta t} - \left(\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}^{t+\Delta t(i-1)} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}^{t+\Delta t(i-1)} + \int_V \mathbf{B}^T (\boldsymbol{\sigma}')^{t+\Delta t(i-1)} dV - \mathbf{Q} \hat{\mathbf{p}}^{t+\Delta t(i-1)} \right) \\ \mathbf{f}_p^{t+\Delta t} - \left(\mathbf{Q}^T \dot{\mathbf{u}}^{(i-1)} + \mathbf{S} \dot{\mathbf{p}}^{t+\Delta t(i-1)} + \mathbf{H} \hat{\mathbf{p}}^{t+\Delta t(i-1)} \right) \end{Bmatrix} \quad (3.91)$$

A seguir na Tabela 3.1 se define os passos do algoritmo não-linear dinâmico poro-plástico implementado nesta tese. A nomenclatura utilizada corresponde ao caso de grandes deformações e grandes deslocamentos de acordo à formulação de Lagrange Atualizada (visando futuros trabalhos). Para o caso de pequenas deformações, apenas é necessário retirar o sobrescrito ao direito das matrizes correspondentes.

Tabela 3.1: Algoritmo dinâmico não-linear (Takahashi, 2002)

1. Valores iniciais: $\hat{\mathbf{p}}^0, (\boldsymbol{\sigma}')^0, \hat{\mathbf{u}}^0, \ddot{\mathbf{u}}^0$ para $t=0$
2. Passo de tempo Δt , começa com t
3. Calcular: $\mathbf{M}^t, \mathbf{C}^t, (\mathbf{K}_T)^t, \mathbf{Q}^t, \mathbf{S}^t, \mathbf{H}^t$ para $\hat{\mathbf{u}}^t, \hat{\mathbf{p}}^t$ se for necessário.
4. Calcular a matriz de rigidez efetiva se for necessário:

$$\hat{\mathbf{K}}^t = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta\Delta t^2} \mathbf{M}^t + \frac{\delta}{\beta\Delta t} \mathbf{C}^t + (\mathbf{K}_T)^t & -\mathbf{Q}^t \\ -(\mathbf{Q}^t)^T & -\frac{\beta\Delta t}{\delta} \left(\frac{1}{\tilde{\theta}\Delta t} \mathbf{S}^t + \mathbf{H}^t \right) \end{bmatrix}$$

onde:

$$(\mathbf{K}_T)^t = \int_V (\mathbf{B}^t)^T \mathbf{D}_e (\mathbf{B}^t) dV \quad (\text{se for método de rigidez constante})$$

$$(\mathbf{K}_T)^t = \int_V (\mathbf{B}^t)^T \mathbf{D}_{ep} (\mathbf{B}^t) dV \quad (\text{se for método de rigidez variável})$$

5. Calcular previsão de incrementos de deslocamentos e poropressões:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\hat{\mathbf{u}}^0 \\ \Delta\hat{\mathbf{p}}^0 \end{Bmatrix} = (\hat{\mathbf{K}}^t)^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_u^{t+\Delta t} - \mathbf{M}^t \left\{ -\frac{1}{\beta\Delta t} \dot{\mathbf{u}}^t + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{\mathbf{u}}^t \right\} - \\ \mathbf{C}^t \left\{ \left(1 - \frac{\delta}{\beta}\right) \dot{\mathbf{u}}^t + \left(1 - \frac{\delta}{2\beta}\right) \ddot{\mathbf{u}}^t \Delta t \right\} - \int_V (\mathbf{B}^t)^T (\boldsymbol{\sigma}')^t dV + \mathbf{Q}\hat{\mathbf{p}}^t \\ -\frac{\beta\Delta t}{\delta} \left[\mathbf{f}_p^{t+\Delta t} - (\mathbf{Q}^t)^T \left\{ \left(1 - \frac{\delta}{\beta}\right) \dot{\mathbf{u}}^t + \left(1 - \frac{\delta}{2\beta}\right) \ddot{\mathbf{u}}^t \Delta t \right\} + \frac{(1-\tilde{\theta})}{\tilde{\theta}} \mathbf{S}^t \dot{\mathbf{p}}^t - \mathbf{H}^t \hat{\mathbf{p}}^t \right] \end{Bmatrix}$$

6. Atualização dos deslocamentos, velocidades, acelerações para a fase sólida e poropressões e taxas de poropressões:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}^{t+\Delta t(0)} &= \Delta\hat{\mathbf{u}}^{(0)} + \hat{\mathbf{u}}^t & ; \quad \hat{\mathbf{p}}^{t+\Delta t(0)} &= \Delta\hat{\mathbf{p}}^{(0)} + \hat{\mathbf{p}}^t \\ \dot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t(0)} &= \frac{\delta}{\beta\Delta t} \Delta\hat{\mathbf{u}}^{(i)} + \left(1 - \frac{\delta}{\beta}\right) \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{\delta}{2\beta}\right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t \Delta t & ; \quad \dot{\hat{\mathbf{p}}}^{t+\Delta t(0)} &= \frac{1}{\tilde{\theta}\Delta t} \Delta\hat{\mathbf{p}}^{(0)} - \frac{1-\tilde{\theta}}{\tilde{\theta}} \dot{\hat{\mathbf{p}}}^t \\ \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t(0)} &= \frac{1}{\beta\Delta t^2} \Delta\hat{\mathbf{u}}^{(0)} - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t \end{aligned}$$

7. Passo iterativo, inicializa com $i=1$

8. Atualização das tensões com o modelo constitutivo ao nível de elemento com $\{(\boldsymbol{\sigma}')^t\}^R$ sendo a parcela que considera o efeito da rotação de corpo rígido (ver seção 4.3.2) e \mathbf{D}_{ep} é a matriz elasto-plástica avaliada com a tensão efetiva corrente (que para a primeira iteração é $(\boldsymbol{\sigma}')^t$):

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}^{t+\Delta t(i-1)} \Delta \hat{\mathbf{u}}^{t+\Delta t(i-1)}$$

$$(\boldsymbol{\sigma}')^{t+\Delta t(i-1)} = (\boldsymbol{\sigma}')^t + \mathbf{D}_{ep} \Delta \boldsymbol{\varepsilon} + \left\{ (\boldsymbol{\sigma}')^t \right\}^R$$

9. Cálculo de forças residuais:

$$\mathbf{r}^{(i-1)} = \begin{cases} \mathbf{f}_u^{t+\Delta t} - \left(\mathbf{M}^{t+\Delta t(i-1)} \ddot{\mathbf{u}}^{t+\Delta t(i-1)} + \mathbf{C}^{t+\Delta t(i-1)} \dot{\mathbf{u}}^{t+\Delta t(i-1)} + \int_V \left(\mathbf{B}^{t+\Delta t(i-1)} \right)^T (\boldsymbol{\sigma}')^{t+\Delta t(i-1)} dV + \mathbf{Q}^{t+\Delta t(i-1)} \hat{\mathbf{p}}^{t+\Delta t} \right. \\ \left. \mathbf{f}_p^{t+\Delta t} - \left(\left(\mathbf{Q}^{t+\Delta t(i-1)} \right)^T \dot{\mathbf{u}}^{t+\Delta t(i-1)} + \mathbf{S}^{t+\Delta t(i-1)} \dot{\hat{\mathbf{p}}}^{t+\Delta t(i-1)} + \mathbf{H}^{t+\Delta t(i-1)} \hat{\mathbf{p}}^{t+\Delta t(i-1)} \right) \right) \end{cases}$$

10. Cálculos dos incrementos de deslocamentos e poropressões:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \tilde{\mathbf{u}}^{(i)} \\ \Delta \tilde{\mathbf{p}}^{(i)} \end{Bmatrix} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{r}^{(i-1)}$$

11. Atualização do incremento de deslocamentos e poropressões:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(i)} \\ \Delta \hat{\mathbf{p}}^{(i)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(i-1)} \\ \Delta \hat{\mathbf{p}}^{(i-1)} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Delta \tilde{\mathbf{u}}^{(i)} \\ \Delta \tilde{\mathbf{p}}^{(i)} \end{Bmatrix}$$

12. Atualização dos deslocamentos, velocidades e acelerações para a fase sólida:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}^{t+\Delta t(i)} &= \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(i)} + \hat{\mathbf{u}}^t & ; \quad \hat{\mathbf{p}}^{t+\Delta t(i)} &= \Delta \hat{\mathbf{p}}^{(i-1)} + \hat{\mathbf{p}}^t \\ \dot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t(i)} &= \frac{\delta}{\beta \Delta t} \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(i)} + \left(1 - \frac{\delta}{\beta} \right) \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{\delta}{2\beta} \right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t \Delta t & ; \quad \dot{\hat{\mathbf{p}}}^{t+\Delta t(i)} &= \frac{1}{\tilde{\theta} \Delta t} \Delta \hat{\mathbf{p}}^{(i-1)} - \frac{1 - \tilde{\theta}}{\tilde{\theta}} \dot{\hat{\mathbf{p}}}^t \\ \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^{t+\Delta t(i)} &= \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(i)} - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \left(1 - \frac{1}{2\beta} \right) \ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t \end{aligned}$$

13. A norma de energia na iteração i se define da seguinte maneira:

$$\xi^i \equiv \begin{Bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{u}}^{(i)} \\ \Delta \hat{\mathbf{p}}^{(i)} \end{Bmatrix}^T \mathbf{r}^{(i-1)}$$

Caso $\xi^i > tol$, onde tol é uma tolerância determinada pelo usuário, o processo iterativo continua no passo 7. De outra maneira, vai para o seguinte passo do tempo fazendo $t = t + \Delta t$ (passo número 2). No caso de pequenas deformações e em análises transientes de curta duração, a porosidade pode ser mantida constante, atualizada em cada passo de tempo ou cada certo número de intervalos. Para o caso de grandes deformações, é indispensável atualizar as variáveis de porosidade, densidade, permeabilidade e as coordenadas cartesianas da configuração de referencia.

3.4 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Nesta seção são apresentados exemplos de aplicação relacionados à modelagem numérica de problemas dinâmicos não sísmicos e de consolidação encontrados na literatura. Algumas análises envolvem comportamentos elasto-plásticos para a massa de solo; nesses casos, modelos constitutivos clássicos como aqueles de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager são utilizados. Na seção 4.1.1 do capítulo seguinte, é feita uma descrição mais detalhada dos parâmetros utilizados por esses modelos.

3.4.1 Consolidação de solo sob fundação flexível lisa (Manoharan e Dasgupta 1995)

Neste exemplo, a fundação flexível analisada em Manoharan e Dasgupta (1995) é estudada. Supõe-se que a fundação é flexível, lisa e impermeável com uma largura $a = 3\text{m}$ (Vide Fig. 3.3). A malha de elementos finitos utilizada nesse trabalho se compõe de 70 elementos finitos hexaédricos de 20-8 nós (Vide Fig. 3.4). A parte inferior do modelo é rugosa e restrita para o movimento horizontal e vertical; os planos verticais são considerados lisos e restringidos na direção normal ao plano. É importante estabelecer que na referida referência, utilizou-se elementos finitos de deformação plana de 8-4 nós como se mostra na Fig. 3.3a. Uma carga uniformemente distribuída de $P_o = 100\text{ kPa}$ é aplicada no tempo adimensional $T_v = 0.01$ sob a área da fundação, seguindo a distribuição mostrada na Fig. 3.3b. Considera-se que o plano horizontal superior não tem carregamento e que os planos verticais e o plano correspondente à base do solo de fundação, são impermeáveis. O solo de fundação é considerado homogêneo e sem peso seguindo a lei associada de Mohr-Coulomb. As propriedades são: módulo de elasticidade do solo $E = 2000\text{ kPa}$; coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$; coesão $c = 10\text{ kPa}$; ângulo de atrito $\phi = 20^\circ$; ângulo de dilatância $\psi = 20^\circ$ e coeficiente de permeabilidade $k = 0.00001\text{ m/dia}$. Os resultados finais são apresentados em termos de $T_v = G.k.t / \gamma_f.a^2(1-2\nu)$, onde G é o módulo ao cisalhamento do solo e γ_f é o peso específico do fluido. Na Fig. 3.4 se mostram a malha de elementos finitos utilizada neste trabalho e sua deformada magnificada ao final da análise.

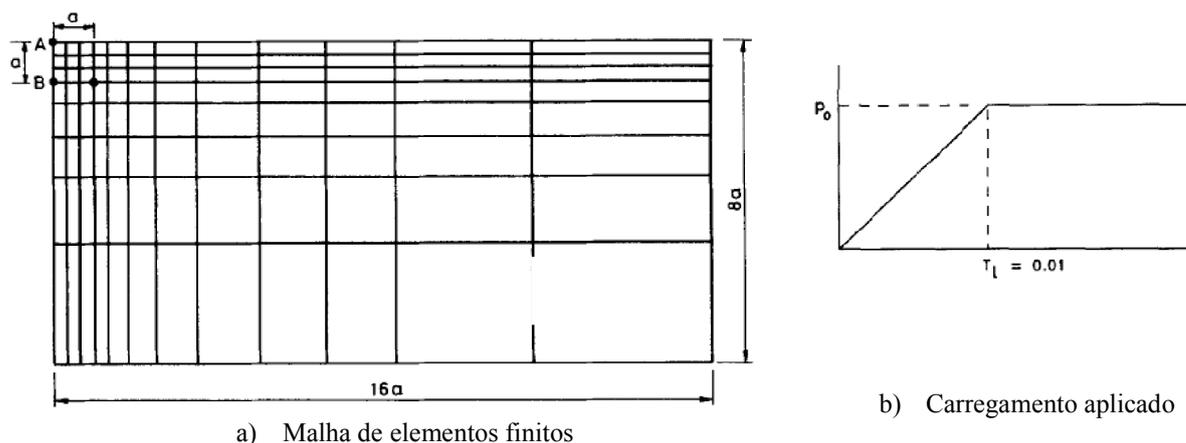


Figura 3.3: Malha de elementos finitos e carregamento utilizado em Manoharan e Dasgupta (1995)

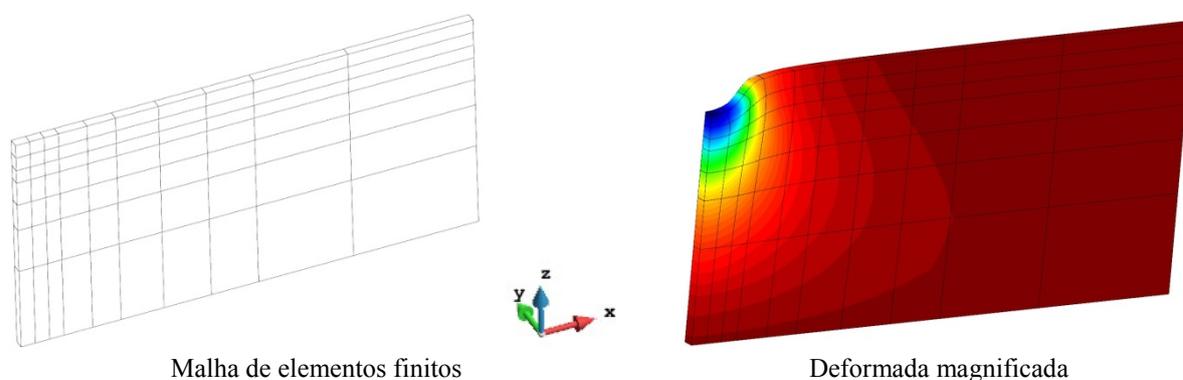


Figura 3.4: Malha de elementos finitos e deformada magnificada ao final da análise utilizadas neste trabalho

A variação do excesso de poropressão sob a fundação (ponto A, Vide Fig. 3.3), obtido no presente trabalho, é mostrada na Fig. 3.5 para a análise poro-elástica e poro-plástica, respectivamente. Na Fig. 3.6 é mostrado o progresso do recalque para os pontos localizados no centro (ponto B) e no limite imediatamente sob a fundação, considerando uma análise elástica e elasto-plástica, respectivamente. Idênticos resultados foram obtidos em Manoharan e Dasgupta (1995) para todas estas curvas.

Na Fig. 3.7a é mostrada a variação do excesso de poropressão na direção horizontal da massa do solo para uma profundidade de 3 m para vários tempos de análise considerando o solo como um material elasto-plástico. Na Fig. 3.7b é mostrada a variação do excesso de poropressão com a profundidade do solo. Os padrões obtidos nestas figuras são idênticos aos fornecidos em Manoharan e Dasgupta (1995).

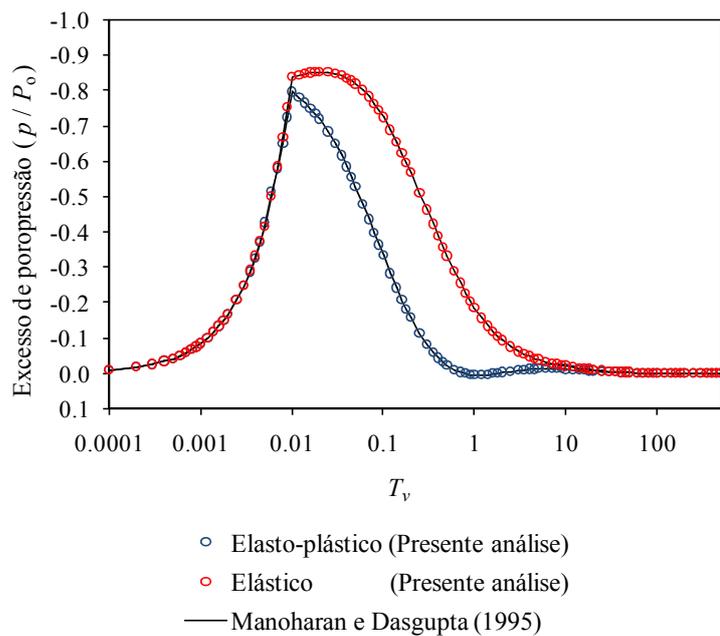


Figura 3.5: Dissipação do excesso de poropressão no nó A

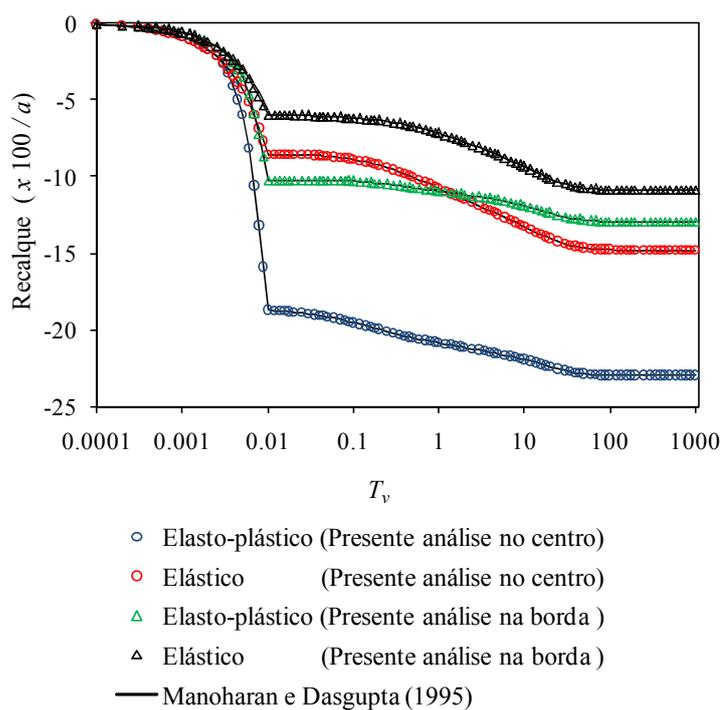


Figura 3.6: Recalque de consolidação no centro e no limite da fundação

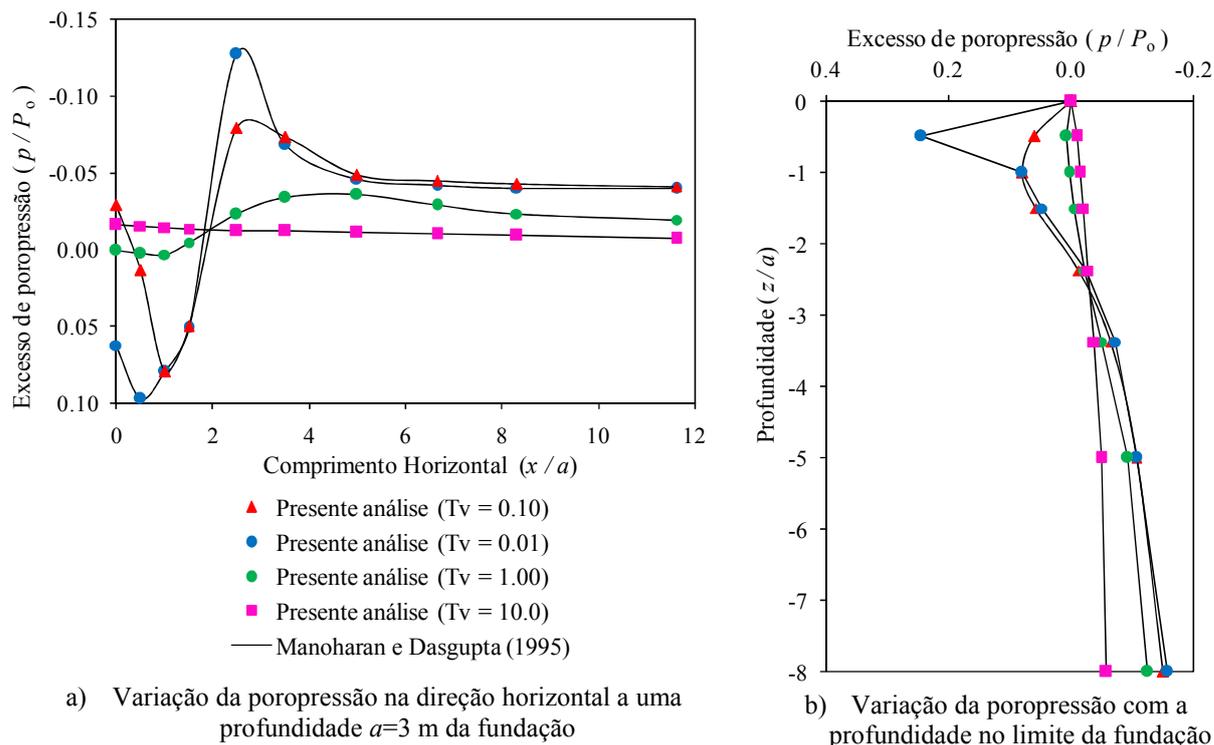


Figura 3.7: Variação da poropressão na direção horizontal e com a profundidade

3.4.2 Análise dinâmica de solo saturado sob fundação flexível (Soares,2004)

Esse exemplo foi proposto e estudado em Soares (2004) e Soares *et al.* (2006) utilizando elementos finitos planos de quatro nós para a fase sólida e para a fase de fluido (4-4 nós), respectivamente. Um modelo esquemático do problema considerado, malha de elementos finitos e tipo de carregamento utilizados nessa referência são apresentados na Fig. 3.8. Nesse trabalho, faz-se uso da simetria do modelo quando da análise numérica, adotando 100 elementos finitos hexaédricos de 8-8 nós (Vide Fig. 3.9). A base é restrita em todas as direções, enquanto os movimentos normais às faces verticais exteriores do modelo são restritos. Nenhum tipo de amortecimento tem sido utilizado neste exemplo. Estudos referentes ao tamanho dos elementos finitos e às condições de contorno necessárias para minimizar problemas de reflexão de ondas são desconsiderados. Os modelos aqui analisados são especificados a seguir:

- Modelo 1 (Soares, 2004) : A superfície superior do modelo é considerada drenada, com condição de contorno nula de poropressão; as demais superfícies do solo são consideradas não-drenadas. As propriedades do solo são: $\nu = 0.2$ (Poisson); $E=10^7$ N/m² (Módulo de Young); $\rho_s = 2.4$ kN.seg.²/m⁴ (massa específica-fase sólido); $\rho_f = 1.0$

$\text{kN}\cdot\text{seg}^2/\text{m}^4$ (massa específica-fase fluido); $n=0.35$ (porosidade); $k'=10^{-7} \text{ m}^4/\text{N}\cdot\text{seg}$. (permeabilidade absoluta), sendo os módulos de deformação volumétrica dados por $K_s \rightarrow \infty$ (fase sólido) e $K_f=3.3 \times 10^9 \text{ Pa}$ (fase fluido). Análise elasto-plástica é considerada, sendo o critério de Mohr-Coulomb adotado, onde $c=200 \text{ N}/\text{m}^2$ (coesão) e $\phi=10^\circ$ (ângulo interno de atrito).

- Modelo 2 (Soares, 2004; Soares *et al.*, 2006): Semelhante ao modelo 1, sendo a superfície sob o carregamento aplicado considerada como não drenada.

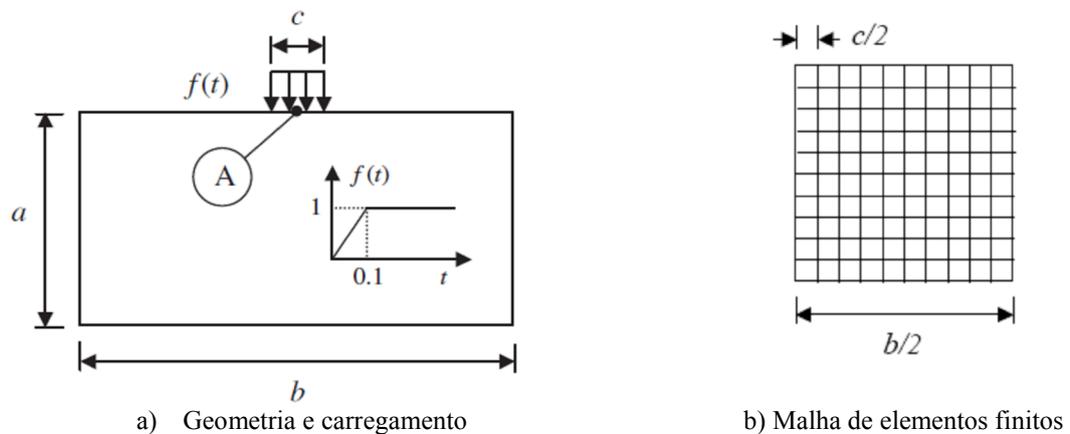


Figura 3.8: Ilustração do problema de fundação sob solo elasto-plástico obtido de Soares (2004)

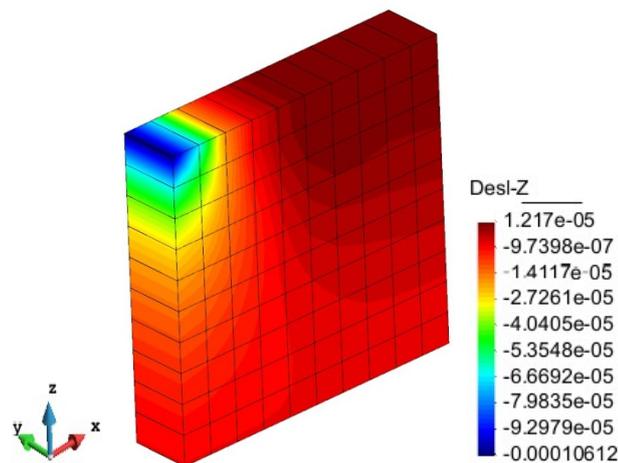


Figura 3.9: Malha de elementos finitos: deslocamento vertical (m) para $t=0.4 \text{ seg}$. (Presente análise)

Resultados para os deslocamentos verticais no ponto A para os modelos 1 e 2, obtidos no presente trabalho, são apresentados na Fig. 3.10 e Fig. 3.11, respectivamente. Esses resultados

são idênticos aos obtidos no trabalho de Soares (2004), tanto para a análise elástica como elasto-plástica.

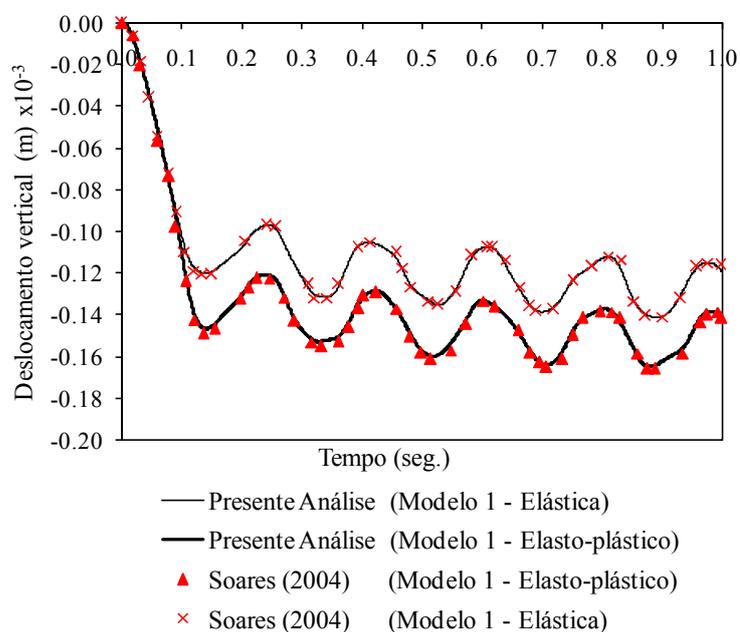


Figura 3.10: Deslocamento no ponto A para modelo 1

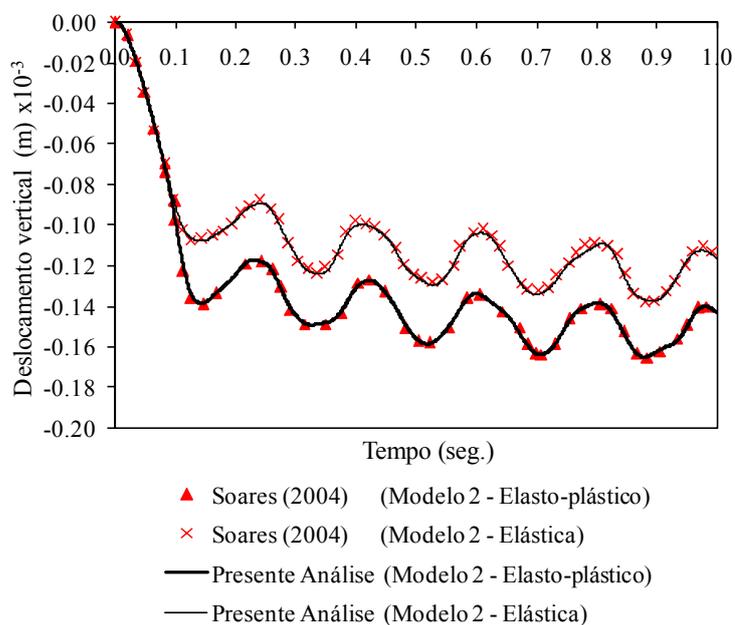


Figura 3.11: Deslocamento no ponto A para modelo 2

Resultados referentes à variação do excesso de poro-pressão no domínio do solo para um tempo de análise $t = 0.40$ seg. obtidos com o presente modelo numérico são mostrados na Fig. 3.12. Como se pode apreciar, o padrão de distribuição é similar aos apresentados por

Soares (2004) na Fig. 3.13, onde nenhum tipo de oscilação indesejada no campo de poropressões é informado.

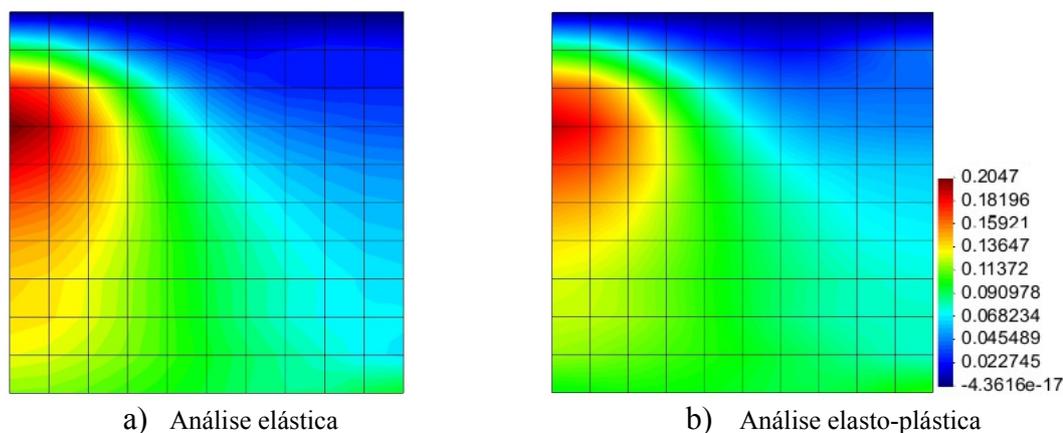


Figura 3.12: Excesso de poropressões (kPa) ao longo da malha ($t=0.40$ seg.) para o modelo 2 obtido no presente trabalho

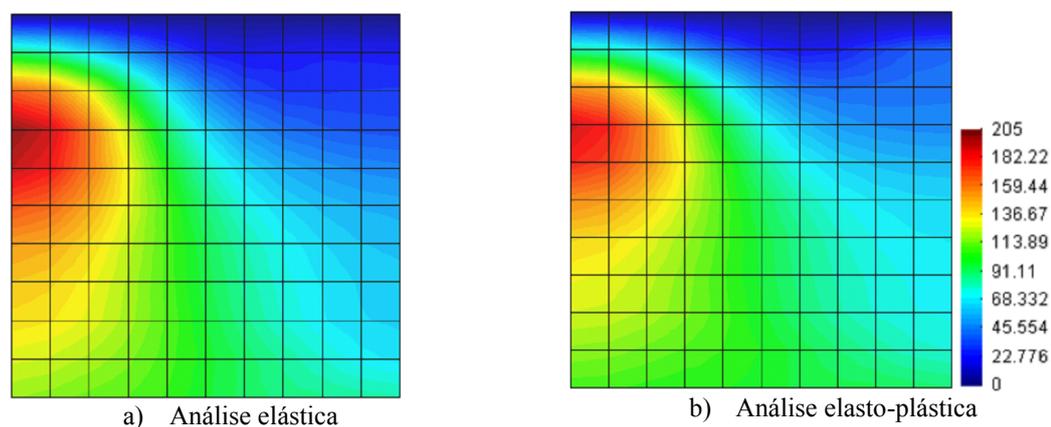


Figura 3.13: Excesso de poropressões ($\times 10^{-3}$, kPa) ao longo da malha ($t=0.40$ seg.) para o modelo 2 obtido por Soares (2010)

3.4.3 *Análise de fundação submetido a carregamento quase-estático (McGann, 2013)*

Uma análise é realizada para o problema mostrado na Fig. 3.14. Aqui, o carregamento de 350 kPa é aplicado numa área de 9 m² de forma linear progressiva até um tempo de 0.1 seg., sendo logo mantido constante até um tempo final de análise de 5 seg. Este exemplo foi proposto por McGann (2013) para estudar o comportamento numérico dos elementos hexaédricos de 8 nós com um ponto de integração em solo com comportamento elástico.

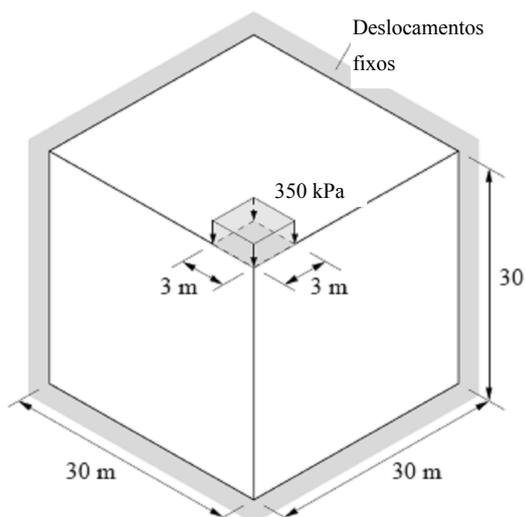
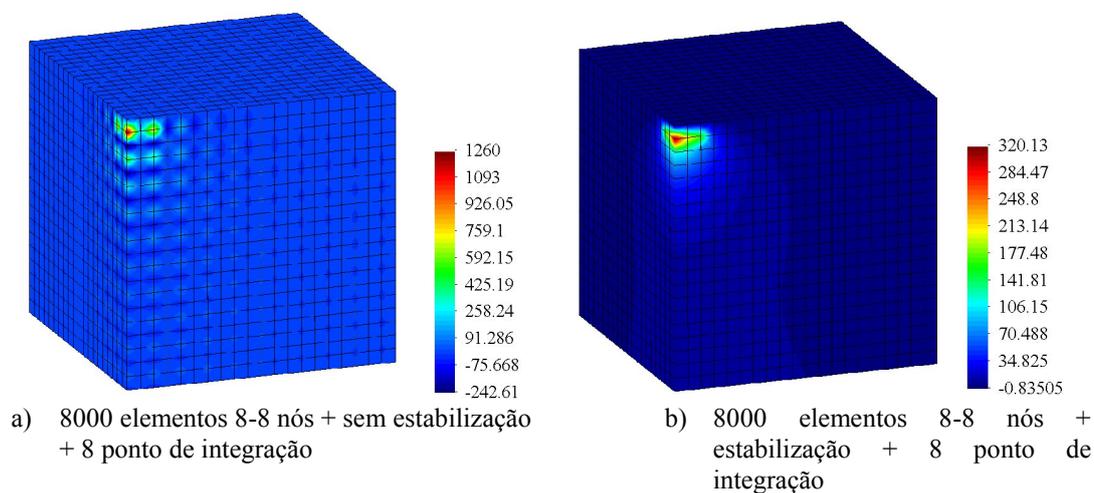


Figura 3.14: Geometria para solo de fundação flexível (obtido de McGann, 2013)

Considera-se para as análises, apenas a situação com permeabilidade nula. As distribuições espaciais dos excessos de poropressão para 5 seg. são comparados para os diferentes tipos de elementos considerados. A Fig. 3.15a mostra o campo de poropressão para o elemento de 8-8 nós sem estabilização. A instabilidade observada é esperada para este caso. Os resultados correspondentes para o elemento de 8-8 nós com estabilização ($\alpha_o = 0.20$) são mostrados na Fig. 3.15b. O efeito de estabilização na solução é dramática para este caso e também para o caso do elemento 8-8 nós com um ponto de integração (*SSPbrickUP*) mostrado na Fig. 3.15c. O efeito de estabilização faz com que os resultados sejam comparáveis aos obtidos com o elemento de 20-8 (Vide Fig. 3.15d). Os resultados do elemento de 20-8 nós representam uma base de comparação estável e portanto permite validar a efectividade dos esquemas de estabilização implementados.



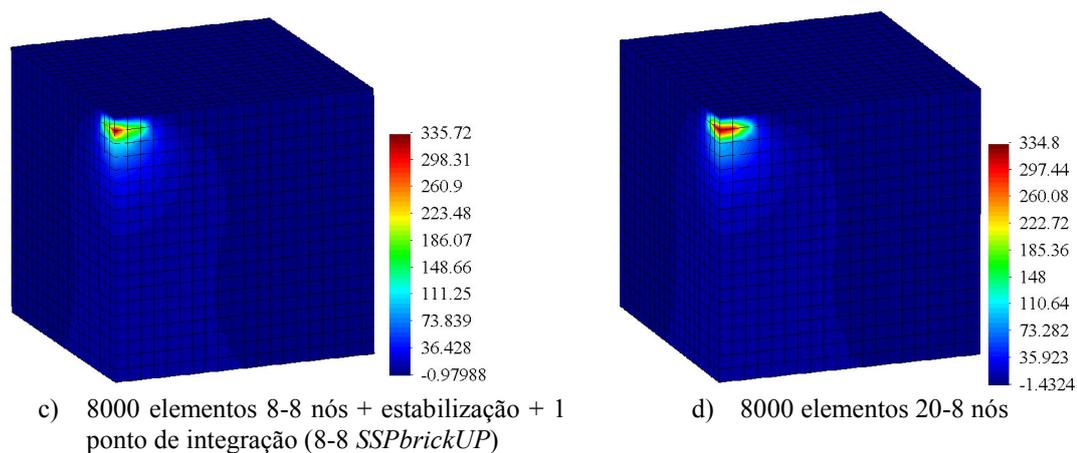


Figura 3.15: Excesso de poropressões (kPa) no domínio do solo

Na Fig. 3.16 é mostrado o desenvolvimento do excesso de poropressão com a profundidade, na localização do eixo de simetria para os diferentes tipos de elementos adotados. Como se pode apreciar a estabilização permite conseguir resultados bastante estáveis.

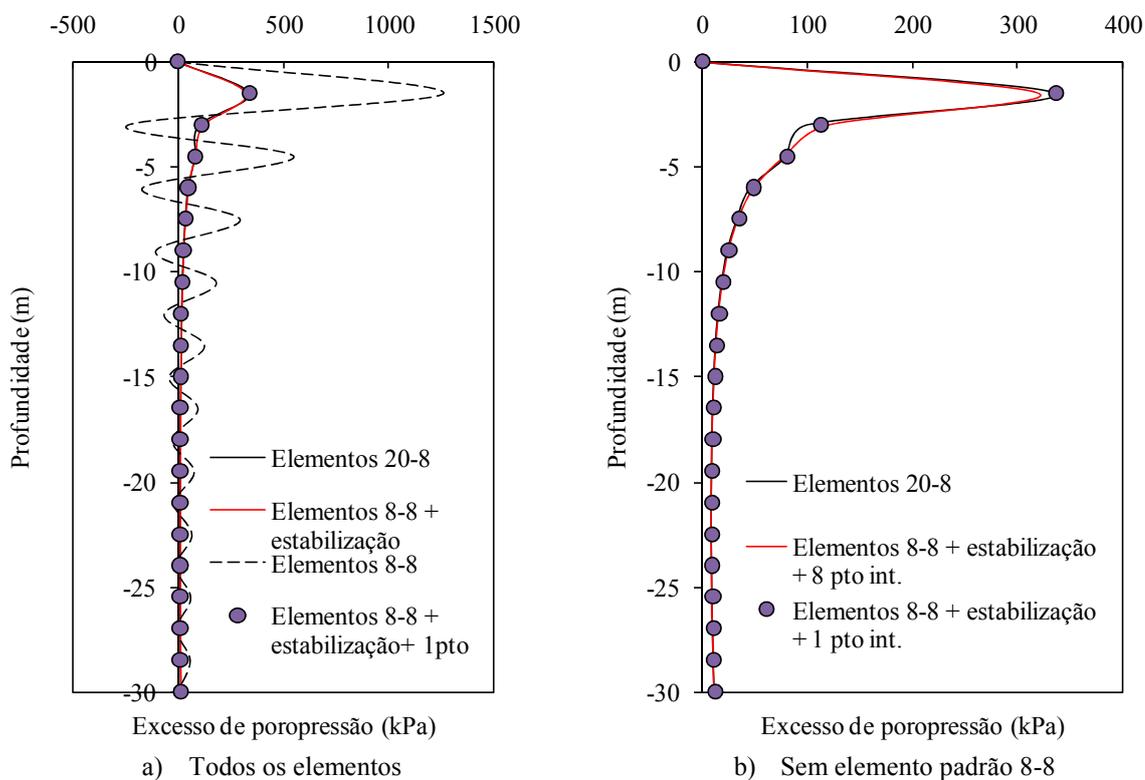


Figura 3.16: Variação do excesso de poropressões (kPa) com a profundidade para a linha de simetria (1 seg. de análise)

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DE PROBLEMAS DE GEOTECNIA

4.1 INTRODUÇÃO

Os objetivos principais deste capítulo podem-se resumir em duas partes: a) a abordagem teórica e numérica de temas complementares (no sentido de complementar os temas desenvolvidos em outros capítulos, porém não de menor importância na engenharia geotécnica) que permitam realizar análises mais adequadas de problemas de geotecnia. Alguns dos temas apresentados serão diretamente aplicados à modelagem numérica de problemas de carregamento de terremoto em massas de solos saturados e para problemas de interação solo-estaca a ser apresentados no capítulo cinco e sete, respectivamente, enquanto outros temas são desenvolvidos parcialmente visando futuras pesquisas; b) continuar com a validação numérica do programa de elementos finitos desenvolvido nesta tese mediante a modelagem numérica de problemas típicos de geotecnia sob pequenas e grandes deformações utilizando modelos constitutivos clássicos.

Em relação ao primeiro objetivo, um breve resumo das funções de escoamento dos modelos de Tresca, Von Mises, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager e o modelo proposto em Sandler e Rubin (1977) denominado na literatura inglesa do tema como “*Cap model*”, são apresentados conjuntamente com seus parâmetros. A seguir, uma descrição teórica do tema de grandes deformações aplicada a materiais sólidos de uma fase (esqueleto sólido de um meio poroso) e sua formulação matricial, visando sua implementação numérica no método dos elementos finitos, são apresentadas. Posteriormente, uma breve descrição dos tipos de condições de contorno utilizados por alguns pesquisadores para minimizar problemas de reflexão de ondas em situações de carregamento dinâmico é descrita. Justificativas para o tipo de condição de contorno adotada neste trabalho são também achadas nessa seção. Finalmente, uma breve descrição dos tipos de cravação de estacas comumente utilizados na construção de

obras civis são comentados e relacionados ao cálculo de tensões iniciais. O tipo de aproximação numérica adotada neste trabalho para o cálculo de tensões iniciais é também descrita.

Em relação ao segundo objetivo, problemas geotécnicos referentes aos tópicos descritos acima são analisados com o programa de elementos finitos implementado nesta tese. Desta maneira, pretende-se validar os módulos do programa já implementados, enquanto outros módulos são parcialmente desenvolvidos visando futuras análises. Para manter compatibilidade com as definições previamente estabelecidas no capítulo anterior, considera-se que as formulações desenvolvidas aqui são expressas em termos de tensões efetivas. Porém, por claridade nas expressões tensoriais, o sobrescrito, $'$, que caracteriza a nomenclatura de tensões efetivas é retirado neste capítulo.

4.2 DESCRIÇÃO DE MODELOS CONSTITUTIVOS CLÁSSICOS PARA A MODELAGEM DO SOLO SOB EFEITOS ESTÁTICOS E DINÂMICOS

Alguns autores ainda utilizam, por simplicidade, modelos constitutivos clássicos para a análise numérica de problemas de geotecnia, principalmente para determinar carregamentos últimos de ruptura mas que trajetórias de ruptura. Dentro desses modelos clássicos, têm-se os modelos constitutivos de Tresca, Von Mises, geralmente utilizados para a simulação de solos argilosos, e os modelos de Mohr-Coulomb, Drucker-Prager e o modelo denominado “*Cap model*”, para a simulação de areias. Todos esses modelos são desenvolvidos utilizando a teoria clássica de plasticidade e apresentam formulações bastante simples que podem ser encontrados em vários textos do tema (Chen e Mizuno, 1990; De Souza Neto *et al.*, 2008, entre outros). No caso do denominado modelo “*Cap Model*”, esse também é utilizado para a modelagem de processos de liquefação em solos arenosos com relativo êxito (Sarkar, 2009). Não obstante, problemas de liquefação serão abordados em detalhe no seguinte capítulo através do modelo constitutivo chamado *PZ-Mark III* (Pastor *et al.*, 1990). Defina-se uma regra de fluxo associativo quando a função de escoamento e de potencial plástico são coincidentes entre si, caso contrário a regra é não associada. Na Fig. 4.1 são mostradas as superfícies de escoamento dos modelos clássicos estudados aqui, tanto no espaço de tensões principais como no plano desviador. Na Tabela 4.1, é apresentado um resumo das principais variáveis envolvidas nas formulações destes modelos, maiores detalhes podem ser encontrados em Hinton e Owen (1980) e De Souza Neto *et al.* (2008).

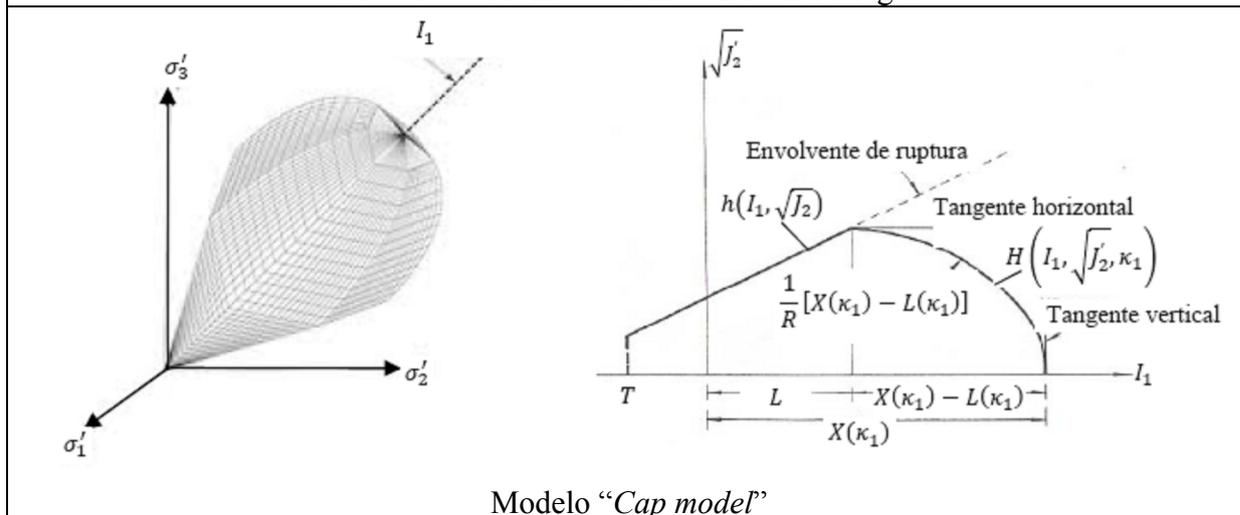
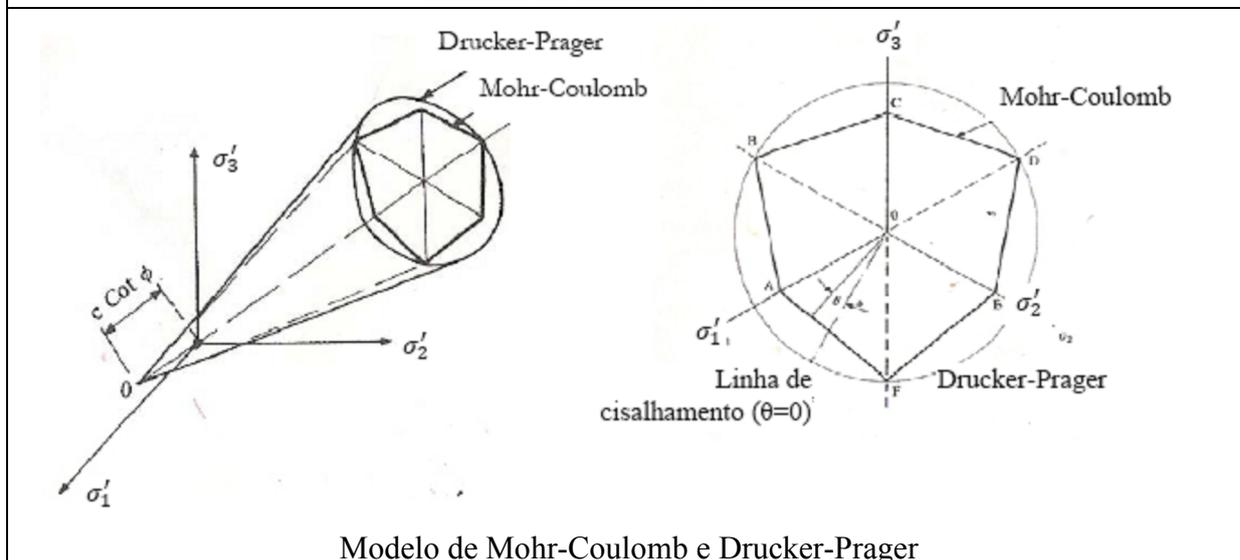
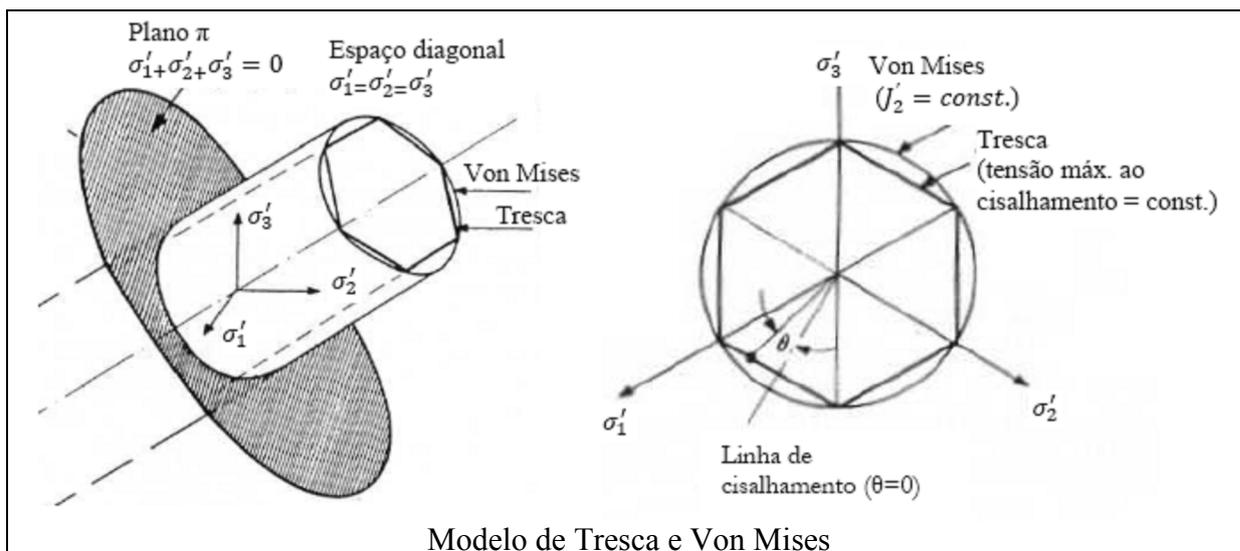


Figura 4.1: Superfícies de escoamento de modelos clássicos de plasticidade

Tabela 4.1: Formulações de leis de escoamento

Função de escoamento	Modelo
$2(J'_2)^{\frac{1}{2}} \cos \theta = \sigma_Y(k)$	Tresca
$\frac{2}{3}(J'_2)^{\frac{1}{2}} = \sigma_Y(k)$	Von Mises
$\frac{1}{3} I_1 \sin \phi + (J'_2)^{\frac{1}{2}} \left[\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \phi \right] = c \cdot \cos \phi$	Mohr-Coulomb
$\alpha I_1 + (J'_2)^{\frac{1}{2}} = \beta$	Drucker - Prager
$h(I_1, \sqrt{J'_2}) = \sqrt{J'_2} - \alpha I_1 - \beta$ $h(I_1, \sqrt{J'_2}, k_1) = \sqrt{J'_2} - \frac{1}{\tilde{R}} \left\{ [X(k_1) - L(k_1)]^2 - [I_1 - L(k_1)^2] \right\}^{1/2}$	"Cap model"

onde:

θ : ângulo de Lode

ϕ : ângulo de atrito

J'_2 : segunda invariante das tensões desviadoras

I_1 : primeira invariante de tensões

σ_Y : tensão de escoamento

k : parâmetro de endurecimento

c : coesão

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} ; \beta = \frac{6c \cdot \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \text{ (Drucker - Prager; "Cap mode)}$$

$$X(k_1) = -\frac{1}{D} \ln \left(1 - \frac{k_1}{W} \right); k_1 = W(1 - e^{-X(k_1)D})$$

W : constante do material (por exemplo, $W = 0.30\%$)

D : constante do material (por exemplo, $D = 1.262 \times 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$)

\tilde{R} : parâmetro do modelo (por exemplo, $\tilde{R} = 4.0$)

T : limite por tração (por exemplo, $T = 0.0$)

$L(k_1)$: parâmetro do modelo (Vide Figura anterior)

X_0 : posição inicial de $X(k_1)$ (por exemplo, $X_0 = 320.8 \text{ kPa}$)

Nota: As funções de potencial plástico para os modelos de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager com regra de fluxo não-associada são obtidas pela substituição do ângulo de atrito ϕ pelo ângulo de dilatância ψ na função de escoamento.

4.3 DESCRIÇÃO DE MODELOS COM GRANDES DEFORMAÇÕES E GRANDES DESLOCAMENTOS.

A consideração de grandes deslocamentos e deformações é importante para a análise de vários problemas de geotecnia. Na literatura existem diferentes métodos disponíveis para incluir essa característica usando o método dos elementos finitos. Esses métodos se diferenciam principalmente na configuração de referência adotada. Neste trabalho são estudadas as formulações desenvolvidas em Bathe (1996) e conhecidas na literatura técnica do tema como Formulação Lagrangiana Total (TL) e Formulação Lagrangiana Atualizada (UL).

4.3.1 Equação de equilíbrio

O princípio dos trabalhos virtuais estabelece que se δu é um campo de deslocamentos virtuais que satisfaz as condições de contorno, o equilíbrio é estabelecido da seguinte maneira:

$$\int_{V^{t+\Delta t}} \sigma_{ij}^{t+\Delta t} \delta \varepsilon_{ij} dV^{t+\Delta t} = f^{t+\Delta t} \quad (4.1)$$

onde $\delta \varepsilon_{ij}$ é a variação do tensor de deformação consistente com os deslocamentos virtuais aplicados δu , V é o volume do corpo, σ_{ij} é o tensor de tensões de Cauchy, f representa o trabalho externo realizado pelas forças de corpo e de superfícies atuantes e o sobre-escrito $t + \Delta t$ estabelece o tempo em que essas quantidades são medidas. Para obter a solução da equação anterior, todas as quantidades devem ser referidas a uma configuração conhecida, como por exemplo, a configuração inicial (TL) definida pelas coordenadas X_i ou pela última configuração atualizada (UL) referida ao tempo t e definida pelas coordenadas x_i . A relação entre estas configurações é determinada pela seguinte expressão:

$$x_i = X_i + u_i \quad (4.2)$$

A Eq. (4.1) pode ser também expressa em função da última configuração atualizada t através da seguinte expressão:

$$\int_{V^t} {}^t S_{ij}^{t+\Delta t} \delta^t E_{ij}^{t+\Delta t} dV^t = f^{t+\Delta t} \quad (4.3)$$

onde S_{ij} é o segundo tensor de tensões de Piola-Kirchoff, E_{ij} é tensor de deformações de Green-Lagrange, onde o sobrescrito à direita estabelece o tempo em que essas quantidades são medidas e o sobre-escrito à esquerda estabelece o tempo da configuração de referência. Quando ambos os tempos são coincidentes, prevalece apenas o sobrescrito à direita. O segundo tensor de tensões de Piola-Kirchoff se relaciona com o tensor de tensões de Cauchy através da seguinte relação:

$$\sigma_{ij}^t = J^{-1} F_{ik} S_{kl}^t F_{jl} \quad (4.4)$$

onde J é o determinante do gradiente de deformação $F_{ij} = \partial x_i / \partial X_j$, sendo o tensor de Green-Lagrange definido da seguinte maneira:

$$E_{ij} = \frac{1}{2} (\mathbf{u}_{i,j} + \mathbf{u}_{j,i} + \mathbf{u}_{k,i} \mathbf{u}_{k,j}) \quad (4.5)$$

A linearização da Eq. (4.3) com ${}^t S_{ij}^{t+\Delta t} = \sigma_{ij}^t + dS_{ij}$, resulta na seguinte expressão (Ver Nazem *et al.*, 2006):

$$\int_{V^t} \bar{D}_{ijkl} de_{kl} \delta(de_{ij}) dV^t + \int_{V^t} \sigma_{ij}^t \delta(d\eta_{ij}) dV^t = f^{t+\Delta t} - \int_{V^t} \sigma_{ij}^t \delta(de_{ij}) dV^t \quad (4.6)$$

onde \bar{D}_{ijkl} é matriz tensão-deformação obtida da relação constitutiva incremental $dS_{ij} = \bar{D}_{ijkl} dE_{kl}$, sendo $\delta(de_{ij})$ e $\delta(d\eta_{ij})$ as variações incrementais linear e não-linear do tensor de deformação de Green-Lagrange. No processo de linearização, utilizou-se a equação constitutiva incremental mencionada anteriormente. Não obstante, uma relação constitutiva incremental em termos do tensor de Cauchy é mais apropriada. Por esse motivo, uma lei constitutiva expressa em forma de taxa independente do marco de referência é introduzida. Neste trabalho a taxa de Jaumman é utilizada, onde a relação constitutiva é definida como:

$$\dot{\sigma}_{ij}^J = \dot{\sigma}_{ij} - \sigma_{ik} \Omega_{kj} - \sigma_{jk} \Omega_{ki} = \dot{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij}^R = D_{ijkl} d_{kl} \quad (4.7)$$

onde D_{ijkl} é a matriz tensão-deformação obtida da relação constitutiva em termos do tensor de Cauchy e dos incrementos lineares de deformação, $d_{ij} = 1/2(\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i)$ é o tensor de

taxa de deformação e v_i é a componente de velocidade. O tensor de rotações (*spin*) é definido pela seguinte expressão:

$$\Omega_{ij} \cong \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.8)$$

A Eq. (4.7) estabelece que a taxa de tensão total é descomposta numa taxa de tensão devida à deformação e outra devido ao movimento de corpo rígido do material. Introduzindo essa equação (a partir da hipótese de pequenas transformações $d_{ij} \cong d\varepsilon_{ij}/dt$) na equação de trabalho virtual, têm-se a seguinte expressão para o método UL:

$$\begin{aligned} & \int_{V^t} D_{ijkl} d\varepsilon_{kl} \delta(d\varepsilon_{ij}) dV^t + \int_{V^t} \sigma_{ij}^t \delta(d\eta_{ij}) dV^t + \\ & \int_{V^t} (\sigma_{ik}^t \Omega_{jk} + \sigma_{jk}^t \Omega_{ik}) \delta(d\varepsilon_{ij}) dV^t = f^{t+\Delta t} - \int_{V^t} \sigma_{ij}^t \delta(d\varepsilon_{ij}) dV^t \end{aligned} \quad (4.9)$$

Os primeiros dois termos à esquerda da Eq. (4.9) são similares aos termos da Eq. (4.6) resultando em matrizes de rigidez simétricas, enquanto o terceiro termo fornece uma contribuição não simétrica.

4.3.2 Integração das tensões

Para materiais com comportamento não-linear, as relações tensão-deformação são expressas em forma de taxas, sendo aquelas integradas para cada incremento de deformação. Para pequenas deformações, o processo de integração é realizado usualmente com a seguinte expressão explícita:

$$\sigma_{ij}^{t+\Delta t} = \sigma_{ij}^t + \int_0^{\Delta\varepsilon_{kl}} D_{ijkl} d\varepsilon_{kl} \quad (4.10)$$

Para análises em grandes deslocamentos e deformações, a relação constitutiva não pode ser mais expressa pela Eq. (4.10) devido à falta de objetividade introduzida por movimentos de corpo rígido. No caso da Formulação Lagrangiana Atualizada (UL), utilizou-se a taxa de Jaumman, onde o processo de integração é representado pela seguinte equação:

$$\sigma_{ij}^{t+\Delta t} = \sigma_{ij}^t + \int_0^{\Delta\varepsilon_{kl}} d\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^t + \int_0^{\Delta\varepsilon_{kl}} D_{ijkl}(\sigma) d\varepsilon_{kl} + \int_0^{\Delta\Omega_{kl}} (\sigma_{ik} \Omega_{jk} + \sigma_{jl} \Omega_{il}) \quad (4.11)$$

onde $D_{ijkl}(\sigma)$ se refere à matriz constitutiva do material, que é função da tensão de Cauchy referida à configuração t . Sendo assim, o esquema original de integração utilizado para leis constitutivas em pequenas deformações deve ser modificado para incluir os termos adicionais devido às possíveis rotações. A objetividade introduzida anteriormente perde-se durante a integração numérica, portanto deve-se utilizar um algoritmo que garante incrementalmente essa objetividade. Considerando que o incremento do tensor $\Delta\Omega_{ij}$ é anti-simétrico, é possível mostrar que a integração na Eq. (4.11) é equivalente à seguinte transformação (Hughes e Winget, 1980):

$$\sigma_{ij}^t + \int_0^{\Delta\Omega_{kl}} (\sigma_{ik}\Omega_{jk} + \sigma_{jl}\Omega_{il}) = \tilde{Q}_{ik}\sigma_{kl}^t\tilde{Q}_{jl} \quad (4.12)$$

com,

$$\tilde{Q}_{ij} = (\delta_{ik} - 0.5\Delta\Omega_{ik})^{-1}(\delta_{kj} + 0.5\Delta\Omega_{kj}) \quad (4.13)$$

Essa transformação de tensões é incrementalmente objetiva sempre que a matriz \tilde{Q} seja ortogonal. Em Hughes e Winget (1980) se estabelece que \tilde{Q} é ortogonal se o incremento no tensor de deformações e tensor de rotações é avaliado numa configuração intermédia, por exemplo, em $t + \Delta t/2$. Deste modo, a integração pode ser rescrita da seguinte maneira:

$$\sigma_{ij}^{t+\Delta t} = \bar{\sigma}_{ij}^t + \int_0^{\Delta\varepsilon_{kl}} D_{ijkl}(\sigma)d\varepsilon_{kl} \quad (4.14)$$

com,

$$\bar{\sigma}_{ij}^t = \tilde{Q}_{ik}\sigma_{kl}^t\tilde{Q}_{jl} \quad (4.15)$$

Desta maneira, a integração é quase idêntica à integração obtida na Eq. (4.10) para pequenas deformações, sendo a única modificação o cálculo das tensões iniciais para o incremento de carregamento atual, as quais devem ser previamente rotacionadas de acordo à Eq. (4.15).

4.4 MODELO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA PROBLEMAS ESTÁTICOS E DINÂMICOS

O processo de discretização em elementos finitos para pequenos deslocamentos é similar ao apresentado no Capítulo 2 para elementos de concreto armado. Aqui são apresentadas as expressões novas correspondentes à Formulação Lagrangiana Atualizada (UL) seguindo a nomenclatura estabelecida em Bathe (1996).

4.4.1 Formulação Lagrangiana Atualizada (UL)

No processo UL é necessário utilizar o incremento de deformações de Green-Lagrange para cada incremento de carregamento e estabelecer uma matriz rigidez de deformação não-linear $(\mathbf{K}_{NL})^t$ referida à configuração atual t , a qual deve ser adicionada à matriz rigidez da estrutura $(\mathbf{K}_L)^t$ para cada iteração i . A seguir definem-se as matrizes adicionais a ser consideradas no processo incremental iterativo.

1) As deformações incrementais de Green-Lagrange, são definidas pela seguinte expressão:

$$\Delta E_{ij} = \frac{1}{2}(\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i}) + \frac{1}{2}(\Delta u_{k,i} \cdot \Delta u_{k,j}) \quad (4.16)$$

onde $i = 1,2,3$; $j = 1,2,3$; $k = 1,2,3$ e $\Delta u_{i,j} = \partial \Delta u_i / \partial x_j^t$

2) A matriz linear de transformação deslocamento-deformação é definida através das seguintes expressões:

$$\Delta \hat{\mathbf{u}} = \{\Delta u_1^1 \quad \Delta u_2^1 \quad \Delta u_3^1 \quad \Delta u_1^2 \quad \Delta u_2^2 \quad \Delta u_3^2 \quad \dots \quad \Delta u_1^m \quad \Delta u_2^m \quad \Delta u_3^m\}^T \quad (4.17a)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \{\Delta \varepsilon_{xx} \quad \Delta \varepsilon_{yy} \quad \Delta \varepsilon_{zz} \quad 2\Delta \gamma_{xy} \quad 2\Delta \gamma_{yz} \quad 2\Delta \gamma_{zx}\}^T = {}^t \mathbf{B}_L \Delta \hat{\mathbf{u}} \quad (4.17b)$$

$${}^t (\mathbf{B}_L)^t = (\mathbf{B}_L)^t = \begin{bmatrix} N_{1,1}^t & \dots & N_{m,1}^t & 0 & 0 & N_{m,2}^t & 0 & N_{m,3}^t \\ 0 & \dots & 0 & N_{m,2}^t & 0 & N_{m,1}^t & N_{m,3}^t & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & N_{m,3}^t & 0 & N_{m,2}^t & N_{m,1}^t \end{bmatrix}^T \quad (4.18)$$

onde $N_{k,j}^t = \partial N_{kj} / \partial x_t$; $\Delta u_j^k = {}^{t+\Delta t} u_j^k - {}^t u_j^k$ e m é o número de nós do elemento finito.

3) A matriz não-linear de transformação de deslocamento-deformação é definida por:

$${}^t(\mathbf{B}_{NL})^t = (\mathbf{B}_{NL})^t = \begin{bmatrix} (\tilde{\mathbf{B}}_{NL})^t & \tilde{\boldsymbol{\theta}} & \tilde{\boldsymbol{\theta}} \\ \tilde{\boldsymbol{\theta}} & (\tilde{\mathbf{B}}_{NL})^t & \tilde{\boldsymbol{\theta}} \\ \tilde{\boldsymbol{\theta}} & \tilde{\boldsymbol{\theta}} & (\tilde{\mathbf{B}}_{NL})^t \end{bmatrix}; \quad \tilde{\boldsymbol{\theta}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.19)$$

$${}^t(\tilde{\mathbf{B}}_{NL})^t = (\tilde{\mathbf{B}}_{NL})^t = \begin{bmatrix} N_{1,1}^t & 0 & 0 & N_{2,1}^t & \dots & N_{m,1}^t \\ N_{1,2}^t & 0 & 0 & N_{2,2}^t & \dots & N_{m,2}^t \\ N_{1,3}^t & 0 & 0 & N_{2,3}^t & \dots & N_{m,3}^t \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

onde m é o número de nós do elemento finito.

4) A matriz de tensões de Cauchy é reordenada convenientemente da seguinte maneira:

$$\boldsymbol{\sigma}^t = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^t & \bar{\boldsymbol{\theta}} & \bar{\boldsymbol{\theta}} \\ \bar{\boldsymbol{\theta}} & \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^t & \bar{\boldsymbol{\theta}} \\ \bar{\boldsymbol{\theta}} & \bar{\boldsymbol{\theta}} & \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^t \end{bmatrix}; \quad \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^t = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}^t & \tau_{xy}^t & \tau_{xz}^t \\ \tau_{xy}^t & \sigma_{yy}^t & \tau_{yz}^t \\ \tau_{xz}^t & \tau_{yz}^t & \sigma_{zz}^t \end{bmatrix}; \quad \bar{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

5) A matriz de rigidez de deformação não-linear é definida como:

$$(\mathbf{K}_{NL})^t = \int_{{}^tV} \left\{ (\mathbf{B}_{NL})^t \right\}^T \boldsymbol{\sigma}^t (\mathbf{B}_{NL})^t dV^t \quad (4.22)$$

6) Por outro lado, a matriz de rigidez linear se define através da seguinte expressão:

$$(\mathbf{K}_L)^t = \int_{{}^tV} \left\{ (\mathbf{B}_L)^t \right\}^T (\mathbf{D}_T)^t (\mathbf{B}_L)^t dV^t \quad (4.23)$$

7) As forças internas são calculadas da seguinte maneira:

$$\mathbf{P}^{t+\Delta t^{(i)}} = \int_{{}^{t+\Delta t}V} \left(\mathbf{B}_L^{t+\Delta t^{(i)}} \right)^T \boldsymbol{\sigma}^{t+\Delta t^{(i)}} dV^t \quad (4.24)$$

4.5 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Em análises numéricas que envolvem propagação de ondas, a reflexão de contorno é um aspecto importante que precisa ser considerado. A continuação são apresentados dois tipos de condições de contorno utilizadas por muitos pesquisadores para minimizar este problema.

4.5.1 Condições periódicas

Este tipo de condição de contorno consiste em restringir os correspondentes graus de liberdade nas faces laterais perpendiculares à direção do movimento (Parra *et al.*, 1996; Lu, 2006, entre outros). Essa condição é frequentemente utilizada para replicar condições de contorno de caixas laminares utilizadas em experimentos centrífugos, onde a presença de anéis laminares permite que pontos a uma mesma profundidade tenham os mesmos deslocamentos em qualquer tempo de análise (*tied-nodes*) como é ilustrado na Fig. 4.2. Teoricamente, essa condição de contorno também satisfaz o cenário de propagação uniforme de ondas cisalhantes em camadas de solo uniformes ou horizontalmente estratificadas. Não obstante, a condição de contorno pode ter alguma influencia na onda perto da zona de contorno (Takahashi, 2002). Em Jakrapiyanun (2002), se estabelece que essas condições de contorno influenciam pelo menos a metade da espessura do modelo.

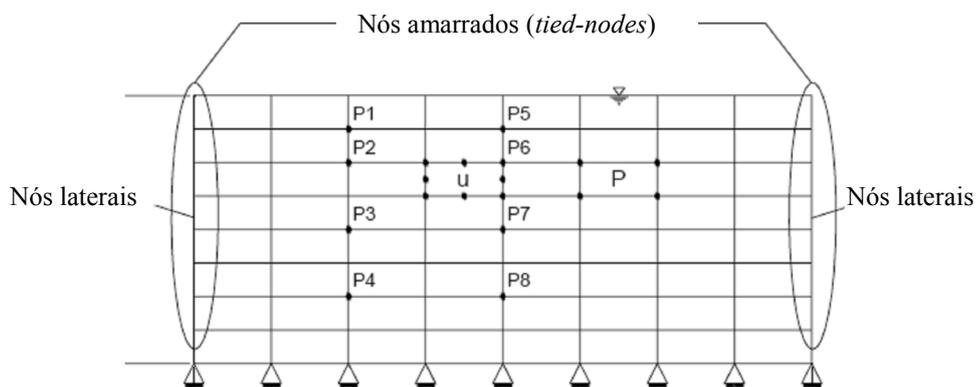


Figura 4.2: Condição de contorno periódica.

Em Zienkiewicz *et al.* (1989) se conclui após varios testes numéricos que as condições de contorno periódicas são validas como condições de contorno laterais e que estas permitem considerar o comportamento não-linear do problema adequadamente. Quando os contornos laterais estão suficientemente afastados da estrutura, estas condições fornecem resultados quase idênticos aos obtidos utilizando uma aproximação conhecida como camada de

transmissão (*transmitting layer*) que considera a resolução paralela da malha principal (*inner field*) e de colunas de campo livre (*free-field columns*) localizadas nos contornos laterais. Neste trabalho, adoto-se esse tipo de contorno periódica para análise de problemas sob carregamentos de terremoto.

4.5.2 Elementos tipo Kelvin

Elementos tipo Kelvin têm sido utilizados em vários trabalhos do tema como condições de contorno de radiação. Por exemplo, em Chaku (1989) foram utilizados elementos tipo kelvin (Vide Fig. 4.3) para a análise do comportamento sísmico de estacas de prédios de múltiplos andares. Bentley e El Naggar (2000), Maheshwari *et al.* (2004, 2005) e Sarkar (2009) também utilizaram estes elementos para o estudo de problemas de interação solo-estaca. O meio infinito do solo, é replicado utilizando elementos tipo Kelvin nas três direções ao longo do contorno da malha de elementos finitos.

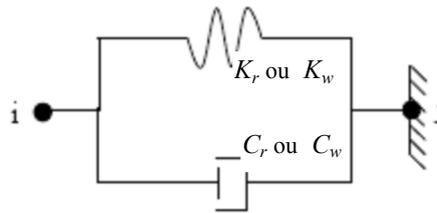


Figura 4.3: Elemento Kelvin de dois nós para contorno

As constantes do elemento de Kelvin nas duas direções horizontais são calculadas utilizando a solução de Novak e Mitwally (1988), as quais vêm dadas pela seguinte expressão:

$$k_r^* = \frac{G}{r_0} [s_1(a_r, \nu, \xi) + i s_2(a_r, \nu, \xi)] \quad (4.25)$$

onde k_r^* é a rigidez complexa dinâmica, G é o módulo ao cisalhamento do solo, r_0 é a distância ao contorno da malha de elementos finitos no plano horizontal desde o centro da estaca, s_1 e s_2 são parâmetros sem dimensões obtidas a partir de soluções analíticas, ν é a relação de Poisson, ξ é o amortecimento do material, i é a unidade imaginária $\sqrt{-1}$ e $a_r = r_0 \omega_m / V_s$, onde ω_m é a frequência circular predominante de carregamento e V_s é a velocidade da onda de cisalhamento do solo. As partes reais e imaginárias da Eq. (4.25) representam a rigidez e o amortecimento, respectivamente, do elemento da seguinte maneira:

$$k_r = \frac{Gs_1}{r_0} \quad \text{e} \quad c_r = \frac{Gs_2}{\omega_m r_0} \quad (4.26)$$

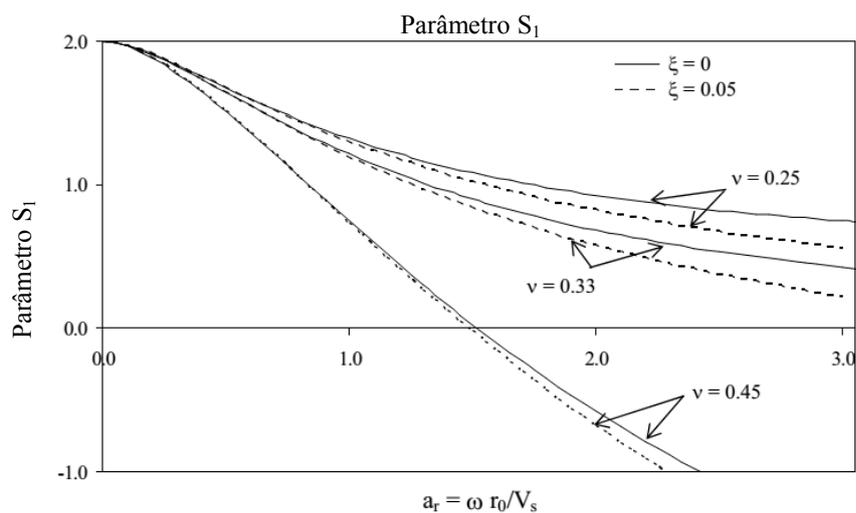
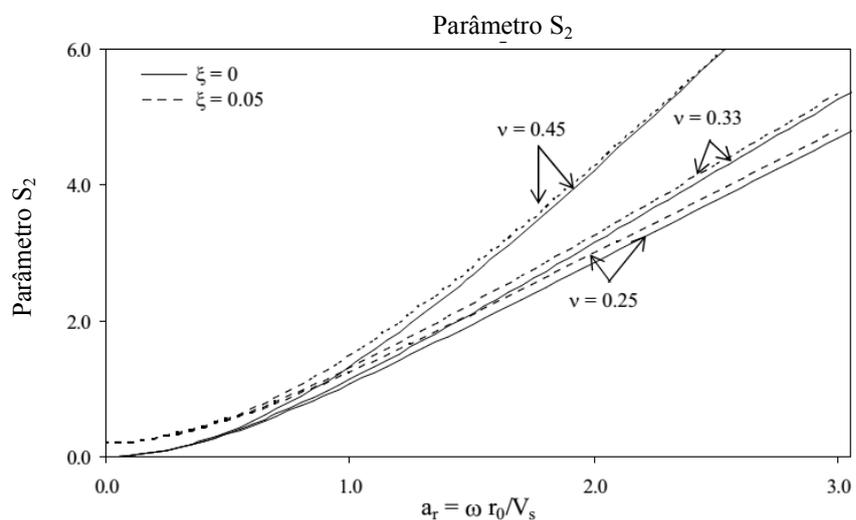
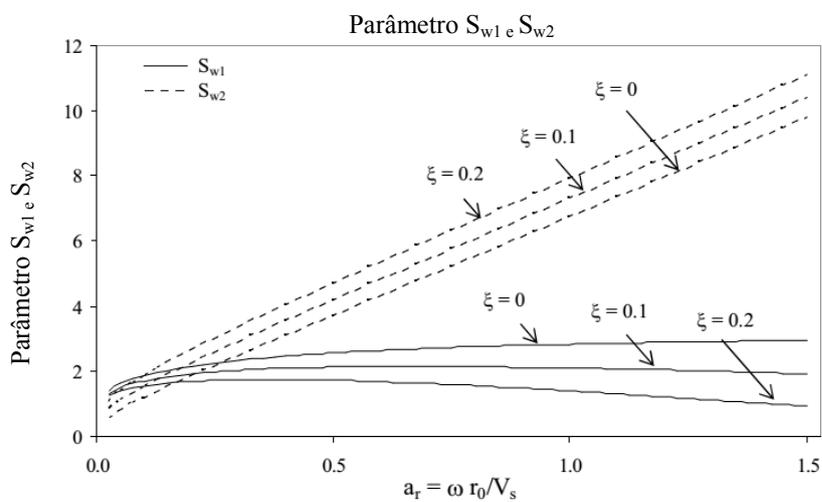
As constantes nas direções verticales são dadas por Novak *et al.* (1978) mediante a seguinte expressão:

$$k_w^* = \frac{G}{r_0} [s_{w1}(a_r, \xi) + i s_{w2}(a_r, \xi)] \quad (4.27)$$

onde o sobre-escrito w é utilizado para representar a direção vertical e os outros parâmetros têm o mesmo significado como foram definidos anteriormente. A rigidez e o amortecimento para a direção vertical são determinados de maneira similar como segue:

$$k_w = \frac{Gs_{w1}}{r_0} \quad \text{e} \quad c_w = \frac{Gs_{w2}}{\omega_m r_0} \quad (4.28)$$

Para determinar a rigidez e amortecimento dos elementos *Kelvin*, as constantes definidas na Eq. (4.26) e Eq. (4.28) são multiplicadas pela área da face do elemento (normal à direção de carregamento), porque essas supõem uma área de contato unitária. Não obstante, elementos planos quadriláteros podem ser também definidos, sendo a formulação destes similar à apresentada no capítulo seis para os elementos de interface. Neste último caso, a área de contato é calculada automaticamente. Para carregamento estático (frequência nula) os termos de amortecimento na direção horizontal se anulam ficando apenas as molas, enquanto, na direção vertical ambas as constantes se reduzem a zero. Para análises por carregamento de terremoto, $\omega = \omega_m$ é a frequência predominante de excitação. Na Fig. 4.4, 4.5 e 4.6 são apresentados os valores dos parâmetros S_1 , S_2 , S_{w1} e S_{w2} , respectivamente, em função da frequência ω , coeficiente de Poisson ν e amortecimento ξ . Nesta tese, estes elementos são também implementados visando futuras análises.

Figura 4.4: Variação da constante S_1 Figura 4.5: Variação da constante S_2 Figura 4.6: Variação das constantes S_{w1} e S_{w2}

A presença do termo de mola dá uma vantagem distinta sobre a condição de contorno típica viscosa (*dashpot*), sendo particularmente vantajosa no estudo de cravação de estacas (*pile driving*). Não obstante, o uso desta condição de contorno dependente da frequência para o estudo de carregamentos de terremotos requer de aproximações simplificadoras. Em Mahesswari *et al.* (2004) e Sarkar (2009) foi estudada a resposta tridimensional de grupos de estacas sob excitação sísmica empregando elementos *Kelvin* nos contornos das malhas de elementos finitos. Nesses trabalhos, a frequência predominante do carregamento foi utilizada para calcular as constantes da mola e dos amortecedores do elemento. Obviamente, esta é uma aproximação grosseira, pois implica que a resposta para outras frequências não é considerada. Além disso, os referidos autores consideram que r_0 é o comprimento radial do modelo cilíndrico de Novak e Mitwally (1988). Esta última consideração representa uma aproximação, pois a derivação de Novak e Mitwally (1988) considera que a excitação é aplicada no centro do cilindro (localização da estaca), portanto esta condição de contorno é precisa quando a excitação é aplicada diretamente sobre a estrutura (Kontoe, 2006).

4.6 MECANISMOS DE EFEITOS DE INSTALAÇÃO DE ESTACAS E TENSÕES INICIAIS

O efeito da instalação da estaca no solo adjacente à estaca depende do tipo da estaca; estas se podem classificar como: sem deslocamento (*nondisplacement*), de tipo fechado (*close-ended*) e de tipo aberto (*open-ended*). Para estacas sem deslocamento, primeiramente o volume total de solo é removido, portanto é racional supor que as condições de solo não são substancialmente afetadas pelo processo de instalação, assemelhando um estado de campo livre (condições K_o , onde K_o é o coeficiente de empuxo lateral no repouso).

Por outro lado, quando uma estaca de extremo fechado (*close-ended*) é cravada na massa do solo, essa deve mover um volume de solo igual ao volume da estaca. Em Randolph *et al.* (1979), estudo-se esses efeitos de instalação em solos argilosos, onde foram reconhecidos três tipos de padrões de deformação ao longo do processo de cravação da estaca como se mostra na Fig. 4.7. Uma descrição muito mais detalhada destes processos de deformação pode ser encontrada em Chalousoy (2012). Finalmente, estacas de extremo aberto (*open-ended*) utilizados extensamente na prática, podem causar grandes ou pequenas mudanças no estado de tensões do solo adjacente e devem ser projetadas com precaução. O nível dos efeitos de instalação é determinado pela formação de uma zona de solo chamada na

literatura inglesa como “*plug soil*” e que se mostra na Fig. 4.7b. O comprimento desta zona depende das propriedades do solo, estado de tensões e do diâmetro da estaca. Durante a etapa final da instalação (para grandes profundidades de cravação), o solo pode ser rígido e, portanto grandes forças de atrito (*large skin friction*) são desenvolvidas na interface taco de solo e estaca.

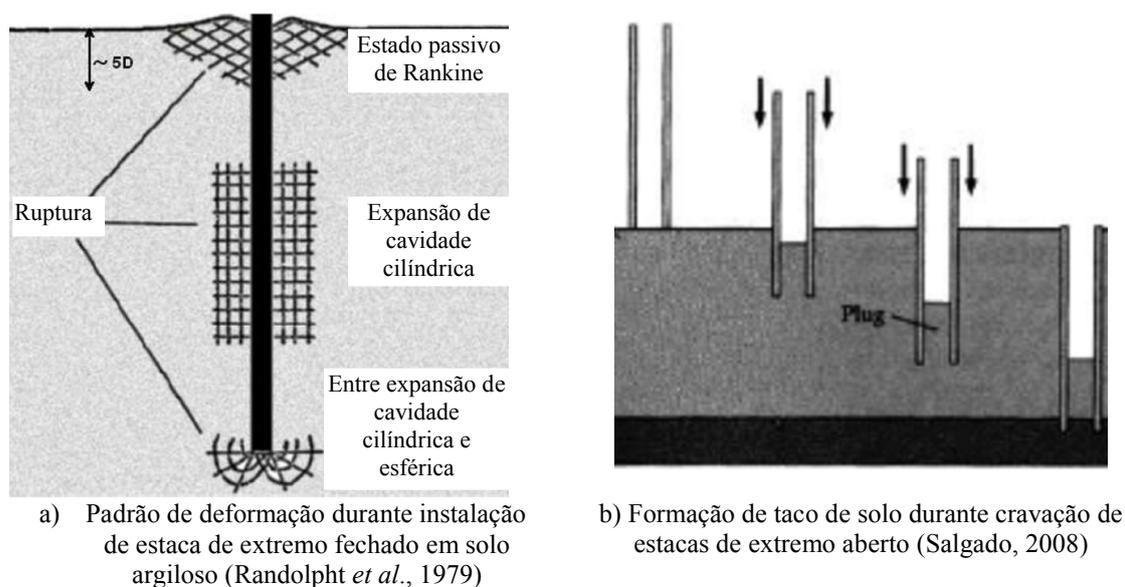


Figura 4.7: Efeitos do processo de instalação nas tensões do solo.

As descrições anteriores claramente indicam que o cisalhamento vertical que ocorre durante a instalação (pelo menos para estacas de ponta aberta ou fechada) pode afetar de maneira considerável o estado de tensões na vizinhança da estaca. Quantificar com precisão esse efeito num modelo numérico é bastante complexo. Não obstante, existem procedimentos racionais baseados na solução analítica do problema de expansão de cavidade cilíndrica ou esférica que permitem considerar estes efeitos de maneira aproximada (Chaloulos, 2012), porém precisa-se de procedimentos numéricos adicionais.

Na literatura do tema, encontram-se uma série de abordagens simplificadas para o cálculo do estado de tensão inicial num modelo numérico. Por exemplo, em Moayed *et al.* (2012), as tensões iniciais são controladas pelo peso específico do solo e pelo coeficiente K_o , indicando uma modelagem mais adequada para estacas sem deslocamentos. Em Kim e Jeong (2011) se especifica literalmente, que as distribuições do estado de tensão inicial devem satisfazer os cálculos baseados no peso próprio do material e que a simulação do processo de instalação é bastante complicada; supõe-se, então, que a estaca está livre de tensões e os efeitos de instalação são desconsiderados. Em Bentley e El Naggari (2000), o estado de tensão

atual foi replicado mediante uma análise estática inicial com carregamento por peso próprio. Devido à grande diferença de rigidezes entre a estaca e o solo, o solo tende a apresentar um maior recalque produzindo um escorregamento prematuro na interface solo-estaca. Os referidos autores eliminaram essa diferença em deslocamentos relativos mediante a aplicação de forças de corpo autoequilibrantes.

Em Karthigeyan *et al.* (2007), as tensões iniciais foram calculadas através de uma análise estática fictícia usando um coeficiente de Poisson definido como $\nu = K_o / (1 + K_o)$. Durante essa etapa de análise, ambas as estacas e os elementos de solo são considerados ter as mesmas propriedades correspondentes ao solo (módulo de Young, coeficiente de Poisson e peso específico) com a finalidade de não gerar tensões de cisalhamento estranhas na interface solo-estaca. Posteriormente, as deformações e os deslocamentos são zerados para a subsequente análise dinâmica. Durante a seguinte análise dinâmica (ou estática), as propriedades reais do solo e da estaca são atribuídas. Contudo, em Fakharian *et al.* (2008), o estado de tensão inicial é induzido mediante a aplicação das forças de corpo da estaca e do solo, portanto forças de atrito negativas (*negative skin friction forces*) são induzidas na interface solo-estaca devido à grande diferença de rigidezes entre os materiais (solo e concreto).

Por simplicidade, neste trabalho, adotou-se para o cálculo de tensões iniciais as seguintes alternativas:

- i) Uma análise não-linear estática sob a aplicação de forças de corpo (peso próprio), considerando que a malha de elementos finitos se compõe apenas de elementos de solo (a estaca não está presente). As tensões iniciais assim obtidas são utilizadas na subsequente análise dinâmica ou estática com o carregamento externo aplicado. As tensões iniciais nos elementos de interface são aplicadas manualmente nos pontos de integração correspondentes.
- ii) Uma análise não-linear estática sob a aplicação de forças de corpo (peso próprio), considerando que a malha de elementos finitos se compõe de elementos de estaca e solo com ou sem aderência perfeita na interface. Essa última aproximação produz tensões de cisalhamento na interface. As tensões iniciais assim obtidas são utilizadas na subsequente análise dinâmica ou estática com o carregamento externo aplicado. As

tensões iniciais nos elementos de interface podem ser obtidas manualmente nos pontos de integração ou através dos resultados já obtidos na primeira análise não-linear.

- iii) Atribuição direta das tensões verticais e laterais (chamado aqui procedimento K_o) nos pontos de integração dos elementos finitos de solo e/ou estaca calculados de acordo aos pesos específicos dos materiais e às coordenadas verticais dos pontos de integração. As tensões iniciais nos elementos de interface são calculadas de forma similar e aplicadas aos pontos de integração destes elementos. Este procedimento inicial é similar ao procedimento (i), não obstante, as tensões iniciais assim geradas não devem ultrapassar o valor inicial de escoamento dos materiais (apenas para análise linear).

4.7 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

A continuação segue uma série de exemplos encontrados na literatura do tema para verificar a implementação numérica dos modelos constitutivos clássicos apresentados ao início do capítulo. Outros exemplos são destinados ao estudo de problemas de grandes deformações e grandes deslocamentos. Apresenta-se também um exemplo final para a validação das condições de contorno em problemas de reflexão de ondas em solo elástico. Todas as aplicações correspondem a depósitos de solo monofásicos e sem peso. Os conceitos e comentários sobre o cálculo das tensões iniciais nos depósitos de solo feitos neste capítulo, são aplicados aos exemplos dos capítulos cinco e sete.

4.7.1 Análise estática de uma fundação rígida lisa

Para validar o algoritmo numérico em carregamento estático, a fundação apoiada numa camada de solo com atrito proposta em Chen e Baladi (1985) é estudada aqui. A geometria da fundação é mostrada na Fig. 4.8. Como em Chen e Baladi (1985), utilizaram-se elementos finitos de deformação plana com a mesma geometria e malha de elementos finitos. Os movimentos horizontais são restringidos nos lados verticais, enquanto o movimento na base é restrito em todas as direções. O comportamento do solo é representado pelo modelo de Drucker-Prager e “*Cap model*”.

As propriedades dos materiais são aquelas usadas em Chen e Baladi (1985) e são dadas para o modelo Drucker-Prager como: módulo elástico $E = 206$ MPa; coeficiente de Poisson $\nu = 0.30$; coesão $c = 69$ kPa; ângulo de atrito $\phi = 20^\circ$ e ângulo de dilatância $\psi = 20^\circ$.

Quando o modelo “*Cap model*” é utilizado, os seguintes parâmetros adicionais são definidos $R = 4.0$; $W = 0.3\%$; $D = 1.262 \times 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$ e $X_o = -320.8 \text{ kPa}$.

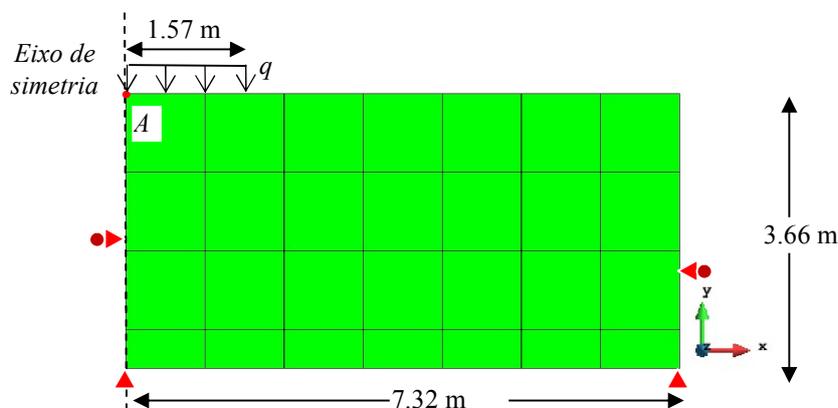


Figura 4.8: Geometria e malha de elementos finitos para a validação do algoritmo não-linear estático

A comparação da curva recalque versus carregamento aplicado, q , (Vide Fig. 4.8) no ponto A, obtidos com ambos os modelos constitutivos são mostrados na Fig. 4.9. Nesta mesma figura também se pode realizar a comparação entre os resultados obtidos neste trabalho com aqueles de Chen e Baladi (1985). Observa-se que existe uma concordância aceitável entre os resultados para todos os níveis de carregamento. O modelo *cap model* também pode ser utilizado para a simulação de fenômenos de liquefação devido à capacidade contrativa que apresenta.

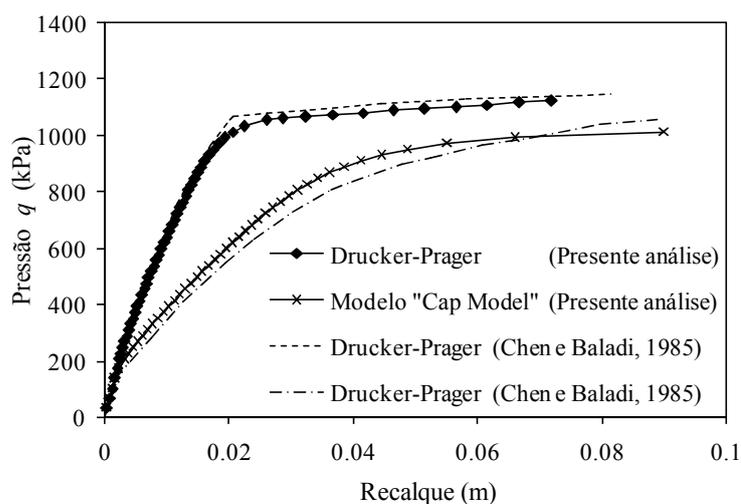


Figura 4.9: Resposta da fundação para a validação do algoritmo não-linear para carregamento estático

4.7.2 Análise estática de uma fundação rígida lisa (Nazem *et al.*, 2006)

Este exemplo foi tomado de Nazem *et al.* (2006) para validar o presente modelo numérico de elementos finitos considerando as não-linearidades físicas e geométricas no solo de fundação. Com a finalidade de reproduzir os resultados do referido autor, utilizou-se a mesma malha de elementos finitos, sendo esta composta por 64 elementos triangulares de 6 nós em deformação plana. O exemplo consiste na determinação do carregamento de colapso e da trajetória de falha de uma fundação superficial lisa com a dimensão da largura de 3.0 m, como se mostra na Fig. 4.10. Esta malha é definida a partir da simetria do problema, onde deslocamentos prescritos nulos nas direções normais aos planos de simetria e na direção normal à base da malha são aplicados.

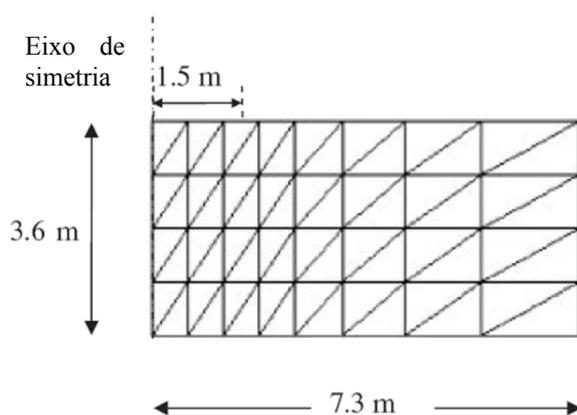


Figura 4.10: Fundação superficial rígida sobre solo com lei física de Mohr Coulomb obtido de Nazem *et al.* (2006)

Para a simulação da fundação rígida foi adotado o método de controle de deslocamentos, aplicando-se um deslocamento vertical prescrito uniforme para todos os pontos sob a fundação. No que diz respeito à simulação da fundação lisa, foi adotada a condição de contorno em deslocamento horizontal livre para os mesmos pontos. O solo de fundação é considerado homogêneo e sem peso. Seu comportamento constitutivo é descrito pelo modelo de Mohr-Coulomb. As propriedades do solo são: módulo elástico de Young $E = 207 \text{ MPa}$, coeficiente de Poisson $\nu = 0.30$, ângulo interno de atrito $\phi = 20^\circ$, ângulo de dilatação $\psi = 20^\circ$ e coesão $c = 70 \text{ kPa}$. A pressão vertical média sob a fundação é plotada em função do deslocamento vertical aplicado. Na Fig. 4.11 se mostram os resultados obtidos com o presente modelo numérico. Como se pode apreciar os resultados concordam bastante bem para todos os níveis de carregamento com aqueles de Nazem *et al.* (2006). A análise em deformações pequenas prediz uma carga de colapso de aproximadamente 1250 kPa para um

deslocamento prescrito máximo de 0.03 m. A análise em grandes deformações fornece resultados similares, embora a pressão de colapso não seja tão fácil de identificar, pelo menos para o trecho de deslocamentos considerado. A capacidade de carga final, quando é utilizado o esquema UL, é aproximadamente 1320 kPa.

A curva carga deslocamento, usando uma formulação Total Lagrangiana (TL), é obtida supondo que o tensor de Piola-Kirchoff substitui diretamente as tensões de Cauchy na avaliação da função de escoamento para o modelo de Mohr-Coulomb. Na Fig. 4.12 se mostra a deformada do solo para um recalque máximo 0.02B, onde B é a largura da fundação igual a 3.0 m.

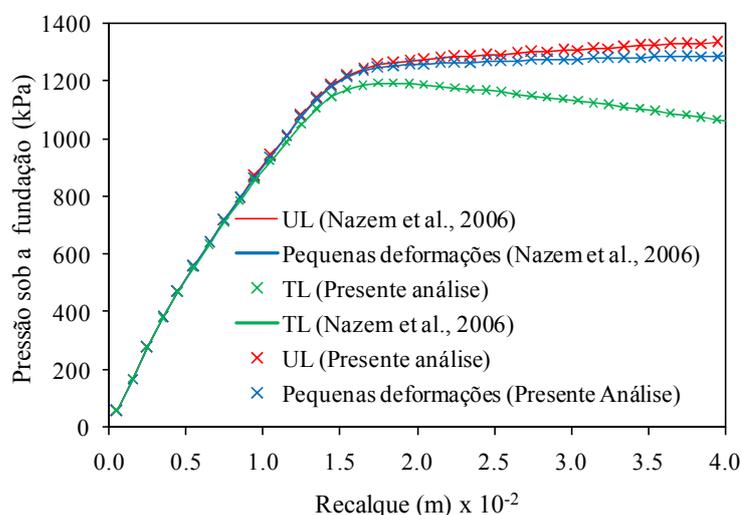


Figura 4.11: Resposta carga-deslocamento obtido no presente trabalho

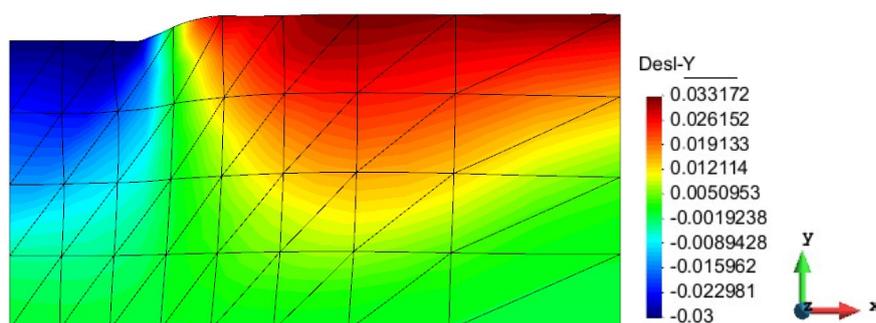


Figura 4.12: Malha deformada para recalque máximo 0.02B (Presente análise, fator de magnificação: 5)

4.7.3 Análise não-drenado estática de solo sob uma fundação rígida rugosa (Nazem *et al.*, 2006)

Este segundo exemplo também foi analisado em Nazem *et al.* (2006), porém considerando que as deformações no solo são muito maiores. Novamente, adotou-se a mesma malha de elementos finitos do referido autor, a qual esta composta de 872 elementos finitos triangulares de 6 nós e 1817 nós. A fundação em estudo é rígida, rugosa e superficial com uma largura $B = 0.5$ m. A malha de elementos finitos foi definida considerando a simetria do problema, como se aprecia na Figura 4.13. Condições de contorno com deslocamentos prescritos nulos foram adotados nas direções normais ao plano de simetria, contorno vertical direito e na direção normal à base da malha.

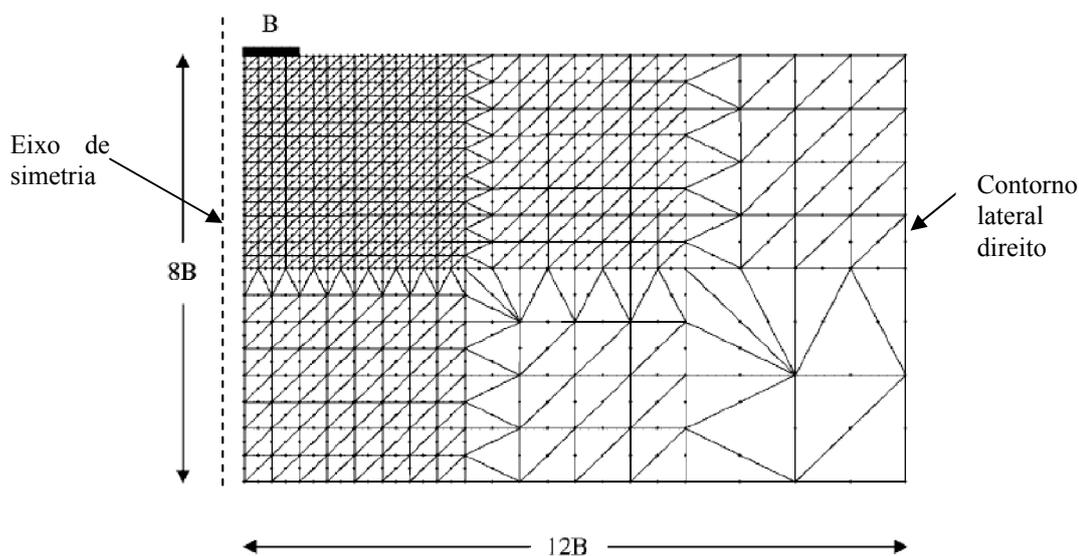


Figura 4.13: Fundação rugosa rígida em solo coesivo obtido de Nazem *et al.* (2006)

Para a simulação das fundações rígidas foi adotada a estratégia do exemplo anterior e para a simulação da fundação rugosa, foram adotadas as condições de contorno com deslocamentos horizontais nulos prescritos para os pontos sob a fundação. O solo de fundação é considerado homogêneo e sem peso. Seu comportamento constitutivo é descrito pelo modelo associado de Tresca. As propriedades do solo são: módulo de elasticidade $E = 100$ kPa, coesão não-drenada $c_u = 1.0$ kPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0.49$, ângulo interno de atrito $\phi = 0$ e ângulo de dilatância $\psi = 0$, respectivamente. A pressão vertical média sob a fundação é plotada em relação ao deslocamento vertical aplicado. Na Fig. 4.14 se apresentam os resultados obtidos neste trabalho e aqueles dados por Nazem *et al.* (2006). A

análise em pequenas deformações prediz uma carga de colapso de aproximadamente $5.62c_u$, o qual é aproximadamente 8% maior que a solução plástica obtida por Prandl de $5.14c_u$. O deslocamento total imposto é 2.5 vezes o valor da largura da fundação B, sendo muito maior que o valor $0.02B$ utilizado no exemplo precedente.

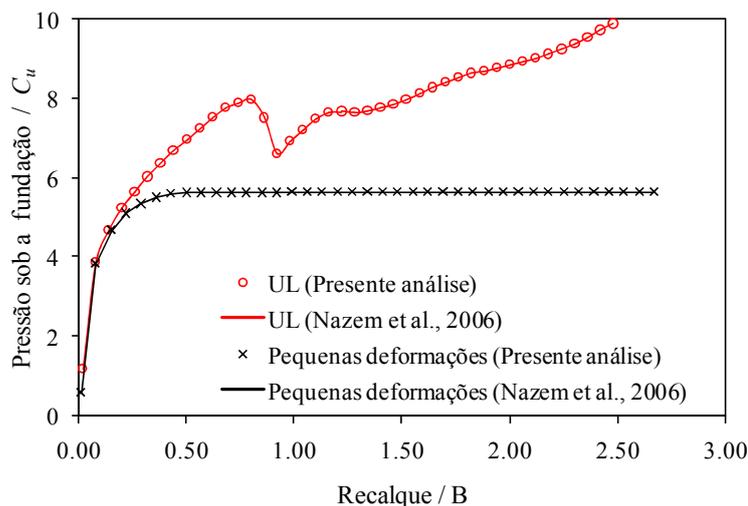


Figura 4.14: Resposta carga-recalque para a fundação rígida obtida neste trabalho.

A grande distorsão da malha causa uma oscilação na resposta da curva pressão deslocamento mostrada na Fig. 4.14 e, portanto um valor de carga de colapso aparente não pode ser bem definido. A malha deformada para este problema é mostrada na Fig. 4.15. Na Fig. 4.16 compara-se a deformada do solo na zona da fundação rígida obtida com o presente modelo numérico e aquela obtida em Nazem *et al.* (2006) para um recalque de $2.5B$. Obviamente procedimentos como *ALE* (Arbitrary Lagrangian-Eulerian Techniques) devem ser incorporados.

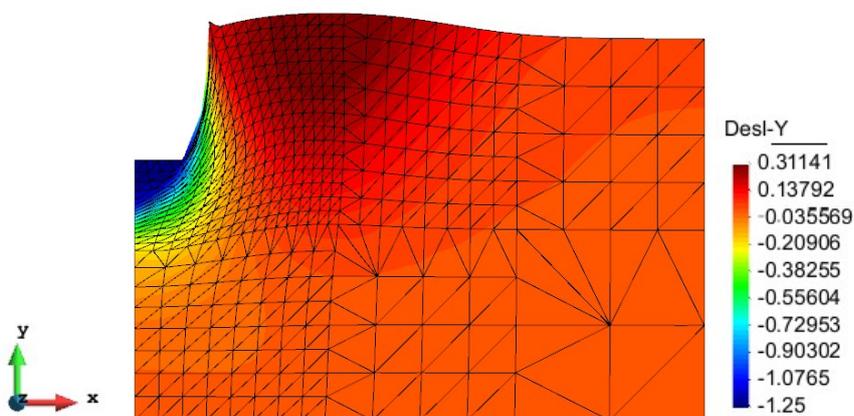


Figura 4.15: Malha deformada para recalque $2.5B$ (Presente análise, sem fator de magnificação)

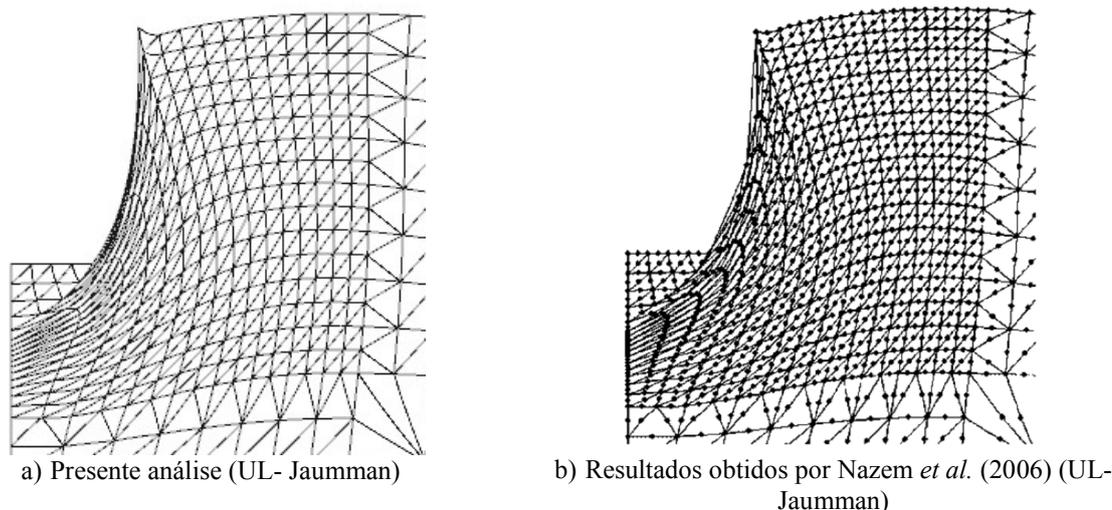


Figura 4.16: Malhas deformadas para a fundação sob solo não-drenado para um recalque final de $2.5B$

4.7.4 Camada de solo submetido a carregamento concentrados (Von Estorff *et al.*, 1990)

Um estrato de solo flexível apoiado sobre solo rígido é submetido a dois tipos de carregamentos pontuais como se mostra na Fig. 4.17a. Esse exemplo foi estudado por Von Estorff *et al.* (1990) e Yerli *et al.* (1998). No primeiro trabalho uma formulação baseada no método de elementos de contorno (*boundary elements*) foi utilizada, enquanto que no segundo trabalho utilizara-se uma formulação baseada no método dos elementos finitos com elementos infinitos nos contornos. Neste problema as cargas pontuais são dinâmicas e seguem o padrão definido pela função “*Ricker wavelet*”, a qual é definida como $f(t) = f_0(1 - 2\tau^2)\exp(-\tau^2)$, onde $\tau = (t - t_s)/t_0$, t_s é igual a $3/\pi$, t_0 é igual a $1/\pi$ e f_0 é igual a 10^7 kN. A vista frontal da malha tridimensional de elementos finitos utilizada neste exemplo é mostrada na Fig. 4.17b; aqui se utilizou uma subdivisão uniforme na direção y (perpendicular à folha) composta por cinco elementos; a malha total se compõe de 950 elementos hexaédricos de 8 nós e 100 elementos quadriláteros tipo *Kelvin* de 8 nós. As propriedades do solo elástico são: módulo de elasticidade $E = 266000$ kPa, $\nu = 0.33$ (coeficiente de Poisson); $\rho_s = 2.0$ kN.seg.²/m⁴ (massa específica-fase sólido) e as constantes de amortecimento dos elementos tipo *Kelvin* são: $C_r = 729$ kN-seg./m³ e $C_w = 451.6$ kN-seg./m³, enquanto as rigidezes das molas k_r e k_w são consideradas nulas.

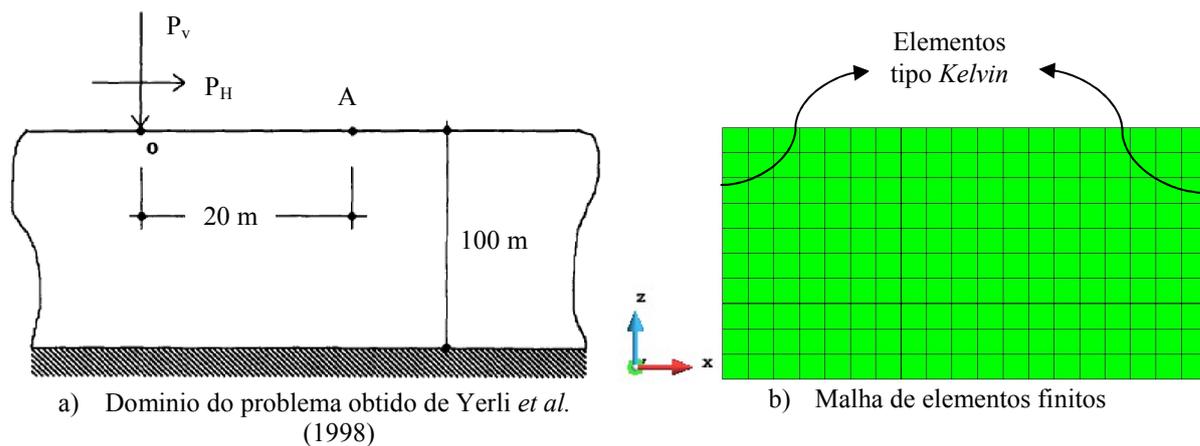


Figura 4.17: Estrato de solo apoiado sobre solo rígido

Na Fig. 4.18 são comparados os resultados obtidos neste trabalho para o deslocamento vertical no ponto A para o carregamento vertical P_V com aqueles obtidos em Yerli *et al.* (1998) e em Von Storff *et al.* (1990). Como se aprecia existe um padrão similar entre todos os resultados.

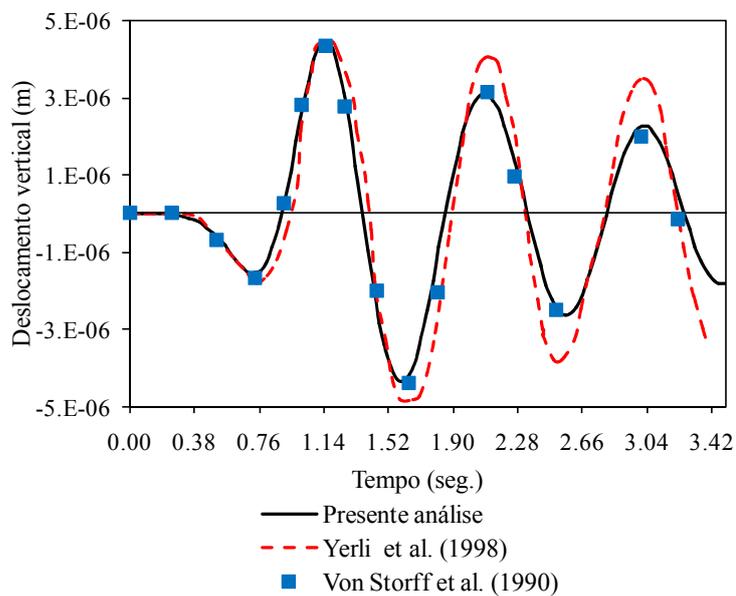


Figura 4.18: Histórico de deslocamento vertical no ponto A devido a P_V

CAPÍTULO 5

ASPECTOS DA ENGENHARIA SÍSMICA E FENÔMENO DE LIQUEFAÇÃO EM AREIAS

5.1 ASPETOS GERAIS

A engenharia sísmica estuda o comportamento das estruturas submetidas a carregamentos de terremoto, sendo seus principais objetivos os seguintes: i) Entender a interação solo-estrutura; ii) Prever a consequências ocasionadas por terremotos em áreas urbanas e os efeitos que esta tem na infra-estrutura e iii) Projetar, construir e manter as estruturas civis para que estas resistam possíveis terremotos. Neste trabalho, é de interesse o primeiro ponto (i). Por esse motivo, é necessário entender alguns dos processos que afetam diretamente o desempenho das estruturas civis. Especificamente, o estudo de fundações profundas de prédios de grande altura, pontes e reservatórios, entre outras estruturas, são de grande interesse nessa área. Historicamente, muitas das rupturas ocorridas nas estruturas civis se devem ao fenômeno de liquefação de solos arenosos, causada pela ação de carregamentos de terremoto (ou sísmicos). Muitos países da America do Sul e do mundo estão constantemente afetados pela ação de terremotos que comprometem consideravelmente sua infra-estrutura, especialmente quando essas estão construídas em zonas de solos arenosos. Sendo assim, é necessário projetar estruturas seguras e entender em detalhe os mecanismos de interação envolvidos. Desde o ponto de vista da análise estrutural é necessário definir alguns considerações necessárias para uma adequada modelagem numérica. A seguir são introduzidos alguns conceitos de interesse.

5.1.1 Propagação de ondas

As vibrações transmitidas pelas fundações (seja das estruturas para o solo como no caso de maquinarias ou do solo para as estruturas como nos casos de sismos) se realizam

através de ondas, por esse motivo é muito importante conhecer os distintos tipos de ondas que se produzem no solo e seus mecanismos de propagação.

Em um meio infinito e isótropo, apenas se podem propagar dois tipos de ondas que correspondem às duas únicas soluções obtidas da equação do movimento. Estas duas ondas são as chamadas ondas de compressão, primárias (P) ou dilatantes e as conhecidas como ondas cisalhantes, secundárias (S) ou distorsionais. Além da velocidade com que se propagam cada uma destas ondas num meio elástico infinito (ondas de corpo), elas apresetam a seguinte particularidade: nas ondas de compressão, o movimento das partículas tem a mesma direção de propagação, enquanto, nas ondas cisalhantes, o movimento das partículas é perpendicular à direção da propagação. Por outro lado, num meio semi-infinito existe uma condição de contorno que permite uma terceira solução às equações de movimento e assim obter um terceiro tipo de onda. Este terceiro tipo corresponde às chamadas ondas superficiais de *Rayleigh* (R , em honra a seu descobridor), as quais produzem movimentos elípticos e diminuem rapidamente sua amplitude com a profundidade. Deve-se estabelecer que as ondas *Rayleigh* transmitem a maior parcela de energia gerada pela vibração de uma sapata superficial num semi-espaço. As amplitudes das ondas *Rayleigh* diminuem mais lentamente com a distância, r , que é medida desde o centro da fonte de excitação, a uma razão de $1/r^{0.5}$, enquanto, a atenuação das ondas P e S na superfície é proporcional a $1/r^2$. A razão desta diferença se deve ao chamado amortecimento radial (*radial damping*).

Na maioria dos casos reais se tem depósitos de solo constituídos por camadas de diferentes propriedades, o qual obriga a conhecer a transmissão de vibrações através destes meios. Por esse motivo, utiliza-se a análise por refração e reflexão que experimentam cada uma destas ondas. Conforme o número de camadas aumenta, terá que ser considerada múltiplas refrações e reflexões e o problema de propagação de ondas se torna ainda mais complexo. Quando a camada superior é menos rígida que o estrato adjacente, outro tipo de onda superficial é gerado (ondas de *Love*). Estas últimas são originadas pelas reflexões múltiplas da camada superior e são as ondas que se deslocam horizontalmente produzindo movimentos transversais. Na Fig. 5.1 é mostrado o movimento que produzem esses tipos de onda nas partículas do solo. Movimentos devido a terremotos e o dano que esses produzem são o resultado dos tipos de ondas básicos apresentados anteriormente. As ondas P e S são ondas de corpo, sendo as ondas P mais rápidas que as ondas S e as quais vão comprimindo e dilatando a massa de solo.

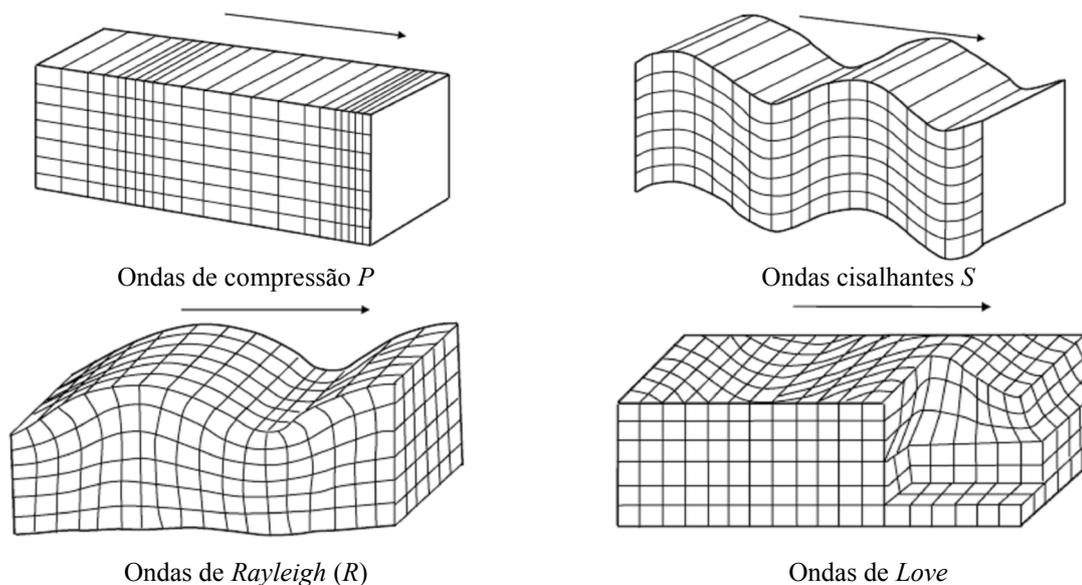


Figura 5.1: Natureza dos deslocamentos das partículas do solo durante o passo de diferentes tipos de ondas

Conforme uma onda S se propaga no meio, essa corta lateralmente a massa do solo em ângulos retos à direção do movimento. A velocidade das ondas P e S dependem da massa específica e propriedades elásticas das rochas e do solo que elas atravessam. Na maioria dos terremotos, as ondas P se sentem primeiro (o efeito é similar a uma explosão sônica que faz rechinar as janelas) e seguidamente, as ondas S chegam com seus movimentos para acima e para abaixo e lado a lado, sacudindo a superfície do terreno verticalmente e horizontalmente. Este é o movimento de onda que danifica as estruturas. A movimentação da onda de superfície de *Love* é essencialmente aquela da onda S sem deslocamentos horizontais. As ondas tipo *Rayleigh* se movimentam verticalmente e horizontalmente num plano vertical referido na direção em que as ondas estão se movimentando. A onda *Love* é geralmente mais rápida que a onda de *Rayleigh*. Na Tabela 5.1 são apresentadas algumas expressões para determinar as velocidades das ondas tipo P , S e de *Rayleigh*, respectivamente.

Tabela 5.1: Velocidades de principais ondas sísmicas

Velocidade de onda P (V_c)	$V_c = \sqrt{\frac{2(1-\nu) G}{(1-2\nu) \rho}}$
Velocidade de onda S (V_s)	$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$
Velocidade de onda <i>Rayleigh</i> (V_R)	$\left(\frac{V_R}{V_s}\right)^6 - 8\left(\frac{V_R}{V_s}\right)^4 + \left[24 - 16\left(\frac{V_R}{V_c}\right)^2\right]\left(\frac{V_R}{V_s}\right)^2 + 16\left[\left(\frac{V_s}{V_c}\right)^2 - 1\right] = 0$

5.1.2 Carregamento aplicado

Os sismógrafos estão especialmente projetados para registrar os movimentos do solo que ocorrem por movimentos dinâmicos (sismos). Dentro destes sismógrafos, o mais comumente utilizado é aquele que mide diretamente a aceleração do solo (acelerômetros). Estes instrumentos estão projetados para atuar frente a fortes acelerações do solo. O registro continua durante alguns minutos até que a aceleração passe a ter níveis imperceptíveis de medição. Existem muitas instituições ao nível mundial, tais como: O Centro Peruano Japonês de Pesquisas Sísmicas e Mitigação de Desastres (*CISMID*) e o Centro de Instrumentação e Registro Sísmico (*CIRES*), entre outras, que disponibilizam gratuitamente registros sísmicos para os usuários. Estes registros, geralmente, contêm informações referentes à localização do evento, o número de pontos registrados e o intervalo do tempo (valor constante) em que esses pontos foram medidos. Informações relevantes obtidas a partir desta informação correspondem à obtenção da frequência predominante f_m (ou período T_m) do registro de acelerações e o valor da máxima aceleração registrada \ddot{u}_g^{\max} . A frequência máxima predominante f_m é calculada a partir da técnica de Transformadas de Fourier, enquanto a aceleração máxima é medida diretamente e serve para classificar a magnitude do evento sísmico. Sismos de pequena magnitude, por exemplo, são definidos com uma aceleração máxima ao redor de $0.15 g$, sismos intermediários com picos máximos ao redor de $0.3 g$ e sismos de grande magnitude ao redor de $0.7 g$, sendo g a aceleração da gravidade.

Para a análise numérica é necessário adotar um passo de tempo Δt adequado para a integração temporal das equações de equilíbrio. Em Petrakis (1993), relaciona-se o passo de tempo Δt com o período fundamental da estrutura T_f mediante $\Delta t = T_f / 20 - T_f / 40$, em Cervera *et al.* (1988), utilizou-se $\Delta t = T_f / 50$. Entretanto, outros autores relacionam o passo de tempo Δt com o período predominante do carregamento dinâmico. Por exemplo, em Sarkar (2009) e Bentley e El-Naggar (2000), o passo de tempo se supõe igual a $\Delta t = T_m / 20$.

O custo computacional da análise dinâmica tempo-história aumenta linearmente com a duração do acelerograma. Por tal razão, acelerogramas artificiais de curta duração, compatíveis com os espectros de projeto, são desenvolvidos (Hinton e Owen, 1980; Bicanic, 1978). Em Bicanic (1978), por exemplo, definiu-se a função analítica de curta duração Johnson-Epstein de energia equivalente à componente NS (norte-sul) do acelerograma do

Centro (1940). O acelerograma original e sua função equivalente são mostrados na Fig. 5.2a e 5.2b, respectivamente. Na Fig. 5.2c é mostrado o espectro de frequências de Fourier, onde se pode determinar uma frequência predominante de 2 Hz.

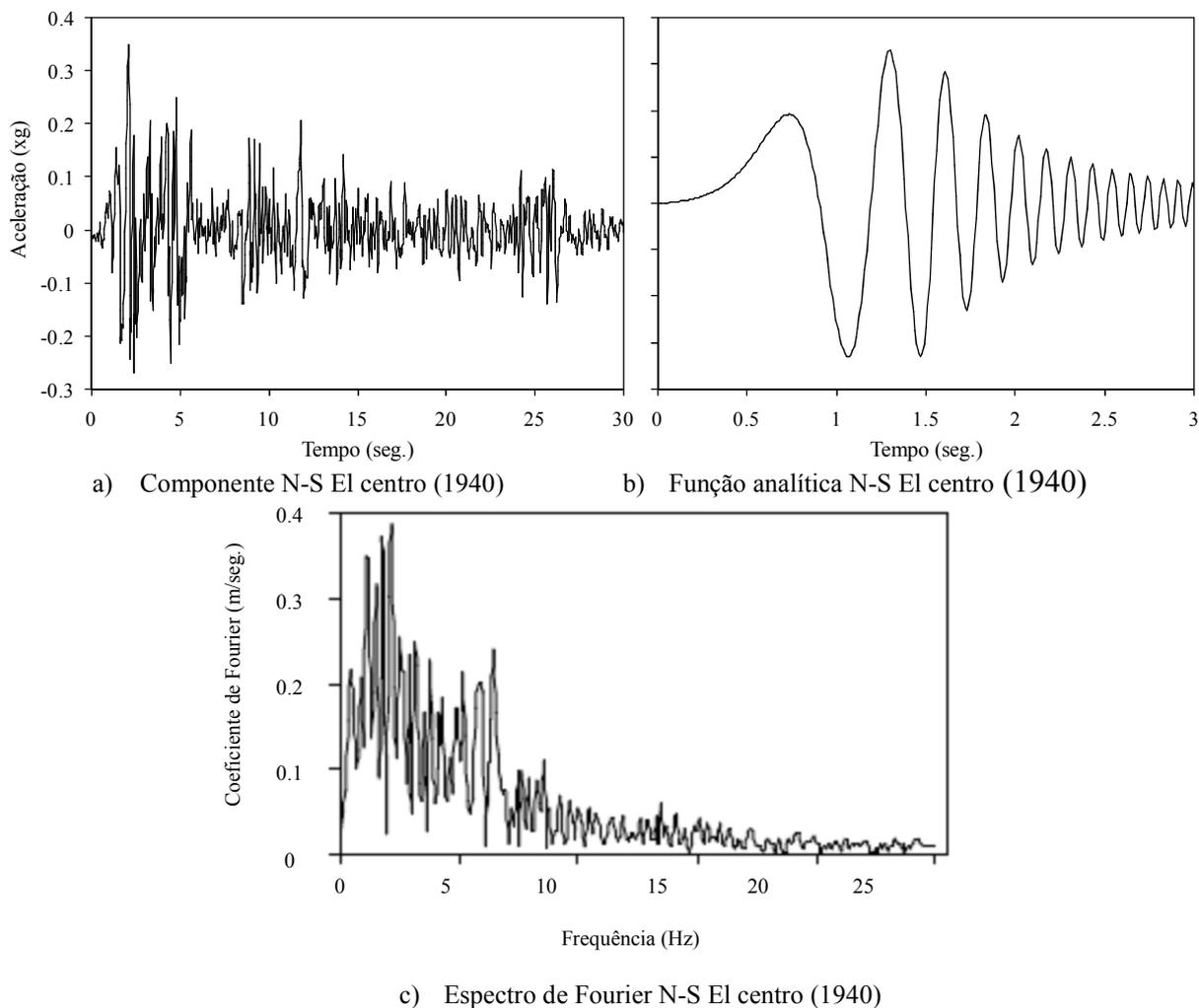


Figura 5.2: Componente N-S do acelerograma do Centro (1940), função analítica e espectro de Fourier equivalente

A suposição de uma fundação de base rígida movimentando-se com o movimento prescrito (geralmente aceleração prescrita) é bastante utilizada por sua simplicidade. Dentro deste modelamento tradicional se supõe que o movimento total da base de fundação é conhecida *a priori*. Esta última aproximação não é aplicável em casos em que não existe uma base rígida identificável no problema em estudo e quando o truncamento do modelo matemático deve ser escolhido arbitrariamente. Neste último caso, é necessário incorporar condições de contorno de radiação na base do modelo para permitir que a onda saliente (aquela viajando na direção da normal saliente ao contorno) não seja refletido por este contorno arbitrário. Caso que o movimento total seja prescrito no modelo (como na

aproximação típica de base rígida), nenhuma condição de contorno por radiação deve ser imposta simultaneamente. Se a base é suficientemente rígida, apenas uma pequena parcela de ondas é transmitida através da base rígida (*bedrock*), enquanto uma maior parcela é refletida de volta para o domínio do solo (Zienkiewicz *et al.*, 1989). Sob essas circunstâncias, a aproximação de base rígida fixa é uma suposição válida, não sendo necessárias impor condições de contorno de transmissão. Neste trabalho por simplicidade, a aproximação tradicional de base rígida é utilizada, sendo que esta pode ser tratada numericamente de duas maneiras a ser descritas a seguir.

Numericamente, o carregamento por terremoto prescrito na base da massa do solo pode ser tratada de duas formas. Um deles corresponde à formulação em *deslocamentos relativos*, onde as variáveis principais em questão são os deslocamentos relativos da massa do solo em relação ao movimento de sua base (o efeito do movimento na base é traduzido em forças inerciais equivalentes). A segunda formulação corresponde à chamada de *deslocamentos absolutos*, onde a descrição do movimento é total e inclui os movimentos de corpo rígido. Esta última aproximação apresenta erros inerentes em sua formulação (Wilson, 2002). O carregamento obtido por *deslocamentos absolutos* é bastante diferente de aquele obtido por *deslocamentos relativos*, sendo algumas das possíveis causas de erros:

- As acelerações são funções lineares dentro de um passo de tempo Δt e sua solução exata é normalmente utilizada para solucionar as equações de equilíbrio. De outra maneira, deslocamentos obtidos de uma função de aceleração linear são uma função cúbica dentro de passo de tempo, portanto, passos de tempo pequenos são requeridos ou outro método de solução deve ser usado.
- A distribuição espacial dos carregamentos na formulação relativa é diretamente proporcional à massa, e a regra de participação do 90% da massa da estrutura na resposta modal pode ser utilizada com precisão. No caso em que os deslocamentos na base sejam dados de entrada, os fatores de participação modal não podem ser utilizados para estimar possíveis erros. Para carregamento por *deslocamentos absolutos*, forças concentradas são aplicadas nos nós perto da base da estrutura, portanto, um grande número de modos de vibração de altas frequências são excitados. Portanto, estimativas de erros alternativas devem ser introduzidas e provavelmente um número grande de modos de vibração podem ser requeridos.

- Se o mesmo amortecimento é utilizado para análises com acelerações (*deslocamentos relativos*) e deslocamentos (*deslocamentos absolutos*), os resultados obtidos são diferentes. Isto é, para um mesmo valor de amortecimento, o amortecimento efetivo associado com a resposta de alta frequência é maior quando os deslocamentos de entrada são especificados (*deslocamentos absolutos*). Se o amortecimento proporcional à massa é também utilizado, um amortecimento adicional é introduzido devido ao movimento de corpo rígido da estrutura (Wilson, 2002)

Neste trabalho, quando a estrutura é submetida a um carregamento de terremoto, a aproximação em *deslocamentos relativos* é utilizada.

5.1.3 Tamanho do elemento finito

Numa análise dinâmica, distorções numéricas podem ocorrer em função das condições de modelagem. As frequências das ondas de ingresso e as características do sistema poderiam afetar a precisão da transmissão de onda na malha de elementos finitos. Em Kuhlemeyer e Lysmer (1973) e Isam *et al.* (2012) se mostraram que para uma representação mais precisa da transmissão da onda dentro do modelo, o tamanho do elemento finito, ΔL , deve ser menor que aproximadamente um décimo a um oitavo do comprimento de onda λ , onde $\lambda = V_s / (f_m)_{\max}$, sendo $(f_m)_{\max}$ a máxima frequência de carregamento (obtido do espectro de acelerações de Fourier, Vide Fig. 5.2c) e V_s é a velocidade cisalhante no solo como é estabelecido na Tabela 5.1. Em Lu *et al.* (2005) se estabelece que a componente de maior frequência do movimento de onda é difícil de transmitir se o tamanho do elemento é pequeno. Um estudo desenvolvido por Gupta *et al.* (1982) mostra que no caso de ondas cisalhantes transmitidas verticalmente, a altura do elemento finito pode ser calculado como $\Delta L = \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8}\right) V_s / (f_m)_{\max}$. A limitação do tamanho no plano xy não é tão estrito como na altura e o tamanho no plano é escolhido entre $3\Delta L$ a $5\Delta L$. Em Nofal (1998), utilizou-se $\Delta L = \lambda / 10$, enquanto, em Bentley e El Naggar (2000), o valor de ΔL foi definido a ser menor aproximadamente um quinto a um oitavo do comprimento de onda λ . Em Massimino e Maugeri (2013), o máximo tamanho de cada elemento finito satisfaz $\Delta L \leq \lambda / 6$.

Por outro lado, a subdivisão na direção vertical é mantida constante para permitir uma distribuição uniforme das ondas S_H (que são as parcelas horizontais das ondas S) que se propagam verticalmente (Bentley e El-Naggar, 2000; Sarkar, 2009). Devido à variação do

módulo cisalhante G com a profundidade do solo, neste trabalho, adota-se o valor médio do módulo cisalhante correspondente à profundidade média do depósito de solo em estudo, uma aproximação idêntica tem sido utilizada em Massimino e Maugeri (2013). Posteriormente este valor é utilizado para o cálculo da velocidade de cisalhamento correspondente (Vide Tabela 5.1). Por exemplo, na Tabela 5.2 é representada o cálculo do valor do tamanho mínimo do elemento finito a ser utilizado nos problemas de interação solo-estaca. As propriedades do solo correspondem ao caso de uma areia com densidade relativa de 40% e para uma frequência única de carregamento de 2 Hz (movimento harmônico). Estes últimos valores são usualmente utilizados nesta tese.

Tabela 5.2: Determinação do tamanho do elemento finito para problema típico

Profundidade (m)	G (kPa)	ρ_s (kN.seg. ² /m ⁴)	V_s (m/seg.)	f_m (Hz)	λ (m)	$\lambda/6$ (m)
0.5	385.0	1.96	14.01	2	7.00	1.17
1.5	632.6	1.96	17.96	2	8.98	1.50
2.5	1054.3	1.96	23.18	2	11.59	1.93
3.5	1476.0	1.96	27.43	2	13.71	2.29
4.5	1897.7	1.96	31.10	2	15.55	2.59
5.5	2319.4	1.96	34.38	2	17.19	2.87
6.5	2741.2	1.96	37.38	2	18.69	3.11
7.5	3162.9	1.96	40.15	2	20.08	3.35
8.5	3584.6	1.96	42.74	2	21.37	3.56
9.5	4006.3	1.96	45.19	2	22.59	3.77
10.5	4428.0	1.96	47.51	2	23.75	3.96
11.5	4849.8	1.96	49.72	2	24.86	4.14
12.5	5271.5	1.96	51.83	2	25.92	4.32
13.5	5693.2	1.96	53.87	2	26.93	4.49
14.5	6114.9	1.96	55.83	2	27.91	4.65
Tamanho máximo (média) do elemento finito (m) :						3.18

5.2 FENÔMENOS RESULTANTES A SEREM CONSIDERADOS EM AREIAS

A seguir são descritas em detalhe os fenômenos resultantes a serem considerados em areias devido ao fenômeno de liquefação. Uma excelente descrição do tema pode ser encontrada em Guillén (2006, 2008); segue um breve resumo dos conceitos extraídos desses trabalhos. A liquefação é um processo que geralmente ocorre em areias sob carregamentos cíclicos ou monotônicos e que se relaciona à perda de resistência ao cisalhamento do solo pela

falta de contato entre as partículas. A perda de contato se produz quando as poropressões desenvolvidas produto de um carregamento externo se incrementam até o ponto de anular as tensões efetivas devido à inadequada drenagem existente. O fenômeno de liquefação é o produto final de mecanismos de formação diferentes tais como *fluxo por liquefação* e *mobilidade cíclica*. O *fluxo por liquefação* é um processo que ocorre quando a tensão estática cisalhante necessária para manter o equilíbrio na massa do solo é maior que a resistência residual do solo liquefeito. Colapsos causados por este processo se caracterizam por movimentos rápidos e de grande extensão como aconteceu no colapso da via expressa de Hanshin (Vide Fig. 5.3). Em contraste com o fluxo por liquefação, a *mobilidade cíclica* é um processo causado por carregamentos cíclicos e que ocorre em depósitos de solo sob tensões cisalhantes estáticas inferiores à resistência ao cisalhamento do material. As deformações produzidas pela ruptura por *mobilidade cíclica* são progressivas durante o movimento sísmico e produzem escorregamento lateral (*lateral spreading*) em superfícies adjacentes aos corpos de água como lagos ou praias. Por exemplo, na Fig. 5.4 se mostra o escorregamento lateral produzido ao longo do rio Motagua na Guatemala durante o terremoto em 1996.



Figura 5.3: Liquefação de solo de fundação de via expressa de Hanshin devido ao terremoto de Kobe, Japão, 1995 (fonte: U.S. Department of Transportation)



Figura 5.4: Escorregamento lateral ao longo do rio Motagua por terremoto em Guatemala, 1996 (fonte: U.S. Department of Transportation)

Para uma amostra de areia, as respostas, considerando o mesmo material na condição fofa (contrativo) e densa (dilatante), são mostradas nas partes (a) e (b), respectivamente, da Fig. 5.5. As curvas mostradas consideram que existe uma tensão cisalhante estática atuante devido ao estado inicial anisotrópico que, por exemplo, se encontra num talude. No caso de uma areia fofa, essa tende a se compactar sob cisalhamento e devido à condição não-drenada, os valores da poropressão se incrementam. Como se indica na Fig. 5.5a, o solo contrativo sob cisalhamento monotônico atinge uma resistência ao cisalhamento máxima e logo decresce gradualmente até um valor de resistência ao cisalhamento residual. Se esse último valor é menor que a tensão cisalhante estática inicial, então, uma falha por fluxo de liquefação deve ocorrer. Entretanto, se a mesma amostra de solo é carregada ciclicamente, como também se mostra na Fig. 5.5a, os excessos de poropressões gerados em cada ciclo de carregamento se vão acumulando e vão direcionando a trajetória de tensões efetivas até a ruptura. Se a resistência ao cisalhamento for menor que a tensão cisalhante estática inicial, rupturas típicas de um fluido ocorrem, enquanto, as deformações se seguem desenvolvendo mesmo após o término do carregamento cíclico.

No caso de areias densas, o cisalhamento atuante também pode produzir alguns excessos de poropressão para pequenos níveis de deformações. Não obstante, para maiores níveis de deformações, as poropressões decrescem chegando a serem negativas devido ao incremento no volume do solo (extensão). Portanto, como se mostra na Fig. 5.5b, o cisalhamento monotônico de uma amostra de solo densa resulta numa tensão efetiva e resistência ao cisalhamento maior. Na Fig. 5.5b, também se mostra a resposta dinâmica da mesma amostra de solo, onde as poropressões geradas em cada ciclo de cisalhamento resultam numa acumulação de excesso de poropressão e deformação. Não obstante, após de um ponto determinado, a tendência dilatante e o desenvolvimento de poropressões negativas limita qualquer deformação em ciclos de carregamentos adicionais. Como se indica na Fig. 5.5b, a trajetória de tensões efetivas se movimenta para a esquerda, mas a envoltória de ruptura não é atingida. Se esta amostra for submetida a um cisalhamento estático após o término do carregamento cíclico, esta poderia mobilizar toda sua resistência. Embora deformações significativas possam ocorrer durante o carregamento cíclico, as grandes deformações associadas com a falha de fluxo por liquefação não se desenvolvem em solos densos (dilatantes). Esse comportamento é denominado na literatura como *mobilidade cíclica*.

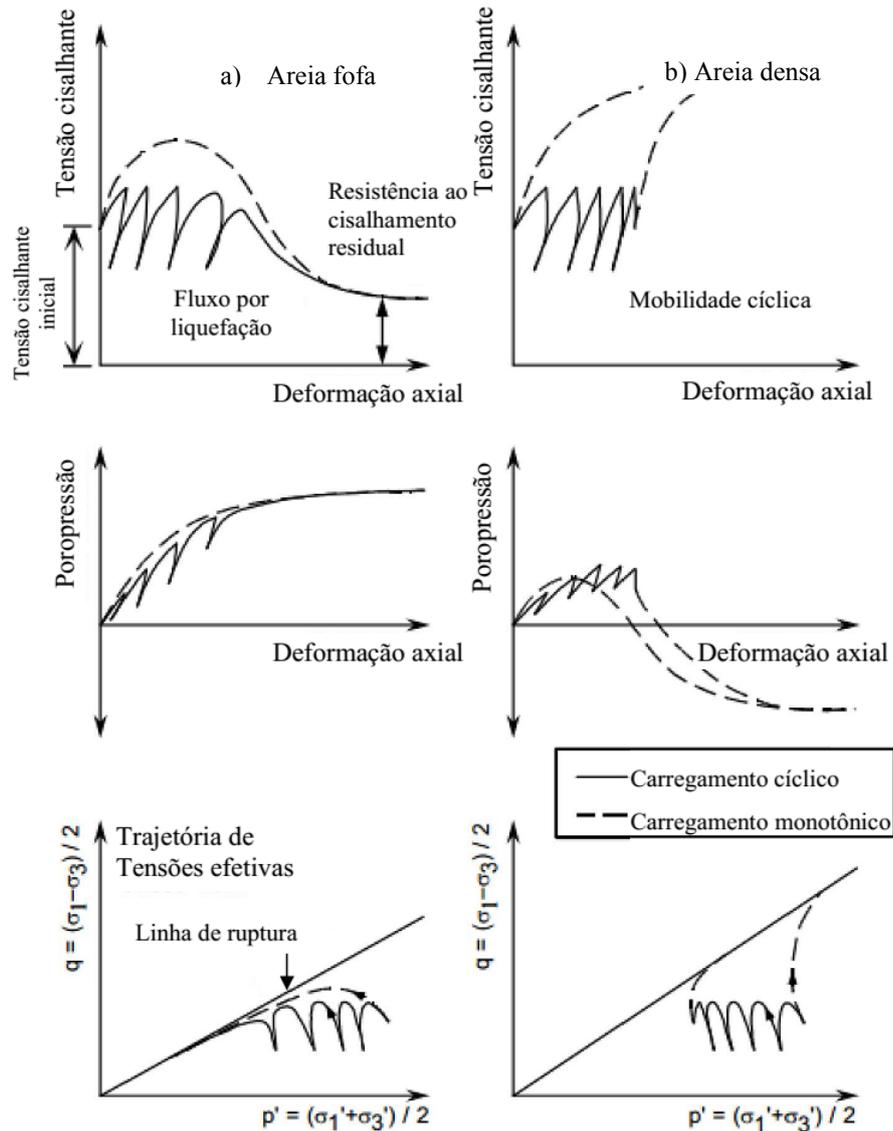


Figura 5.5: Trajetória típicas de tensões e poropressões em areias fofa e densa

5.3 MODELO CONSTITUTIVO PARA AREIAS EM CARREGAMENTO ESTÁTICO E DINÂMICO

O objetivo desta seção é apresentar a formulação do modelo numérico constitutivo que será empregado para reproduzir o comportamento de solos sob carregamento dinâmico. O modelo constitutivo empregado neste trabalho corresponde a aquele apresentado em Pastor *et al.* (1990) para a modelagem de areias em carregamento cíclico. Esse modelo constitutivo é conhecido na literatura técnica do tema como *PZ-Mark III* e tem sido aplicado satisfatoriamente por diversos autores para modelar problemas de geotecnia que envolvem liquefação de solos (Chan, 1988; Guillén, 2008; Ou, 2009, entre outros). Esta seção inicia-se

com a apresentação da teoria de plasticidade generalizada utilizada no desenvolvimento do modelo e que simula processos de carregamento e descarregamento por processos cíclicos. É importante estabelecer que a nomenclatura utilizada neste capítulo corresponde-se com a definição de tensão efetiva introduzida no capítulo três.

5.3.1 Teoria da plasticidade generalizada

A teoria da plasticidade generalizada, proposta em Mroz e Zienkiewicz (1981), representa uma extensão da teoria da plasticidade clássica para possibilitar a determinação de deformações permanentes (plásticas) em um ciclo de carregamento. Esta teoria não exige a definição prévia das superfícies de escoamento e potencial plástico, sendo determinadas totalmente pelos vetores unitários das trajetórias de tensão durante os processos de carregamento, descarregamento e recarregamento. Portanto, esta teoria prescinde de uma superfície de escoamento, de uma superfície de potencial plástico e de uma lei de endurecimento para calcular as deformações plásticas (Guillén, 2008).

Para definir completamente o comportamento de qualquer material precisa-se especificar a relação constitutiva que relaciona os incrementos de deformações com os incrementos de tensões. Em geral, o tensor constitutivo $(D_{ijkl})_{L/U}$ (onde L e U referem-se ao processo de carregamento e descarregamento, respectivamente) dependerá do estado de tensão atual e da deformação, assim como também da direção desta última. Postula-se que no espaço de tensões, existe uma direção $(n_{ij})^{\hat{e}} = n_{ij}$, (unitária) associada a um incremento de tensão $d\sigma'_{ij}$ que permite diferenciar entre processos de carregamento e descarregamento através das seguintes expressões:

$$d\sigma'_{ij} = (D_{ijkl})_L d\varepsilon_{kl} \text{ se } n_{ij}(d\sigma'_{ij})^e > 0 \quad (5.1a)$$

$$d\sigma'_{ij} = (D_{ijkl})_U d\varepsilon_{kl} \text{ se } n_{ij}(d\sigma'_{ij})^e < 0 \quad (5.2b)$$

onde o sobrescrito e se relaciona a processos elásticos. A unicidade do incremento de deformação $d\varepsilon_{kl}$ demanda que em caso de carregamento neutro, ou seja, quando $n_{ij}d\sigma'_{ij} = 0$, os módulos do material $(D_{ijkl})_L$ e $(D_{ijkl})_U$ sejam idênticos, de tal maneira que o comportamento seja localmente elástico (reversível). Pode-se demonstrar que a partir das

suposições estabelecidas anteriormente, a expressão mais geral para o tensor constitutivo $(D_{ijkl})_{L/U}$, ou neste caso específico para sua relação inversa $(C_{ijkl})_{L/U}$, seja definido como:

$$(C_{ijkl})_L = (C_{ijkl})^e + (n_{ij})_L^G n_{kl} / (H)_L \quad (5.2a)$$

$$(C_{ijkl})_U = (C_{ijkl})^e + (n_{ij})_U^G n_{kl} / (H)_U \quad (5.3b)$$

onde o tensor $(n_{ij})_{L/U}^G$ contém as direções de um tensor unitário especificado arbitrariamente, obtido como o gradiente do potencial plástico \hat{G} e $(H)_{L/U}$ define o módulo plástico do material para processos de carregamento e descarregamento. As relações anteriores asseguram a unicidade dos incrementos de deformação em carregamento neutro. Isto pode ser verificado substituindo a Eq. (5.3) na Eq. (5.2) e demonstrando que para carregamento neutro, apenas o tensor constitutivo elástico $(D_{ijkl})^e$, ou sua relação inversa $(C_{ijkl})^e$, fornece deformações não nulas. Finalmente, é fácil de estabelecer uma expressão mais adequada para o tensor constitutivo $D_{L/U}$, que pode ser dada como:

$$(D_{ijkl})_{L/U} = D_{ijkl}^e - \frac{(D_{ijmn})^e (n_{mn})_{L/U}^{\hat{G}} n_{ab} (D_{abkl})^e}{n_{wz} (D_{wzop})^e (n_{op})_{L/U}^{\hat{G}} + (H)_{L/U}} \quad (5.3)$$

e que é a forma padrão do denominado tensor elasto-plástico. Em resumo, na plasticidade generalizada o comportamento de qualquer material pode ser descrito sempre que as variáveis $(D_{ijkl})^e$, n_{ij} , $(n_{ij})_{L/U}^G$ e $(H)_{L/U}$ sejam conhecidas. Fazendo aqui numa comparação com a teoria clássica de plasticidade, as variáveis anteriores podem ser definidas a partir da definição explícita de uma superfície de escoamento $\hat{F}(\boldsymbol{\sigma}', k)$. Sendo assim, o tensor n_{ij} (ou \mathbf{n}) se define como o gradiente da superfície de escoamento $\hat{F}(\boldsymbol{\sigma}', k)$ de acordo com a Eq. (5.5) e cujos parâmetros de endurecimento de deformação vêm representados pela variável k e onde processos de descarregamento são sempre elásticos (ou seja, quando $H_{L/U} \rightarrow \infty$). Pode-se definir um comportamento associativo quando $(n_{ij})_L^{\hat{G}} = (n_{ij})_L^{\hat{F}}$.

$$\left(n_{ij}\right)_L^{\hat{F}} = n_{ij} = \frac{\frac{\partial \hat{F}}{\partial \sigma'_{ij}}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}}\right)^{1/2}} \quad (5.4)$$

A necessidade de satisfazer a condição de consistência $\dot{\hat{F}} = 0$ durante a deformação plástica fornece a seguinte expressão explícita para o módulo plástico:

$$H_{L/U} = \frac{\frac{\partial F}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \varepsilon^p} \mathbf{n}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}}\right)^{1/2}} \quad (5.5)$$

onde $(d\varepsilon_{kl})^p$ é o tensor de incremento de deformação plástica, definida como:

$$(d\varepsilon_{kl})^p = \frac{(n_{kl})^{\hat{G}} n_{ij} d\sigma_{ij}}{H_L} \quad (5.6)$$

5.3.2 Modelo constitutivo *PZ-Mark III* (Pastor *et al.*, 1990)

O modelo *PZ-Mark-III* baseia-se numa variante do conceito de superfície limite (“*bounding surface*”) introduzida em Dafalias e Hermann (1982) conjuntamente com os conceitos da teoria de plasticidade generalizada (Zienkiewicz *et al.*, 1999) descritos na seção anterior. Em Zienkiewicz *et al.* (1985) se propõe inicialmente um modelo constitutivo para a modelagem de argilas em carregamento cíclico baseados nos conceitos anteriores. Posteriormente, em Pastor *et al.* (1985), introduziram-se algumas modificações ao modelo original para poder simular o comportamento de solos arenosos; este último modelo de areias é conhecido na literatura técnica do tema como *PZ-Mark I* e foi o ponto inicial para o posterior desenvolvimento do modelo *PZ-Mark III* (Pastor *et al.*, 1990). O modelo *PZ-Mark-II* é apenas uma transição entre os modelos anteriores utilizado internamente pelos referidos autores (Chan, 1988). Neste modelo, a superfície limite \hat{F} e de carregamento \hat{f} são coincidentes e, portanto nenhuma regra de interpolação para o cálculo do módulo plástico H_L é necessária. Porém, o modelo precisa da definição de um estado de tensão inicial.

(a) Vetor unitário normal à superfície do potencial plástico para carregamento $\mathbf{n}_L^{\hat{G}}$

A direção da superfície do potencial plástico definida pelo vetor unitário $\mathbf{n}_L^{\hat{G}}$ pode ser determinada no espaço triaxial de maneira similar aos procedimentos utilizados no modelo *Mark-I*, embora uma terceira componente n_θ é introduzida. Sendo assim, as componentes do vetor unitário $\mathbf{n}_L^{\hat{G}}$, vêm definidas da seguinte maneira:

$$(n_p)_L^{\hat{G}} = \frac{d_G}{\sqrt{1+d_G^2}} ; (n_q)_L^{\hat{G}} = \frac{1}{\sqrt{1+d_G^2}} ; (n_\theta)_L^{\hat{G}} = -\frac{qM_G \cos 3\theta}{2\sqrt{1+d_G^2}} \quad (5.7)$$

onde os subscritos p , q e θ se referem, respectivamente, às componentes associadas à tensão média efetiva, componente desviadora e ângulo de *Lode*.

(b) Vetor unitário normal à superfície do potencial plástico para descarregamento $\mathbf{n}_U^{\hat{G}}$

As componentes do vetor unitário $\mathbf{n}_U^{\hat{G}}$ vêm definidas como:

$$(n_p)_U^{\hat{G}} = -|n_p|_L^{\hat{G}} \quad (5.8a)$$

$$(n_q)_U^{\hat{G}} = (n_q)_L^{\hat{G}} \quad (5.28b)$$

$$(n_\theta)_U^{\hat{G}} = (n_\theta)_L^{\hat{G}} \quad (5.28c)$$

onde o subscrito U indica condição de descarregamento. O valor absoluto na Eq. (5.28a) assegura que a densificação ocorra sempre durante descarregamento e que os comportamentos de *fluxo por liquefação* e *mobilidade cíclica* sejam simulados adequadamente. O sinal negativo na frente da expressão assegura um comportamento de contração no solo (Chan, 1988).

(c) Vetor unitário normal à superfície de carregamento e descarregamento $\mathbf{n}_{L/U}^{\hat{F}}$

Para areias, uma regra de fluxo não associada é necessária para modelar o comportamento instável dentro da região de endurecimento e conseqüentemente a direção do

vetor unitário de carregamento ou descarregamento $\mathbf{n} \equiv \mathbf{n}_{L/U}^{\hat{F}}$ deve ser diferente do vetor unitário $\mathbf{n}_L^{\hat{G}}$. Sendo assim, as componentes do vetor unitário $\mathbf{n}_{L/U}^{\hat{F}}$ vêm definidas da seguinte maneira:

$$(n_p)_{L/U}^{\hat{F}} = \frac{d_F}{\sqrt{1+d_F^2}} \quad (5.9a)$$

$$(n_q)_{L/U}^{\hat{F}} = \frac{1}{\sqrt{1+d_F^2}} \quad (5.29b)$$

$$(n_\theta)_{L/U}^{\hat{F}} = -\frac{qM_G \cos 3\theta}{2\sqrt{1+d_F^2}} \quad (5.29c)$$

com $d_F = (1 + \alpha_F)(M_F - \eta)$, onde α_F é uma constante do material que determina a forma da superfície de carregamento (usualmente igual a α_G) e M_F determina o tamanho desta superfície. Caso que os valores de α_F e M_F sejam iguais às da superfície do potencial plástico α_G e M_G , então a relação constitutiva é associada e não associada em outro caso. Se a relação é associada, o tensor constitutivo é simétrico. Não obstante, as areias apresentam um comportamento não associativo e, portanto o tensor constitutivo é não simétrico.

(d) Superfícies de escoamento \hat{F} e potencial plástico \hat{G}

É importante estabelecer que os vetores unitários, \mathbf{n} , e $\mathbf{n}_L^{\hat{G}}$, foram definidos anteriormente sem a definição explícita da superfície limite \hat{F} e do potencial plástico \hat{G} , embora seja possível a definição destas no modelo. As correspondentes superfícies \hat{F} e \hat{G} são obtidas mediante integração (Chan, 1988) através da definição dos vetores, \mathbf{n} , e $\mathbf{n}_L^{\hat{G}}$, respectivamente. Estas superfícies são expressas da seguinte maneira:

$$\hat{F} = q - M_F p' \left[1 + \frac{1}{\alpha} \right] \left[1 - \left(\frac{p'}{p'_{co}} \right)^{\alpha_F} \right] \quad (5.10a)$$

$$\hat{G} = q - M_G p' \left[1 + \frac{1}{\alpha} \right] \left[1 - \left(\frac{p'}{p'_{co}} \right)^{\alpha_G} \right] \quad (5.30b)$$

Ambas as superfícies são mostradas na Fig. 5.6 para areias medianamente fofas conjuntamente com dados experimentais. A posição relativa das superfícies de escoamento e de potencial plástico indica a possibilidade de ocorrência de densificação no material na região de carregamento, fato que segue as observações experimentais (Pastor *et al.*, 1990).

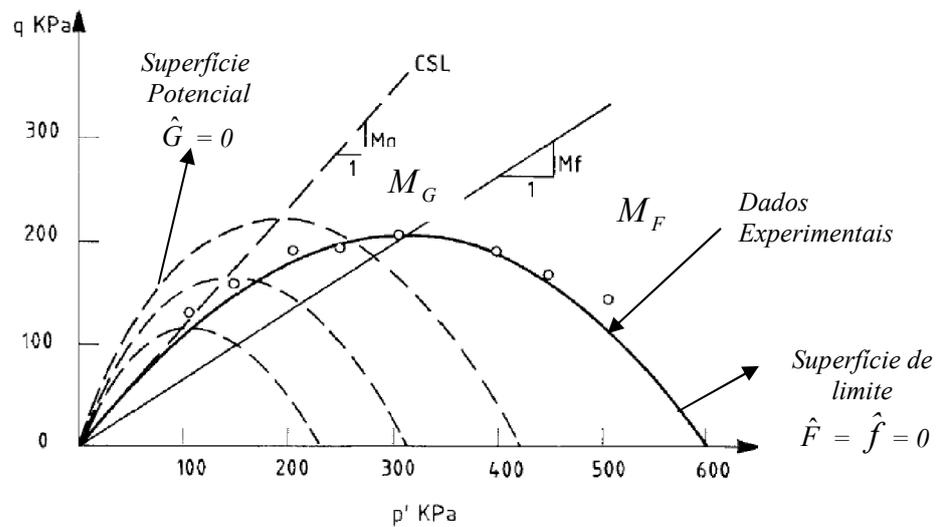


Figura 5.6: Exemplo de superfícies de escoamento teórica e experimental obtido de Pastor *et al.* (1990)

(e) Módulo plástico para carregamento

A expressão proposta para o módulo plástico é definida da seguinte maneira:

$$H_L = H_0 p' (1 - \eta/\eta_F)^4 (H_v + H_s) (\eta/\eta_{\max})^{-\gamma_{DM}} \quad (5.11a)$$

com,

$$\eta_F = (1 + 1/\alpha_F) M_F \quad (5.31b)$$

onde H_0 é um parâmetro de escala do modelo para o módulo plástico. A dependência com p' é consistente com o fato que a pressão confinante efetiva aumenta conforme a deformação plástica se reduz. O termo $(1 - \eta/\eta_F)^4$ incorpora o fato que a quantidade de deformação

plástica aumenta com a razão $\eta = p'/q$, mas não excedendo o valor de η_F . O termo H_v representa a parcela volumétrica do módulo de endurecimento, a qual é definida da seguinte maneira:

$$H_v = (1 - \eta/M_G) \quad (5.12)$$

Conforme η se aproxima a M_G , o valor de H_v tende a zero e a deformação plástica aumenta. Nesse caso, a capacidade do solo para suportar carregamentos externos diminui. Caso o endurecimento por deformação desviadora H_s não seja considerado na formulação do modelo, a ruptura no solo acontece quando a linha M_G é atingida, conforme H_v reduz seu valor até zero. Sendo assim, a definição do termo H_s é necessária e representa a parte desviadora do módulo plástico e é dada pela seguinte expressão:

$$H_s = \beta_0 \beta_1 \exp(-\beta_0 \xi) ; \xi = \int |d\varepsilon_q| \quad (5.13)$$

onde β_0 e β_1 são parâmetros do modelo e $d\varepsilon_q$ é o diferencial do tensor da deformação plástica desviadora. Quando a deformação desviadora ξ é pequena, o valor de H_s é grande e a trajetória de tensões no plano $p' - q$ é capaz de cruzar a linha crítica definida por M_G . Não obstante, conforme a deformação desviadora aumenta, o valor de H_s vai assintoticamente para zero e a trajetória de tensões retorna lentamente à linha M_G . O termo η_{\max} em (5.31a) armazena a máxima razão de tensões p'/q atingida no processo e é um parâmetro de degradação que regula o fato de que menor deformação plástica ocorre para processos de recarregamento.

(f) Módulo plástico de descarregamento H_U

O módulo plástico em descarregamento define-se da seguinte maneira:

$$H_U = H_{U0} (\eta_U/M_G)^{-\gamma_U} \quad (5.14)$$

onde H_{U0} é um parâmetro de escala, η_U é a razão de tensões quando aconteceu a última descarga e γ_U é uma constante que regula esse efeito. Esta lei segue o fato experimental de que a plasticidade em descarregamento é mais importante para níveis maiores de tensões.

(g) Constantes elásticas K_v e K_s

Os módulos elásticos de compressibilidade K_v e cisalhamento K_s podem variar linearmente com a pressão média efetiva p' de confinamento como:

$$K_v = K_{evo} p'; \quad K_s = K_{eso} p' \quad (5.15)$$

onde K_{evo} e K_{eso} representam o módulo de compressibilidade e cisalhamento à pressão de referência p'_o . Conforme a pressão de confinamento aumenta, o material granular se compacta e a deformação do material é mais difícil. O modelo *PZ-Mark-III* precisa da definição de 13 parâmetros como se mostra na Tabela 5.3. Estes parâmetros podem ser identificados reproduzindo ensaios triaxiais monotônicos e cíclicos.

Tabela 5.3: Parâmetros do modelo *Mark-III*

Parâmetro	Descrição
M_F	Inclinação da linha de estado crítico (CSL) para vetor de carregamento (sem dimensões)
M_G	Inclinação da linha de estado crítico (CSL) para vetor de deformação plástica (sem dimensões)
α_F	Parâmetro de dilatância (sem dimensões)
α_G	Parâmetro de dilatância para vetor de deformação plástica (sem dimensões)
K_{eso}	Três vezes o módulo inicial de cisalhamento
K_{evo}	Módulo inicial volumétrico
β_o	Parâmetro de endurecimento de cisalhamento (sem dimensões)
β_1	Parâmetro de endurecimento de cisalhamento (sem dimensões)
H_o	Módulo plástico em carregamento (kPa)
H_U	Módulo plástico em descarga (kPa)
γ	Constante de deformação plástica durante recarregamento (sem dimensões)
γ_U	Constante de deformação plástica durante descarregamento (sem dimensões)

5.4 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Com a finalidade de validar o modelo constitutivo *PZ-mark III* apresentado na seção anterior, uma série de exemplos de liquefação de solos são estudados.

5.4.1 Coluna de areia de Ou e Chan (2006)

Neste exemplo estuda-se a coluna de solo saturada proposta em Ou e Chan (2006) para a verificação do modelo constitutivo que predice o fenômeno de liquefação em areias. É importante estabelecer que essa coluna representa realmente uma camada de areia muito fofa com extensão semi-infinita. A geometria e malha de elementos finitos utilizada na modelagem deste exemplo se mostra na Fig. 5.7. A malha se compõe de 10 elementos finitos hexaédricos de 8-8 nós e esta submetida a um movimento horizontal na base segundo a componente E-W do sismo do Centro (1940), componente que é reproduzida na Fig. 5.8. A coluna de solo tem sua base restrita e impermeável com sua superfície superior livre e drenada. Os deslocamentos nas faces laterais, perpendiculares à direção do movimento longitudinal, são vinculados para formar uma condição de contorno periódica e garantir deslocamentos iguais nos nós à mesma profundidade. Esta condição de contorno reflete apropriadamente a extensão lateral semi-infinita e tem sido utilizada satisfatoriamente por vários autores (Vide seção 4.5.1 do capítulo quatro). A condição de deformação plana é considerada mediante a restrição dos deslocamentos na direção Y.

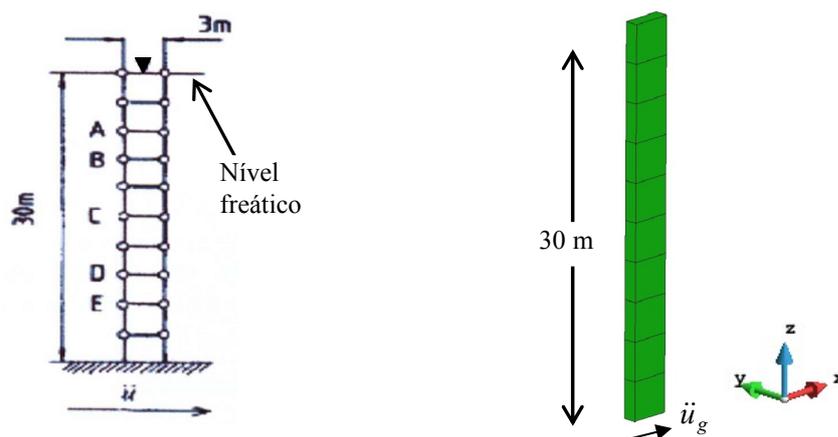


Figura 5.7: Malha de elementos finitos

Primeiramente numa análise elástica linear é realizada para obter o estado de tensão inicial no solo antes da análise dinâmica. Esta análise tenta estabelecer o comportamento do solo em condição natural devido ao efeito de gravidade (peso próprio).

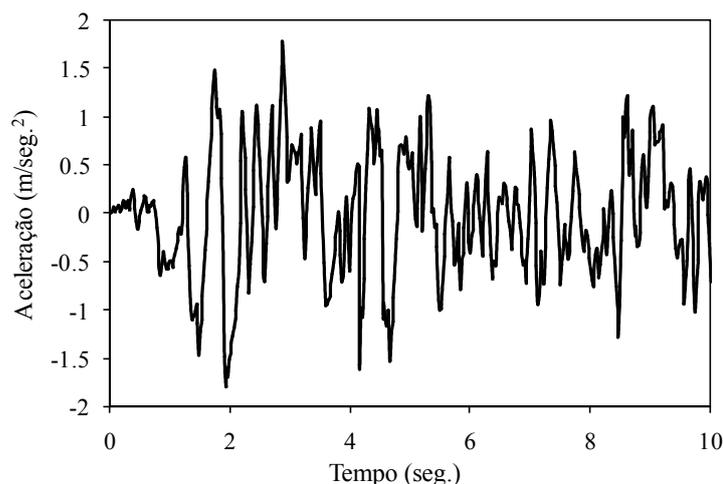


Figura 5.8: Componente E-W do acelerograma o Centro (1940)

Como qualquer outro modelo constitutivo para solos, o modelo *PZ-Mark III* não pode ser utilizado a partir de um estado nulo de tensões. Portanto, as poropressões e tensões efetivas obtidas da análise elástica linear estática são adotadas como poropressões e tensões efetivas iniciais para a subsequente análise dinâmica. Os deslocamentos medidos durante a análise dinâmica sísmica serão referenciados após da análise elástica inicial e, portanto qualquer deslocamento existente antes desta é anulado. Esta última aproximação será utilizada para todos os problemas que envolvem uma análise por carregamento de terremoto. A propriedades e outros dados relevantes do problema são apresentados na Tabela 5.4.

Em Ou e Chan (2006), se escolheram cinco pontos: A, B, C, D e E (Vide Fig. 5.7) com diferentes profundidades para monitorar a geração do excesso de poropressão durante a análise. Os resultados obtidos na presente análise são mostrados na Fig. 5.9, onde se pode apreciar claramente que os pontos A e B atingin rapidamente o valor inicial da tensão vertical efetiva e, portanto apresentam um estado liquefeito. Os resultados obtidos em Ou e Chan (2006) são idênticos aos obtidos aqui, porém são omitidos na figura por claridade. Com a finalidade de investigar o desenvolvimento do excesso de poropressão a diferentes profundidades durante a análise sísmica, na Fig. 5.10, se mostra a variação desta variável versus a profundidade do solo para diferentes tempos de análise. Nesta mesma figura, mostram-se os resultados obtidos em Ou e Chan (2006) através do código computacional *DYNE3WAC* (DYNamic Eathquake Analysis Program 3D Window Version for ACademic). Como se pode apreciar, idênticos resultados são reportados.

Tabela 5.4: Propriedades do solo e constantes do modelo *PZ-Mark III*

Propriedades			areia muito fofa	areia fofa
Solo	Massa específica do solo	$\rho =$	2.089	2.089
	Massa específica do fluido	$\rho_f =$	0.98	0.98
	Módulo volumétrico do grão sólido	$K_s =$	10^{17}	10^{17}
	Módulo volumétrico do fluido	$K_f =$	1.092×10^6	1.092×10^6
	Porosidade	$n =$	0.363	0.363
	Permeabilidade	$k =$	2.1×10^{-3}	2.1×10^{-3}
	Aceleração da gravidade	$g =$	9.81	9.81
<i>Para análise elástico linear</i>				
	Módulo de Elasticidade	$E_s =$	30000	30000
	Poisson	$\nu_s =$	0.3	0.3
<i>Análise não linear com modelo Mark III</i>				
	Módulo volumétrico inicial à pressão de referência p'_o	$K_{evo} =$	3500	770
	Módulo cisalhante à pressão de referência p'_o	$K_{eso} =$	5250	1155
	Pressão de referência	$p'_o =$	40	4
	Pendente da linha de estado crítico para vetor de carregamento	$M_G =$	1.5	1.15
	Pendente da linha de estado crítico para vetor de deformação plástica	$M_F =$	0.4	1.035
	Parâmetro de dilatância para vetor de deformação plástica	$\alpha_F =$	0.45	0.45
	Parâmetro de dilatância	$\alpha_G =$	0.45	0.45
	Parâmetro de endurecimento por cisalhamento	$\beta_0 =$	4.2	4.2
	Parâmetro de endurecimento por cisalhamento	$\beta_1 =$	0.2	0.2
	Módulo plástico de carregamento	$H_0 =$	350	600
	Módulo plástico de descarregamento	$H_{u0} =$	6000	4000
	Parâmetro de deformação plástica durante descarregamento	$\gamma_u =$	2	2
	Parâmetro de deformação plástica durante carregamento	$\gamma_{DM} =$	2	0

As variações dos deslocamentos horizontais no domínio do solo para diferentes tempo de análise são mostrados na Fig. 5.11. O deslocamento horizontal máximo (relativo à base) acontece na superfície superior da coluna e é aproximadamente igual a 3.5 m. De outra maneira, na Fig. 5.12 se mostra o excesso de poropressão gerado no domínio do solo e o potencial de liquefação ao final da análise. O potencial de liquefação é quantificado neste

trabalho através do fator adimensional $r_u = \Delta p / \sigma'_v$, onde Δp é o excesso de poropressão gerado e σ'_v é a tensão vertical efetiva inicial no solo. Quando $r_u = 1$, o ponto em consideração encontra-se liquefeito.

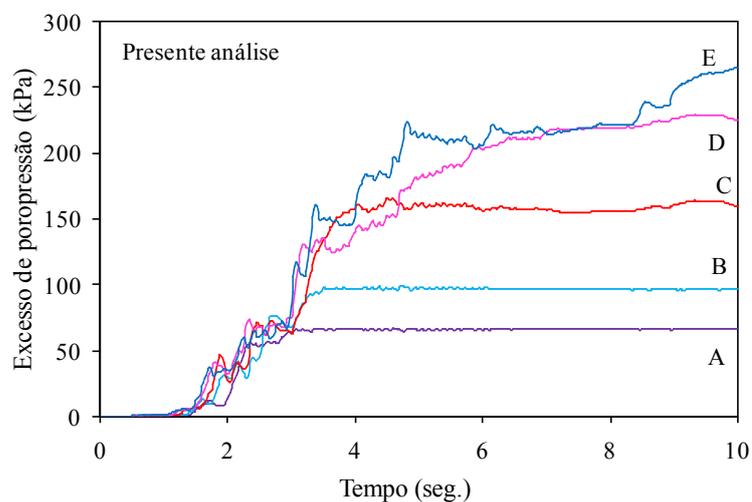


Figura 5.9: Excesso de poropressão em análise sísmica

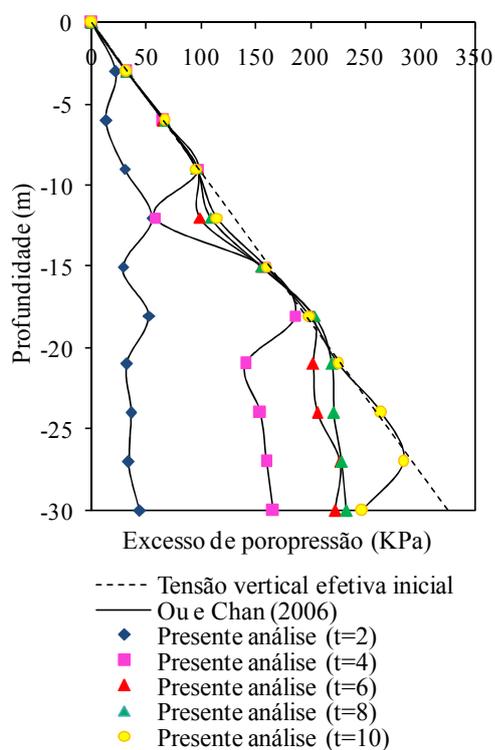


Figura 5.10: Excesso de poropressão durante a análise sísmica

Na Fig. 5.13 são mostrados os resultados para os pontos da coluna de solo a 1.5 m de profundidade (elemento E10), 10.5 m de profundidade (elemento E07), 19.5 m (elemento

E04) e 25.5 m de profundidade (elemento E02), respectivamente, em termos de trajetórias de tensões, históricos de excesso de poropressão, curvas tensão cisalhante horizontal versus deformação cisalhante horizontal e histórico de deslocamentos horizontais. Aqui, a deformação cisalhante horizontal máxima chega até um valor de 20% para o elemento E04. Quase toda a coluna está liquefeita com exceção de uma pequena parcela na base da coluna (elemento E01). A seguir, realizou-se a mesma análise numérica, porém considerando as propriedades de uma areia fofa (Vide segunda coluna na Tabela 5.4). Os resultados para este último caso são mostrados na Fig. 5.14.

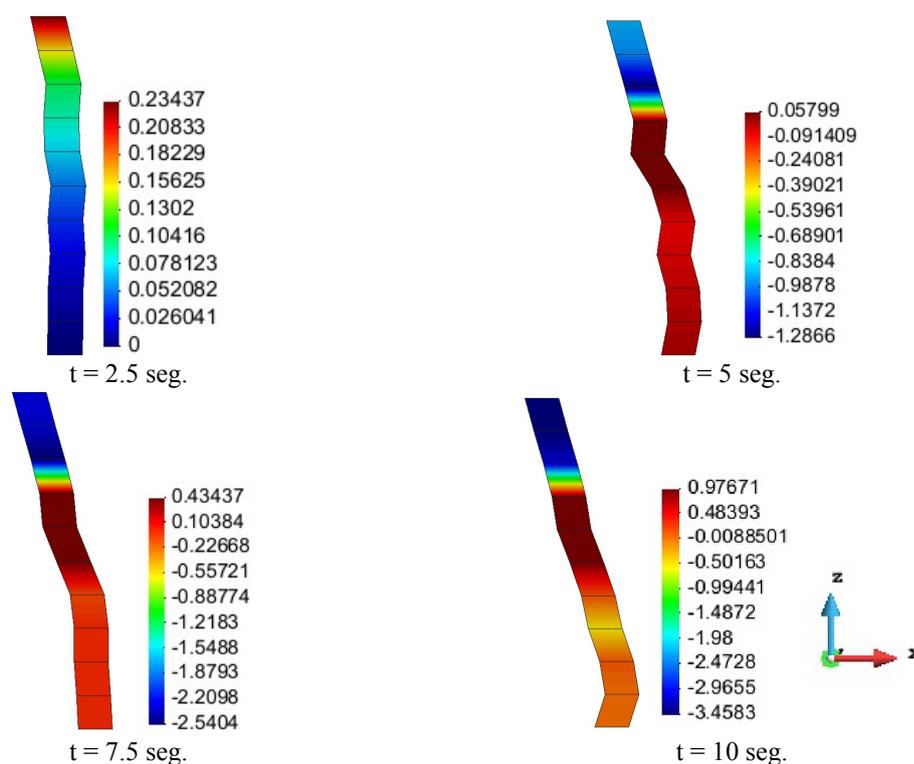


Figura 5.11: Deslocamento lateral para diferentes tempos de análise (unidades m., fator de redução: 1×10^{-6})

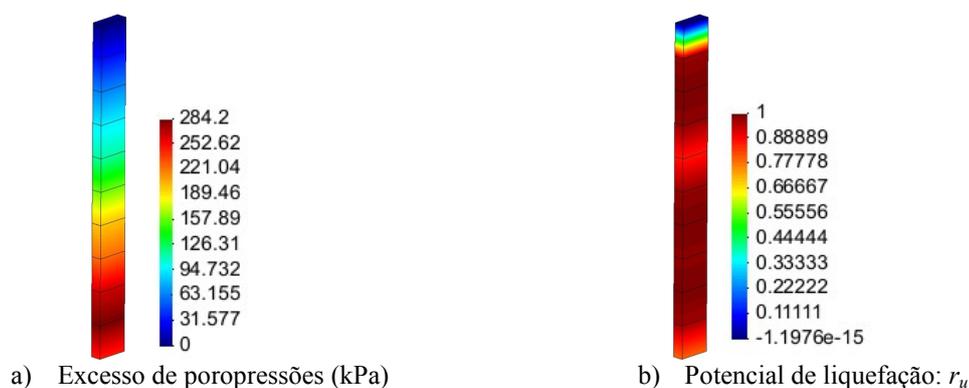


Figura 5.12: Excesso de poropressões e potencial de liquefação para tempo final de 10 seg.

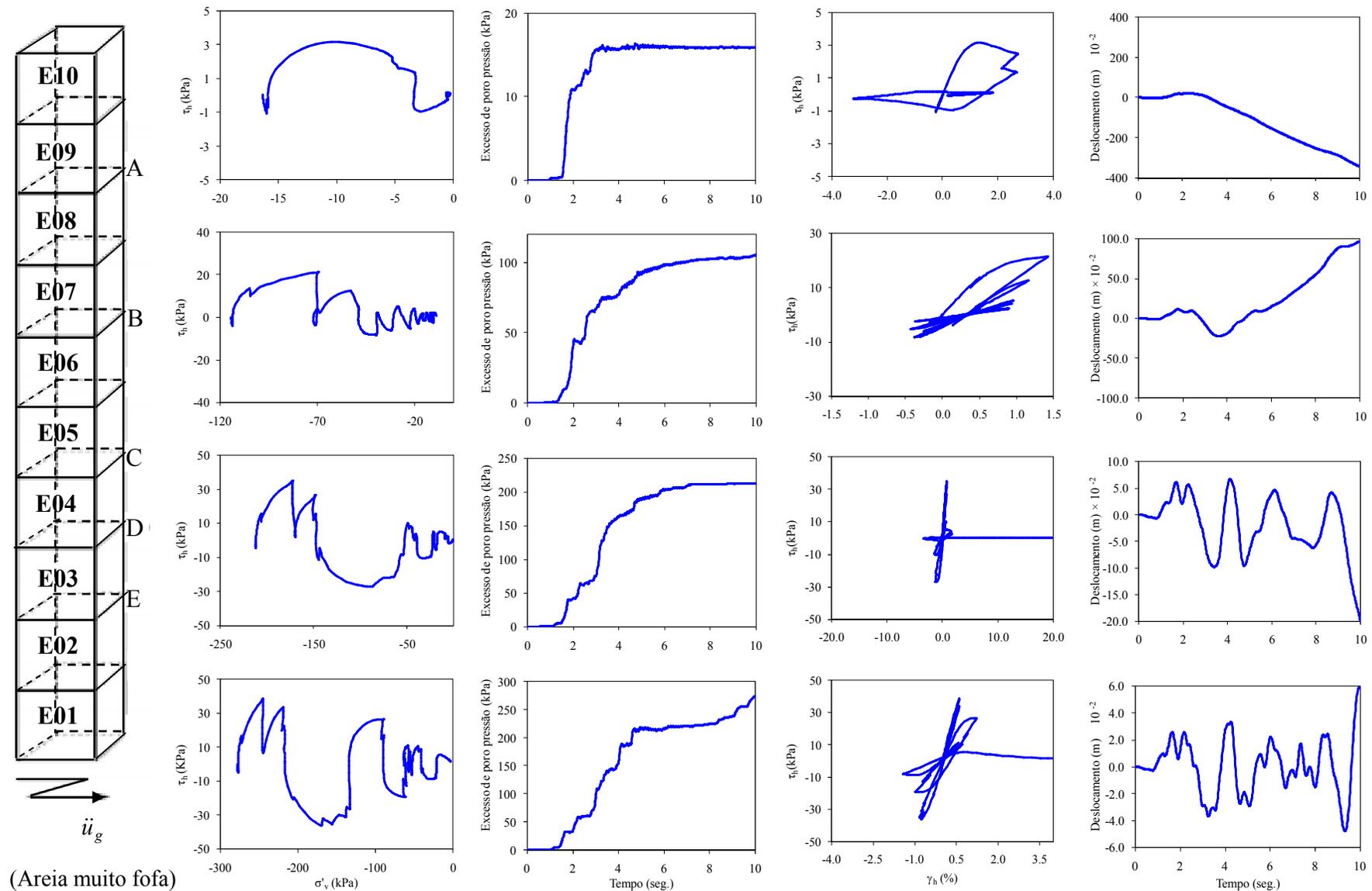


Figura 5.13 Trajetórias de tensões, poropressões, curvas tensão-deformação cisalhante e deslocamentos laterais

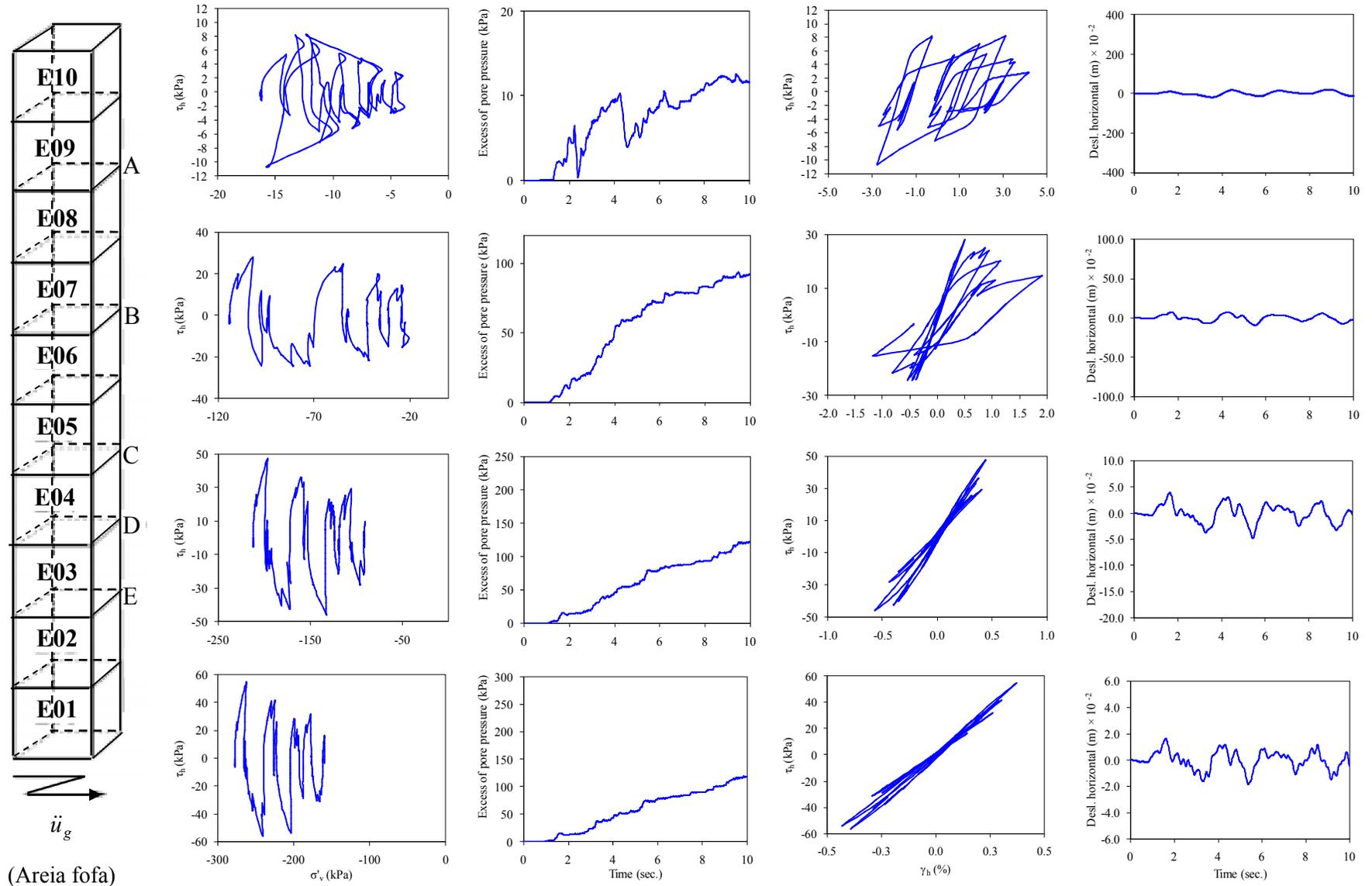


Figura 5.14 Trajetórias de tensões, poropressões, curvas tensão-deformação cisalhante e deslocamentos laterais

Na Fig. 5.15 e Fig. 5.16 são comparadas as acelerações na superfície e base da coluna de solo para os casos de areia muito fofa e fofa, respectivamente. Na Fig. 5.15 é mostrada a atenuação que acontece na aceleração devido à liquefação do solo. Isto é, a aceleração é quase zero após 4 segundos de carregamento devido à perda de contato entre os grãos do solo e portanto esses não podem transmitir a aceleração da base para a superfície. De outro modo, na Fig. 5.16 se mostra a amplificação que acontece na coluna de areia fofa não liquefeita. A máxima amplificação acontece após 2 segundos de carregamento e apresenta um valor de 7 m/seg².

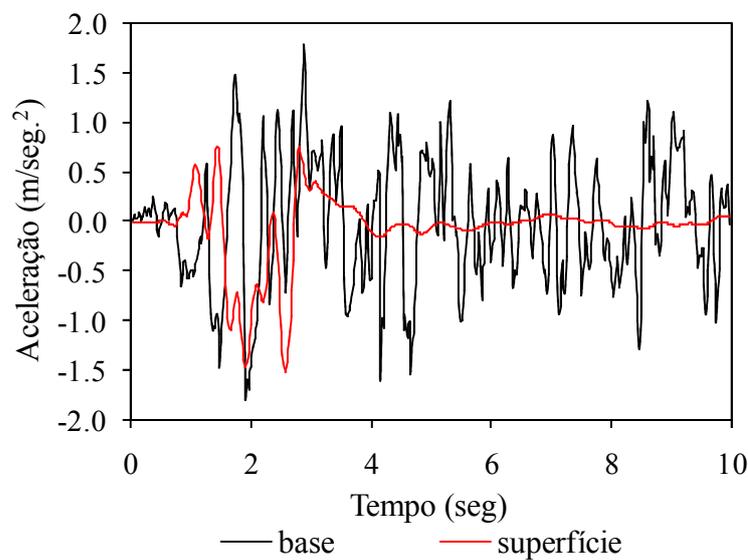


Figura 5.15: História de acelerações para coluna de solo composta por areia muito fofa

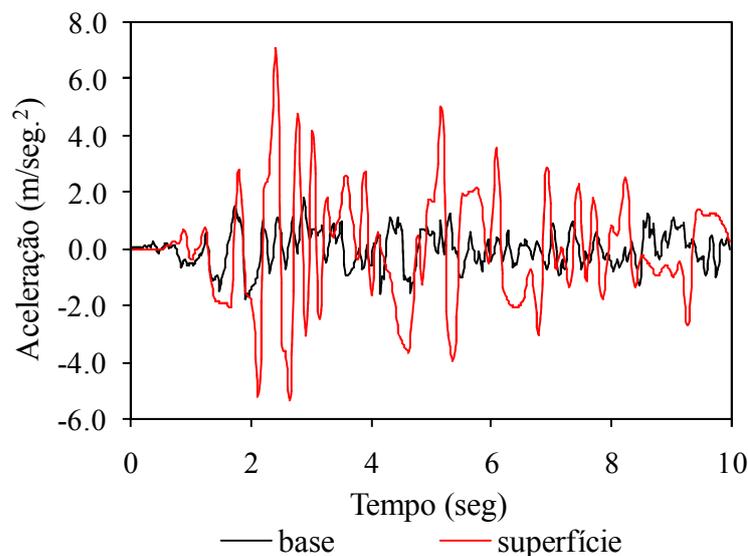


Figura 5.16: História de acelerações para coluna de solo composta por areia fofa

5.4.2 Simulação numérica do experimento No 3 do projeto *VELACS*

Esse experimento foi conduzido na California Institute of Technology (*CALTECH*) durante o desenvolvimento do projeto *VELACS*. O experimento No 3 consiste de uma camada de areia não uniforme de 11 m de espessura (em escala protótipo), a qual é colocada em uma caixa laminar formando duas colunas de areia com densidades relativas de 40% e 70%. Um esboço de a caixa laminar e a instrumentação utilizada no experimento são mostrados na Fig. 5.17 e 5.18, respectivamente. A camada de areia está totalmente saturada com água, disponibilizada para ser ensaiada a uma aceleração centrífuga de 50g e submetida a um movimento horizontal na base com um acelerograma protótipo reproduzido na Fig. 5.19.

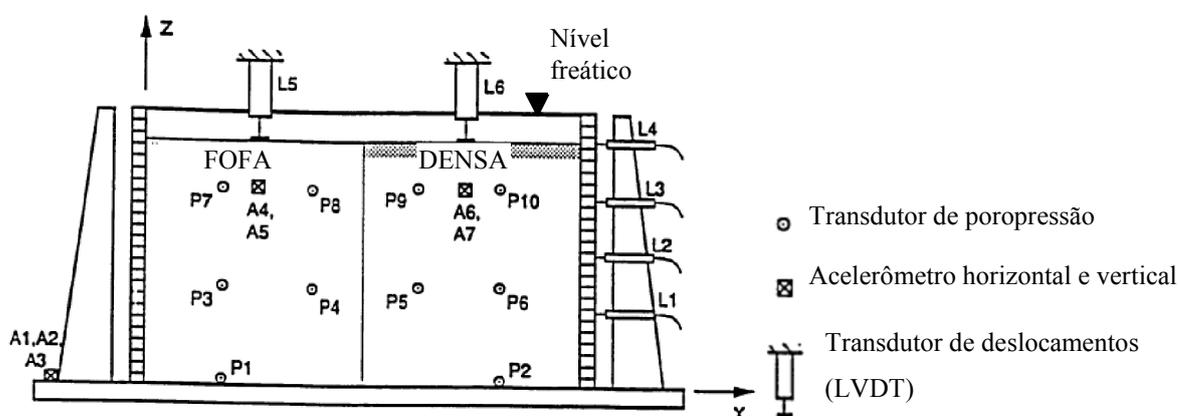


Figura 5.17: Vista de elevação frontal do modelo No 3 (obtido de Huang, 1995)

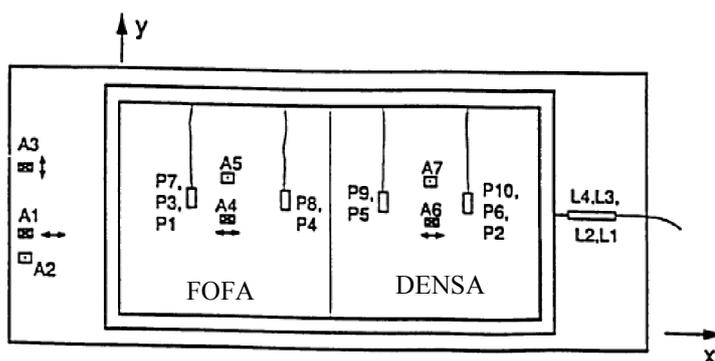


Figura 5.18: Vista em planta do modelo No 3 (obtido de Huang, 1995)

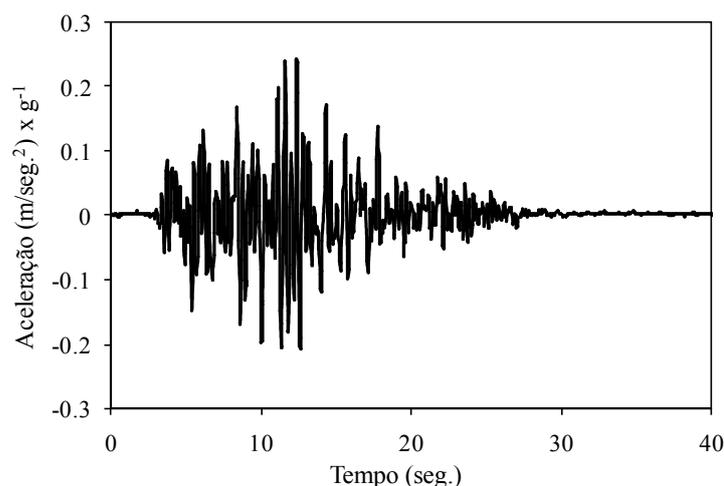


Figura 5.19: Movimento horizontal na base

A modelagem numérica é realizada em escala modelo utilizando uma formulação tridimensional com condição de deformação plana. Com a finalidade de estabelecer a potencialidade do modelo numérico para a predição do potencial de liquefação com poucos elementos finitos, utilizou-se uma malha bastante reduzida. A malha utilizada mostrada na Fig. 5.20 é similar à utilizada em Chan et al. (1993b) e esta se compõe de 24 elementos finitos hexaédricos acoplados de 8-8 nós. O número total de equações lineares a resolver neste exemplo é apenas de 152. As mesmas condições de contorno do exemplo anterior foram utilizadas aqui. Os cálculos são realizados em duas etapas: primeiro uma análise estática não-linear devido à aplicação da força de gravidade (peso próprio do solo) é realizada antes da aplicação da ação sísmica. As poropressões e tensões efetivas resultantes ao longo da massa de solo são utilizadas como condições iniciais para a posterior análise dinâmica. As propriedades utilizadas para a análise são apresentadas na Tabela 5.5.

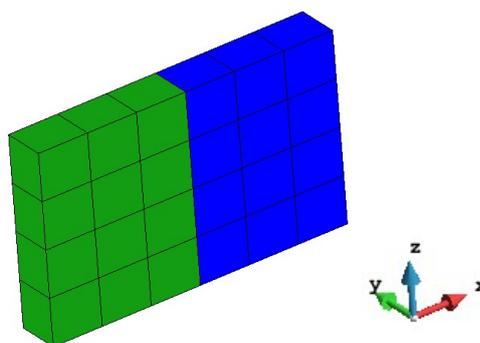


Figura 5.20: Malha de elementos finitos

Tabela 5.5: Propriedades do solo e constantes do modelo *PZ-Mark III*

Propiedades	Unidades		
		Areia fofa (Dr=40%)	Areia densa (Dr=60%)
<i>Para análise elástico linear</i>			
Módulo de Elasticidade	$E_s =$	30000	30000 kPa
Poisson	$\nu_s =$	0.3	0.3
<i>Para análise não linear com modelo Mark III</i>			
Módulo de compressibilidade inicial à pressão de referência p'_o	$K_{evo} =$	770	2000 kPa
Módulo de cisalhamento inicial à pressão de referência p'_o	$K_{eso} =$	1155	2600 kPa
Pressão de referência	$p'_o =$	4	4 kPa
Pendente da linha de estado crítico para vetor de carregamento	$M_G =$	1.15	1.32
Pendente da linha de estado crítico para vetor de deformação plástica	$M_F =$	1.035	1.3
Parâmetro de dilatância para vetor de deformação plástica	$\alpha_F =$	0.45	0.45
Parâmetro de dilatância	$\alpha_G =$	0.45	0.45
Parâmetro de endurecimento por cisalhamento	$\beta_0 =$	4.2	4.2
Parâmetro de endurecimento por cisalhamento	$\beta_1 =$	0.2	0.2
Módulo plástico de carregamento	$H_0 =$	600	750 kPa
Módulo plástico de descarregamento	$H_{u0} =$	4000	40000 kPa
Parâmetro de deformação plástica durante de descarregamento	$\gamma_u =$	2	2
Parâmetro de deformação plástica durante carregamento	$\gamma_{DM} =$	0	4
<i>Outras propiedades</i>			
Massa específica do solo	$\rho =$	2.089	kN.seg ² /m ⁴
Massa específica do fluido	$\rho_f =$	0.98	kN.seg ² /m ⁴
Módulo volumétrico do grão sólido	$K_s =$	10^{17}	kPa
Módulo volumétrico do fluido	$K_f =$	1.092×10^6	kPa
Porosidade	$n =$	0.363	
Permeabilidade	$k =$	6.6×10^{-5}	m/seg.
Aceleração da gravidade	$g =$	9.81	m/seg. ²

As previsões da história do excesso de poropressões, deslocamentos verticais e laterais são mostrados na Fig. 5.21, 5.22 e 5.23, respectivamente. Na Fig. 5.21 se mostram as poropressões calculadas e aquelas gravadas no experimento. O excesso de poropressão gerado em P1 é um tanto maior que o experimental, enquanto, as previsões em P9 e P10 são ligeiramente menores. Em geral, as previsões são bastante satisfatórias.

As histórias no tempo dos deslocamentos verticais calculados e aqueles obtidos no experimento na superfície livre da areia são apresentados na Fig. 5.22. O recalque obtido com o modelo numérico é menor que o experimental para as localizações LVTD5 e LVTD6. Não obstante, os resultados numéricos obtidos no presente trabalho para esta fase dinâmica, concordam com aqueles obtidos em Chan *et al.* (1993b). Na mencionada referência se consegue atingir o valor final experimental de recalque, porém para uma análise posterior por consolidação. De outra maneira, é importante estabelecer que os resultados obtidos em Chan *et al.* (1993b), em termos de deslocamentos horizontais, verticais e poropressões, concordam bastante bem com aqueles apresentados neste trabalho e não são mostrados aqui simplesmente por clareza nas figuras.

As histórias no tempo dos deslocamentos laterais calculados e aqueles obtidos no experimento nas localizações LVDT3-LVDT4 são apresentados na Fig. 5.23. Como se pode apreciar a concordância obtida é aceitável desde o início da análise.

Finalmente, a deformada final, campo de excesso de poropressões e potencial de liquefação medido através do fator r_u são mostrados na Fig. 5.24 para todo o domínio do solo. Como se pode apreciar, o valor máximo de r_u é de 0.64, sendo então a possibilidade de liquefação no solo bastante reduzida.

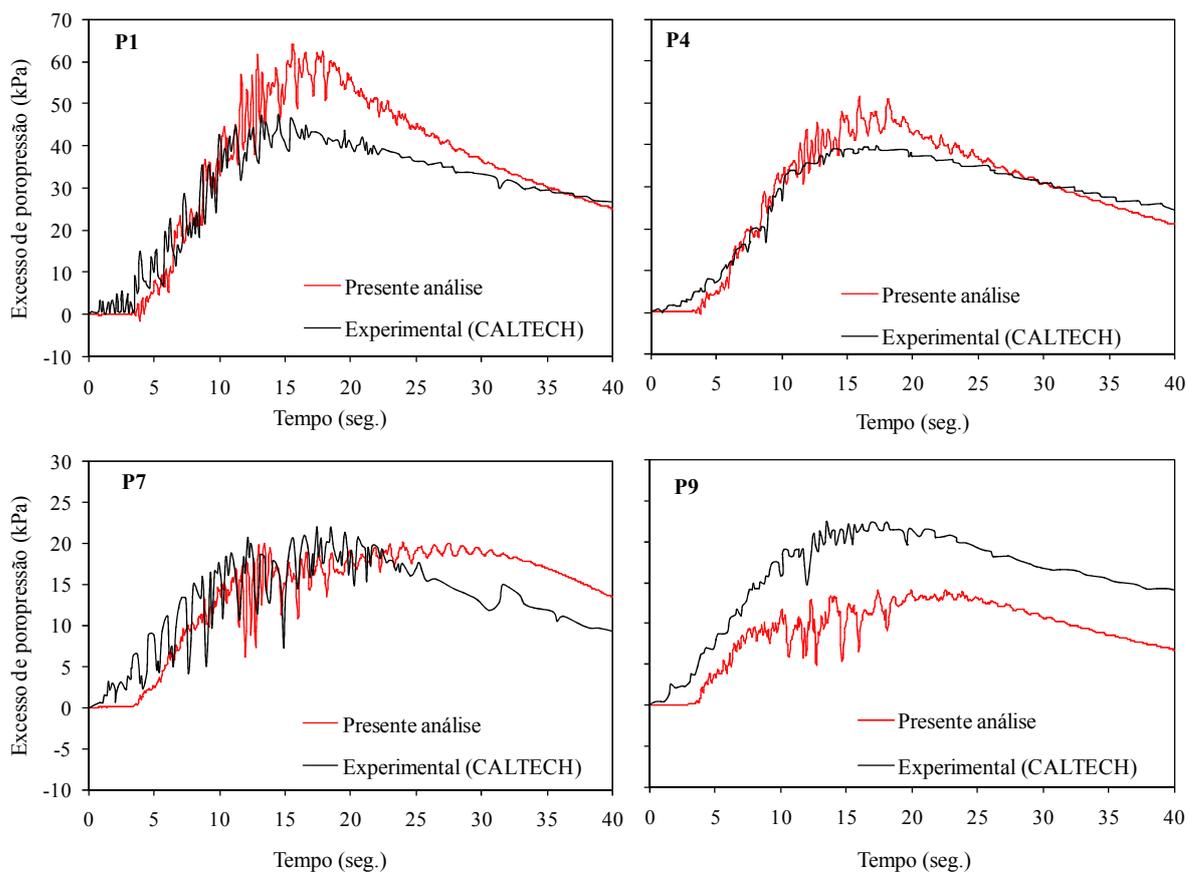


Figura 5.21: Excesso de poropressão

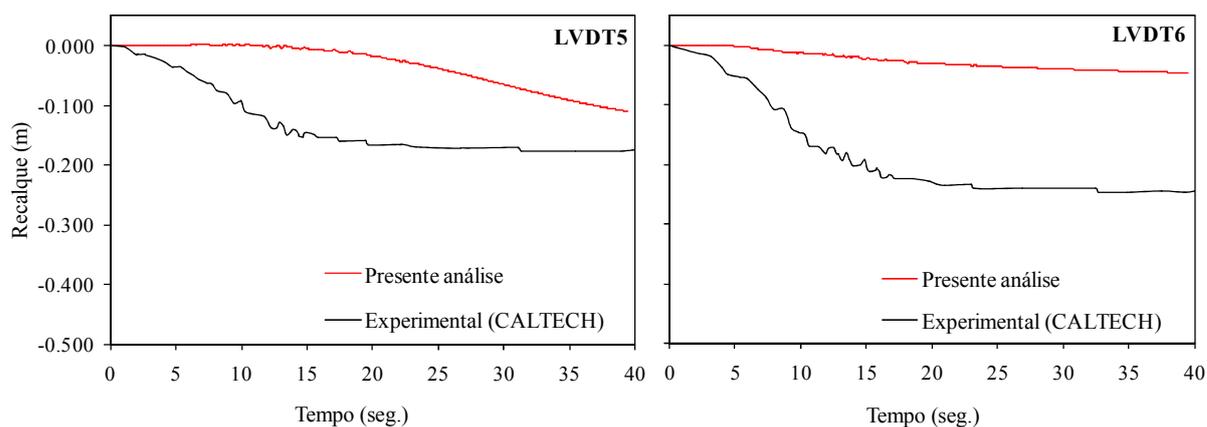


Figura 5.22: Recalque

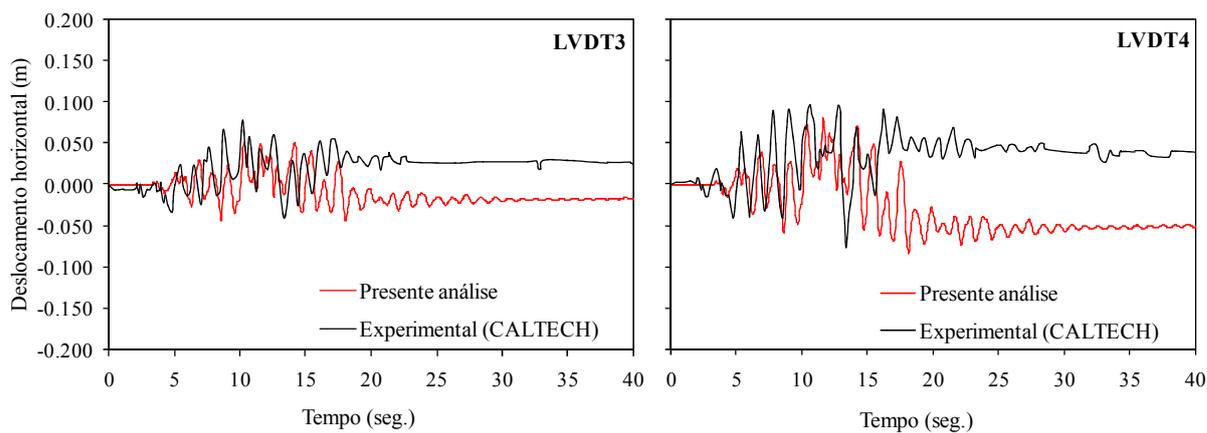


Figura 5.23: Histórico de deslocamento horizontal

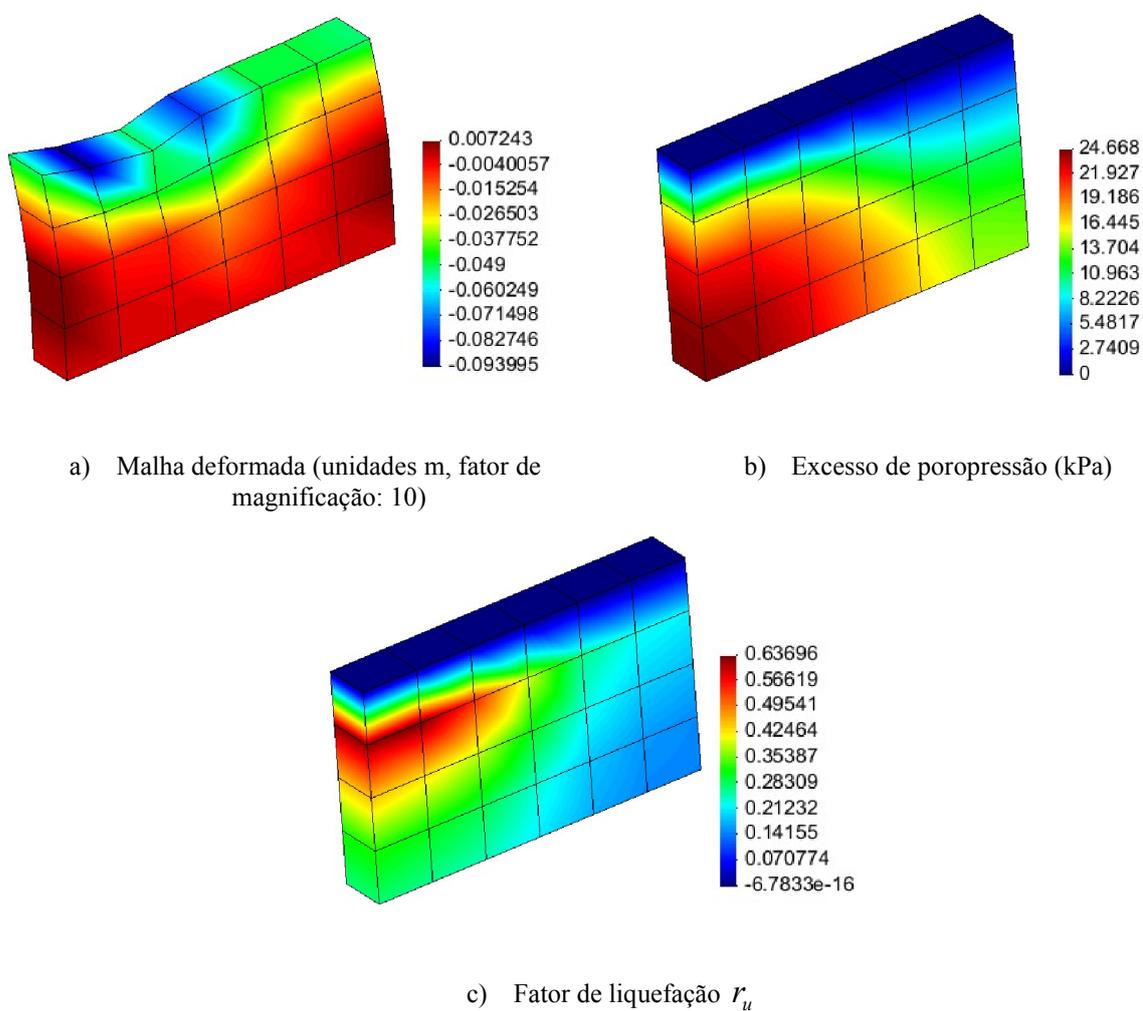


Figura 5.24: Malha deformada, excesso de poropressão e fator de liquefação após 40 seg.

CAPÍTULO 6

ELEMENTO DE INTERFACE

6.1 INTRODUÇÃO

Os elementos de interface dividem o espaço entre dois corpos que interagem mecânicamente e/ou hidraulicamente. Exemplos são as interfaces que existem entre materiais com comportamento bastante diferenciado, como é o caso dos materiais presentes em problemas de interação solo-estrutura. O comportamento descontínuo na interface tem sido modelado utilizando equações de restrições ou conectando os elementos que interagem através de molas discretas. Alguns pesquisadores consideram a interface como um quase-contínuo de espessura pequena, a qual pode ser modelada através de elementos finitos contínuos que apresentam planos de ruptura. Por outro lado, elementos finitos especiais de interface com espessura nula, também têm sido utilizados satisfatoriamente no passado (Goodman *et al.*, 1968; Snyman e Martin, 1991). Neste trabalho, utilizam-se elementos isoparamétricos de espessura nula para a modelagem da interface solo-estaca, conjuntamente com o método da Penalidade devido a que permite obter um equilíbrio entre eficiência computacional e uma representação adequada dos processos de escorregamento e abertura sob pequenas deformações e pequenos deslocamentos. A introdução de conceitos de superfície mestre-escravo (*master-slave*) em malhas não-conformes serão obrigatoriamente necessários em processos de grandes deformações que envolvam, por exemplo, a simulação de cravação de estacas em massas do solos (Chicata, 2000).

6.2 MÉTODO DA PENALIDADE

O elemento de interface de espessura nula utiliza diretamente a ideia de deslocamento relativo conjuntamente com o conceito de tensão-deformação. A rigidez do elemento é

escolhida de tal maneira que o problema de restrição é solucionado optimamente; esse conceito básico é explicado antes de apresentar a formulação do elemento.

6.2.1 Regularização das restrições

Um problema linear elástico de valor de fronteira com deslocamentos e carregamentos prescritos equivale a encontrar um campo de deslocamentos que minimize o potencial de energia para um grupo determinado de condições de contorno.

$$\Pi_k(\mathbf{u}) \equiv \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} - \mathbf{u}^T \mathbf{f} \longrightarrow \text{Minimo} \quad (6.1)$$

onde \mathbf{u} , \mathbf{K} e \mathbf{f} são o vetor de deslocamento, matriz de rigidez e forças externas atuantes no sistema estrutural, respectivamente. Para discontinuidades locais no campo de deslocamentos, \mathbf{u} , o problema variacional da Eq. (6.1) deve estar submetida a restrições unilaterais. Por exemplo, o contato entre dois corpos permite a variação dos deslocamentos normais apenas na direção de separação ao longo da superfície de contato Γ_c para todos os nós m em Γ_c .

$$\mathbf{g}_m^T \mathbf{u}_m \geq \gamma_i \quad (6.2)$$

O vetor \mathbf{g}_m da equação anterior define as componentes do vetor de deslocamentos de duas superfícies que estão em contato entre si e que estão submetidas à restrição da Eq. (6.2). No caso mais simples de correspondência entre nós, por exemplo, em nós duplos, \mathbf{g}_i enlaça dois graus de liberdade com sinal oposto, de tal maneira de calcular a diferença relativa em deslocamentos. Os vetores de conectividade de todas as restrições formam uma matriz $\bar{\mathbf{G}}_c$ com \mathbf{g}_i colunas e com um número de linhas igual ao número de graus de liberdade por nó. A Eq. (6.2) conjuntamente com a Eq. (6.1) produz um problema altamente não-linear. Sendo assim, a aproximação da Penalidade adiciona um termo fictício de energia ao funcional Π_k da seguinte maneira:

$$\Pi_\varepsilon(\mathbf{u}) = \Pi_k(\mathbf{u}) + \frac{1}{2\varepsilon} \sum_m (\mathbf{g}_m^T \mathbf{u}_m - \gamma_m)^T (\mathbf{g}_m^T \mathbf{u}_m - \gamma_m) \longrightarrow \text{Minimo} \quad (6.3)$$

A forma quadrática do termo adicional estabelece que a restrição deve ser satisfeita no sentido de mínimos quadráticos. Esse termo adicional de energia representa o trabalho feito pelas forças fictícias. Este trabalho é definido pela seguinte equação:

$$P_m(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} (\mathbf{g}_m^T \mathbf{u}_m - \gamma_m) \quad (6.4)$$

O termo da Eq. (6.4) obriga ao cumprimento da restrição da Eq. (6.3). A violação dos deslocamentos é minimizada para um valor determinado de ε . A restrição é satisfeita exactamente quando $\varepsilon \rightarrow 0$, enquanto seu valor inverso $k = \varepsilon^{-1}$ é chamado de parâmetro de penalidade. O tamanho finito de $k < \infty$ regulariza o problema de restrição permitindo portanto, a optimização não restringida dentro de uma faixa ilegítima de inter-penetração dos corpos em contato. Contudo, é necessária a definição de rigidezes finitas para a interface. Se os termos $k_i = 1/\varepsilon_i$ são incluídos no somatório, esta será a forma local do método da Penalidade que permite a eleição individual de diferentes valores de k_i . Portanto, os parâmetros de penalidade podem ser implementados em elementos especiais de forma similar às relações constitutivas não-lineares. A montagem da matriz de restrições é feita a partir das rigidezes dos elementos de interface seguindo o procedimento usual de rigidez direta (Smith e Griffiths, 2014).

A aproximação pelo método da Penalidade em relação ao método de Lagrange, apresenta as seguintes vantagens: 1) Velocidade de convergência ajustável de acordo à violação tolerável da restrição; 2) Preservação natural do momentum em dinâmica (transferência de impulso entre corpos); 3) Implementação muito simples em programas existentes; 4) Nenhuma introdução de graus de liberdades adicionais no sistema de equações, portanto, não existe dificuldade nos códigos que apresentam um número padrão de graus de liberdade por nó; 5) Retenção de um sistema definido positivamente, minimizando a necessidade de realizar trocas nas operações matriciais do programa. O valor da penalidade precisa ser definido de tal maneira que a interpenetração seja de uma order de magnitude mais pequena que a deformação elástica dos corpos em contato (Nofal, 1998). Desta maneira, a interpenetração não afeta o estado de tensões no meio continuo. Neste trabalho, utilizou-se o método da penalidade como descrito acima.

6.3 DESCRIÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO DA INTERFACE PARA PROBLEMAS ESTÁTICOS E DINÂMICOS

Seguindo com a convenção estabelecida nos capítulos anteriores, as equações constitutivas do elemento são apresentadas em termos de tensões efetivas. As equações constitutivas devem considerar as condições de contato e não contato. Processos de separação (abertura) e fechamento apresentam comportamentos similares a processos reversíveis não-lineares elásticos, respectivamente, enquanto o escorregamento por atrito tem características de plasticidade. A analogia entre atrito e a teoria incremental de plasticidade é aqui utilizada. A presente formulação segue inteiramente aquela da plasticidade contínua, sendo a diferença, a utilização de incrementos de deslocamentos relativos em lugar de incrementos de deformações. Supõe-se, então, que o escorregamento lateral está governado pela teoria clássica de Mohr-Coulomb com uma regra de fluxo associada (quando a função de escoamento é igual que a função de potencial plástico).

6.3.1 Considerações básicas para o elemento de interface

A formulação aqui descrita esta baseada no algoritmo apresentado em Lee e Lin (1991) e em Sarkar (2009). O elemento de interface modifica seu estado (aberto, fechado ou escorregado) conforme o carregamento é aplicado. As tensões locais atuantes no elemento são a tensão normal efetiva σ'_n e as tensões tangenciais de atrito τ_1 e τ_2 , as quais são obtidas em termos dos deslocamentos relativos definidos segundo o sistema coordenado local do ponto em consideração. Este sistema local é definido pelos vetores unitários e_1 (direção tangente 1), e_2 (direção tangente 2) e e_3 (direção normal ao plano do elemento) como é mostrado na Fig. 6.1.

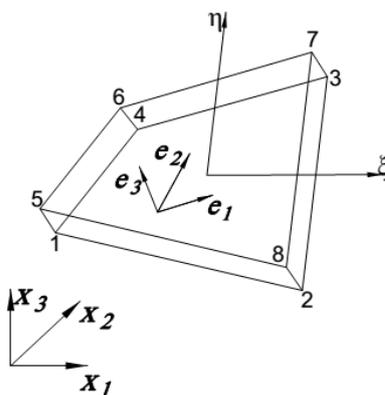


Figura 6.1: Sistema coordenado local no ponto material do elemento

Essas tensões podem ser obtidas a partir do estado atual de cada ponto em consideração (ou ponto de integração) da seguinte maneira:

- 1) Quando o ponto em consideração está aberto (não existe contato)

$$\sigma'_n = k_n u_n + p > 0 \quad \text{e} \quad \tau_1 = \tau_2 = 0 \quad (6.5)$$

onde k_n é uma rigidez normal (penalidade) segundo a direção do vetor normal e_3 , p é o excesso de poropressão e u_n é o deslocamento relativo associado nessa direção. Sendo assim, a matriz de rigidez no sistema local do elemento é definida como segue:

$$\mathbf{k}_L = \begin{bmatrix} k_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

onde k_b é uma rigidez arbitraria pequena utilizada para evitar problemas de convergência.

- 2) Quando o ponto em consideração está fechado e não escorregando (atrito-estático)

$$\tau_s = \sqrt{(\tau_1^{pred})^2 + (\tau_2^{pred})^2} \leq \mu \sigma'_n \quad (6.7)$$

onde $\tau_1^{pred} = k_s u_1$ e $\tau_2^{pred} = k_s u_2$ são as tensões cisalhantes atuantes no plano do elemento e calculadas através da rigidez tangencial ao cisalhamento k_s (penalidade), e dos valores dos deslocamentos relativos u_1 e u_2 segundo as direções tangenciais 1 e 2 no sistema local. A tensão cisalhante corrente não pode ultrapassar o valor de tensão limite τ_s obtido a partir do coeficiente de atrito da interface μ e da tensão efetiva normal σ'_n . A matriz de rigidez nesse mesmo sistema é definida da seguinte maneira:

$$\mathbf{k}_L = \begin{bmatrix} k_n & 0 & 0 \\ 0 & k_s & 0 \\ 0 & 0 & k_s \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

- 3) Quando o ponto em consideração está fechado e escorregando (atrito-cinemático)

$$\tau_s = \sqrt{(\tau_1^{pred})^2 + (\tau_2^{pred})^2} > \mu\sigma'_n \quad (6.9)$$

com as tensões corrigidas (de acordo ao algoritmo elasto-plástico) da seguinte maneira:

$$\sigma'_n = k_n u_n; \tau_1 = \frac{u_1}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2}} (\mu\sigma'_n) \text{ e } \tau_2 = \frac{u_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2}} (\mu\sigma'_n) \quad (6.10)$$

enquanto, a matriz de rigidez elasto-plástica é dada pela seguinte expressão:

$$\mathbf{k}_L = \frac{k_n}{(u_1^2 + u_2^2)^{3/2}} \begin{bmatrix} (u_1^2 + u_2^2)^{3/2} & 0 & 0 \\ \mu u_1 (u_1^2 + u_2^2) & \mu u_n u_2^2 & -\mu u_n u_2 u_1 \\ \mu u_2 (u_1^2 + u_2^2) & -\mu u_n u_1 u_2 & \mu u_n u_1^2 \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

6.3.2 Base teórica para o comportamento por atrito

O atrito no elemento de interface segue o critério de Mohr-Coulomb. Aqui, a tensão tangencial devido ao atrito na interface é proporcional à tensão normal efetiva σ'_n . O escorregamento não ocorre sempre que a tensão aplicada na direção tangencial τ_s seja menor que a tensão limite de escoamento, como se estabelece na seguinte equação:

$$\tau_s \leq \mu\sigma'_n \quad (6.12)$$

O escorregamento começa quando a tensão lateral atuante excede a tensão limite de atrito. Como a finalidade de simular o comportamento colado-escorregamento, a função de escoamento \hat{f} é definida da seguinte maneira:

$$\hat{f} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} - \mu\sigma'_n \quad (6.13)$$

com,

$$\begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{Bmatrix} = k_s \begin{Bmatrix} u_1 - u_1^p \\ u_2 - u_2^p \end{Bmatrix} \quad (6.14)$$

onde k_s é a rigidez elástica ao cisalhamento (representando um valor de penalidade) nas direções tangenciais e o ponto (u_1^p, u_2^p) representa a traslação do centro de escorregamento nas direções locais 1 e 2, respectivamente (Vide Fig. 6.1). O ponto em consideração está colado sempre que $\hat{f} < 0$. Quando o ponto começa a escorregar $\hat{f} \geq 0$, os deslocamentos laterais podem ser descompostos em duas parcelas, uma parcela recuperável (colado, denotado pelo sobre-escrito ‘e’) e uma parcela irre recuperável (denotado pelo sobre-escrito ‘p’) da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta u_1^e \\ \Delta u_2^e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Delta u_1^p \\ \Delta u_2^p \end{Bmatrix} \quad (6.15)$$

Essa última equação é similar à descomposição do tensor de deformações na teoria de plasticidade. Aqui, adota-se a regra de fluxo associada, e os deslocamentos por escorregamento podem ser definidos em termos do incremento de um escorregamento equivalente $\Delta \bar{\gamma}^p$, mediante a seguinte expressão:

$$\begin{Bmatrix} \Delta u_1^p \\ \Delta u_2^p \end{Bmatrix} = \Delta \bar{\gamma}^p \frac{1}{\mu \sigma'_n} \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{Bmatrix} \quad (6.16)$$

com,

$$\mu \sigma'_n = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} \quad \text{e} \quad \Delta \bar{\gamma}^p = \sqrt{(\Delta u_1^p)^2 + (\Delta u_2^p)^2} \quad (6.17)$$

É importante estabelecer que o escorregamento acontece ao longo da direção normal à superfície de escorregamento (*slip locus*), onde (τ_1, τ_2) representam as tensões na direção normal a essa superfície. A superfície de escorregamento mantém-se atualizada mediante a atualização das tensões tangenciais e do centro de escorregamento (de forma similar ao endurecimento cinemático). Substituindo a Eq. (6.15) e Eq. (6.16) na Eq. (6.14), pode-se obter a seguinte expressão:

$$\begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{1 + \Delta\bar{\gamma}^p \frac{k_s}{\mu\sigma'_n}} \begin{Bmatrix} \tau_1^{pred} \\ \tau_2^{pred} \end{Bmatrix} \quad (6.18)$$

onde,

$$\begin{Bmatrix} \tau_1^{pred} \\ \tau_2^{pred} \end{Bmatrix} = k_s \begin{Bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{Bmatrix} \quad (6.19)$$

Substituindo a Eq. (6.18) na Eq. (6.13) com $\hat{f} = 0$, o incremento de escorregamento equivalente, $\Delta\bar{\gamma}^p$, pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\Delta\bar{\gamma}^p = \frac{\sqrt{(\tau_1^{pred})^2 + (\tau_2^{pred})^2} - \mu\sigma'_n}{k_s} \quad (6.20)$$

Combinando a Eq. (6.18) e Eq. (6.20), a Eq. (6.18) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{Bmatrix} = \frac{\mu\sigma'_n}{\sqrt{(\tau_1^{pred})^2 + (\tau_2^{pred})^2}} \begin{Bmatrix} \tau_1^{pred} \\ \tau_2^{pred} \end{Bmatrix} \quad (6.21)$$

Esta última equação é equivalente a aquela apresentada na Eq. (6.10) expressa em termos de deslocamentos relativos. O centro de escorregamento é atualizado utilizando a Eq. (6.16), (6.20) e (6.21) da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} \Delta u_1^p \\ \Delta u_2^p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{Bmatrix} - \frac{1}{k_s} \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{Bmatrix} \quad (6.22)$$

Opcionalmente, em Wilson (2002) e Sarkar (2009), utilizou-se um algoritmo desacoplado, onde as tensões são corrigidas independentemente em cada direção com as seguintes expressões:

$$\tau_1 = \frac{\mu\sigma'_n}{\tau_1^{pred}} \tau_1^{pred} = \mu\sigma'_n \quad (6.23a)$$

$$\tau_2 = \frac{\mu\sigma'_n}{\tau_2^{pred}} \tau_2^{pred} = \mu\sigma'_n \quad (6.23b)$$

Neste trabalho, estas duas formulações estão disponíveis, sendo que elas fornecem resultados muito similares para os exemplos estudados nesta tese. Para concluir esta seção, as seguintes esclarecimentos precisam ser feitos:

- A suposição de uma matriz constitutiva diagonal na Eq. (6.8) implica que não existe acoplamento entre a componente normal e cisalhante e, portanto o comportamento é não-dilatante (Cuellar, 2011).
- As deformações da interface não são adimensionais, mas tem dimensões de comprimento (m) e, portanto o módulo de rigidez normal e cisalhamento tem unidades de força e comprimento (kN/m³).
- O elemento pode apresentar problemas de instabilidade em casos em que as rigidezes dos elementos adjacentes sejam muito diferentes. As rigidezes de contato devem ser definidas adequadamente em função das propriedades do solo adjacente (material menos rígido).
- O elemento de interface descrito constitui uma condição de contorno impermeável, inclusive quando a interface está aberta. Esta última condição de contorno implica uma taxa de influxo igual a zero. Na formulação *u-p* de meios porosos (Vide capítulo três) essa condição de contorno é satisfeita naturalmente (Aydingun e Adalier, 2003; Zhang *et al.*, 2009; Holscher, 1995). Por outro lado, a condição realística de drenagem na interface com abertura poderia ser definida prescrevendo que a poropressão seja igual à poropressão de referência hidrostática quando a deformação de contato normal é positiva ou quando a resistência à tração especificada é superada (abertura). Não obstante, esse procedimento pode incrementar as dificuldades de convergência, pois implica um cambio abrupto no campo de poropressões. Em qualquer caso, problemas relacionados com solos sem coesão (areias) geralmente escorregam sem apresentar abertura na interface solo-estaca (Cuellar, 2011; Chaloulos, 2012) como se mostra na Fig. 6.2. Uma explicação sobre este fato é dada em Chaloulos (2012), onde é estabelecido que os solos sem coesão não possam formar declives com grandes ângulos de inclinação, e conseqüentemente nenhuma separação ocorre na interface devido a que o solo segue o movimento lateral da estaca.

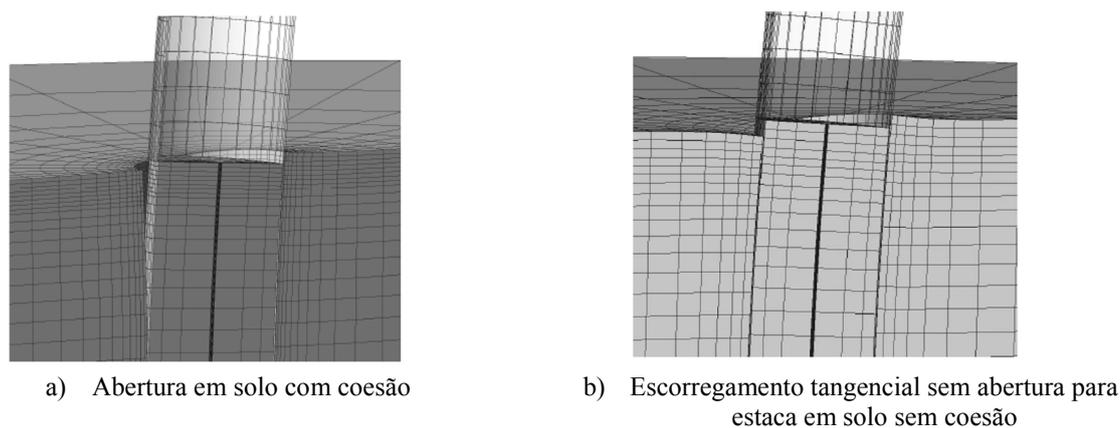


Figura 6.2: Comportamento da interface solo-estaca (Cuellar, 2011)

Na Fig. 6.3 é mostrada esquematicamente a situação de contato entre um elemento monofásico e um elemento saturado. Estes elementos interagem entre si numericamente mediante um elemento de interface de espessura nula.

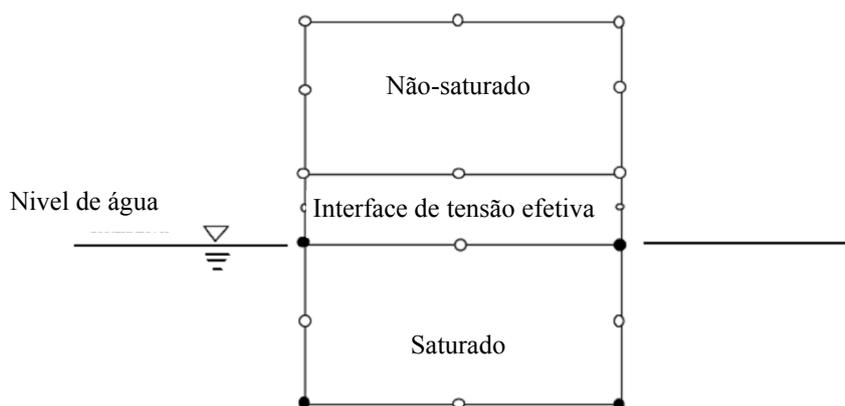


Figura 6.3: Esquema de interface entre elemento sólido e meio poroso

Na presente formulação apenas as poropressões da face do elemento adjacente ao meio poroso são utilizadas para calcular as tensões efetivas a ser utilizadas no critério de escoamento definido na Eq. (6.13) e na condição de abertura definida na Eq. (6.5), para o ponto em consideração. Porém, o fluido não exerce nenhuma força mecânica em ambos os lados da interface; portanto, nenhuma queda de poropressão acontece através do elemento e não existe nenhuma influencia do deslocamento normal sobre a poropressão. O fluxo do fluido ao longo da interface (direção paralela) não é aqui modelado (manual do *CRISP*, 1998; manual do *FLAC*, 1995). Finalmente, no cálculo das forças internas do elemento, a poropressão é adicionada à tensão normal efetiva sempre que o elemento de interface esteja em compressão (fechado).

6.4 MODELO PARA INTERFACE VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA PROBLEMAS ESTÁTICOS E DINÂMICOS

O princípio dos trabalhos virtuais é utilizado comumente para obter as expressões matricias de equilíbrio de um meio contínuo. O elemento de interface está composto de dois elementos planos lineares ou quadráticos que se conectam às faces dos elementos adjacentes durante o processo de fratura. As duas superfícies do elemento de interface inicialmente estão em contato uma com a outra num estado não deformado (espessura zero), separando-se conforme os elementos adjacentes se deformam. Os deslocamentos relativos das faces do elemento geram deslocamentos relativos normais e de cisalhamento, os quais a sua vez geram tensões de acordo à equação constitutiva (relações de abertura-tensão definidas na seção anterior) do material. A formulação do elemento é independente da relação constitutiva a utilizar. O elemento apresenta três graus de liberdade de traslação em cada nó.

6.4.1 Geometria do elemento

A geometria das duas superfícies coincidentes se descreve isoparametricamente em termos das coordenadas nodais da seguinte maneira:

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^n N_m \begin{Bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{Bmatrix} \quad (6.24)$$

onde n é igual à metade do número de nós do elemento de interface ($n=4$, para um elemento de 8 nós). As funções de interpolação (ou forma) no sistema coordenado natural para um elemento quadrilátero de quatro nós, são dadas pelas seguintes expressões:

$$N_m = \frac{1}{4}(1 + \xi_m \xi)(1 + \eta_m \eta) \quad m = 1,2,3,4 \quad (6.25)$$

onde ξ_m e η_m são as coordenadas naturais do nó m . Um sistema coordenado ortonormal é construído em cada ponto de integração da superfície do elemento como é mostrado na Fig. 6.4.

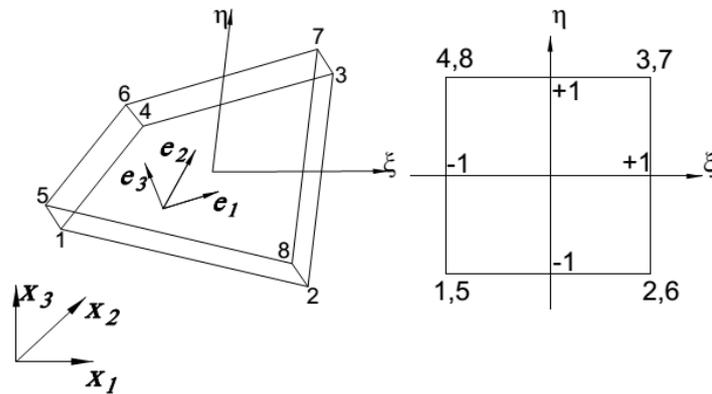


Figura 6.4: Superfícies do elemento de interface quadrilátero de oito nós

Um eixo é perpendicular à superfície do elemento (e_3) e os outros dois são tangentes a esta superfície (e_ξ e e_η). O sistema coordenado natural é definido da seguinte maneira:

$$\mathbf{e}_\xi = \frac{V_{,\xi}}{\|V_{,\xi}\|}, \quad \mathbf{e}_\eta = \frac{V_{,\eta}}{\|V_{,\eta}\|} \quad \text{e} \quad \mathbf{e}_3 = \frac{\mathbf{e}_\xi \times \mathbf{e}_\eta}{\|\mathbf{e}_\xi \times \mathbf{e}_\eta\|} \quad (6.26)$$

onde a vírgula denota diferenciação e os vetores \mathbf{e}_ξ e \mathbf{e}_η se podem ortogonalizar para definir o sistema local do elemento a partir dos vetores unitários \mathbf{e}_1 e \mathbf{e}_2 , da seguinte maneira:

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\mathbf{e}_\alpha - \mathbf{e}_\beta) \quad \text{e} \quad \mathbf{e}_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\mathbf{e}_\alpha + \mathbf{e}_\beta) \quad (6.27)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2 \quad \mathbf{e}_3]^T$$

com,

$$\mathbf{e}_\alpha = \frac{\mathbf{e}_\xi + \mathbf{e}_\eta}{\|\mathbf{e}_\xi + \mathbf{e}_\eta\|} \quad \text{e} \quad \mathbf{e}_\beta = \frac{\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_\alpha}{\|\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_\alpha\|} \quad (6.28)$$

6.4.2 Cinemática

Para um elemento de interface de oito nós como aquele mostrado na Fig. 6.4, os deslocamentos da superfície inferior (definidos pelos nós 1 até 4) e da superfície superior (definidos pelos nós 5 até 8) são determinados da seguinte maneira:

$$\mathbf{u}_{inf} = N_1 \mathbf{u}_1 + N_2 \mathbf{u}_2 + N_3 \mathbf{u}_3 + N_4 \mathbf{u}_4 \quad (6.29a)$$

$$\mathbf{u}_{sup} = N_1 \mathbf{u}_5 + N_2 \mathbf{u}_6 + N_3 \mathbf{u}_7 + N_4 \mathbf{u}_8 \quad (6.29b)$$

onde $\mathbf{u}_m = [u_x^m \quad u_y^m \quad u_z^m]^T$ com $m = 1, 2, 3, \dots, 8$ é o vetor de deslocamentos globais do nó m e N_m é a função de interpolação para o nó m definida na Eq. (6.25). Os deslocamentos da superfície superior e inferior podem ser expressos no sistema local ortonormal como:

$$\mathbf{u}_{inf}^L = \boldsymbol{\theta}^T \cdot \mathbf{u}_{inf} \quad (6.30)$$

$$\mathbf{u}_{sup}^L = \boldsymbol{\theta}^T \cdot \mathbf{u}_{sup} \quad (6.31)$$

onde a matriz de transformação $\boldsymbol{\theta}$ já foi previamente definida na Eq. (6.27) e é uma função das coordenadas naturais (ξ e η) na superfície do elemento. Os deslocamentos relativos entre as duas superfícies são definidas a seguir:

$$\mathbf{u}^r = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_n \end{Bmatrix} = \mathbf{u}_{sup}^L - \mathbf{u}_{inf}^L \quad (6.32)$$

Devido ao fato que o deslocamento relativo varia sobre a superfície do elemento, este pode apresentar abertura e/ou fechamento parcial. As equações anteriores podem ser escritas em forma matricial da seguinte maneira:

$$\mathbf{u}^r = \mathbf{B}_I \cdot \hat{\mathbf{u}} \quad (6.33)$$

com,

$$\hat{\mathbf{u}} = [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4 \quad u_5 \quad u_6 \quad u_7 \quad u_8]^T \quad (6.34)$$

$$\mathbf{B}_I = [N_1 \cdot \boldsymbol{\theta} \quad N_2 \cdot \boldsymbol{\theta} \quad N_3 \cdot \boldsymbol{\theta} \quad N_4 \cdot \boldsymbol{\theta} \quad N_5 \cdot \boldsymbol{\theta} \quad N_6 \cdot \boldsymbol{\theta} \quad N_7 \cdot \boldsymbol{\theta} \quad N_8 \cdot \boldsymbol{\theta}]$$

O equilíbrio entre as tensões, \mathbf{q} , e as forças internas no elemento se definem, para uma iteração qualquer i , da seguinte maneira:

$$\mathbf{P}^i = \int_V \mathbf{B}_I^T \mathbf{q}^i dV \quad (6.35)$$

com,

$$\mathbf{q}^i = \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma_n \end{Bmatrix} \quad (6.36)$$

Enquanto, a matriz de rigidez do elemento de interface pode ser expressa como:

$$\mathbf{K}_I^i = \int_V \mathbf{B}_I^T \mathbf{k}_L^i \mathbf{B}_I dV \quad (6.37)$$

onde \mathbf{k}_L é a matriz de rigidez local do elemento definida na Eq. (6.6), Eq. (6.8) e Eq. (6.11) segundo o estado atual do ponto em consideração.

6.4.3 Algoritmo de solução não-linear

A seguir na Tabela 6.1, é apresentado o algoritmo não-linear implementado neste trabalho para a simulação dos processos de abertura e escorregamento.

Tabela 6.1: Algoritmo dinâmico não-linear

-
1. Para primeira iteração ($i = 1$), atualização das deformações de escorregamento desde o passo do tempo previamente convergido nas direções locais 1 e 2:

$$\left(u_k^s\right)^{t+\Delta t} = \left(u_k^s\right)^t \text{ com } k = 1,2$$

2. Calcular a tensões normal efetiva e a tensão permissível:

$$\begin{aligned} \text{se } u_n^{(i)} > 0 \quad \sigma_n'^{(i)} &= 0 \\ \text{se } u_n^{(i)} \leq 0 \quad \sigma_n'^{(i)} &= k_n u_n^{(i)} + p^{(i)} \\ \sigma_a^{(i)} &= \mu \left| \sigma_n'^{(i)} \right| \end{aligned}$$

3. Calcular as tensões cisalhantes na direções locais 1 e 2:

$$\text{se } u_n^{(i)} > 0 \quad \begin{Bmatrix} \tau_1^{(i)} \\ \tau_2^{(i)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \text{ e vai para o passo 4}$$

$$\text{se } u_n^{(i)} \leq 0 \quad \begin{Bmatrix} \tau_1^{pred} \\ \tau_2^{pred} \end{Bmatrix} = k_s \begin{Bmatrix} (u_1)^i - (u_1^p)^{t+\Delta t} \\ (u_2)^i - (u_2^p)^{t+\Delta t} \end{Bmatrix}$$

$$\tau_s = \sqrt{(\tau_1^{pred})^2 + (\tau_2^{pred})^2}$$

$$\text{se } \tau_s > \sigma_a^{(i)}, \text{ então } \begin{Bmatrix} \tau_1^{(i)} \\ \tau_2^{(i)} \end{Bmatrix} = \frac{\sigma_a^{(i)}}{\sqrt{(\tau_1^{pred})^2 + (\tau_2^{pred})^2}} \begin{Bmatrix} \tau_1^{pred} \\ \tau_2^{pred} \end{Bmatrix}$$

$$\text{se } \tau_s \leq \sigma_a^{(i)}, \text{ então } \begin{Bmatrix} \tau_1^{(i)} \\ \tau_2^{(i)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau_1^{pred} \\ \tau_2^{pred} \end{Bmatrix}$$

4. Calcular as deformações plásticas nas direções locais 1 e 2:

$$\text{se } u_n^{(i)} > 0 \quad \begin{Bmatrix} u_1^{p(i)} \\ u_2^{p(i)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1^{(i)} \\ u_2^{(i)} \end{Bmatrix}$$

$$\text{se } \tau_s > \sigma_a^{(i)}, \text{ então } \begin{Bmatrix} u_1^{p(i)} \\ u_2^{p(i)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1^{(i)} \\ u_2^{(i)} \end{Bmatrix} - \frac{1}{k_s} \begin{Bmatrix} \tau_1^{(i)} \\ \tau_2^{(i)} \end{Bmatrix}$$

6.5 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

6.5.1 Elemento de contato em escorregamento (Sarkar, 2009)

O algoritmo de contato desenvolvido na seção anterior é testado a partir de um problema físico simples. Dois blocos cúbicos de diferentes materiais são modelados com elementos finitos hexaédricos de oito nós. O bloco mais pequeno se apóia no bloco maior como se mostra na Fig. 6.5. Para simular o comportamento de escorregamento entre os blocos, elementos finitos quadriláteros de quatro nós de espessura nula são localizados na interface. As propriedades do bloco superior são: módulo de elasticidade $E_s=20000$ kPa e $\nu_s=0.45$ (coeficiente de Poisson); as propriedades do bloco inferior são: módulo de elasticidade $E_c=20 \times 10^6$ kPa e $\nu_c=0.30$ (coeficiente de Poisson). A rigidez normal do elemento de interface é de $k_n = 16 G_s$ (em kPa/m), onde G_s é o módulo ao cisalhamento do bloco superior e o coeficiente de atrito μ é igual a 0.7. A superfície horizontal superior do bloco superior é submetida a uma pressão normal de 1000 Pa, enquanto uma das faces laterais desta é submetida a uma pressão horizontal incremental como se mostra na Fig. 6.5.

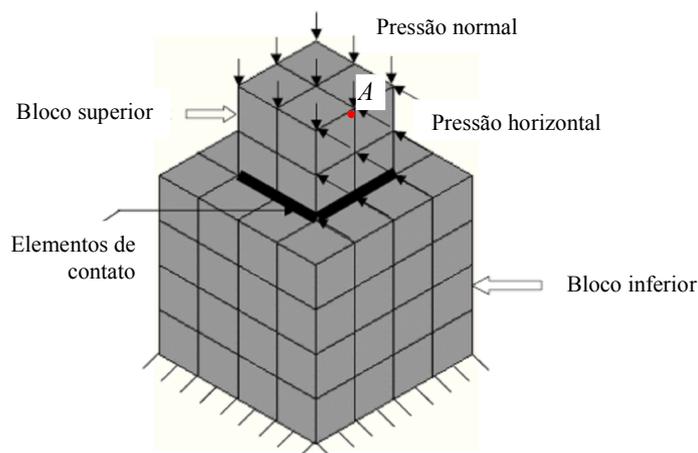


Figura 6.5: Arranjo dos blocos para verificação do elemento de contato (Sarkar, 2009)

Pode-se deduzir que a pressão horizontal máxima que o bloco superior pode resistir é igual à pressão normal multiplicada pelo coeficiente de atrito da interface, sendo esta igual a 700 Pa. O progresso do deslocamento horizontal no ponto A (localizado na parte superior do bloco mais pequeno) conjuntamente com a pressão horizontal aplicada é mostrado na Fig. 6.6. Observa-se que conforme a pressão horizontal se aproxima ao valor de 700 Pa, o deslocamento horizontal se incrementa rapidamente, enquanto o bloco superior começa a escorregar. Devido a que o bloco superior não está restringido lateralmente, a solução numérica diverge para pressões horizontais acima de 700 Pa.

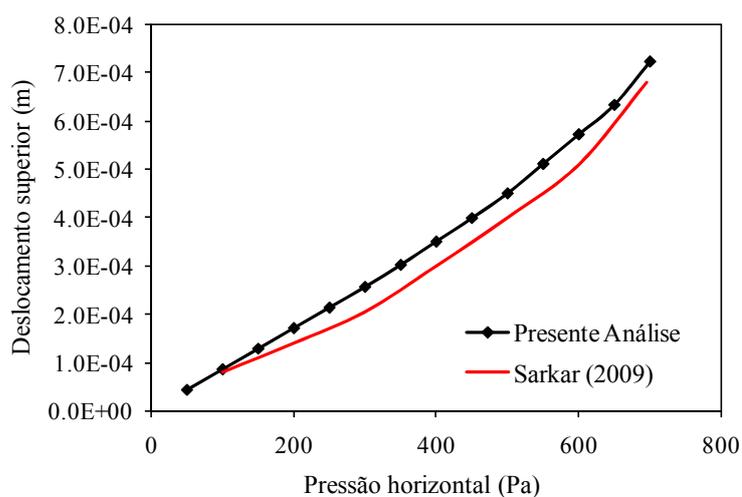


Figura 6.6: Deslocamento horizontal no ponto A versus pressão horizontal

6.5.2 Coluna em compressão axial (Cuellar, 2011)

O comportamento do elemento de contato é validado com o exemplo de uma coluna sob carregamento de compressão estática (100 N) cuja geometria e dados são mostrados na Fig. 6.7. Essa coluna apresenta dois planos inclinados (um superior e outro inferior), onde elementos de interface são utilizados para simular processos de abertura e deslizamento estático. Os valores das penalidades utilizadas no elemento de contato são definidas na Fig. 6.7a. A tensão cisalhante atuante no plano inclinado inferior pode ser calculada diretamente por equilíbrio obtendo-se um valor igual a $\tau_1 = (100/\sqrt{2})/\sqrt{2} = 50 \text{ Pa}$, sendo o deslocamento elástico no plano da interface igual a $u_1 = \tau_1/k_s = 1.35E-04$. O deslocamento vertical global é $u_z = u_1/\sqrt{2} = 9.55E-05 \text{ m}$. A componente normal de deformação é minimizada devido a que a razão entre as rigidezes de interface é $k_n/k_s = 243.24$. Como se mostra na Fig. 6.7c, o deslocamento vertical máximo calculado com o programa desenvolvido neste trabalho é igual a $9.79E-05 \text{ m}$, valor muito próximo ao teórico que é $9.55E-05 \text{ m}$. Considera-se este caso como um exemplo de validação do elemento de contato em condição simultânea de abertura e deslizamento estático.

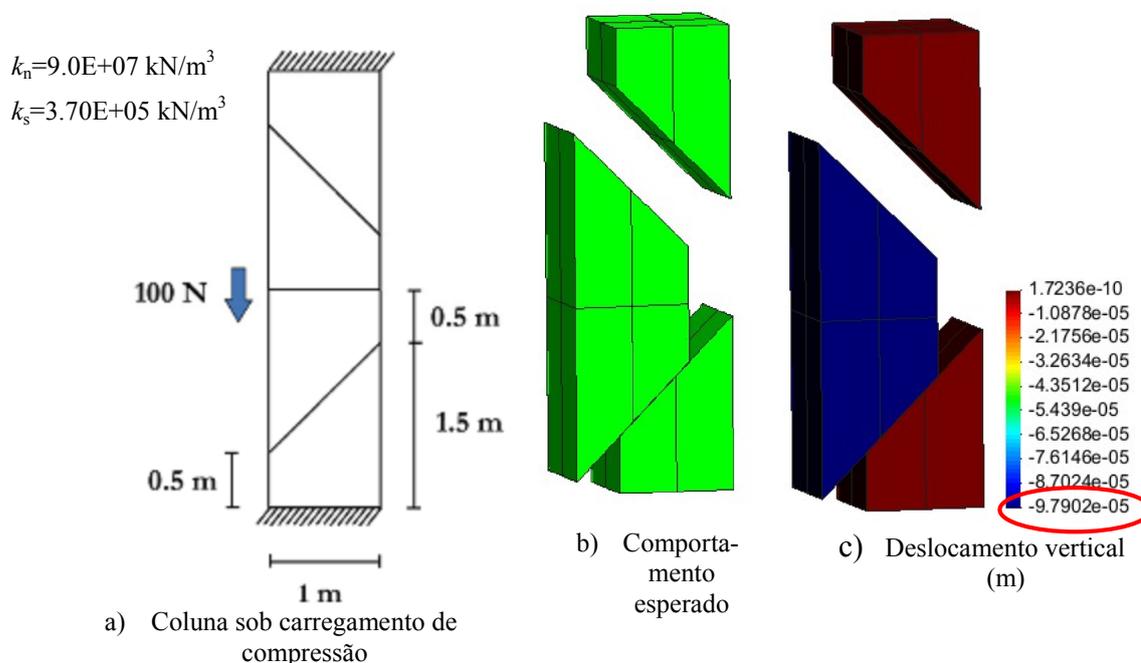


Figura 6.7: Validação de elemento de contato

CAPÍTULO 7

ANÁLISE DE PROBLEMAS DE INTERAÇÃO SOLO-ESTACAS

7.1 CARACTERÍSTICAS GERAIS DO PROGRAMA COMPUTACIONAL

A formulação do método dos elementos finitos discutida nos capítulos anteriores foi implementada em um programa computacional chamado SOTRURA-DSA (SOil-sTRUcture inteRAction-Dynamic and Static Analysis) adequado para análises estáticas e dinâmicas de problemas de interação solo-estrutura desenvolvido na linguagem de programação *Fortran* 2003 (compilador *Intel Fortran v13*, 2013). Devido à utilização de malhas regulares para os problemas estudados, implementou-se uma rotina computacional que permite gerar de forma automática as conectividades e os nós dos elementos de contato na interface solo-estaca e portanto diminuir o tempo de pré-processamento. O pós-processamento dos resultados é feito através do programa *GID v11*. A visualização dos padrões de fissuração no concreto são mostrados a partir do processador gráfico de *MATLAB*, para esse propósito específico, uma rotina computacional foi implementada.

O programa tem a capacidade de realizar análises numéricas bidimensionais (2D) ou tridimensionais (3D) de problemas estáticos, dinâmicos e quase-estáticos (adensamento) para meios de uma e/ou duas fases. Para análises de meios saturados, a discretização espacial tem como base elementos finitos isoparamétricos tridimensionais hexaédricos de oito ou vinte nós, enquanto elementos finitos isoparamétricos planos tipo quadriláteros podem ser utilizados para as análises bidimensionais (deformação plana e axissimétrico). Para análises de meios de uma fase, além dos elementos anteriores, podem ser utilizados também elementos triangulares e tetraédricos. É importante estabelecer que a implementação numérica esta baseada na biblioteca de elementos finitos disponibilizada por Smith e Griffiths (2004). Elementos de

contato tipo quadriláteros apenas estão disponíveis para análises tridimensionais. No que refere-se à modelagem da superestrutura, foram incluídos elementos de viga-coluna, treliças espaciais e elementos de casca delgada segundo a formulação estabelecida por Tamayo (2011), onde também podem ser encontrados maiores detalhes sobre a automatização para o tratamento de elementos finitos com diferentes graus de liberdade por nó. A discretização temporal é feita com o método de *Newmark* Generalizado, onde constantes adequadas são definidos ($\delta = 0.6$, $\beta = 0.3025$, $\tilde{\theta} = 0.6$) visando garantir as condições de estabilidade para o algoritmo implícito. O presente código também pode solucionar o problema de autovalores e autovetores através do método de Lanczos (Smith e Griffiths, 2004)

Geralmente as análises numéricas são realizadas em duas etapas, a primeira etapa corresponde à análise estática inicial (linear ou não-linear). Nesse caso, uma primeira execução do programa é realizada em modo estático para os carregamentos externos indicados (forças de corpo de sólido e/ou fluido), os resultados (tensões efetivas iniciais e poropressões iniciais) obtidos são escritos em arquivos de saída para seu posterior leitura. Uma segunda execução do programa é realizada para a subsequente análise (estática ou dinâmica, por exemplo, carregamento de terremoto), onde as tensões e poropressões iniciais são obtidas a partir da leitura dos arquivos correspondentes. O problema também pode ser resolvido em apenas uma execução do programa, neste caso, uma rotina que calcula as tensões efetivas e poropressões iniciais diretamente nos pontos de integração dos elementos a partir da geometria e massa específica dos materiais é utilizada. Os diversos modelos constitutivos de solos disponíveis no programa são: Von Mises, Tresca, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, “*Cap model*” e modelo *PZ-MARK III* para análise de liquefação em areias. A estaca de concreto armado pode ser simulada com o modelo constitutivo *DARC3* apresentado no capítulo dois que considera a fissuração por tração. A lei de escorregamento na interface solo-estaca segue o critério de Mohr-Coulomb.

O carregamento externo pode ser dado em forma de: (1) condição de contorno de deslocamento ou poropressão, (2) força nodal ou influxo e (3) o movimento sísmico, tanto horizontal quanto vertical, é definido mediante forças de inércia equivalentes aplicadas nos nós dos elementos. Estas forças de inércia são calculadas a partir das acelerações de entrada (na base) e das massas dos elementos que compõem a malha de elementos finitos. Condições de contorno periódicas também podem ser definidas nas faces laterais da malha para simular espaços semi-infinitos. Estas condições de contorno são especificadas internamente no código

mediante a definição de iguais graus de liberdade para os nós enlaçados (*DIANA-SWANDYNE II*) ou mediante o método da Penalidade (Parra, 1996). Com a finalidade de evitar a utilização de diferentes condições de contorno para análise estática inicial e a subsequente análise dinâmica, as mesmas condições de contorno periódicas são definidas para ambas as análises. A matriz de amortecimento de *Rayleigh* é utilizada para contemplar o comportamento histerético do solo e demais elementos estruturais.

No algoritmo de solução, os incrementos de tensão são determinados para a totalidade dos acréscimos de deformação acumulados ao longo do processo iterativo, verificando-se a atualização do estado de tensão apenas após a convergência do processo iterativo. Esse procedimento que se designa na literatura inglesa por *Path Independent Procedure* (PI), apresenta como vantagem fundamental a eliminação de descarregamentos fictícios de origem numérica, os quais são frequentemente responsáveis pela deterioração da solução, impedindo mesmo, por vezes, a convergência do processo iterativo. Em contrapartida, o procedimento PI exige a utilização de algoritmos para a determinação do estado de tensão, que assegurem um elevado grau de fiabilidade e eficácia (note-se que o incremento de deformação aumenta, em geral, com o avanço do processo iterativo sugerindo a utilização de algoritmos implícitos).

Em alternativa, é possível adotar um procedimento que atualiza sucessivamente o estado de tensão ao longo do processo iterativo, baseando-se no incremento de deformação correspondente à iteração corrente e no estado de tensão instalado na iteração precedente (note-se que se trata de uma solução não convergida). Este procedimento (*Path Dependent Procedure*, PD) conduz a uma redução progressiva do custo associado à determinação do estado de tensão (incrementos progressivamente decrescentes com o avanço do processo iterativo) sendo, no entanto, sensível à ocorrência dos descarregamentos fictícios de origem numéricos já referidos. Não obstante, esta última alternativa tem sido utilizada satisfatoriamente em Tamayo (2011), Hinton e Owen (1980) e Cervera *et al.* (1988), entre outros. SOTRURA-DSA contempla ambas as soluções (PI e PD). O esquema de integração do modelo constitutivo *PZ-MARK III* é simples e segue um esquema de sub-incrementação parecido ao apresentado em Hinton e Owen (1980), portanto é mais adequado ao procedimento PD. Não obstante, neste trabalho, sempre que se conseguiu convergência, o esquema PI também foi utilizado. Os modelos clássicos de solos mencionados acima seguem o algoritmo explícito de Sloan *et al.* (2001).

Devido à natureza tridimensional do problema e ao número considerável das equações a ser solucionada em cada problema, a escolha do tipo de solucionador é uma tarefa muito importante a ser definida no programa de computador. Diferentes tipos de solucionadores são utilizados para a solução do sistema de equações do sistema bifásico acoplado. A utilização de um tipo solucionador em relação a outro depende do número de equações a resolver e dos requerimentos de memória. Dentro dos solucionadores disponíveis, têm-se: 1) O solucionador paralelizado *PARDISO*, que é um pacote de programas de alto desempenho, robusto e de memória eficiente para solucionar grandes sistemas de equações lineares em vários multiprocessadores de memória compartilhada utilizando um armazenamento esparsos; 2) O módulo *HSL_MA42* (HSL, 2013) soluciona sistemas lineares pelo método frontal. Arquivos de acesso direto são utilizados para armazenar os coeficientes obtidos pela fatoração das matrizes e 3) Solucionador *DATRIA*, este solucionador é do tipo perfil e é o solucionador por defeito do programa de elementos finitos *DIANA-SWANDYNE II* (Chan *et al.*, 1995, Ou, 2009). Para problemas de pequeno porte (número de equações menor a 15000) é o solucionador mais rápido comparado com os anteriores, especialmente na etapa de fatoração e retro-substituição. Este solucionador de forma similar ao *PARDISO* permite solucionar sistemas de equações simétricos e não-simétricos.

7.2 VALIDAÇÃO E VERIFICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Nesta seção, o modelo numérico se valida e verifica com alguns exemplos encontrados na literatura estabelecida do tema para carregamentos estáticos (monofásicos), quase-estáticos (adensamento) e dinâmicos (carregamentos harmônicos).

7.2.1 Problemas monofásicos

7.2.1.1 Comparação com Reese e Matlock (1956)

Reese e Matlock (1956) desenvolveram soluções analíticas adimensionais para determinar os deslocamentos em estacas elásticas carregadas horizontalmente inseridas em depósitos de solos elásticos. Em Sarkar (2009), utilizaram-se esses resultados analíticos para calcular diagramas de deslocamentos, momentos fletores e forças de cisalhamento para o caso particular em que módulo de reação do solo é igual a 2.0×10^7 kN/m³. Embora, esses últimos diagramas tinham sido desenvolvidas na citada referência, os resultados foram atribuídas a Reese e Matlock (1956). Sendo assim, aqui, se escolheu uma dessas soluções analíticas para

validar a implementação numérica do presente modelo numérico de elementos finitos. O exemplo selecionado permite estudar a discretização na malha de elementos finitos para problemas com efeitos predominantes por flexão e cisalhamento. Além disso, a rotina computacional que calcula os diagramas de flexão e de cisalhamento nas estacas, a partir das forças internas nos elementos finitos hexaédricos, é verificada com estas soluções analíticas.

Em Sarkar (2009) também realizou-se uma análise por elementos finitos do problema, sendo que a geometria e malha de elementos finitos considera uma única estaca com cabeça fixa de 0.50 m de largura e 10 m de comprimento. A condição de cabeça fixa é obtida restringindo o giro do plano horizontal superior da estaca. Uma força horizontal estática igual a 100 kN é aplicada na parte superior da estaca. As dimensões e malha de elementos finitos utilizada neste trabalho é mostrada na Fig. 7.1 e está composta por 3920 elementos finitos hexaédricos de 8 nós. O número de incógnitas a resolver neste exemplo é de 12479. As propriedades dos materiais utilizados são apresentadas na Tabela 7.1, onde se considera que a estaca apresenta propriedades similares ao concreto. Os deslocamentos perpendiculares aos planos laterais são nulos e a base é restrita em todas as direções.

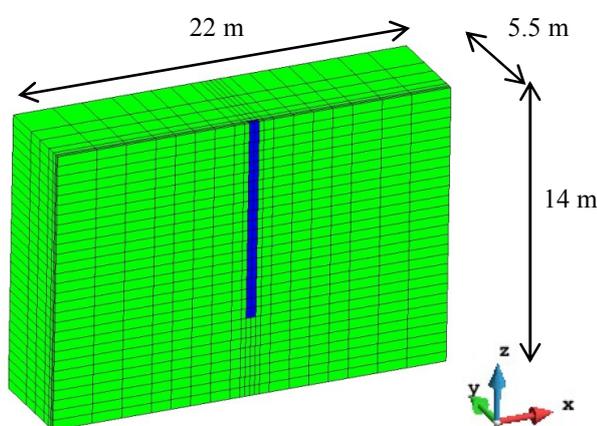


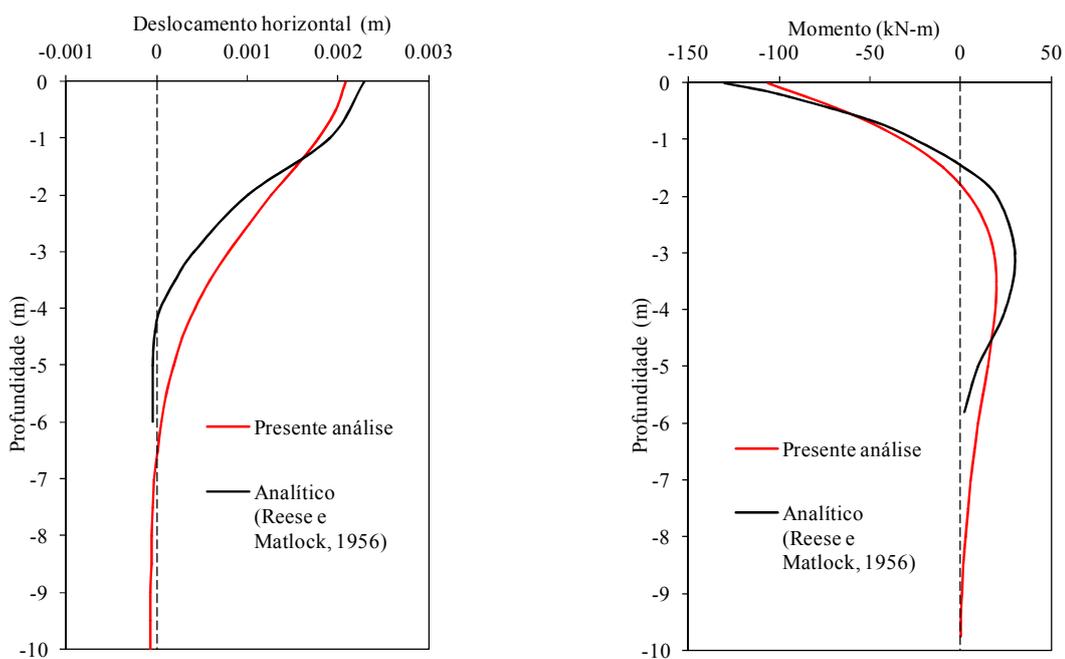
Figura 7.1: Malha de elementos finitos

Tabela 7.1: Propriedades dos materiais

Material	Propriedades	Unidades
Solo	Módulo de Elasticidade	$E_s = 14200$ kPa
	Coefficiente de Poisson	$\nu_s = 0.45$
Concreto	Módulo de Elasticidade	$E_c = 20 \times 10^6$ kPa
	Coefficiente de Poisson	$\nu_c = 0.3$

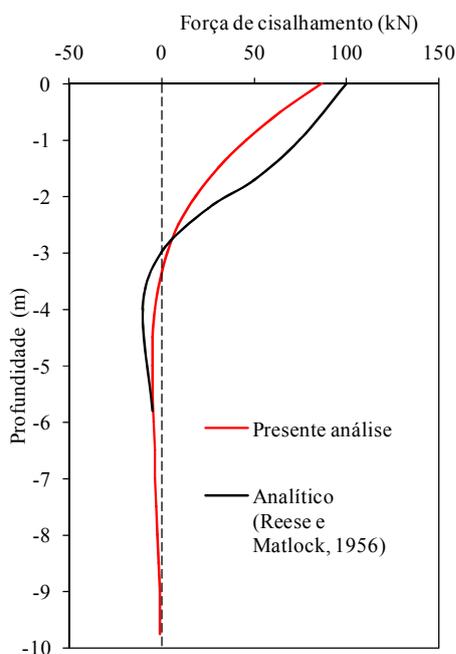
Na Fig. 7.2 são mostrados os diagramas de deslocamento, momento fletor e de cisalhamento obtidos no presente trabalho e aqueles fornecidos pela solução analítica (Reese e

Matlock, 1956). Os resultados obtidos por Sarkar (2009) são similares aos obtidos aqui e não são mostrados por claridade nas figuras. Como se pode apreciar nestas figuras, a utilização elementos finitos hexaédricos de 8 nós permite obter uma representação aceitável dos resultados para a discretização utilizada. Devido ao diferente método de solução utilizado na solução analítica, diferenças em relação ao método dos elementos finitos são esperadas.



a) Perfil de deslocamento

b) Perfil de momento fletor



c) Perfil de força de cisalhamento

Figura 7.2: Perfis de deslocamento, momento fletor e força de cisalhamento

7.2.1.2 Sistema solo-estaca em carregamento estático cíclico (Trochanis *et al.* 1988)

Em Trochanis *et al.* (1988) se propõe um exemplo para estudar o efeito que tem na modelagem estrutural, a interação parcial que existe na interface solo-estaca em carregamento lateral cíclico. Por esse motivo, são utilizados elementos finitos de contato para simular a abertura sempre que alguma tensão por tração apareça na interface. A seção transversal da estaca é quadrada com 0.50 m de lado e 10 m de comprimento. Em Trochanis *et al.* (1988), utilizou-se o programa *ABAQUS* para solucionar este problema com uma malha de elementos finitos de forma circular composta de elementos finitos hexaédricos de 27 nós para representar o solo, enquanto a estaca apresenta uma forma quadrada e é flutuante como se mostra na Fig. 7.3. Um ciclo de carregamento-descarregamento-carregamento com um valor máximo de força lateral igual a 216 kN é aplicada na parte superior da estaca. As propriedades dos materiais são apresentadas na Tabela 7.2.

Tabela 7.2: Propriedades dos materiais

Material	Propriedades	Unidades
Solo	Peso específico	$\gamma_s = 11.8 \text{ kN/m}^3$
	Módulo de Elasticidade	$E_s = 20000 \text{ kPa}$
	Coefficiente de Poisson	$\nu_s = 0.45$
	Ângulo de atrito	$\phi = 16.7^\circ$
	Coesão	$c = 34 \text{ kPa}$
Concreto	Peso específico	$\gamma_c = 23 \text{ kN/m}^3$
	Módulo de Elasticidade	$E_c = 20 \times 10^6 \text{ kPa}$
	Coefficiente de Poisson	$\nu_c = 0.3$
Interface	Rigidez normal	$k_n = 108800 \text{ kPa/m}$
	Rigidez ao cisalhamento	$k_s = 76160 \text{ kPa/m}$
	Coefficiente de atrito	$\mu = 0.7$

As malhas de elementos finitos utilizadas neste trabalho são mostradas na Fig. 7.4. A primeira malha se compõe de 600 elementos finitos hexaédricos de 20 nós para representar a estaca e o solo e de 40 elementos finitos de contato tipo quadrilátero de 16 nós. O número de equações resolvido foi de 8070 incógnitas. A segunda malha esta conformada por 30720 elementos finitos hexaédricos de 8 nós com um ponto de integração (*SSPbrick*) e 160 elementos de contato de 8 nós. Para este caso o número de equações a resolver é de 95200. A diferença em relação ao modelo de Trochanis *et al.* (1988) é que aqui, a estaca é considerada fixa em sua base (Sarkar, 2009). Utilizou-se um coeficiente de atrito $\mu = 0.7$ (segundo

Trochanis *et al.*, 1988; esse valor foi seleccionado devido a que apresentou boa correlação com ensaios de campo realizados na cidade de Mexico e pela recomendação estabelecida no Instituto Americano do Petróleo) para os elementos de interface com rigidez normal e de cisalhamento $k_n = k_s = 16G_s$ (kPa/m), onde G_s representa o módulo ao cisalhamento do solo.

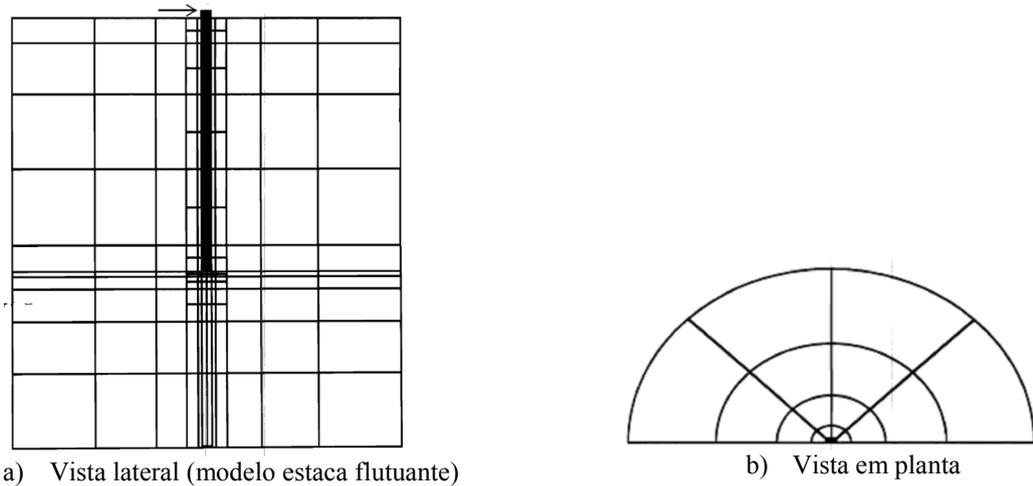


Figura 7.3: Malha de elementos finitos utilizada por Trochanis *et al.* (1988)

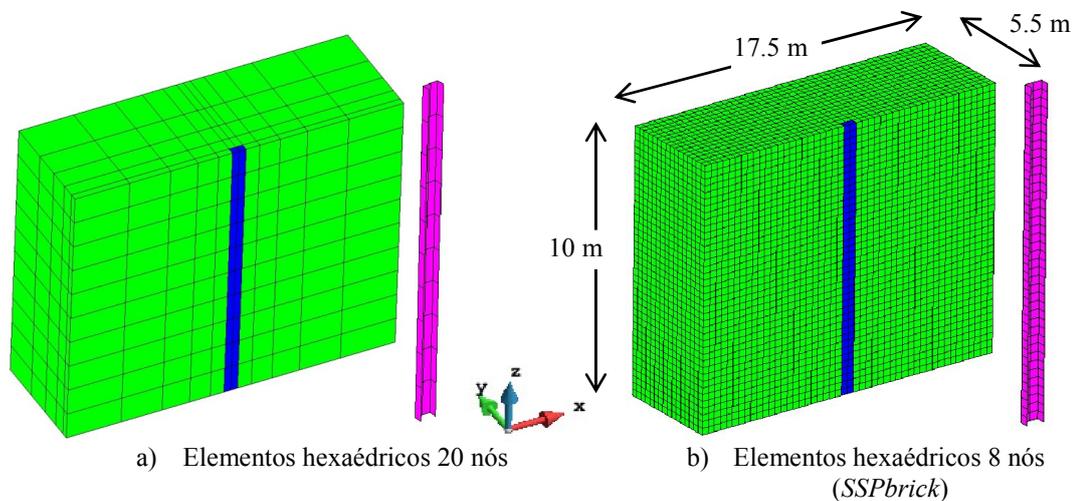


Figura 7.4: Malhas de elementos finitos utilizadas na modelagem do solo, estaca e interface

Numa primeira análise, considera-se apenas a não-linearidade devido à abertura e escorregamento que acontece na interface solo-estaca. A resposta lateral é ilustrada na Fig. 7.5. Como se pode apreciar nesta figura, a resposta obtida neste trabalho para ambas as malhas é quase linear para todos os ciclos de carregamento e descarregamento, apresentando apenas uma pequena área encerrada pelos laços de histerese. A área encerrada por estes laços de histerese representam a liberação de energia do sistema solo-estaca realizada durante o

processo de carregamento-descarregamento-carregamento. A curva obtida em Trochanis *et al.* (1988) é apresentada na mesma figura e aparentemente é linear sem liberação de energia. Em geral, uma redução importante na rigidez efetiva é causada pela separação (como é evidente na comparação dos resultados como aqueles do caso de aderência perfeita). Também se observa que embora exista uma redução na rigidez, a relação força-deslocamento lateral é ainda quase-linear, portanto nenhuma não-linearidade significativa é induzida pelo processo de separação. Sendo assim, a forma linear da curva de deflexão é controlada pelo comportamento linear do solo.

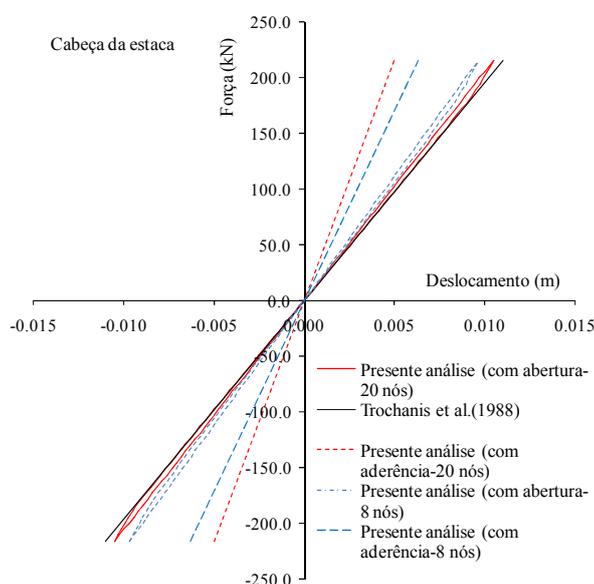
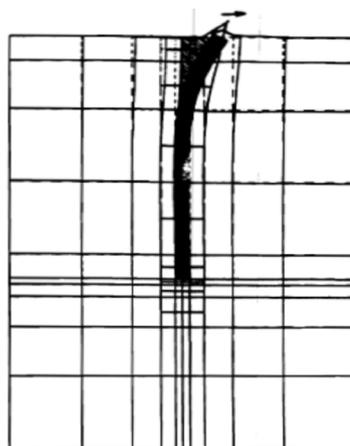
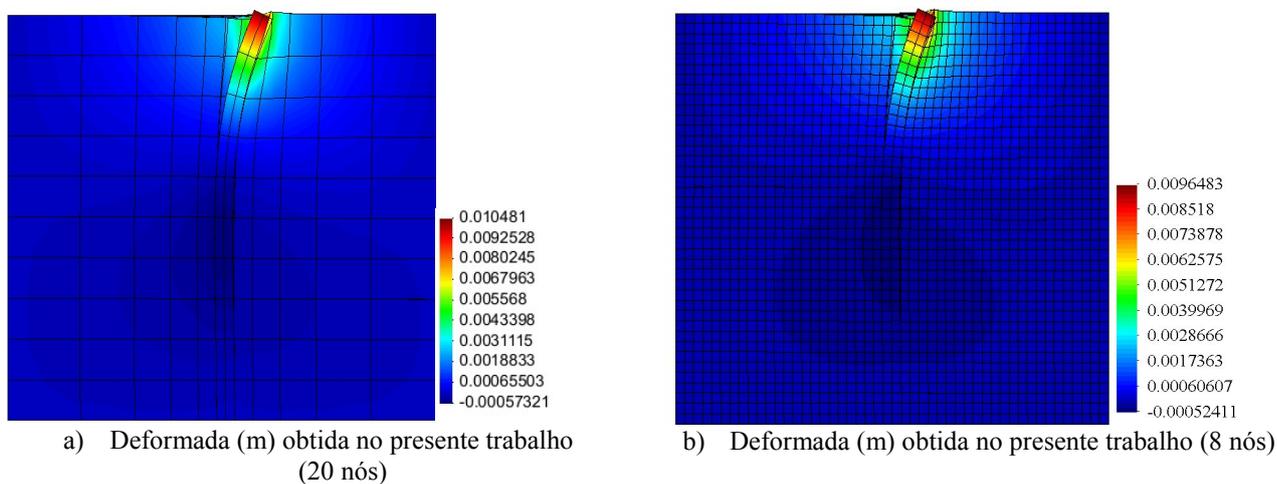


Figura 7.5: Curva deslocamento-carregamento lateral na cabeça da estaca considerando aderência perfeita e abertura na interface

As deformadas para uma força lateral máxima de 216 kN obtidas com o presente modelo numérico e por Trochanis *et al.* (1988) são comparadas e mostradas na Fig. 7.6. Embora, a condição de restrição na base da estaca seja diferente para ambos modelos numéricos, as predições de suas deformadas em função da profundidade do solo são parecidas. Na Fig. 7.7 são mostradas as curvas de nível referentes aos deslocamentos horizontais na superfície superior do sistema solo-estaca. A concentração de valores maiores em termos de deslocamentos horizontais se produz perto da zona compressiva do solo (onde o solo e estaca estão em contato).

Numa segunda análise, o efeito de plasticidade do solo é introduzido mediante a consideração do modelo de Drucker-Prager, cujos parâmetros já foram definidos na Tabela 7.2. Para a análise elasto-plástica do solo, é necesario definir um estado de tensões iniciais

devido ao efeito de gravidade. Aqui, considerou-se que o solo se encontra num estado triaxial inicial devido a seu peso próprio com um coeficiente de empuxo no repouso K_0 igual a 0.7 (valor típico em varias condições geológicas, Bentley e El Naggar, 2000).



Deformada obtida em Trochanis *et al.* (1988)

Figura 7.6: Comparação entre as deformadas obtidas no presente trabalho e em Trochanis *et al.* (1988) para carregamento lateral máximo de 216 kN (fator de magnificação: 100)

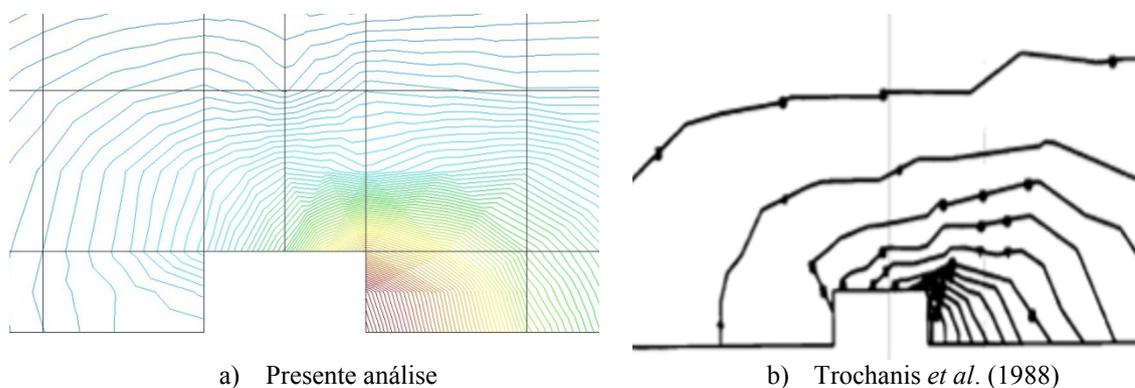


Figura 7.7: Comparação de curvas de nível para os deslocamentos horizontais na superfície superior do solo, na zona adjacente à estaca, para um força lateral de 216 kN

Na Fig. 7.8a e Fig. 7.8b se comparam os deslocamentos laterais na cabeça da estaca e no solo adjacente ao lado esquerdo e direito das faces desta, para dois valores de penalidade $k_n = 16G_s$ e $k_n = 48G_s$, respectivamente, para os elementos de 20 nós. Na Fig. 7.8c são comparados os resultados obtidos para as duas malhas utilizadas, entretanto os resultados obtidos em Trochanis *et al.* (1988) são apresentados na Fig. 7.8d. Em geral, existe uma boa concordância entre os resultados mostrados. Não obstante, o efeito da rigidez de penalidade normal k_n no elemento de contato afeta a resposta final da estrutura.

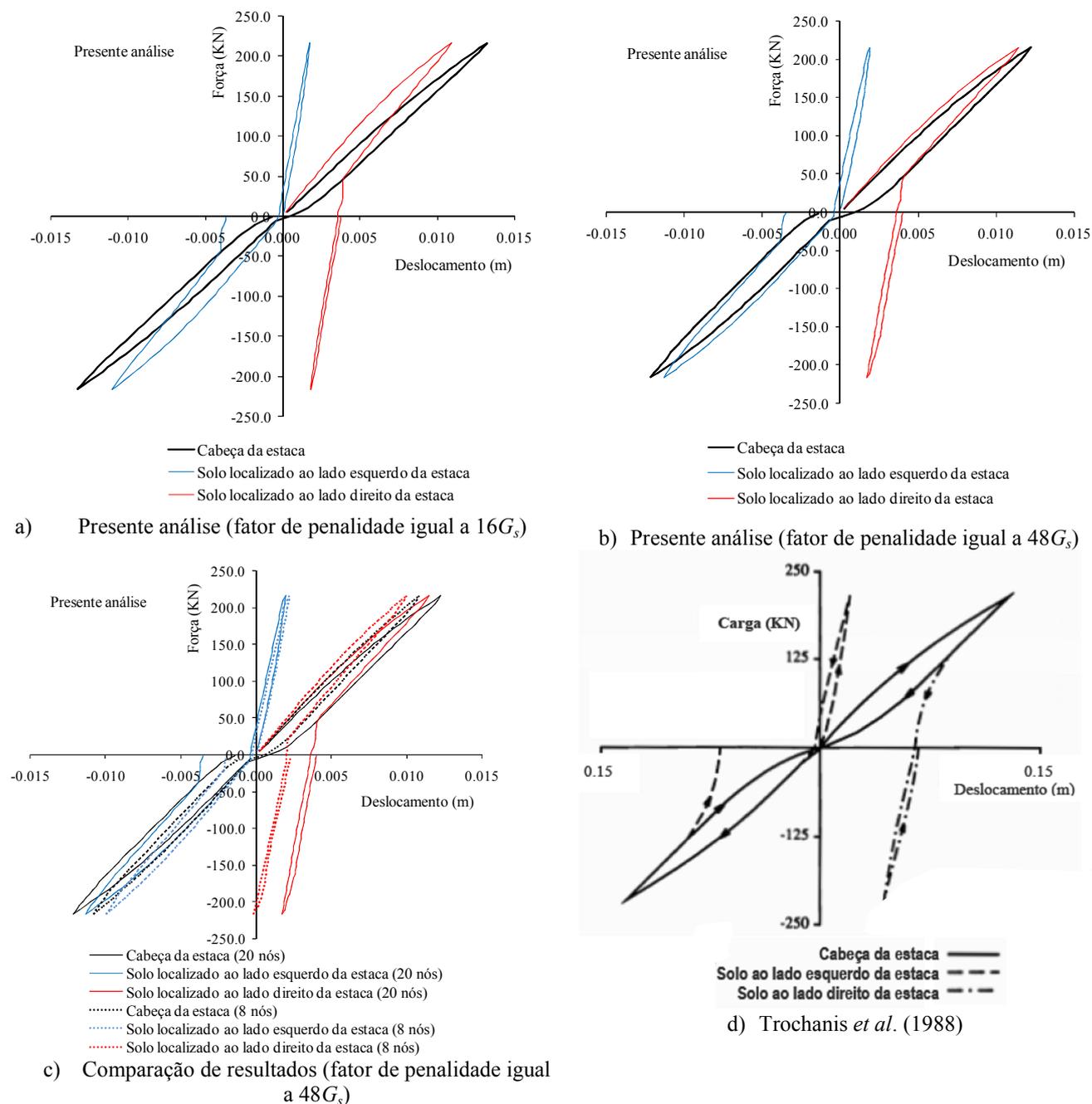
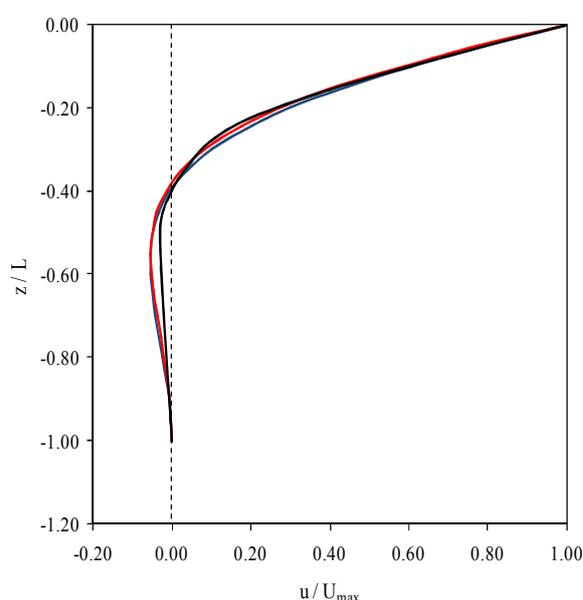


Figura 7.8: Deslocamentos na estaca e no solo para o caso de solo elasto-plástico e separação na interface solo-estaca

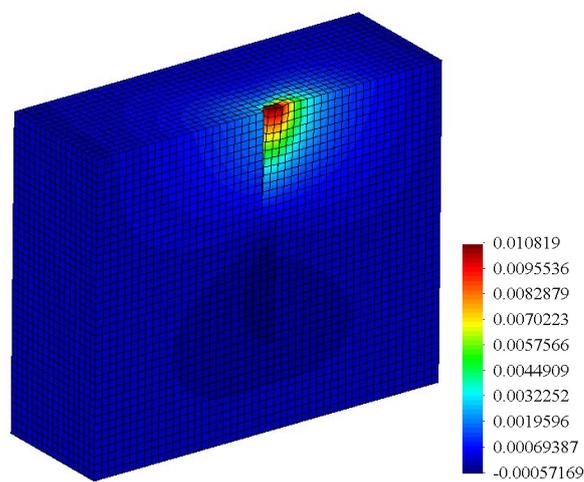
Como é esperado, um maior valor de k_n fornece resultados mais precisos em termos de compatibilidade de deslocamentos nas zonas de compressão (zona em que as curvas do solo devem coincidir com a curva de deflexão da estaca), enquanto, o número de iterações no algoritmo numérico não-linear aumenta substancialmente. Isto é, conforme o valor da rigidez aumenta, a matriz de rigidez da estrutura torna-se cada vez mais instável. Encontrou-se como regra pratica para a modelagem deste tipo de estruturas, que um valor de $k_n = 16G_s$ fornece valores minimamente aceitáveis em termos de resultados e estabilidade numérica, sendo um melhor valor $k_n = 48G_s$. Além disso, as curvas força lateral versus deslocamento horizontal mostrados na Fig. 7.8, confirmam que a não-linearidade e quantidade de energia dissipada no sistema solo-estaca é controlada pela plasticidade do solo.

Finalmente, na Fig. 7.9a, é mostrada a variação do deslocamento horizontal com a profundidade do solo para um carregamento lateral de 216 kN, considerando abertura na interface com solo elástico e elasto-plástico. Estes resultados são adimensionados em relação a seus valores máximos (em termos de deslocamentos e do comprimento da estaca). Praticamente resultados similares são obtidos para o caso de solo elástico e elasto-plástico. Na Fig. 7.9b é mostrada a deformada global do sistema solo-estaca para o mesmo carregamento.



- Presente análise (separação com solo elasto-plástico)
- Presente análise (separação com solo elástico)
- Trochanis et al. (1988)

a) Perfil dos deslocamentos laterais com a profundidade do solo para diferentes modelos de solo



b) Deformada final (m) para 216 kN

Figura 7.9: Deformada para 216 kN

Na Fig. 7.10 são mostrados os processos de abertura e fechamento que acontece na vizinhança da zona da interface solo-estaca (para a segunda malha) conforme a força lateral cíclica é aplicada. Aqui, o algoritmo de contato consegue simular adequadamente os processos de abertura-fechamento-abertura, enquanto o modelo numérico prediz as deformações plásticas que ficam nas zonas do solo adjacentes à estaca. O contato na interface solo-estaca para as zonas de compressão do solo são verificadas visualmente mediante a continuidade no campo de deslocamentos.

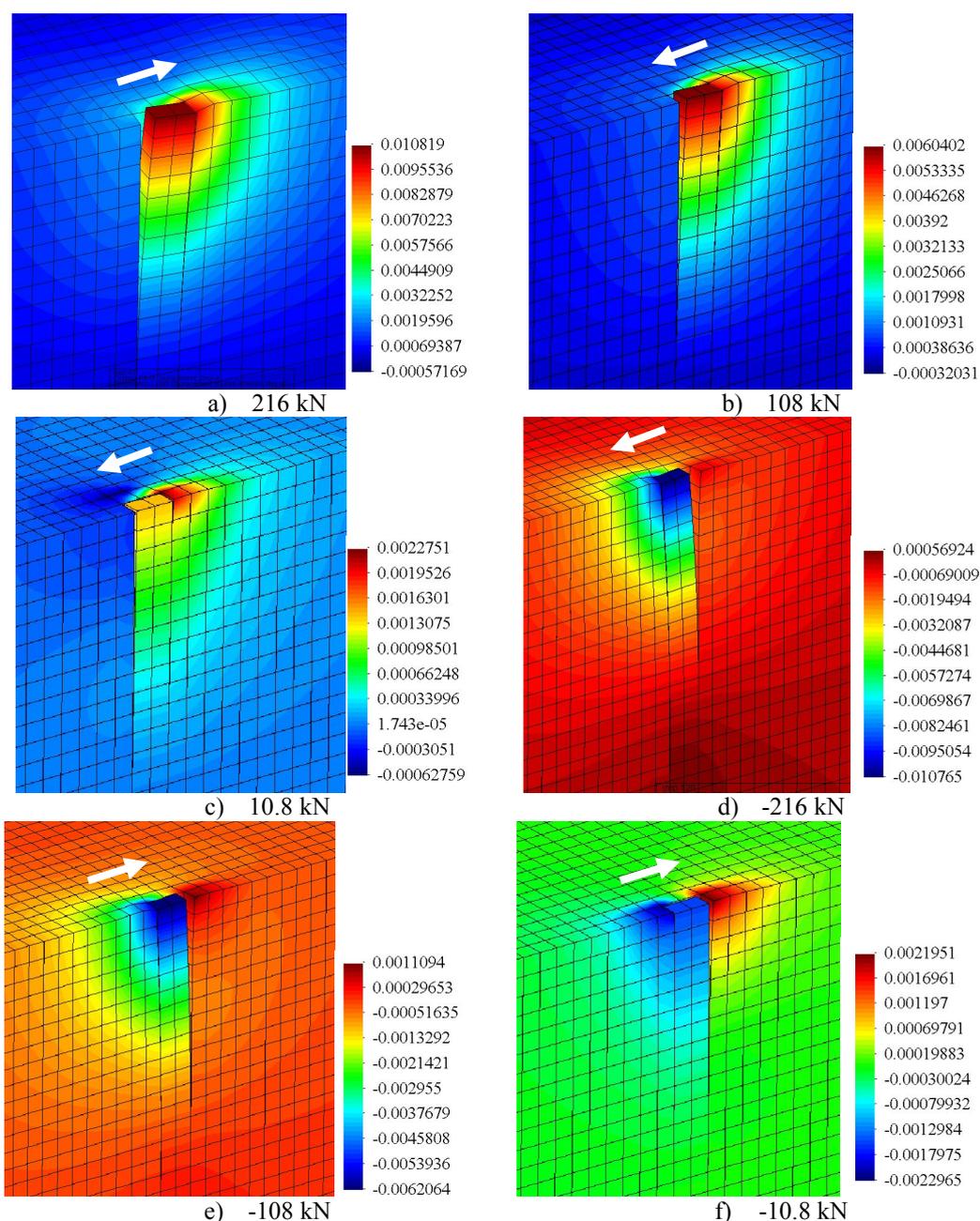


Figura 7.10: Visualização da abertura e fechamento na interface solo-estaca durante o carregamento cíclico (deslocamento horizontal, m; factor de magnificação: 20)

7.2.1.3 Resposta axial de uma estaca inserida em solo sem coesão (Wang e Sitar, 2004)

A predição do presente modelo numérico é comparada com os resultados de um ensaio experimental realizado na Universidade de California Berkeley e cujos resultados foram reportados em Wang e Sitar (2004). A estrutura se compõe de uma estaca de concreto circular de 5.8 m de comprimento e 0.762 m de diâmetro, a qual esta inserida num estrato de solo heterogêneo composto de uma argila-arenosa, areia medianamente densa e uma areia-argilosa. A estaca é carregada axialmente em sua parte superior até um valor máximo de 2600 kN. Na modelagem numérica se supõe que o solo é conformado por um estrato uniforme com resistência ao cisalhamento não-drenada média igual a $s_u = 84$ kPa, sendo esta normalmente consolidada com um coeficiente de empuxo no repouso igual a $K_0 = 0.5$ (valor médio na massa do solo de acordo aos dados experimentais). A malha axissimétrica de elementos finitos utilizada em Wang e Sitar (2004) é mostrada na Fig. 7.11, onde aderência perfeita foi considerada na interface solo-estaca. As propriedades dos materiais são apresentadas na Tabela 7.3. A base da malha é restrita em todas as direções, permitindo-se apenas o movimento vertical nos lados verticais (eixo de simetria e lado direito da malha). Considera-se que a estaca é representada por um comportamento elástico linear.

Tabela 7.3: Propriedades dos materiais

Material	Propriedades	Unidades
Solo	Peso específico	$\gamma_s = 20 \text{ kN/m}^3$
	Módulo de Elasticidade	$E_s = 1 \times 10^5 \text{ kPa}$
	Coeficiente de Poisson	$\nu_s = 0.49$
	Resistencia não-drenada	$S_u = 84 \text{ kPa}$
	Modulo de endurecimento	$H = 1000 \text{ kPa}$
Concreto	Peso específico	$\gamma_c = 23 \text{ kN/m}^3$
	Módulo de Elasticidade	$E_c = 20 \times 10^6 \text{ kPa}$
	Coeficiente de Poisson	$\nu_c = 0.1$

Para garantir uma predição adequada da capacidade última da estrutura, o estado de tensão inicial deve ser obtido propriamente. Aqui, realizou-se uma análise elástica inicial utilizando um coeficiente de Poisson igual a $\nu_s = K_0 / (1 + K_0) = 0.333$ e considerando que a massa específica do solo é utilizada para todos os materiais (incluindo os elementos de estaca). Após conseguir o estado inicial desejado, os elementos de solo são modificados para se comportar de forma não-linear utilizando o modelo de Von Mises e as propriedades

estabelecidas na Tabela 7.3, enquanto as propriedades do concreto foram atribuídas à estaca. Neste trabalho, inicialmente realizou-se uma análise do problema utilizando a malha de elementos finitos axissimétrica mostrada na Fig. 7.12a. Na Fig. 7.12b, mostra-se a deformada obtida ao final da análise para um carregamento máximo aplicado de 2600 kN.

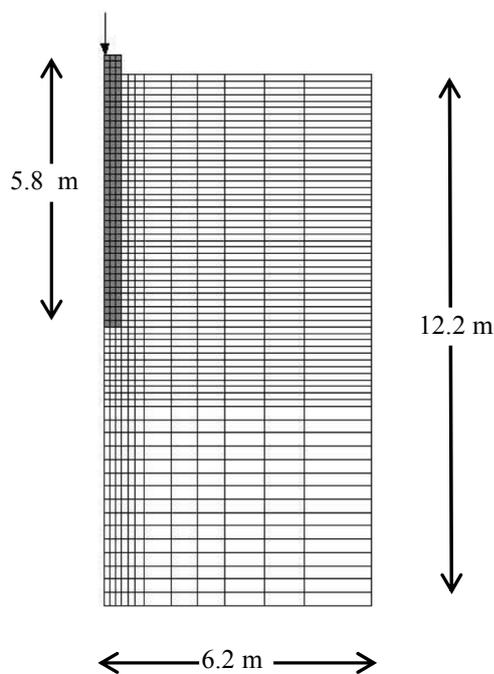


Figura 7.11: Malha axissimétrica de elementos finitos utilizada em Wang e Sitar (2004)

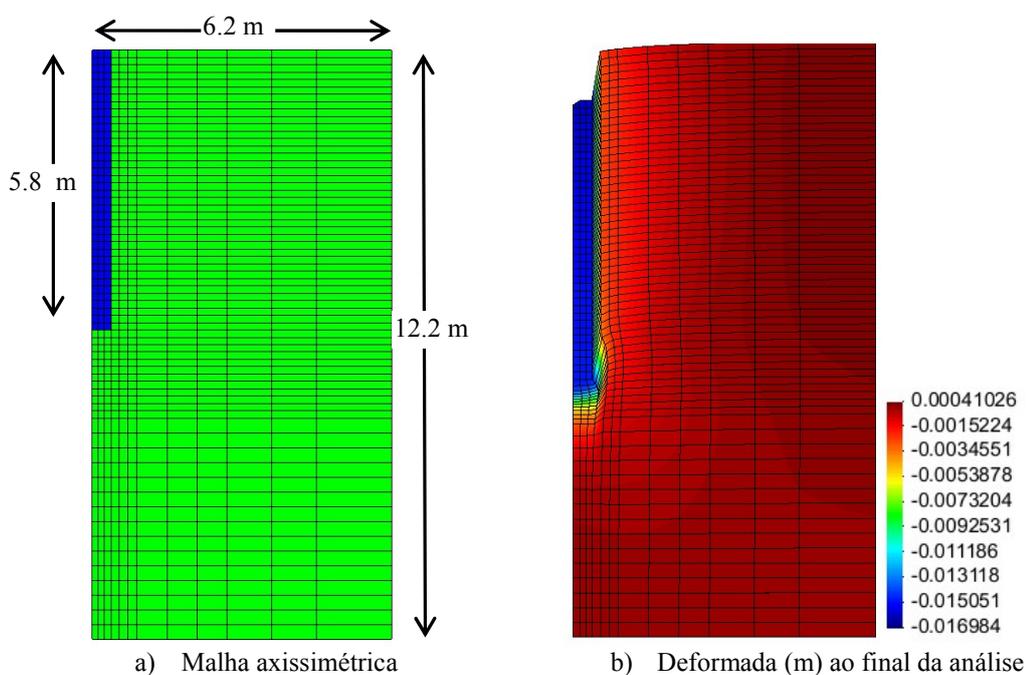


Figura 7.12: Malha de elementos finitos e deformada devido ao carregamento aplicado

Na Fig. 7.13, são comparadas as curvas deslocamento vertical versus carregamento axial obtidos na presente análise com os resultados gravados no experimento. Como se pode apreciar existe uma boa correlação entre os resultados numéricos e experimentais para todos os níveis de carga. Os resultados numéricos obtidos por Wang e Sitar (2004) também concordam com aqueles apresentados aqui e não são apresentados apenas por claridade na figura. A consideração de uma camada uniforme equivalente de solo consegue prever adequadamente os deslocamentos verticais na estaca para todos os níveis de carregamento, embora elementos de contato não foram considerados na interface.

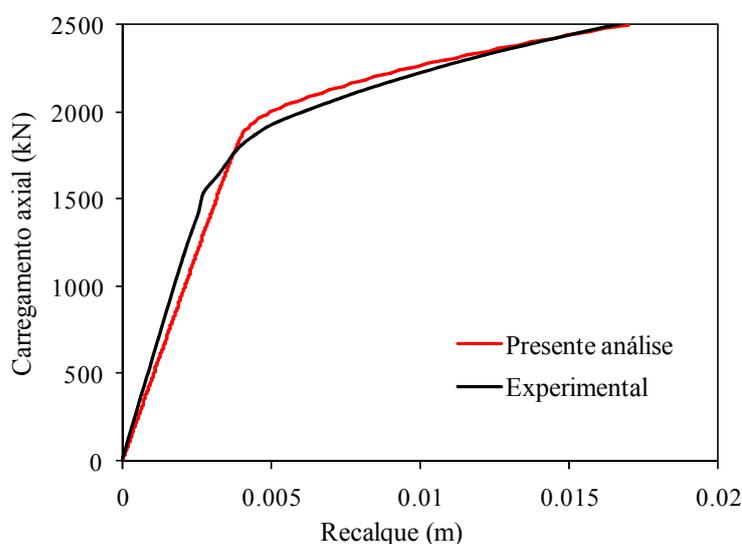


Figura 7.13: Curva força axial versus recalque

Este primeiro análise axissimétrico permite calibrar o modelo numérico para subseqüentes análises numéricas, ao mesmo tempo de permitir obter confiabilidade na obtenção das tensões iniciais. Como se pode apreciar na Fig. 7.11 e Fig. 7.12, devido à adequada discretização espacial na vizinhança da estaca, o modelo numérico consegue simular algum tipo escorregamento sem elementos de contato. Precisamente, em Wehnert e Vermeer (2004), estudam-se os efeitos que tem os elementos de contato na modelagem numérica de estacas carregadas axialmente utilizando o programa *PLAXIS*. A conclusão final desta referência, é que precisa-se de uma malha de elementos finitos muito refinada na vizinhança solo-estaca para simular corretamente o processo de escorregamento. Enquanto, resultados equivalentes são obtidos com malhas pouco refinadas, porém utilizando elementos de contato. Não obstante dependendo do nível de carregamento, eventuais aberturas podem acontecer na zona da ponta da estaca e portanto nessa situação elementos de contato são indispensáveis.

Após a validação do modelo numérico com o exemplo anterior, em Wang e Sitar (2004) se faz um estudo paramétrico de um problema similar, porém considerando o efeito da interface na resposta da estrutura. A mesma geometria, malha de elementos finitos (axissimétrica), geração de tensões iniciais e carregamento do exemplo anterior foram consideradas na citada referência. As novas propriedades dos materiais são apresentadas na Tabela 7.4. No presente trabalho, utilizou-se uma malha tridimensional que se compõe de 9360 elementos finitos hexaédricos de 8 nós e 237 elementos finitos de interface tipo quadriláteros de 8 nós como se mostra na Fig. 7.14. O número máximo de equações lineares a resolver para este problema é de 30337. O modelo constitutivo do solo utilizado em Wang e Sitar (2004) corresponde ao modelo de Drucker-Prager com diferentes aproximações ao hexágono de Mohr-Coulomb no plano desviador. Enquanto, nesta análise utilizou-se o modelo de Drucker-Prager cuja circunsferência que descreve sua seção transversal no plano desviador passa pelos vértices externos do hexágono de Mohr-Coulomb.

Tabela 7.4: Propriedades dos materiais

Material	Propriedades	Unidades
Solo	Peso específico	$\gamma_s = 14 \text{ kN/m}^3$
	Módulo de Elasticidade	$E_s = 1 \times 10^5 \text{ kPa}$
	Coefficiente de Poisson	$\nu_s = 0.3$
	Coesão	$c = 0.0 \text{ kPa}$
	Ângulo de atrito	$\phi = 36^\circ$
	Ângulo de dilatância	$\psi = 36^\circ$ (ou 0° para fluxo não associado)
Concreto	Peso específico	$\gamma_c = 23 \text{ kN/m}^3$
	Módulo de Elasticidade	$E_c = 20 \times 10^6 \text{ kPa}$
	Coefficiente de Poisson	$\nu_c = 0.1$
Interface	Rigidez normal	$k_n = 615384.62 \text{ kPa/m}$
	Rigidez ao cisalhamento	$k_s = 615384.62 \text{ kPa/m}$
	Coefficiente de atrito	$\mu = 0.73$

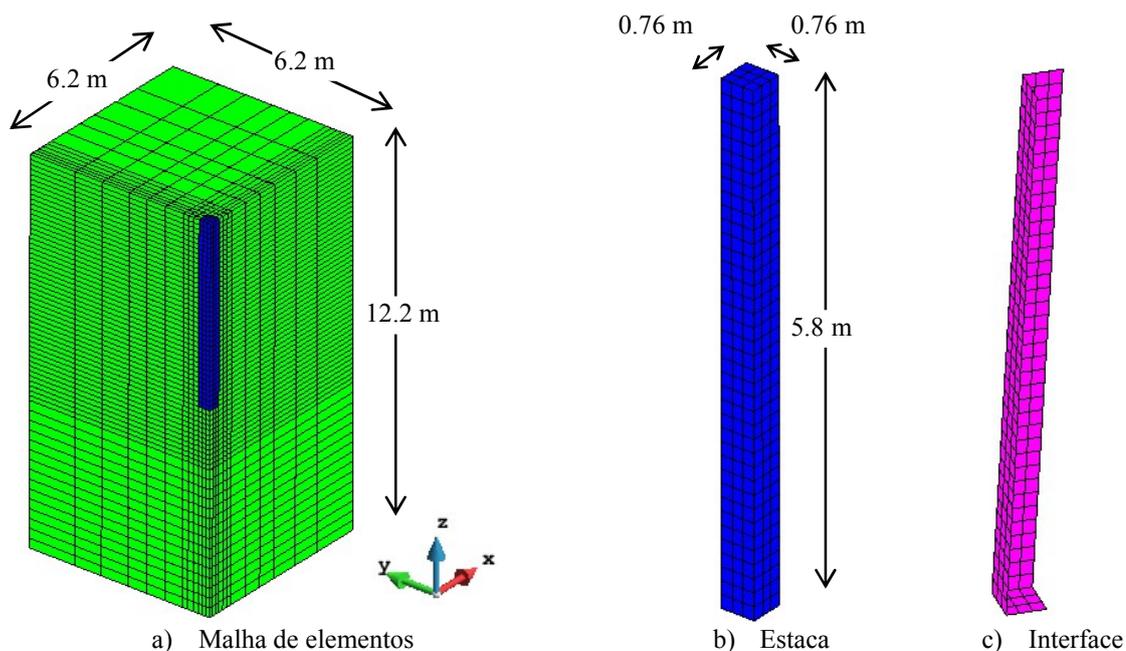


Figura 7.14: Malha de elementos finitos para a modelagem do solo, estaca e interface

Sendo assim, algumas diferenças são esperadas entre os resultados reportados aqui e aqueles obtidos em Wang e Sitar (2004) devido à diferença entre malha de elementos finitos (tridimensional e axissimétrica, respectivamente), aos valores das tensões iniciais (as tensões iniciais horizontais na malha axissimétrica são radiais enquanto essas seguem as direções dos eixos cartesianas na análise tridimensional), ao tipo de elemento finito de contato utilizado na análise (em Wang e Sitar, 2004, utilizaram-se elementos de dois nós chamados *gap elements*) e à forma da função de escoamento do modelo de Drucker-Prager no plano desviador.

Seguidamente, o efeito da dilatância no solo é estudado examinando a resposta do sistema solo-estaca, em termos de curvas de recalque (na estaca) versus carregamento axial, conforme o ângulo de dilatância no solo ψ varia como se mostra na Fig. 7.15. Aqui, o ângulo de atrito é $\phi = 36^\circ$ e o solo não tem coesão ($c = 0$). Numa primeira análise considerou-se aderência perfeita na interface solo-estaca, fato que se consegue atribuindo um comportamento linear aos elementos de contato e valores adequados para as rigidezes de contato k_n e k_s (penalidades). Os resultados assim obtidos são ilustrados na Fig. 7.15, onde um padrão similar aos resultados reportados em Wang e Sitar (2004) são obtidos. Entretanto, a análise tridimensional prediz maiores níveis de resistência em relação à análise axissimétrica. Este último fato será revisado ao final do exemplo.

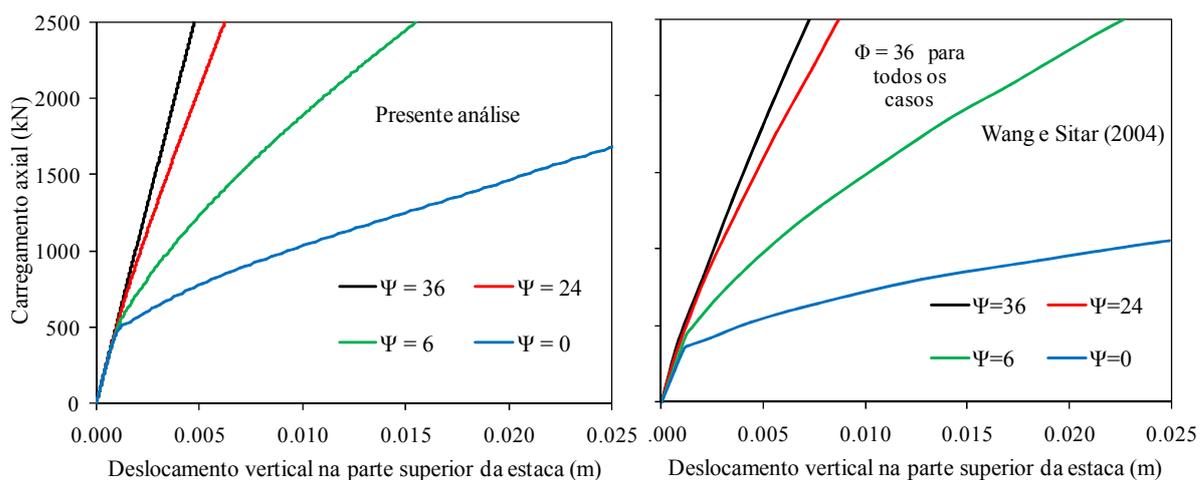
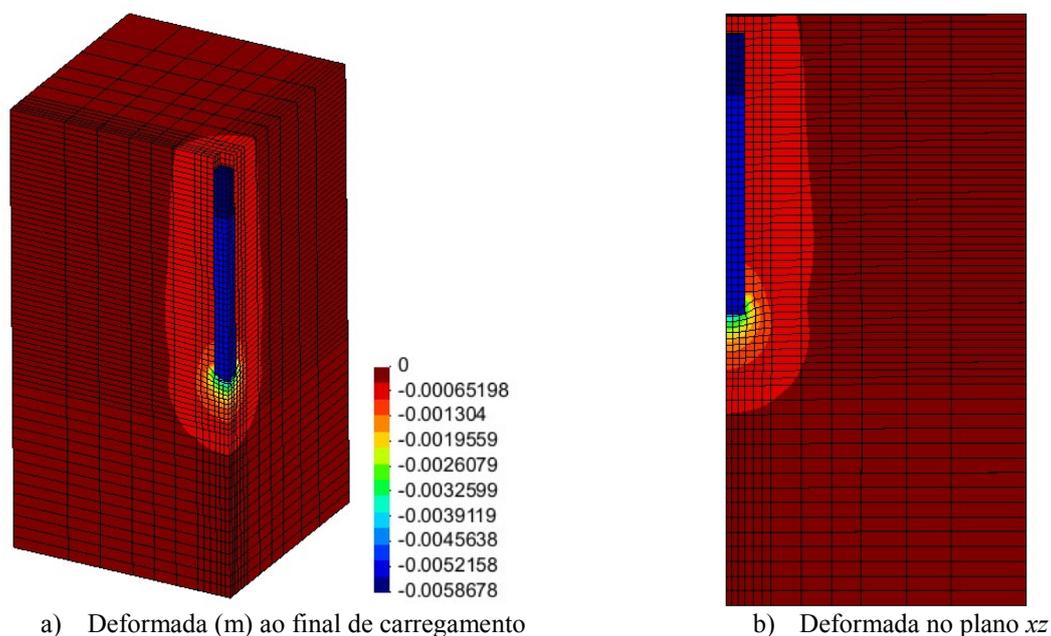
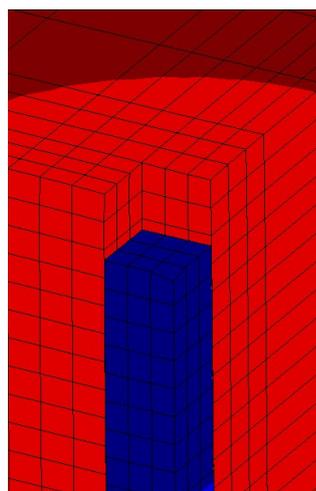


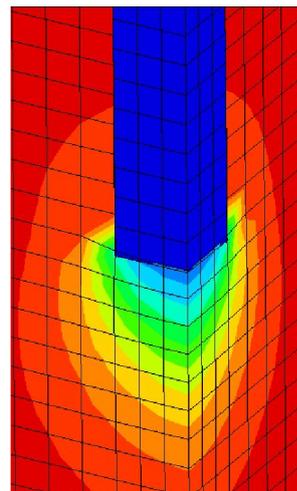
Figura 7.15: Comparação do efeito da dilatância em modelo numérico tridimensional (presente análise) e modelo axissimétrico de Wang e Sitar (2004)

O modelamento da interface solo-estaca é importante neste tipo de análise, onde carregamentos axiais são aplicados. Na Fig. 7.16 é mostrada a deformada final da estrutura e o detalhamento do escogerramento que acontece na interface solo-estaca quando o algoritmo não-linear de contato que segue uma lei de Mohr-Coulomb associado é ativado.





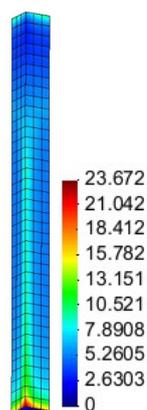
c) Detalhe do escorregamento na cabeça da estaca



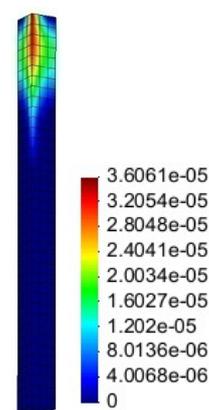
d) Detalhe do contato na parte inferior da estaca

Figura 7.16: Deformada da estrutura (fator de magnificação: 100)

Os elementos de contato são localizados ao longo do comprimento da estaca com um coeficiente de atrito determinado por $\mu = \tan \phi$ (Serdaroglu, 2010), onde ϕ é ângulo de atrito do solo. Na Fig 7.17, 7.18 e 7.19 é mostrado o desenvolvimento das tensões de cisalhamento na direção vertical e as deformações plásticas (em realidade deslocamentos relativos permanentes) que as acompanham, nos elementos de interface, para os carregamentos axiais de 125 kN, 250 kN e 375 kN, respectivamente.



a) Tensão de cisalhamento (kPa)



b) Deformação plástica (m)

Figura 7.17: Tensões de cisalhamento e deformações plásticas na interface para 125 kN de carregamento axial aplicado

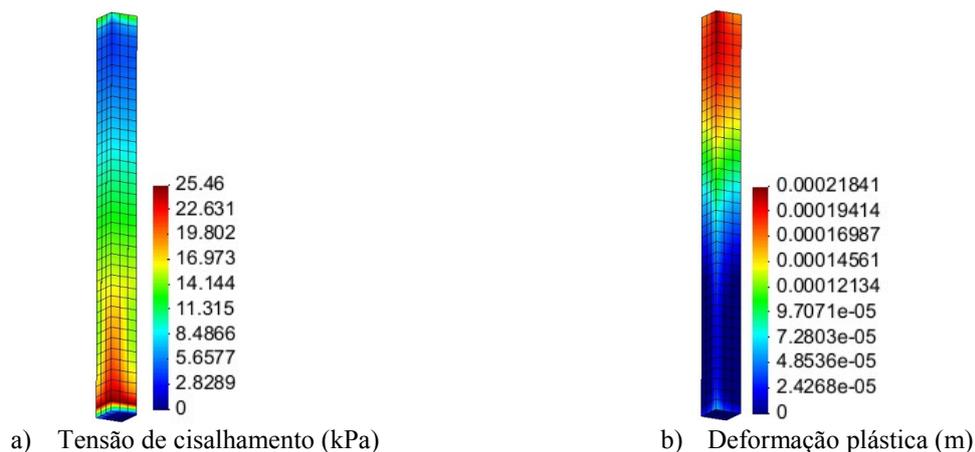


Figura 7.18: Tensões de cisalhamento e deformações plásticas na interface para 250 kN de carregamento axial aplicado

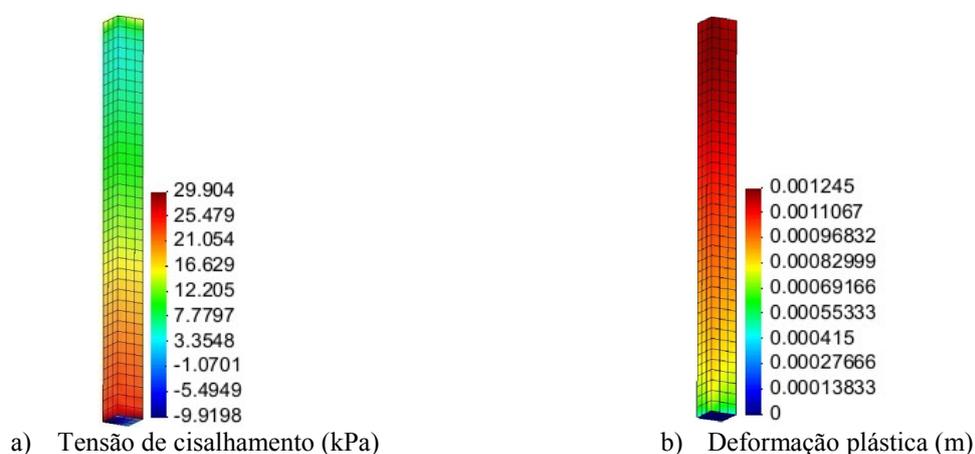


Figura 7.19: Tensões de cisalhamento e deformações plásticas para 375 kN de carregamento axial aplicado

A presença de deformações plásticas na parte superior da estaca (Vide Fig. 7.17b) para um carregamento axial de 125 kN implica que nessa zona, a tensão de escoamento de Mohr-Coulomb é atingida e o escorregamento começa. Conforme o carregamento é incrementado, as tensões cisalhantes vão progredindo até a base da estaca, onde finalmente toda a interface encontra-se num estado elasto-plástico.

Na Fig. 7.20, as respostas das estacas com ou sem elementos de interface são ilustrados. Os resultados mostram que a diferença importante entre os casos $\psi = 36^\circ$ e $\psi = 0^\circ$ para solo com interface aderente é grandemente diminuída pela presença de elementos de contato na interface. Em lugar da plasticidade nos elementos de solo através do modelo de Drucker-Prager, os elementos de contato essencialmente provocam uma ruptura do tipo Mohr-Coulomb ao longo do comprimento da estaca (Wang e Sitar, 2004). Neste trabalho, o custo

computacional e instabilidade numérica aumenta consideravelmente nas simulações com os elementos de interface em relação ao caso aderente. Em todas as curvas mostradas, a resposta do modelo tridimensional é mais rígida e com uma resistência maior em relação ao caso axissimétrico. Entretanto, o mesmo padrão de desenvolvimento é mostrado para ambas as análises com elementos hexaédricos e axissimétricos. Teoricamente, a análise tridimensional e axissimétrica devem fornecer resultados idênticos, pois o mesmo problema está sendo resolvido. Não obstante, as diferenças apresentadas neste trabalho e em outras referências do tema para estas análises se deve fundamentalmente aos valores utilizados para as tensões iniciais (a geração automática das tensões iniciais na malha axissimétrica é radial enquanto essas seguem as direções cartesianas no modelo tridimensional), à lei de atrito utilizada na interface solo-estaca assim como também o critério de falha utilizado para o depósito de solo.

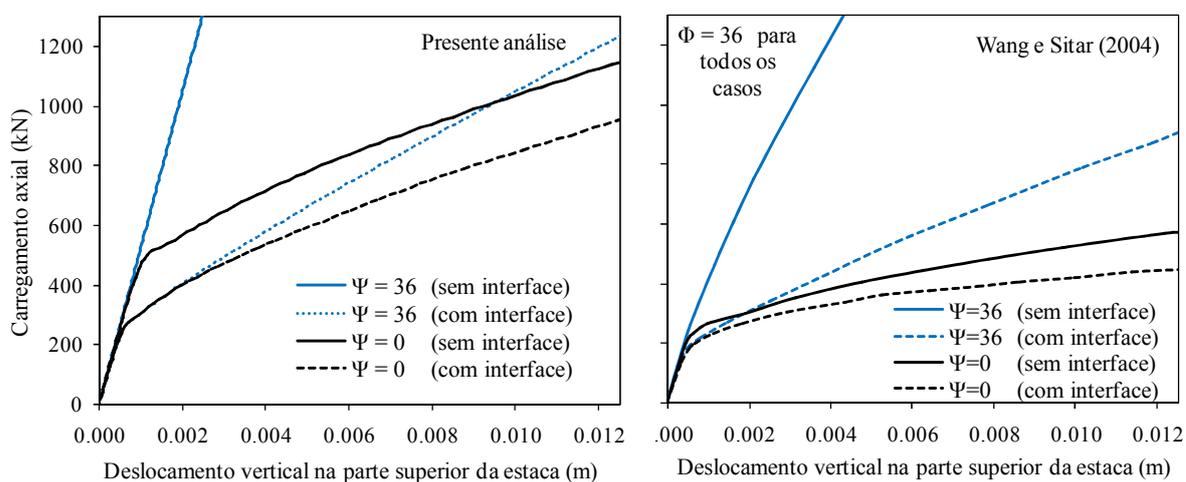


Figura 7.20: Comparação do efeito da interface nos resultados obtidos com o presente modelo numérico e com o modelo axissimétrico utilizado em Wang e Sitar (2004)

O fato que a análise tridimensional forneça respostas mais rígidas e maiores capacidades últimas é um tema que já foi reportado em El-Mossallamy (2013), onde foram realizadas varias análises numéricas utilizando o programa de elementos finitos *PLAXIS*, para modelagem numérica de estacas carregadas axialmente em solos argilosos elasto-plásticos. Nesse trabalho foram comparados os resultados obtidos, em termos de curvas força axial versus recalque, utilizando um modelo axissimétrico e tridimensional (similar ao procedimento utilizado aqui). Por exemplo, na Fig. 7.21, são reproduzidas algumas das curvas obtidas pelo referido autor para um caso de análise, onde ademais o efeito das tensões

inicias na resposta final foi estudado. As propriedades dos materiais e geometria do problema podem ser encontrados na citada referência.

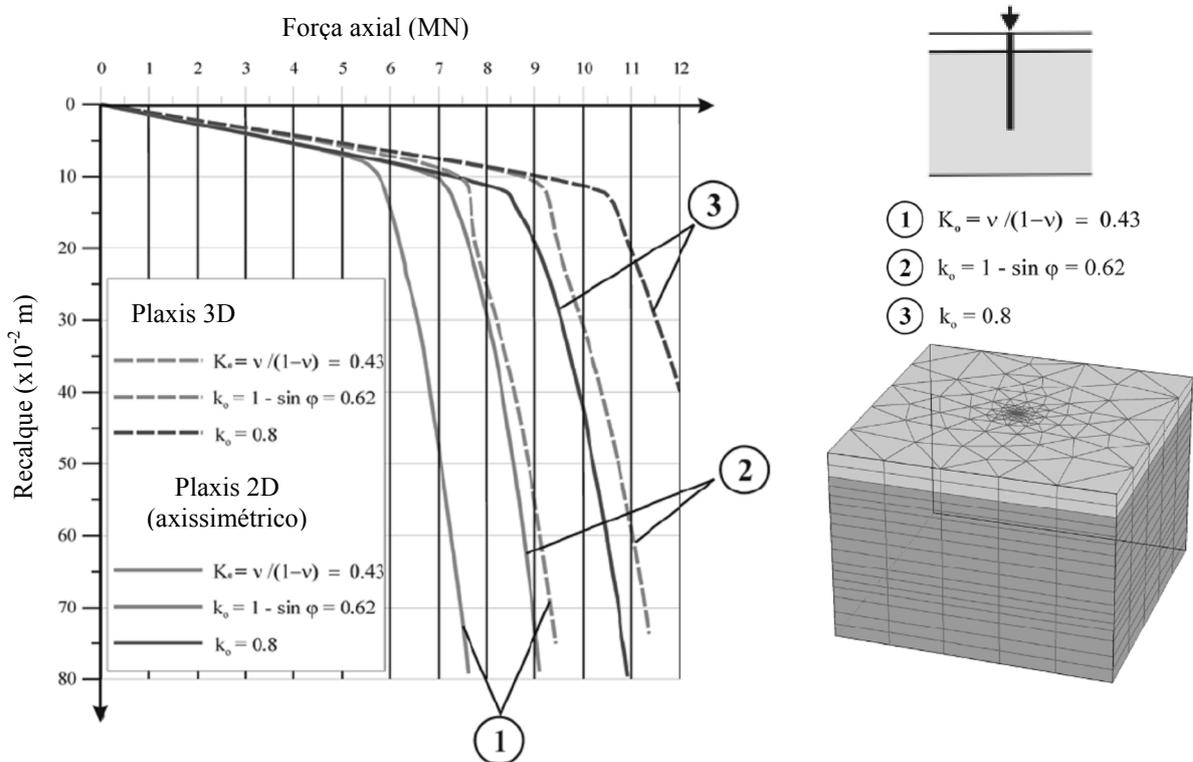


Figura 7.21: Curva força axial versus recalque adaptado de El-Mossallamy (2013)

Como se pode observar na Fig. 7.21, a conclusão do referido autor é que existem diferenças consideráveis na predição do carregamento último (*bearing ultimate capacity*) para os diferentes modelos de elementos finitos (tridimensional e axissimétrico) e para os diferentes estados de tensões iniciais definidos pelo coeficiente de empuxo no repouso K_0 . Os resultados obtidos com o modelo axissimétrico coincidem com aqueles do modelo tridimensional apenas para carregamentos de serviço, porém a resposta do modelo tridimensional é mais rígida e, portanto prediz uma capacidade última maior (de forma similar ao padrão obtido neste trabalho). Finalmente, se pode concluir que, de acordo aos resultados obtidos neste trabalho e aqueles obtidos em El-Mossallamy (2013), os modelos tridimensionais (3D) predizem uma maior capacidade de carregamento último em relação aos modelos axissimétricos. No exemplo apresentado a seguir, pode-se também verificar esta conclusão.

7.2.2 Problemas de adensamento

7.2.2.1 Sistema solo-estaca em carregamento axial (Potts e Zdravkovic, 2001)

A diferença dos exemplos anteriores, nesta seção, utilizou-se, o algoritmo de adensamento para a modelagem do problema de interação solo-estaca em carregamento axial proposto em Potts e Zdravkovic (2001). A estaca é modelada considerando um comportamento elástico-linear. O carregamento axial é simulado mediante a aplicação de incrementos de deslocamentos prescritos em sua parte superior a uma razão suficientemente rápida para simular condições não-drenadas (0.001 m/seg. segundo Serdaroglu, 2010). A estaca é de 1 m de diâmetro e 20 m de comprimento e está inserida num estrato de solo argiloso cuja plasticidade é representada pelo modelo de Tresca. Os referidos autores utilizaram uma malha de elementos finitos axissimétrica como é mostrado na Fig. 7.22a. A base é restrita em todas as direções, enquanto os deslocamentos horizontais são restritos nas faces verticais de contorno (planos de simetria e planos verticais de contorno). Todas as superfícies são impermeáveis com exceção do plano superior horizontal que é drenada. As tensões iniciais no modelo são calculadas a partir da massa específica do solo e do coeficiente de empuxo em repouso $K_o = 1.0$. Este problema foi também estudado em Serdaroglu (2010), onde uma malha de elementos finitos axissimétrica conjuntamente com a formulação poro-plástica $u-p$ foi utilizada. As propriedades dos materiais são apresentadas na Tabela 7.5.

Tabela 7.5: Propriedades dos materiais

Material	Propriedades	Unidades
Solo	Peso específico	$\gamma_s = 18 \text{ kN/m}^3$
	Módulo de Elasticidade	$E_s = 1 \times 10^5 \text{ kPa}$
	Coefficiente de Poisson	$\nu_s = 0.49$
	Resistência não drenada	$S_u = 100 \text{ kPa}$
	Coefficiente de permeabilidade	$k = 1 \times 10^{-8} \text{ m/seg.}$
Concreto	Peso específico	$\gamma_c = 23 \text{ kN/m}^3$
	Módulo de Elasticidade	$E_c = 20 \times 10^6 \text{ kPa}$
	Coefficiente de Poisson	$\nu_c = 0.15$
Interface	Rigidez normal	$k_n = 536912.752 \text{ kPa/m}$
	Rigidez ao cisalhamento	$k_s = 536912.752 \text{ kPa/m}$
	Coefficiente de atrito	$\mu = 0.70$

Seguindo a mesma estratégia do exemplo anterior, primeiramente os resultados obtidos em Potts e Zdravkovic (2001) são reproduzidos nesse trabalho utilizando uma malha de elementos finitos axissimétrica conformada por 1024 elementos finitos axissimétricos de 8 nós como se mostra na Fig. 7.22b.

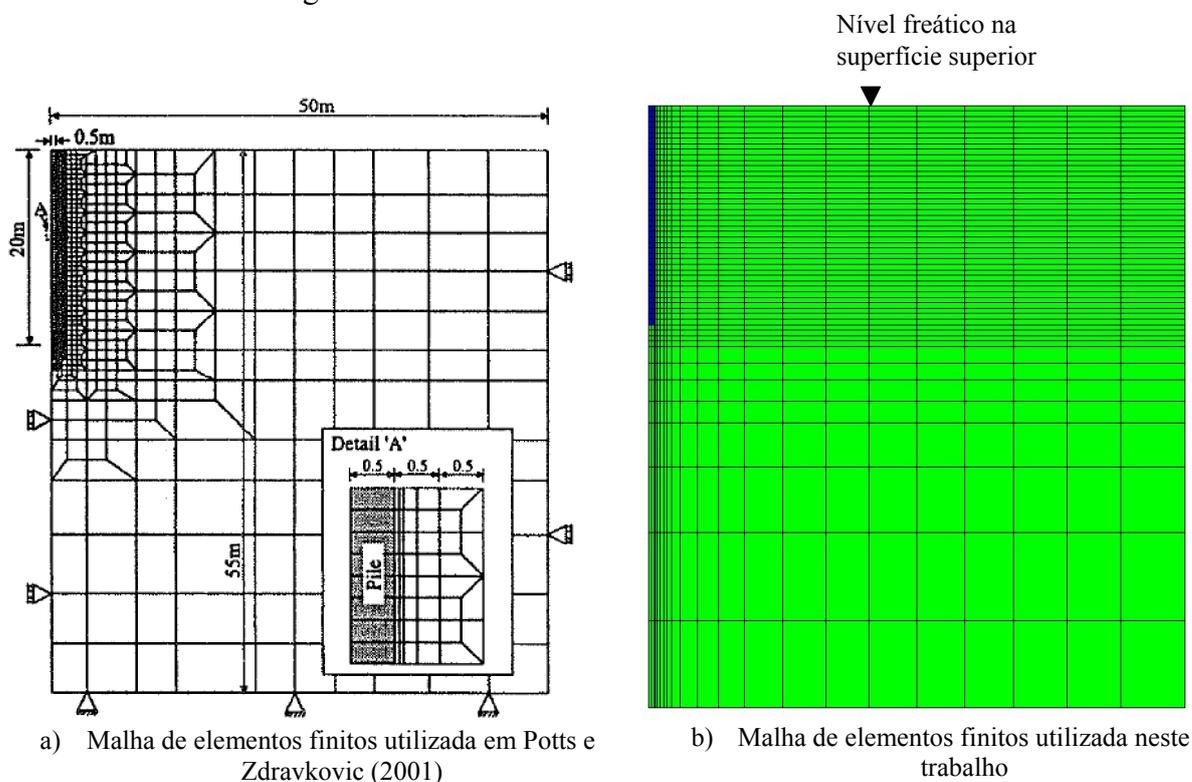


Figura 7.22: Geometria e malhas axissimétricas de elementos finitos

O deslocamento vertical na parte superior da estaca para vários níveis de carregamento obtido na presente análise é mostrado na Fig. 7.23. A análise numérica prediz uma capacidade de carregamento última igual a 7000 kN, valor bastante similar ao valor obtido em Potts e Zdravkovic (2001) e em Serdaroglu (2010). Entretanto, é importante destacar que em Serdaroglu (2010), o solo foi modelado com a lei constitutiva de Mohr-Coulomb. Além da análise aderente, os resultados apresentadas em Serdaroglu (2010) também consideram análises com elementos de contato na interface solo-estaca. Nesse trabalho, a incorporação de escorregamento na interface diminui consideravelmente a resistência última da estrutura em até 28% e 50% para coeficientes de atrito de 0.50 e 0.35, respectivamente. Em Potts e Zdravkovic (2001) também foi realizada numa análise com interação parcial considerando molas na interface solo-estaca, porém o valor do coeficiente de atrito utilizado não é estabelecido. Contudo, todos esses resultados são mostrados na Fig. 7.23 para uma melhor comparação do efeito da interface. Claramente, a interface diminui a capacidade última da

estrutura em todas essas análises, sendo essa diminuição dependente do valor do coeficiente de atrito.

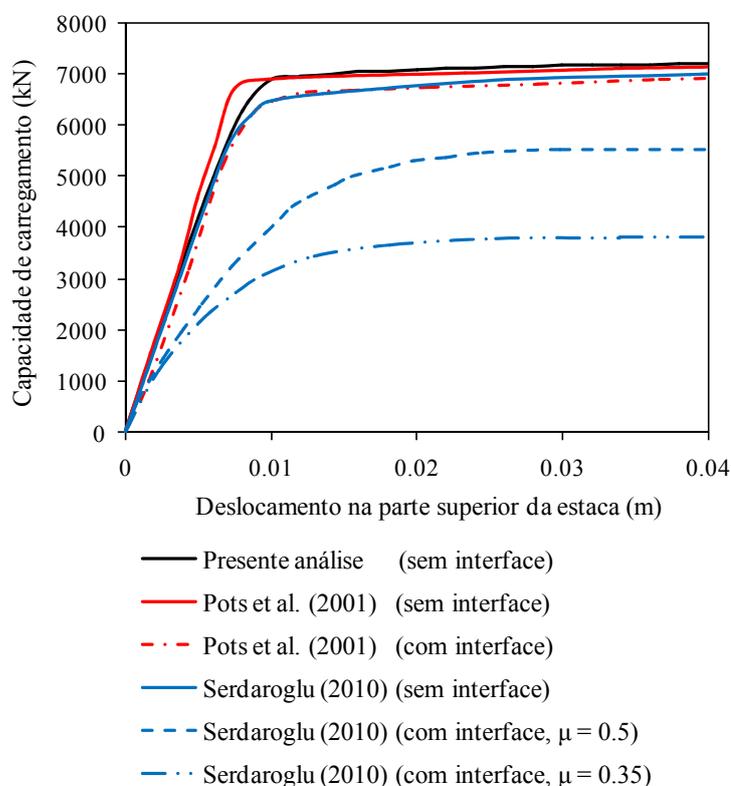


Figura 7.23: Comparação de curvas carregamento axial versus deslocamento obtidos por diferentes autores utilizando modelos axissimétricos

Em uma segunda análise numérica, a modelagem tridimensional do problema é realizada a partir da malha de elementos finitos mostrada na Fig. 7.24. Esta malha é mais reduzida em comparação à malha axissimétrica, porém esperase que os elementos de contato possam simular corretamente o escorregamento na interface. Essa malha se compõe de 950 elementos finitos hexaédricos acoplados de 20-8 nós para a modelagem do solo, 10 elementos finitos hexaédricos de 20 nós para estaca e 21 elementos finitos quadriláteros de 16 nós para a modelagem da interface. O número de equações lineares a resolver para esse problema foi de 13634. A Fig. 7.25 mostra a deformada da estrutura, o excesso de poropressões gerado e o detalhamento do escorregamento que acontece na parte superior e inferior da estaca para o último nível de carregamento axial. O carregamento axial é aplicado na cabeça da estaca em incrementos de força a uma razão de 320 kN/seg. para um tempo total aproximado de 28 seg. (Serdaroglu, 2010).

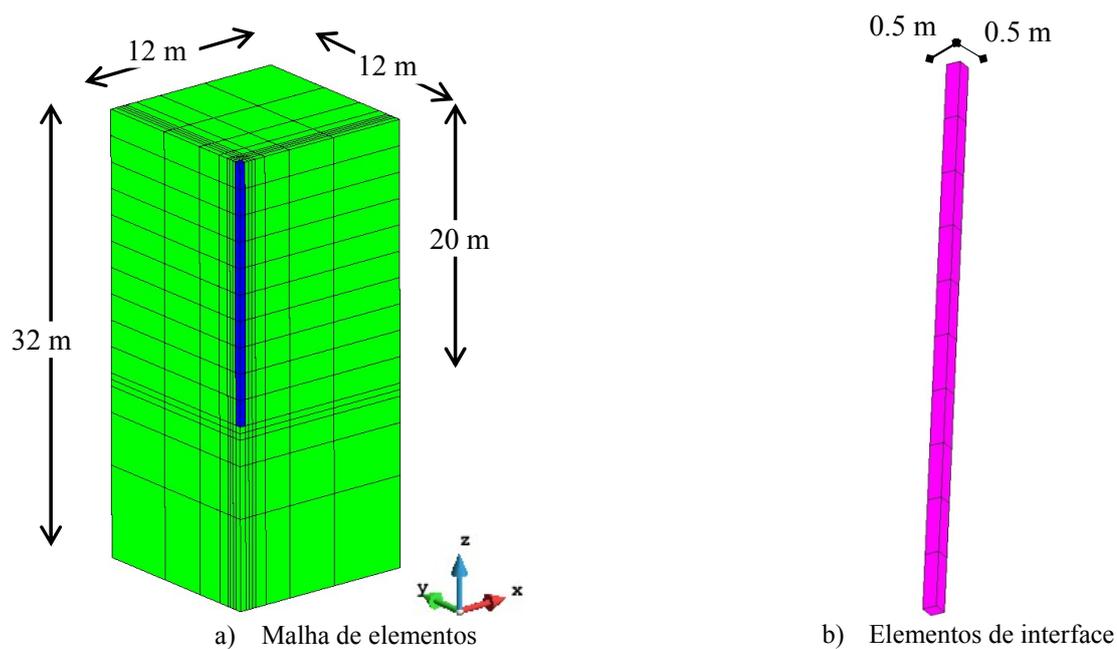


Figura 7.24: Malha de elementos finitos para o sistema solo-estaca

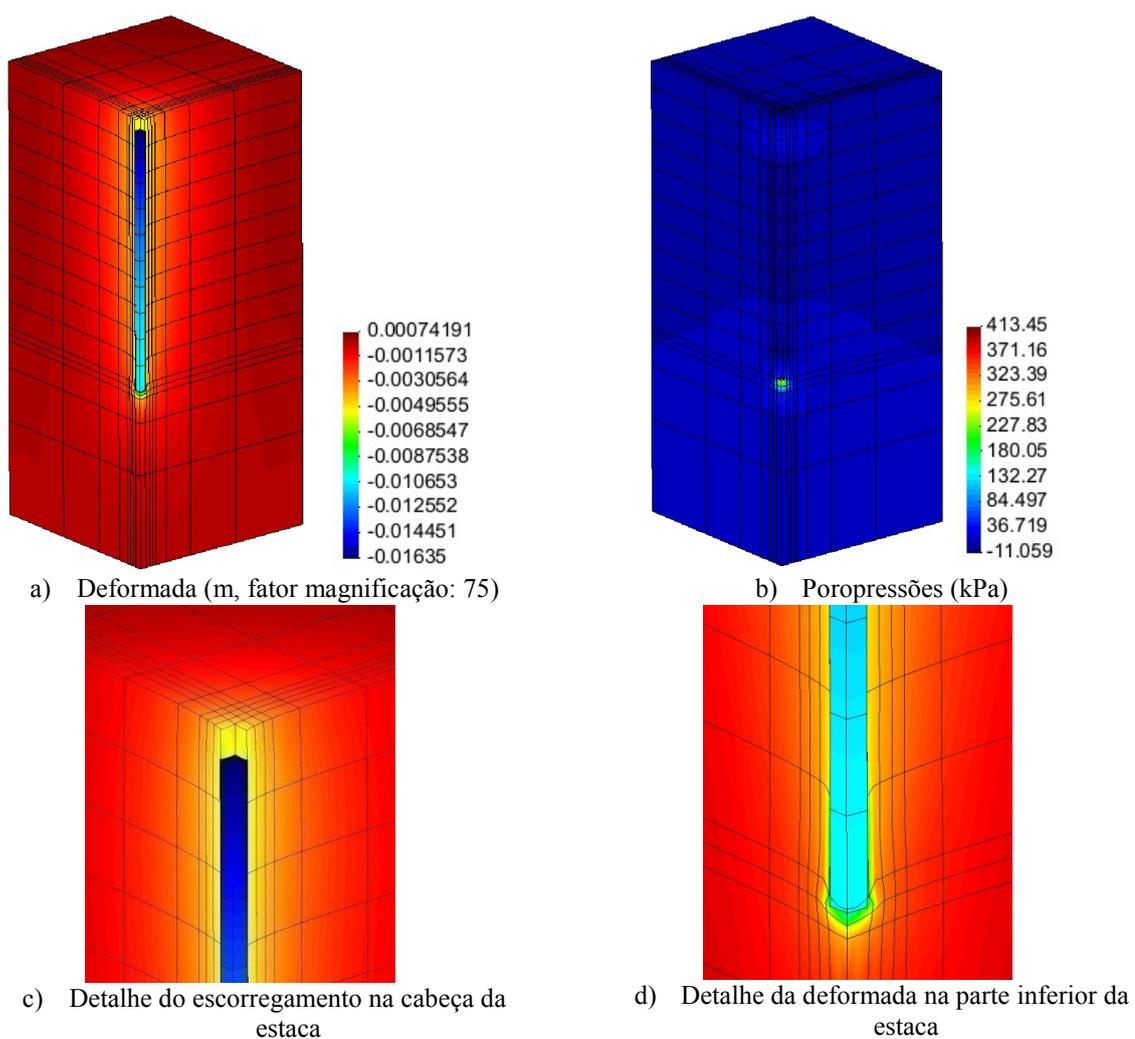


Figura 7.25: Deformada e excesso de poropressões ao final da análise

Na Fig. 7.26 são mostradas as tensões de cisalhamento nos elementos de contato conforme essas vão progredindo com o incremento de carregamento na estrutura. Como se pode apreciar, a plastificação na interface aparece primeiramente na parte superior da estaca no incremento de carregamento número 40 (20 seg.), sendo que a tensão cisalhante atinge o valor limite da resistência do solo não-drenada S_u (100 kPa). No último incremento de carregamento, toda a interface esta plastificada com exceção da base.

A força cisalhante atuante na superfície lateral da estaca, conhecida na literatura inglesa do tema como “*Skin resistance force*”, é um parâmetro utilizado por vários projetistas para o cálculo de estacas. Dos resultados aqui obtidos, essa força cisalhante é calculada simplesmente multiplicando a área da superfície da estaca pela resistência não-drenada do solo (pois todos os elementos de interface atingiram esse valor ao final da análise), sendo esta igual a 8000 kN, valor próximo ao fornecido em Potts e Zdravkovic (2001) de 6345 kN, ainda que este último valor está baseado na área superficial de uma estaca circular, enquanto a obtida neste trabalho é para uma estaca de seção quadrada.

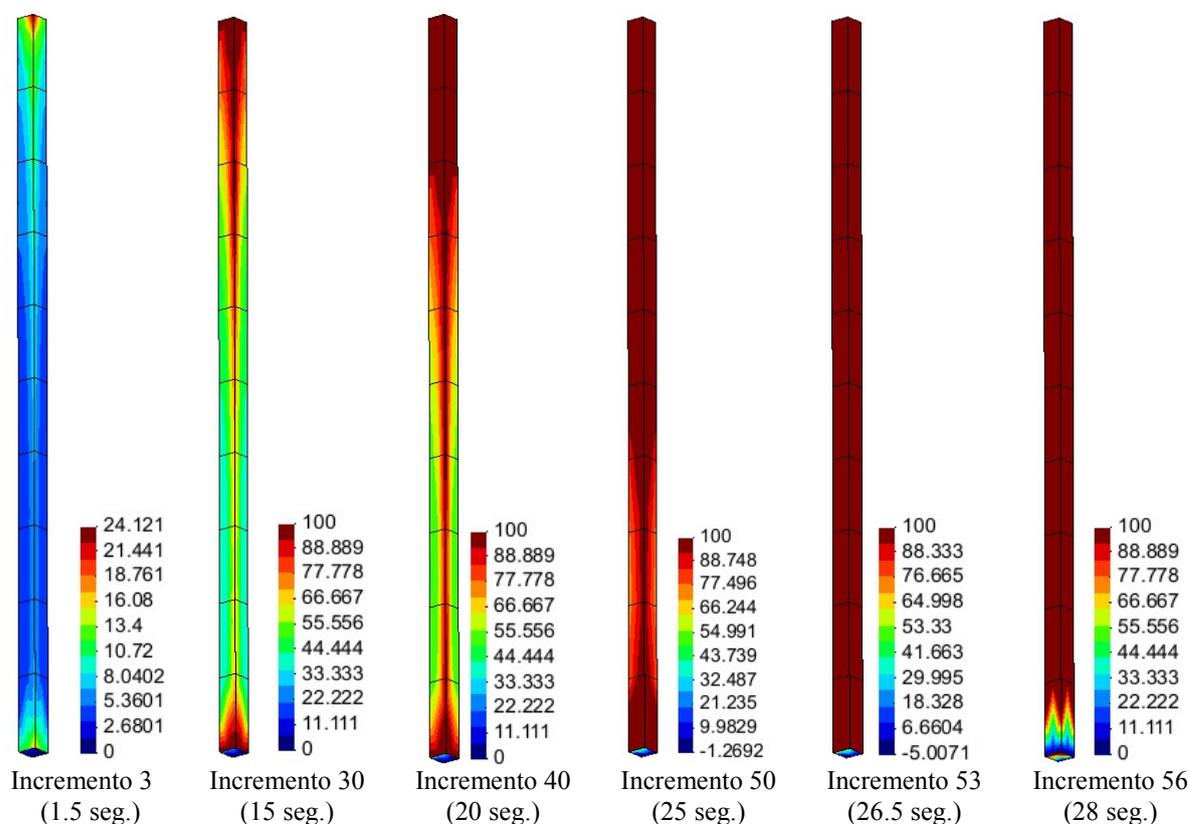


Figura 7.26: Desenvolvimento das tensões de cisalhamento na interface solo-estaca

Finalmente, na Fig. 7.27, é mostrado o efeito que tem a interação parcial na resposta final da estrutura de acordo à presente análise tridimensional. A consideração do escorregamento na interface diminui a capacidade final da estrutura em até um 10%, sendo que esse valor é 25% maior em relação ao valor obtido da análise axissimétrica aderente.

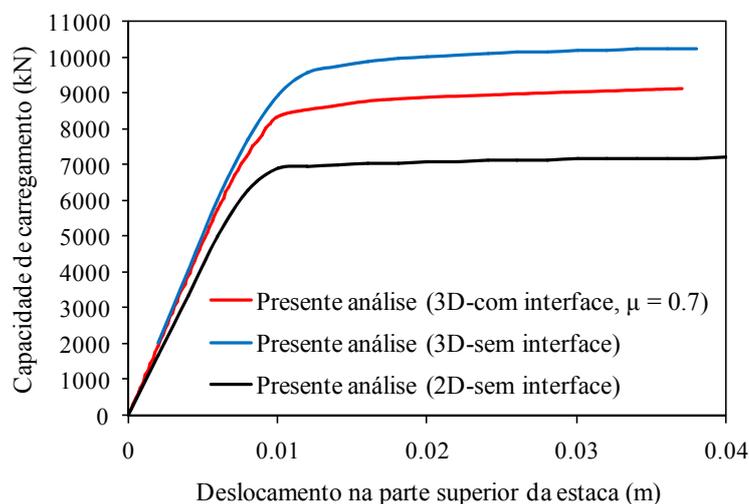


Figura 7.27: Comparação de curvas carregamento axial versus deslocamento com ou sem consideração de escorregamento na interface solo-estaca

7.2.2.2 Análise por consolidação do sistema solo-estaca em carregamento lateral (Taiebat e Carter, 2001)

Em Taiebat e Carter (2001) é estudado o comportamento dependente do tempo de uma estaca vertical inserida em um solo saturado submetido a um carregamento lateral H na parte superior da estaca. O objetivo dos referidos autores foi validar a implementação numérica de seu elemento finito semi-analítico baseado em transformadas de Fourier para a análise de solos saturados. A estaca em estudo tem um diâmetro de $D_p = 2.0$ m e está inserida em um estrato de solo saturado sem coesão que segue o critério de escoamento de Mohr-Coulomb. Aqui, estudou-se a influência da dilatância no modelo elasto-plástico do solo, mediante a consideração de uma regra de fluxo não-associada. O valor inicial do coeficiente de empuxo lateral no repouso é de $K_o = 0.5$. As dimensões do problema e malha de elementos semi-analíticos utilizadas pelo referidos autores são mostradas na Fig. 7.28. A malha de elementos finitos é plana e se compõe de 12 cunhas que definem o domínio circular do solo.

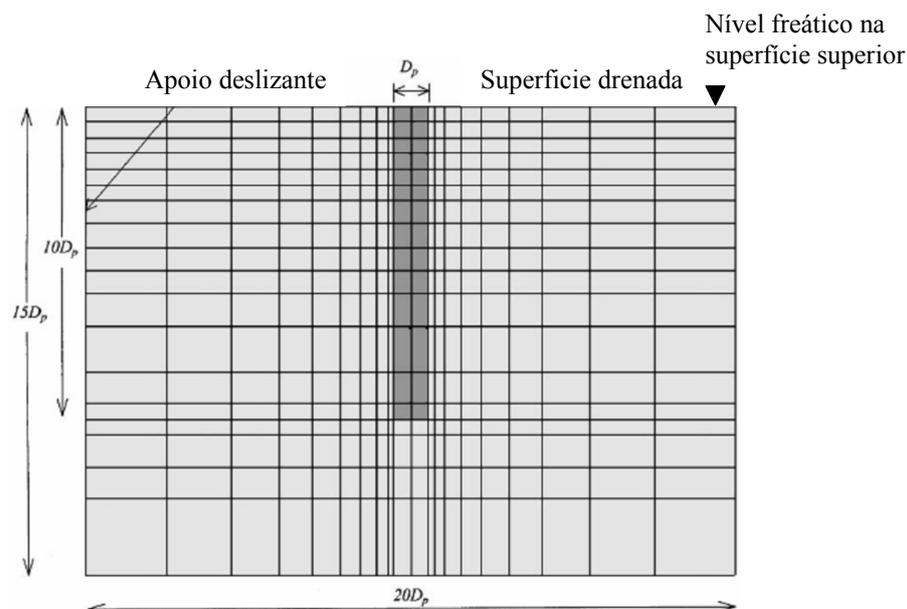


Figura 7.28: Geometria e malha de elementos utilizada em Taiebat e Carter (2001)

Neste trabalho, utilizou-se uma malha de elementos finitos similar à anterior, a qual se compõe de 996 elementos finitos hexaédricos de 20-8 nós para a modelagem do solo saturado, 84 elementos finitos hexaédricos de 20 nós para a modelagem da estaca e 90 elementos finitos quadriláteros de 16 nós para a modelagem da interface como se mostra na Fig. 7.29. O número de equações lineares a resolver para esse exemplo é de 16032. Na Fig. 7.30 é mostrada em detalhe a geometria e distribuição dos elementos de contato utilizados na modelagem numérica. Conforme a pressão lateral inicial de confinamento do solo aumenta (ou sua resistência), é necessário definir diferentes propriedades para esses elementos.

A validação do presente modelo numérico é realizada com os resultados obtidos em Taiebat e Carter (2001) para o caso de interface aderente. Todos os resultados a ser apresentados a seguir, são expressões em função do fator de tempo adimensional $T_v = k(1 - \nu_s)E_s t / \gamma_f(1 - 2\nu_s)(1 + \nu_s)D_p^2$, taxa de carga $\omega = d(H / \gamma_f D_p^3) / dT_v$ e diâmetro da estaca D_p . Posteriores análises consideraram a interação parcial na interface. As propriedades dos materiais e o significado das variáveis anteriores são listados e mostrados na Tabela 7.6

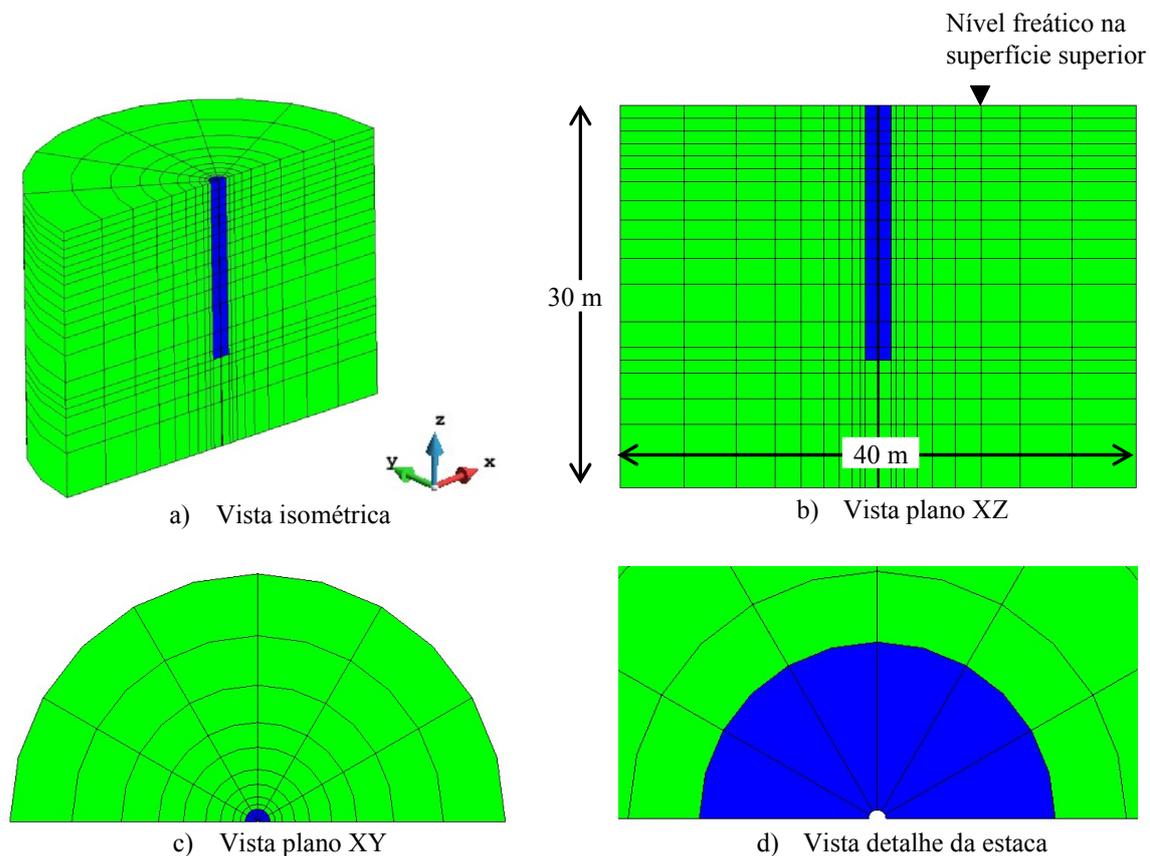


Figura 7.29: Malha de elementos finitos utilizada neste trabalho

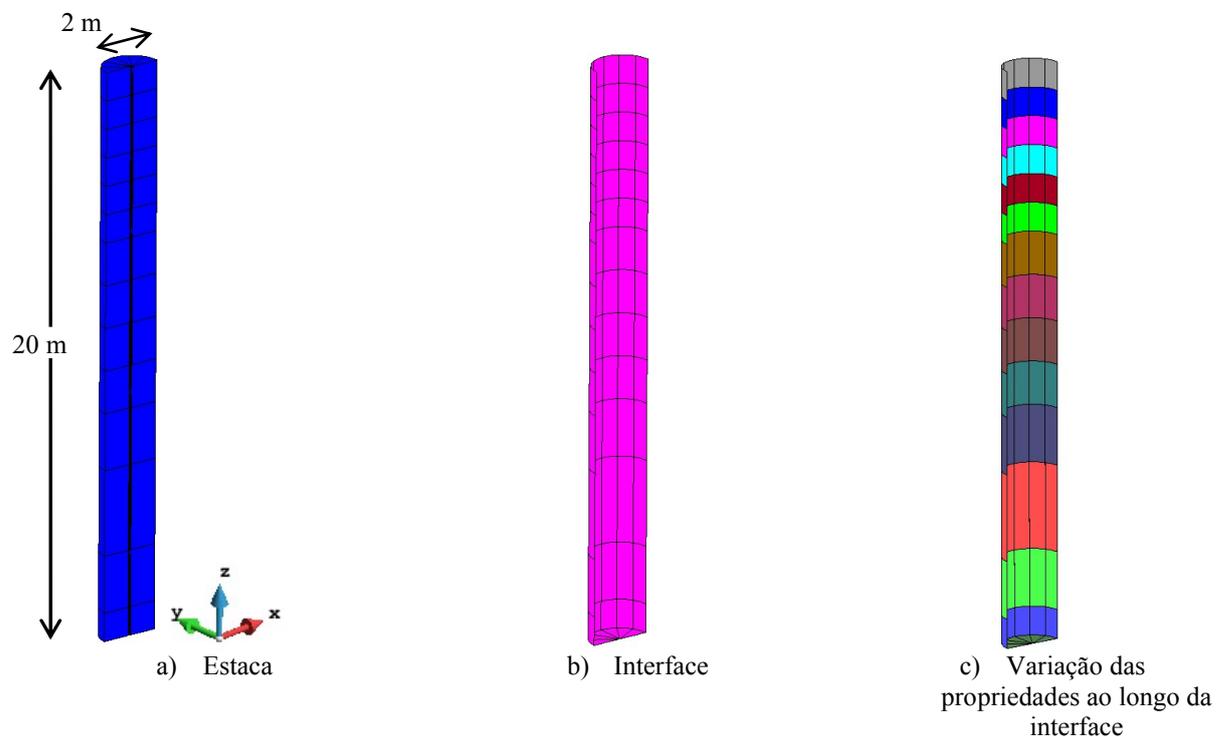


Figura 7.30: Detalhe dos elementos de contato utilizados na interface solo-estaca

Tabela 7.6: Propriedades dos materiais

Material	Propriedades		Unidades
Solo	Peso específico	$\gamma_s =$	7 kN/m ³
	Módulo de Elasticidade	$E_s =$	30x10 ³ kPa
	Coefficiente de Poisson	$\nu_s =$	0.3
	Coesão	$c =$	0.0 kPa
	Ângulo de atrito	$\phi =$	30 °
	Ângulo de dilatância	$\psi =$	30 ou 0 °
	Permeabilidade	$k =$	1x10 ⁻⁴ m/seg.
	Peso específico do fluido	$\gamma_f =$	10 kN/m ³
Concreto	Peso específico	$\gamma_c =$	23 kN/m ³
	Módulo de Elasticidade	$E_c =$	30x10 ⁶ kPa
	Coefficiente de Poisson	$\nu_c =$	0.2
Interface	Rigidez normal	$k_n =$	184615.385 kPa/m
	Rigidez ao cisalhamento	$k_s =$	184615.385 kPa/m
	Coefficiente de atrito	$\mu =$	0.7

A calibração do modelo numérico se verifica realizando uma análise elástica linear e comparando os resultados obtidos aqui, para o deslocamento horizontal na cabeça da estaca, com aqueles fornecidos em Taiebat e Carter (2001) como se observa na Fig. 7.31.

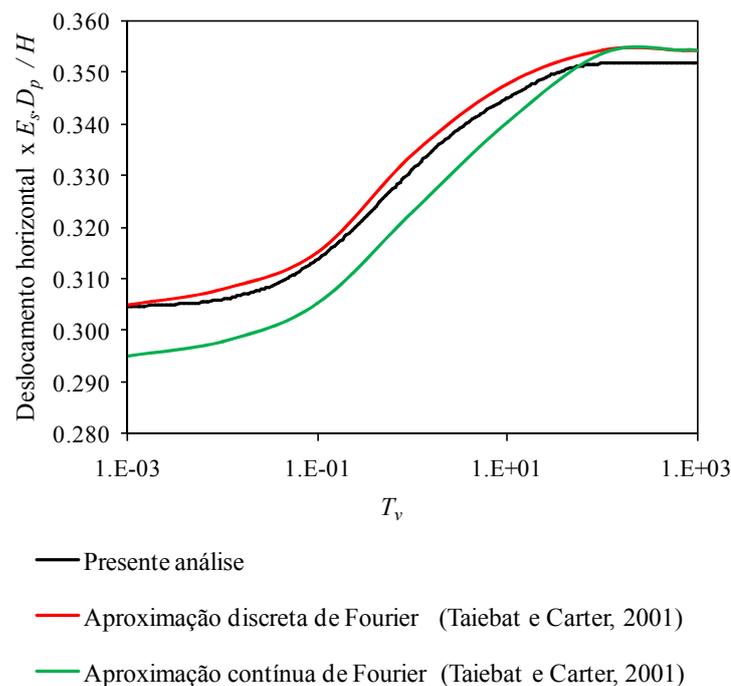


Figura 7.31: Comparação do deslocamento lateral na cabeça da estaca

Posteriormente, uma serie de análises elasto-plásticas foram realizadas variando a intensidade da força horizontal aplicada desde $H = 5\gamma_f D_p^3$ até $H = 60\gamma_f D_p^3$. Em cada caso, a força total é aplicada durante um tempo $T_v = 0.0001$ a uma taxa de carregamento suficientemente rápida para aproximar um carregamento não-drenado igual a $\omega = 100000$ (onde $\omega = d(H / \gamma_f D_p^3) / dT_v$). Posteriormente, a força é mantida constante no tempo, permitindo-se assim, a dissipação do excesso de poropressão e a consolidação do solo.

Os deslocamentos laterais dependentes do tempo na cabeça da estaca obtidos pelas análises elasto-plásticas com regra de fluxo associada ($\psi = 30^\circ$) e não-associada ($\psi = 0^\circ$) são mostrados e comparados com os resultados obtidos em Taiebat e Carter (2001) na Fig.7.32(a) para o caso em que $H = 15\gamma_f D_p^3$. Para as análises elásticas e com regra de fluxo associada, os resultados obtidos neste trabalho concordam bastante bem com aqueles apresentados em Taiebat e Carter (2001). Não entanto, a consideração de um solo sem coesão e com ângulo de dilatação nulo faz com que muitos algoritmos de integração explícitos e/ou implícitos não atinjam a convergência ou que forneçam respostas erradas. Esse problema é posto de manifesto aqui, na Fig.7.32, onde se definem duas curvas com os rótulos de “análise com regra de fluxo não-associada 1” e “análise com regra de fluxo não-associada 2”, que simplesmente se correspondem aos resultados obtidos utilizando os algoritmo de integração explícitos de Hinton e Owen (1980) e Sloan *et al.* (2001), respectivamente. Como se pode apreciar existe uma diferença considerável na resposta final para cada um destes algoritmos, sendo que ambas se diferenciam na forma final da correção por desvio (*drift correction*). O algoritmo proposto em Sloan *et al.* (2001) é mais rigoroso teoricamente, porém, os resultados obtidos utilizando o algoritmo proposto em Hinton e Owen (1980) concordam melhor com aqueles obtidos em Taiebat e Carter (2001).

Por outro lado, o maior deslocamento predido corresponde ao modelo com regra de fluxo não-associada, sendo essa quase duas vezes maior que aquela obtida com a regra de fluxo associada. O comportamento mais rígido da estaca em solo com fluxo associativo se deve à característica dilatativa do solo após sua falha. A expansão do solo após a falha incrementa as pressões de confinamento, as quais a sua vez incrementam a resistencia do solo e, portanto causam um comportamento mais rígido em comparação ao comportamento do solo com regra de fluxo não-associada (Taiebat e Carter, 2001). As respostas obtidas, em termos de curvas força lateral versus deslocamento lateral na cabeça da estaca em solo elasto-plástico

com regra de fluxo associada, são mostradas na Fig. 7.32(b). Nessa figura, os deslocamentos laterais da estaca em condições drenadas e não-drenadas (rápidas) são apresentados para vários níveis de carregamento horizontal. A resposta da estaca durante carregamento rápido é quase linear e similar à resposta linear, enquanto a resposta drenada apresenta um padrão similar à obtida em Taiebat e Carter (2001).

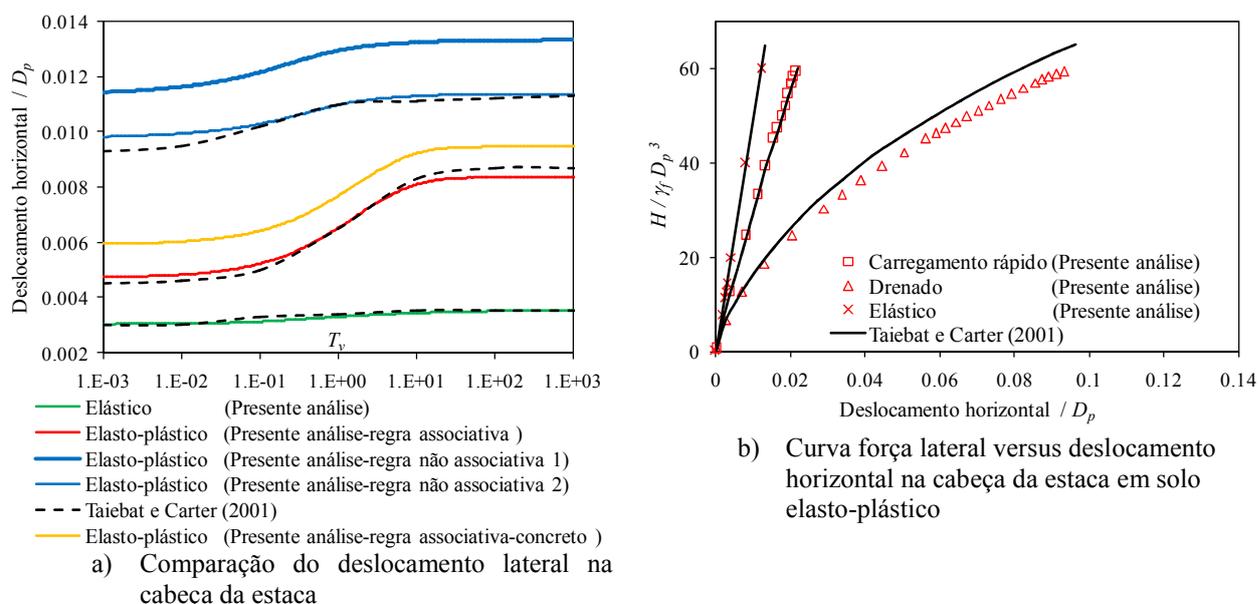


Figura 7.32: Resultados para diferentes modelos de solo

Com a finalidade de mostrar a potencialidade do presente modelo numérico para a modelagem de estacas reforçadas com barras discretas de aço. Na Fig. 7.32(a) é mostrada uma curva para o caso em que a estaca apresenta um comportamento não-linear (curva laranja) com um reforço mínimo de aço (1% da área da seção transversal). Na Fig. 7.33(a) e Fig. 7.33(b) são mostradas as tensões nas barras de reforço e o padrão de fissuração na estaca para o tempo final de análise.

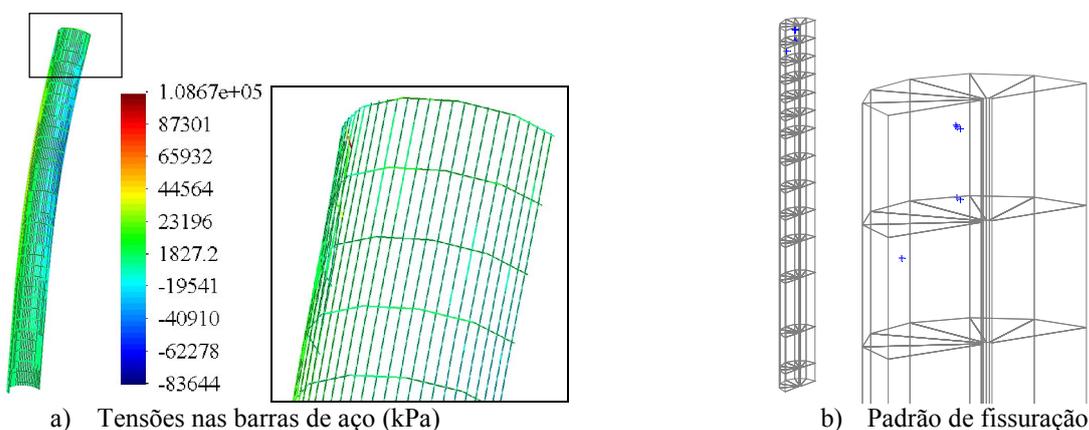


Figura 7.33: Resultados para o caso de estaca de concreto armado

As distribuições de excesso de poropressão obtida para o caso de solo com regra de fluxo associado ao final de carregamento rápido (não-drenado) são apresentados na Fig. 7.34 para um valor de $H = 15\gamma_f D_p^3$. O comportamento dilatante do solo com regra de fluxo associada resulta em uma expansão do solo adjacente à parte superior da estaca, como consequência disso, poropressões negativas são desenvolvidas perto da superfície do solo (Taiebat e Carter, 2001).

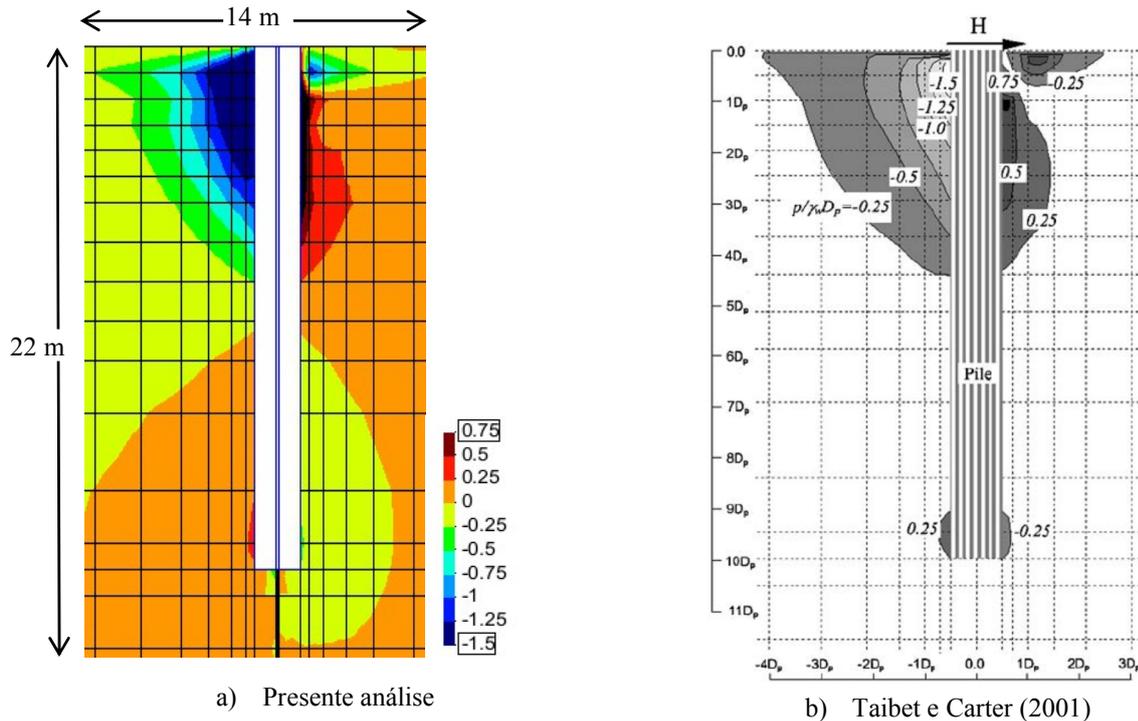


Figura 7.34: Comparação do excesso de poropressão para regra de fluxo associada em solo elasto-plástico

Em geral, a zona de poropressão negativa obtida utilizando a regra de fluxo associada é maior que aquela utilizando uma regra de fluxo não-associada como se pode observar na Fig. 7.35. Por esse motivo, em Taiebat e Carter (2001) se conclue que os resultados apresentados no solo com regra de fluxo associada apresentam uma resposta mais rígida e resistente. Finalmente, se pode concluir até aqui, que o modelo numérico consegue reproduzir qualitativamente e quantitativamente os resultados obtidos em Taiebat e Carter (2001) em termos de curvas de carregamento lateral versus deslocamento horizontal, históricos de deslocamento e padrões de excessos de poropressão no domínio espacial do solo.

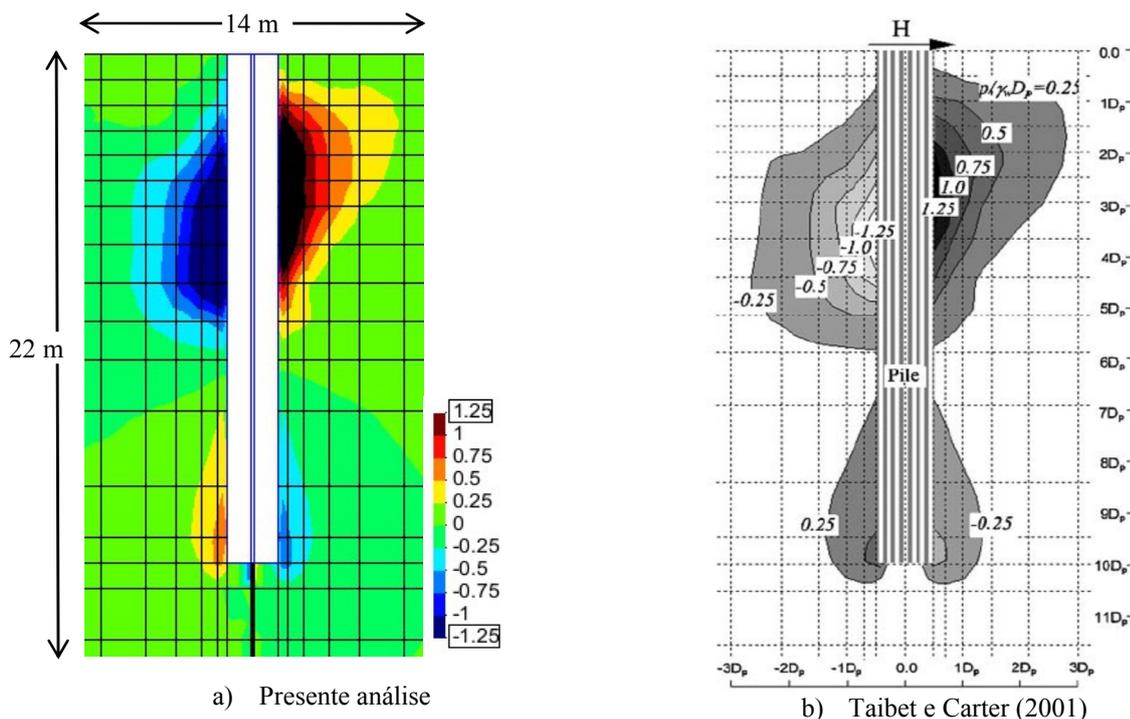


Figura 7.35: Comparação do excesso de poropressão para regra de fluxo não associada no solo elasto-plástico

A seguir estuda-se o efeito da interface na resposta final da estrutura, por esse motivo definam-se aqui três análises numéricas de acordo ao tipo de interface utilizado no modelo numérico. Tem-se, primeiramente, a análise com interface totalmente aderente que já foi previamente estudada, análise com interação parcial na interface solo-estaca considerando que a resistência inicial da interface é definida a partir da pressão lateral de confinamento inicial (modelo 1) e finalmente, uma análise com interação parcial na interface solo-estaca supondo que a resistência inicial na interface é zero (modelo 2). A finalidade do modelo 2 é demonstrar a influencia da tensão de confinamento inicial na resposta final do modelo numérico, já que existem alguns trabalhos relativos ao tema que não definem um estado de tensão inicial nos elementos de contato (Sarkar, 2009; *SAP* 2000).

Os resultados obtidos, em termos de deslocamentos laterais na cabeça da estaca para o caso não-drenado e para os modelos anteriores são comparados na Fig. 7.36, onde se observa que o deslocamento lateral obtido com o modelo 2 é quase duas vezes aquele obtido pelo modelo 1, sendo esse último ligeiramente maior ao obtido no caso de aderência perfeita. Na Fig. 7.37, é mostrada a influência da interface no cálculo do momento fletor ao longo do comprimento da estaca. Conclui-se que o máximo valor ocorre a uma profundidade de 5 m ($2.5 D_p$) e que este se incrementa até um 25% para o modelo 2.

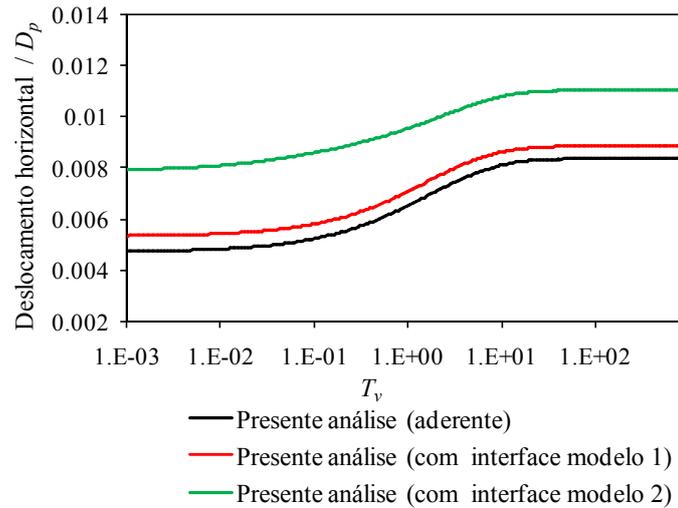


Figura 7.36: Comparação do deslocamento lateral na cabeça da estaca em solo elasto-plástico para diferentes considerações de interface

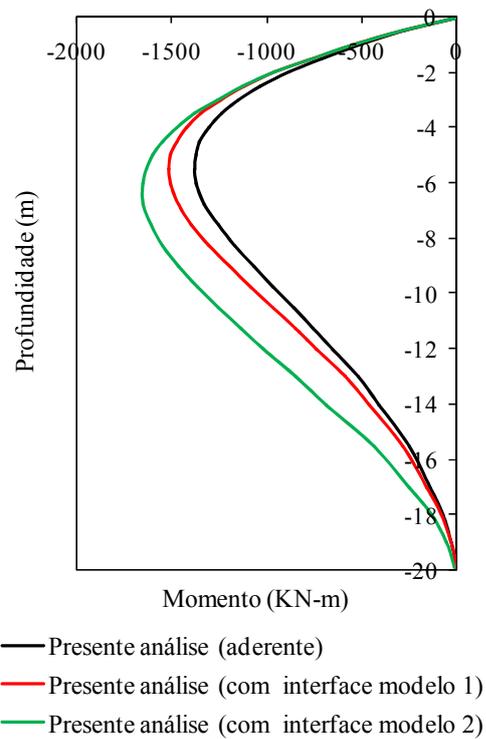


Figura 7.37: Variação do momento com abertura da interface

Nas Fig. 7.38, 7.39 e 7.40 são mostradas as deformadas da estrutura ao final da análise para um carregamento lateral não-drenado de $H = 15\gamma_f D_p^3$ nos modelos descritos anteriormente.

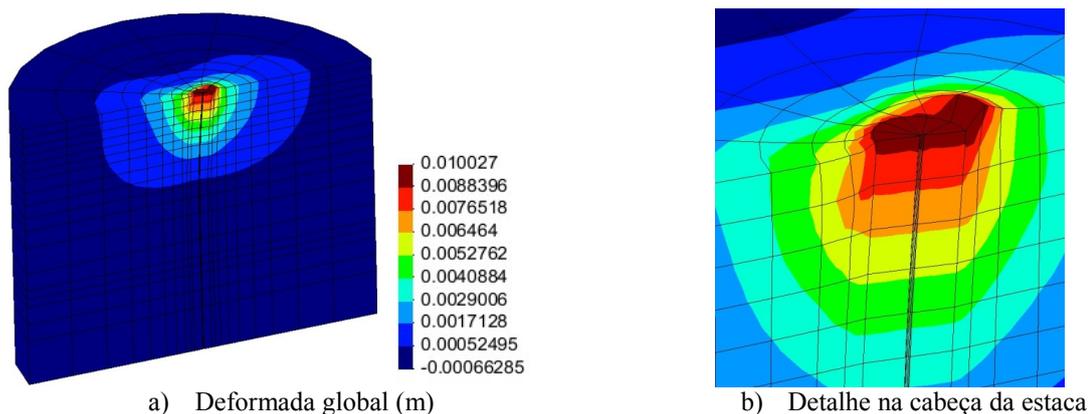


Figura 7.38: Deformada após carregamento rápido (fator magnificação: 75): caso aderência perfeita na interface solo-estaca

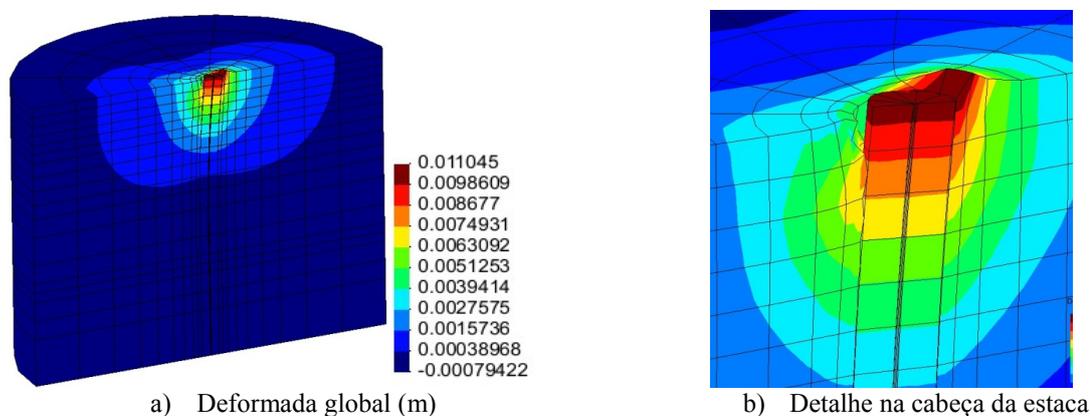


Figura 7.39: Deformada após carregamento rápido (fator magnificação: 75): caso modelo 1

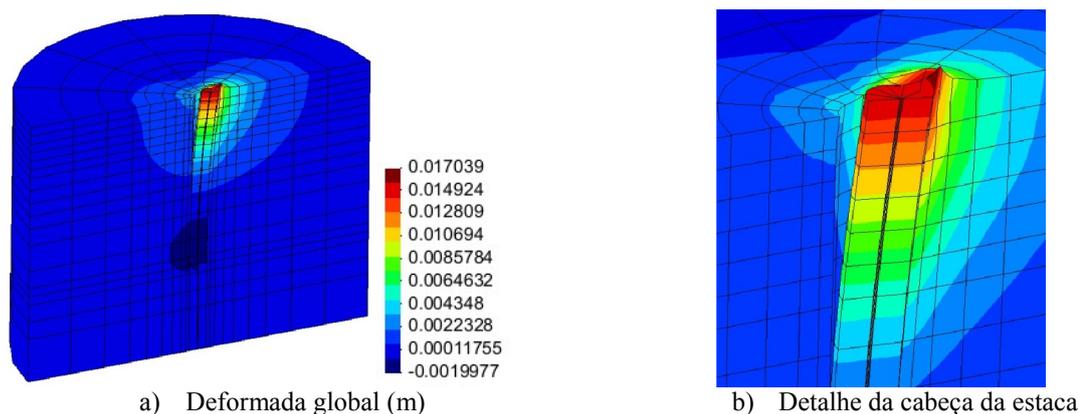


Figura 7.40: Deformada após carregamento rápido (fator magnificação: 75): caso modelo 2

Na Fig. 7.41, se observa a vista lateral das deformadas anteriores para todos os modelos de interface. Verifica-se através destas figuras, que o comprimento da estaca em separação com o solo adjacente é $0.5 D_p$ e $5 D_p$ para os modelos 1 e 2, respectivamente.

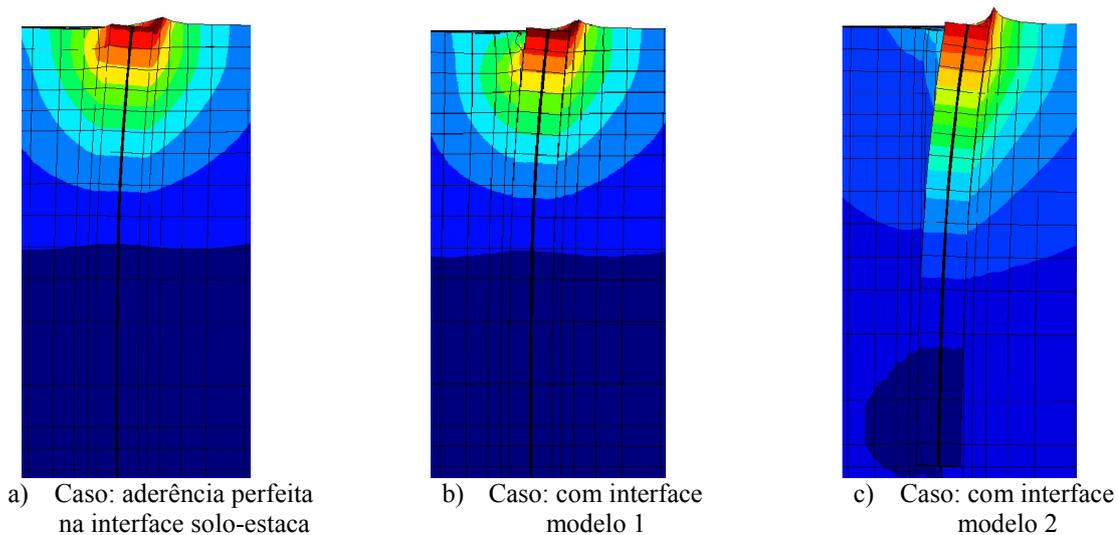


Figura 7.41: Deformada imediatamente após carregamento rápido para vários modelos de interface

Finalmente, na Fig. 7.42, 7.43 e 7.44 são mostrados as distribuições dos excessos de poropressões na vizinhança da parte superior da estaca para cada um destes modelos.

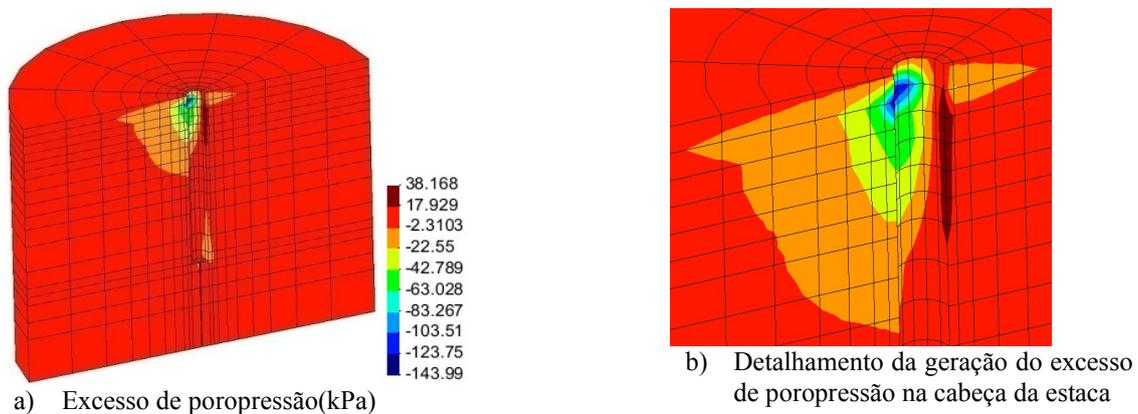


Figura 7.42: Excesso de poropressões após carregamento rápido

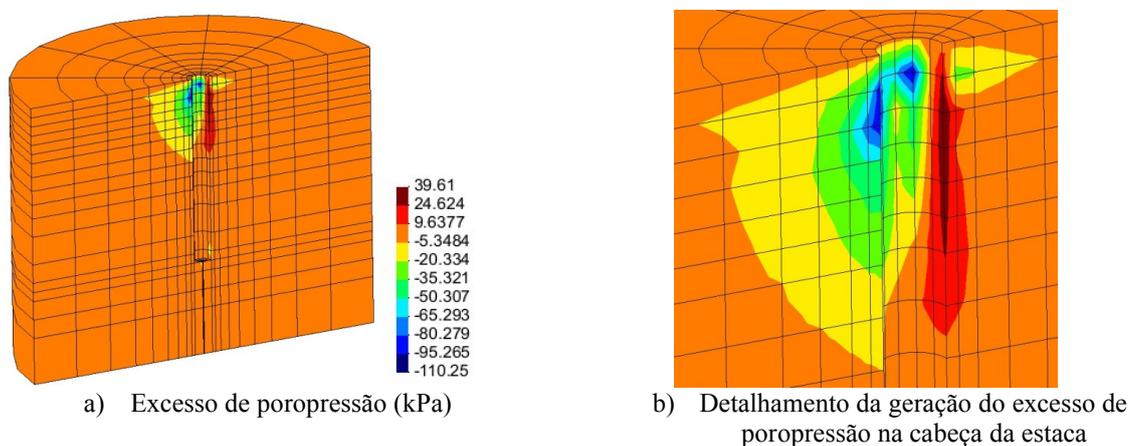


Figura 7.43: Excesso de poropressões após carregamento rápido

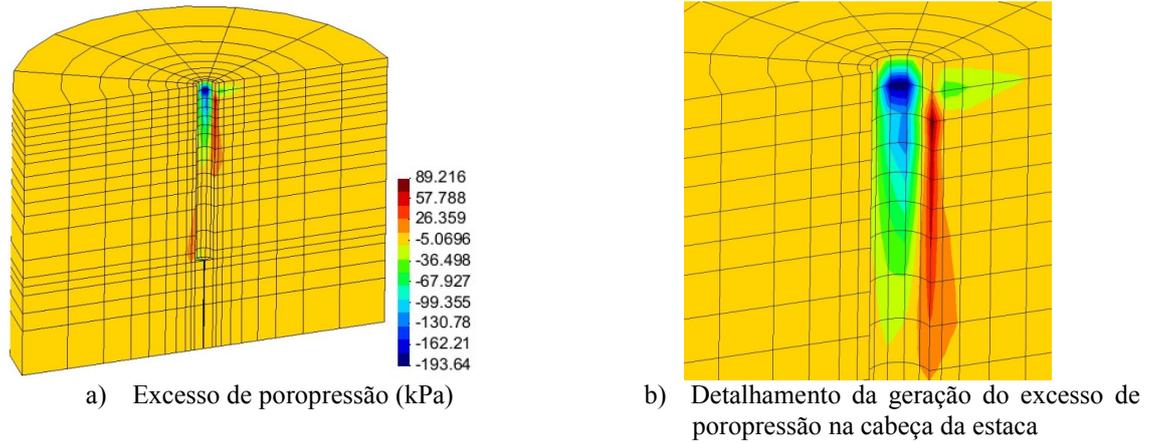


Figura 7.44: Excesso de poropressões após carregamento rápido

7.2.3 Problemas dinâmicos em meios saturados

7.2.3.1 Modelo de sistema solo-estaca em carregamento de terremoto (Abdoun, 1997)

A Fig. 7.45 mostra em forma esquemática o arranjo experimental N° 3 utilizado por Abdoun (1997) para investigar a resposta de uma estaca num estrato de solo arenoso, ligeiramente inclinado e submetido a uma excitação dinâmica na base. O experimento foi conduzido utilizando uma caixa laminar metálica, flexível como se mostra na Fig. 7.45. O perfil do solo é constituído de uma camada de areia fofa que pode liquidificar (areia Nevada) com densidade relativa $D_r = 40\%$ e 6 m de espessura (escala protótipo), a qual se apoia em uma camada de areia que não pode liquidificar e que está ligeiramente cimentada de 2 m de espessura. A estaca está localizada no centro do depósito do solo e tem 0.6 m de diâmetro, 8 m de comprimento, uma rigidez à flexão $EI=8000 \text{ kN/m}^2$ e pode se movimentar livremente em sua parte superior. O modelo global é inclinado um ângulo de 2° respeito à horizontal e posteriormente submetido a uma excitação harmônica em sua base como é mostrado na Fig. 7.46. Este movimento se compõe de 40 ciclos de carregamento-descarregamento com uma frequência predominante de 2 Hz e uma aceleração máxima de $0.3g$. O ensaio experimental foi levado a cabo a uma aceleração de $50g$, onde g é a aceleração da gravidade.

As propriedades da areia Nevada com densidade relativa de 40% já foram apresentadas na Tabela 5.5 e não são reproduzidas aqui. A areia cimentada apresenta uma coesão de 0.65 MPa, porém outras propriedades não estão disponíveis. Sendo assim, uma opção é considerar uma areia com densidade relativa igual ou maior a 60% (areia densa, Abdoun, 1997), cujas propriedades já foram definidas na Tabela 5.5. Não obstante, em Liyanapathirana e Poulos (2005), supõe-se que a areia cimentada apresenta um módulo

cisalhante dez vezes maior que o módulo cisalhante da areia liquidificável Em Chaloulos *et al.* (2013), é estabelecido que a areia cimentada pode ser simulada com um comportamento linear elástico com um coeficiente de Poisson de 0.33 e um com um módulo de cisalhamento igual a duas vezes o módulo de cisalhamento da areia equivalente não-cimentada. O valor da permeabilidade utilizada na análise numérica é definido como 3.3×10^{-3} m/seg.

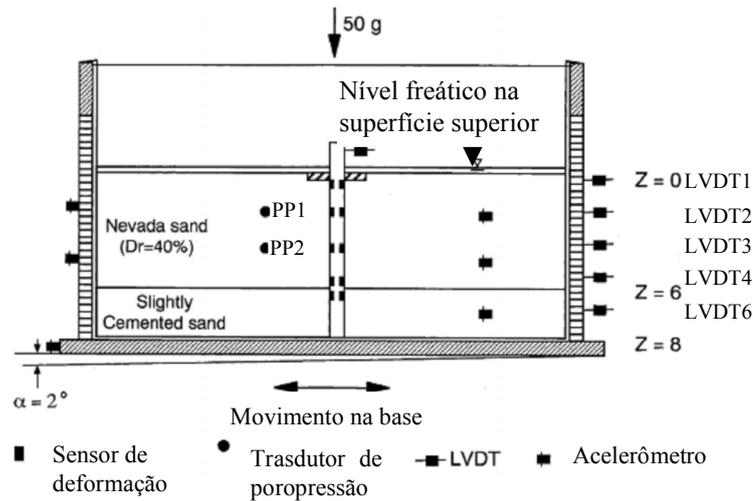


Figura 7.45: Instalação e instrumentação utilizada no modelo No 3 (Abdoun, 1997)

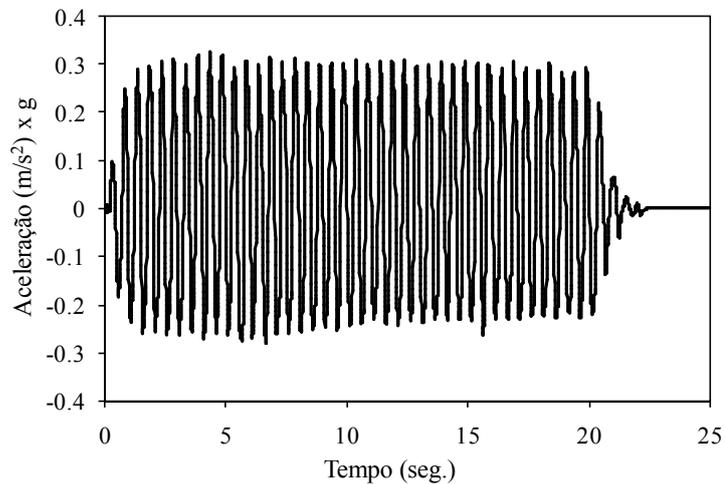


Figura 7.46: Movimento na base (Abdoun, 1997)

O modelo numérico utilizado neste trabalho está representado por 1392 elementos finitos hexaédricos de 8-8 nós para o solo, 16 elementos finitos hexaédricos de 8 nós para a estaca e 32 elementos finitos tipo quadriláteros de 8 nós para a interface como é mostrado na Fig. 7.47. O número de equações lineares a resolver é de 6056. A inclusão de elementos de

contato na interface solo-estaca não muda significativamente a resposta da estrutura para este problema; mesmo assim eles foram considerados. A discretização da malha de elementos finitos utilizada neste trabalho é similar à utilizada em Lu *et al.* (2004). Apenas a metade da estrutura foi considerada na modelagem por considerações de simetria em carregamento e geometria. As condições de contorno são definidas da seguinte forma: (i) a excitação dinâmica se define como a aceleração de base prescrita, (ii) a qualquer profundidade, os graus de liberdade dos deslocamentos das faces laterais perpendiculares ao movimento horizontal são obrigados a movimentarem-se de forma conjunta horizontalmente e verticalmente (condições periódicas) para reproduzir o efeito de cisalhamento de viga unidimensional (Parra, 1996; Lu, 2006), (iii) ao longo dos contornos longitudinais, nenhum movimento fora do plano é permitido, (iv) a superfície do solo é livre de trações, com propressão prescrita nula e (v) a base e faces laterais no modelo são impermeáveis.

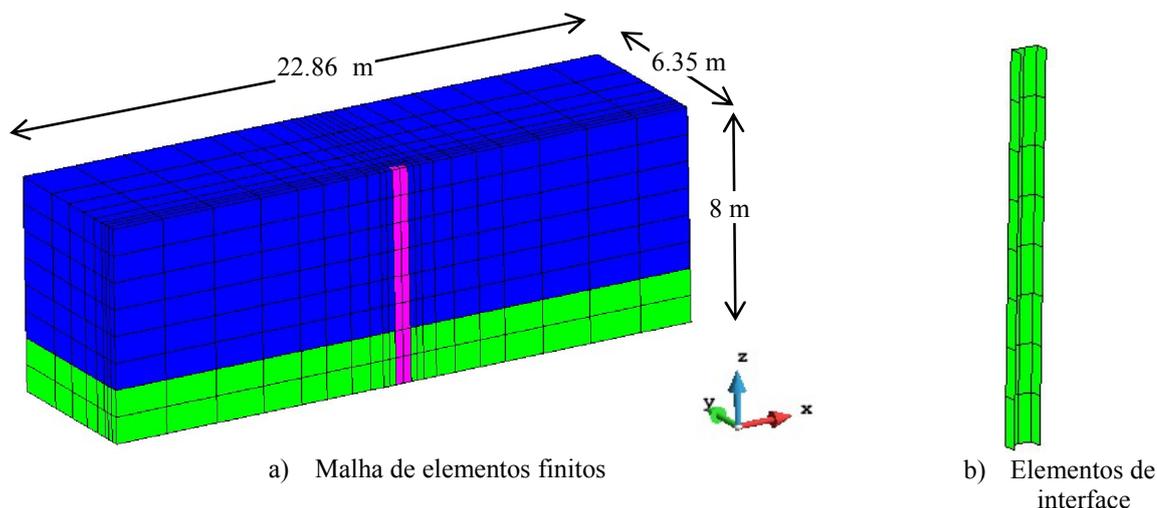


Figura 7.47: Malha de elementos finitos utilizada para a modelagem numérica do modelo No 3 (Abdoun, 1997)

Com uma inclinação média de 2° , o modelo experimental intenta simular um talude infinito de 4° (em escala protótipo) submetido a um movimento sísmico paralelo à base da caixa metálica. De acordo ao trabalho de Lu *et al.* (2004), a inclinação inicial da superfície do solo diminui gradualmente durante o movimento sísmico até ficar totalmente horizontal. Para simular a diminuição da inclinação durante o movimento dinâmico, considera-se que a componente lateral de gravidade é variável no tempo. A variação desta componente segue a forma do deslocamento lateral gravado na superfície do solo (experimental). Isto é, a gravidade lateral diminui gradualmente até atingir um valor nulo conforme o deslocamento na superfície se estabiliza. Observa-se que no relatório experimental de Abdoun (1997) esse último fato não é informado. Contudo, uma análise estática não-linear devido à ação do peso

próprio é primeramente realizada antes de aplicar a excitação sísmica. As poropressões resultantes e as tensões efetivas obtidas servem como condições iniciais para a subsequente análise dinâmica.

A obtenção das tensões efetivas e poropressões iniciais é um tema bastante complexo em situações em que a superfície superior da camada do solo esta inclinada. Aparentemente, a aproximação mais simples é realizar uma análise estática não-linear com as condições de contorno periódicas descritas anteriormente. Como resultado deste análise, as tensões de confinamento e de cisalhamento não são uniformes na espessura da massa do solo, e portanto, a condição de um talude infinito não é totalmente atingida. Em Chaloulos *et al.* (2013), se estabelece um procedimento que introduz algumas correções nas condições de contorno periódicas originais para conseguir um estado de tensões uniforme. O procedimento não é direto e requer de implementações adicionais. Se for o caso, no presente código computacional, a condição de tensão uniforme nos elementos finitos, pode ser introduzida manualmente através da leitura de um arquivo de texto. Não obstante, existe a grande pergunta se realmente a caixa laminar utilizada no experimento consegue simular totalmente um estado de tensões uniforme (talude infinito) como as descritas anteriormente ou situações intermediárias. Caso que a caixa laminar não consiga simular um estado de tensões uniformes, as condições de contorno periódicas originais são mais adequadas.

Neste trabalho, optou-se pela modelagem numérica de duas situações como segue: i) a análise número (1) considera que existe uma componente lateral de gravidade variável no tempo e um estado de tensões inicial não-uniforme e ii) a análise número (2) considera que a componente lateral de gravidade é constante no tempo e o estado de tensão inicial é uniforme. Estas duas situações de análises fornecerom resultados mais próximas aos experimentais. Como foi estabelecido anteriormente, a utilização de uma matriz de amortecimento na massa de solo é necessária. Sendo assim, utilizou-se o amortecimento de *Rayleigh* com um coeficiente de amortecimento de $\xi = 5\%$ para uma frequência circular $\omega_m = 2\pi f_m$, onde f_m é a frequência do carregamento aplicado e que é igual a 2 Hz. O tamanho máximo do elemento finito para modelar uma adequada transmissão de ondas na massa do solo é definido na Tabela 5.2. Na Fig. 7.48 e 7.49 são comparados os resultados referentes à predição dos excessos de poropressões para os pontos PP1 e PP2 (Vide Fig. 7.45) obtidos com o presente modelo numérico, com ensaios experimentais e aqueles obtidos por Lu *et al.* (2004). Na Fig. 7.50 e 7.51 se mostram os resultados referentes ao desenvolvimento dos deslocamentos laterais na

cabeça da estaca e nos pontos localizados no campo livre (*free-field*) a 0.25 m, 2.5 m, 3.75 m, 6 m e 7 m de profundidade, respectivamente.

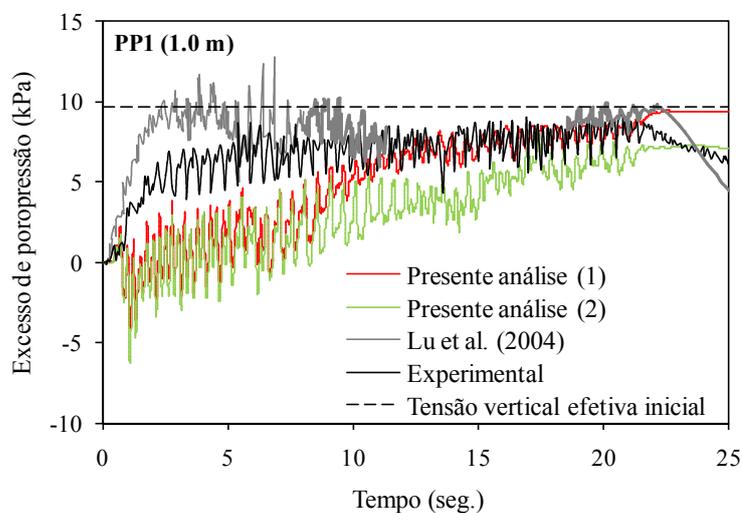


Figura 7.48: Comparação do excesso de poropressão para o ponto PP1

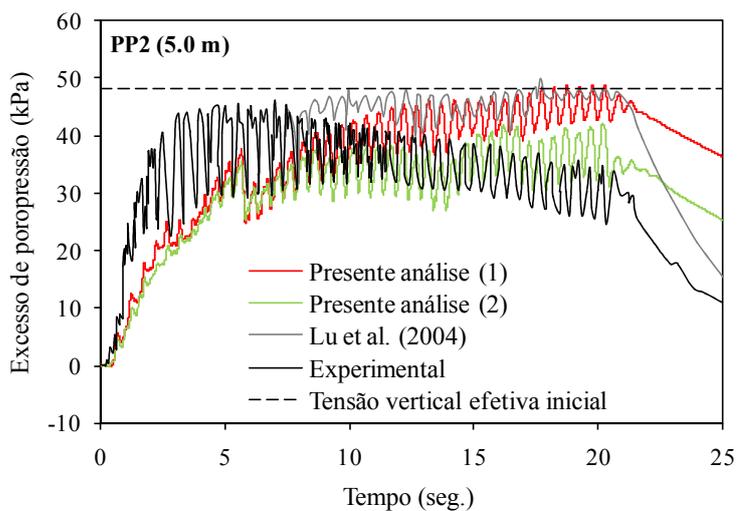
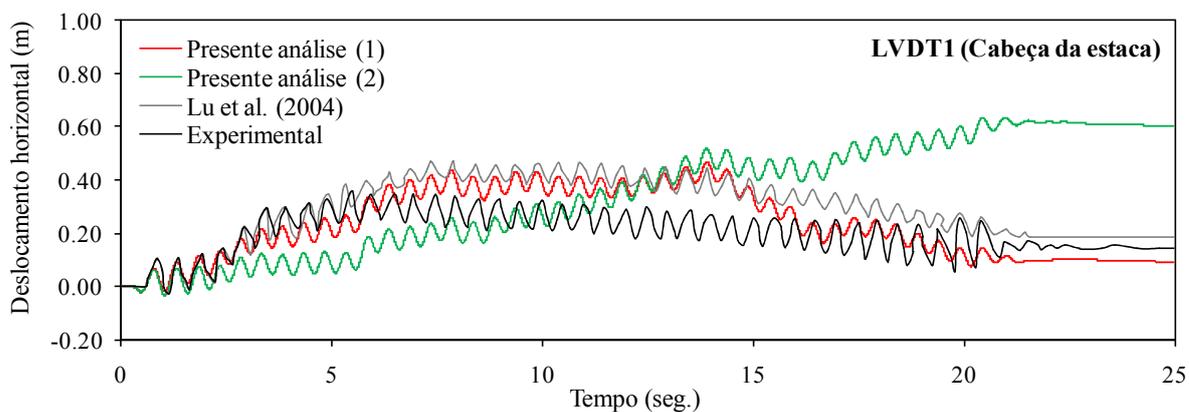


Figura 7.49: Comparação do excesso de poropressão para o ponto PP2



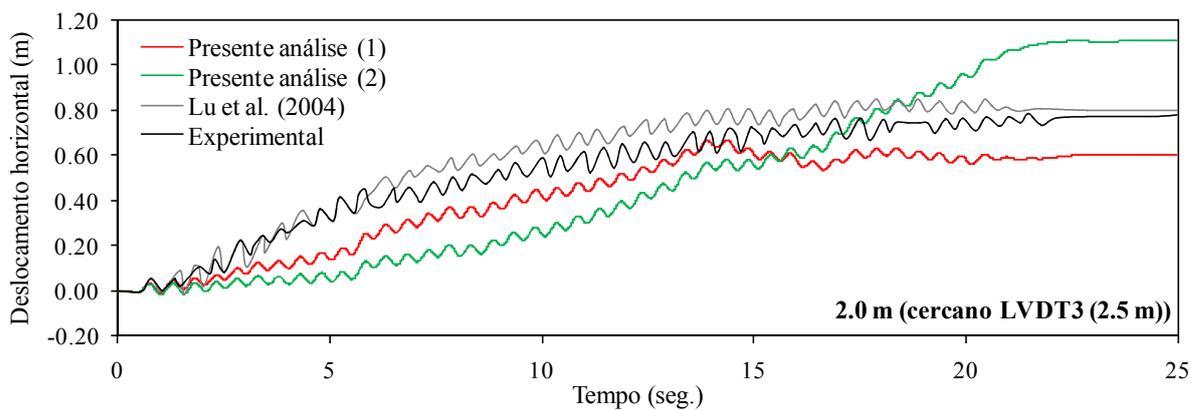
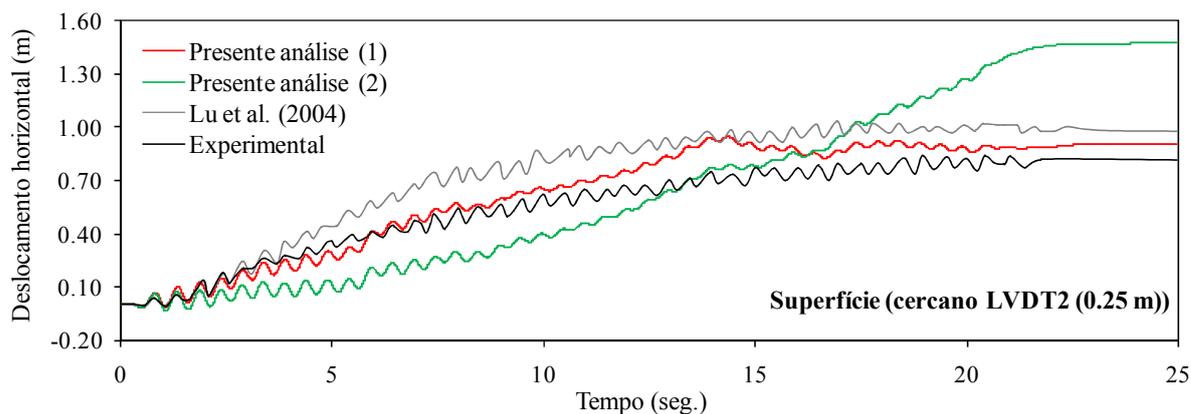
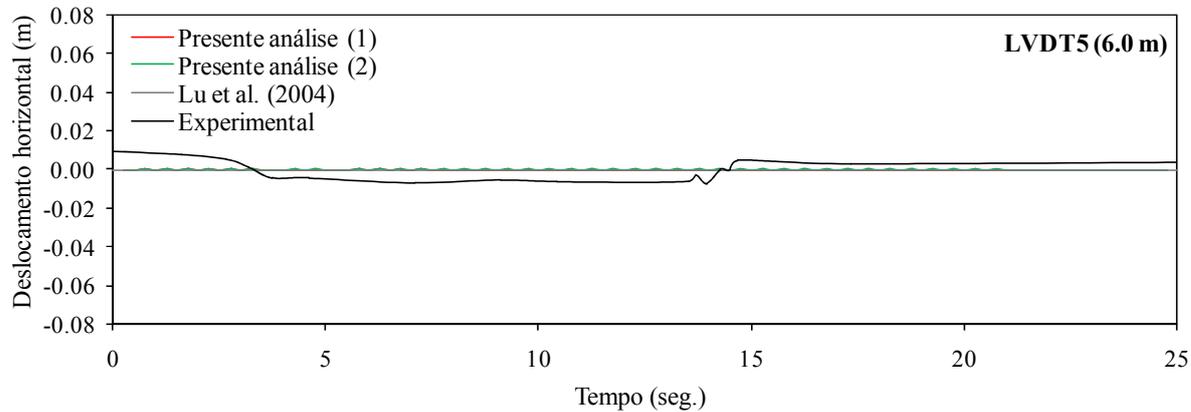
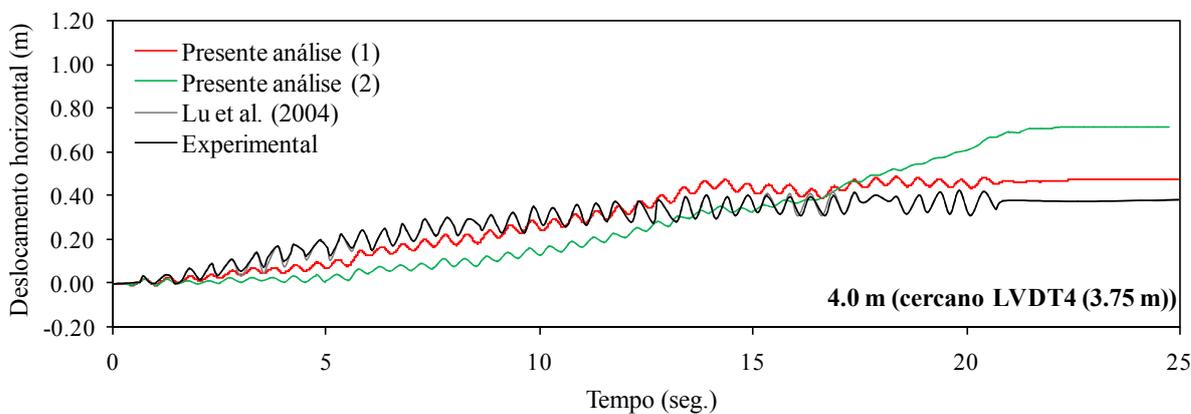


Figura 7.50: História dos deslocamentos laterais



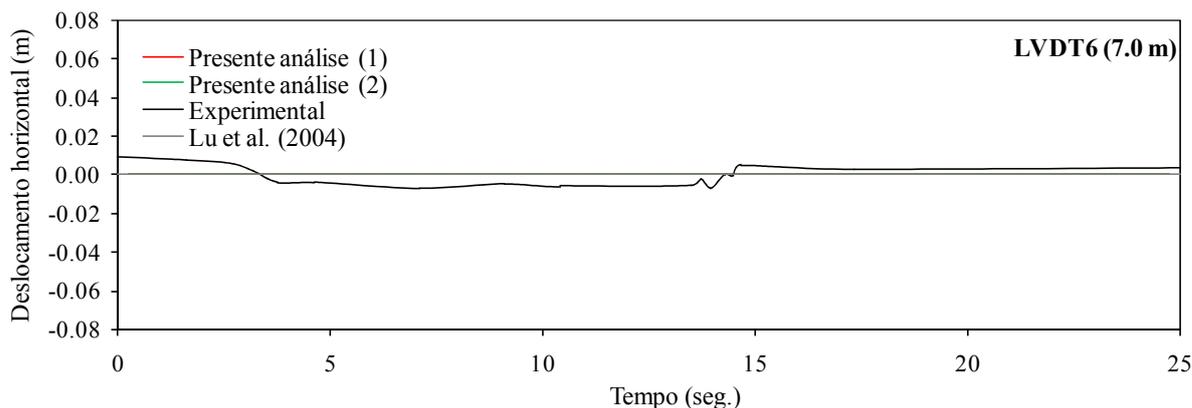


Figura 7.51: História dos deslocamentos laterais (continua)

A inclinação inicial no modelo experimental impõe uma componente estática por cisalhamento (devido à gravidade), causando uma deformação lateral que se acumula ciclo a ciclo (Lu, 2006). A Fig. 7.50 mostrou que o deslocamento lateral na cabeça da estaca se incrementa até um valor de 0.40 m (análise 1) e logo diminui até aproximadamente 0.15 m. Os deslocamentos laterais acontecem nos primeiros 6 m de profundidade dentro da camada da areia liquidificável. Enquanto, a camada de areia inferior não se movimenta em relação à base da caixa laminar.

Após da inspeção das figuras anteriores, pode-se concluir que existe uma concordância aceitável entre as respostas de deslocamentos e excessos de poropressões obtidas neste trabalho, especialmente para a análise (1). Não obstante, os resultados obtidos em Lu *et al.* (2004) apresentam um padrão de desenvolvimento mais parecido aos resultados experimentais. Em Lu *et al.* (2004), utilizou-se um modelo constitutivo de 16 parâmetros baseado na teoria de plasticidade cíclica com múltiplas superfícies de escoamento (*multisurface plasticity*, Prevost, 1985). Na citada referência aparentemente nenhum tipo de amortecimento viscoso é introduzido na modelagem numérica, sendo que todo o amortecimento é devido ao modelo constitutivo. Portanto, é opinião do autor deste trabalho, que as diferenças nas respostas obtidas radicam principalmente no tipo de modelo constitutivo utilizado para simular a liquefação, porém o cálculo das tensões iniciais em depósitos de solos inclinados é um tema que também deve ser investigado em detalhe. Não obstante, as características mais ressaltantes da repostas de solos liquefeitos, são obtidos de forma razoável com o modelo *PZ-MARK III* e essas incluem a geração e a dissipação do excesso de poropressão, movimento lateral da estaca e a deformação lateral do solo permanente. O potencial de liquefação se define a partir do fator $r_u = \Delta p / \sigma'_v$ que é a razão entre o excesso de

poropressão gerado (pela ação externa) dividido pela tensão vertical inicial efetiva pré-existente. Valores de r_u perto de 1 indicam que existe uma grande possibilidade de liquefação.

A deformada final da estrutura ao final da análise é mostrada na Fig. 7.52, enquanto, a Fig. 7.53 mostra o potencial de liquefação obtido imediatamente após o término do movimento sísmico. Na modelagem numérica, a liquefação foi atingida até uma profundidade de 5 m como se indica pelo fator r_u aproximando-se a um. Este último fato é coerente com o relatório experimental e com Lu *et al.* (2004). A camada de areia Nevada permanece liquefeita até o final da análise e posteriormente começa a dissipação do excesso de poropressão.

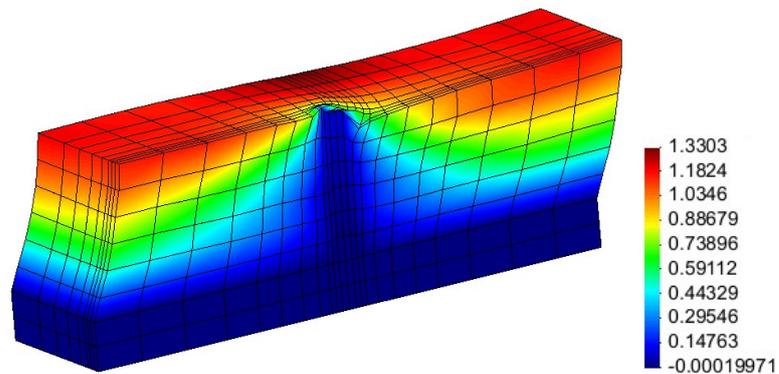


Figura 7.52: Malha deformada de elementos finitos ao final da análise

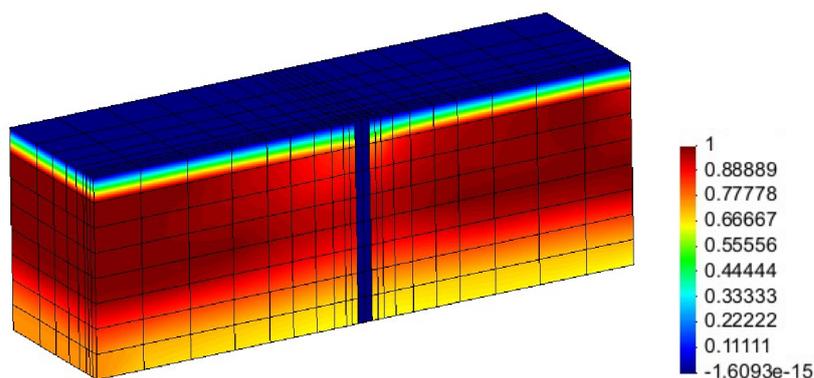


Figura 7.53: Potencial de liquefação medido a partir do fator r_u

Nas Fig. 7.54 e 7.55 é mostrado o progresso da liquefação no domínio espacial do solo ao longo do tempo. A liquefação vai progredindo de menor a maior profundidade na camada liquidificável. Praticamente ao final da análise, todo o domínio superior do solo apresenta um estado liquefeito ($r_u \approx 1$).

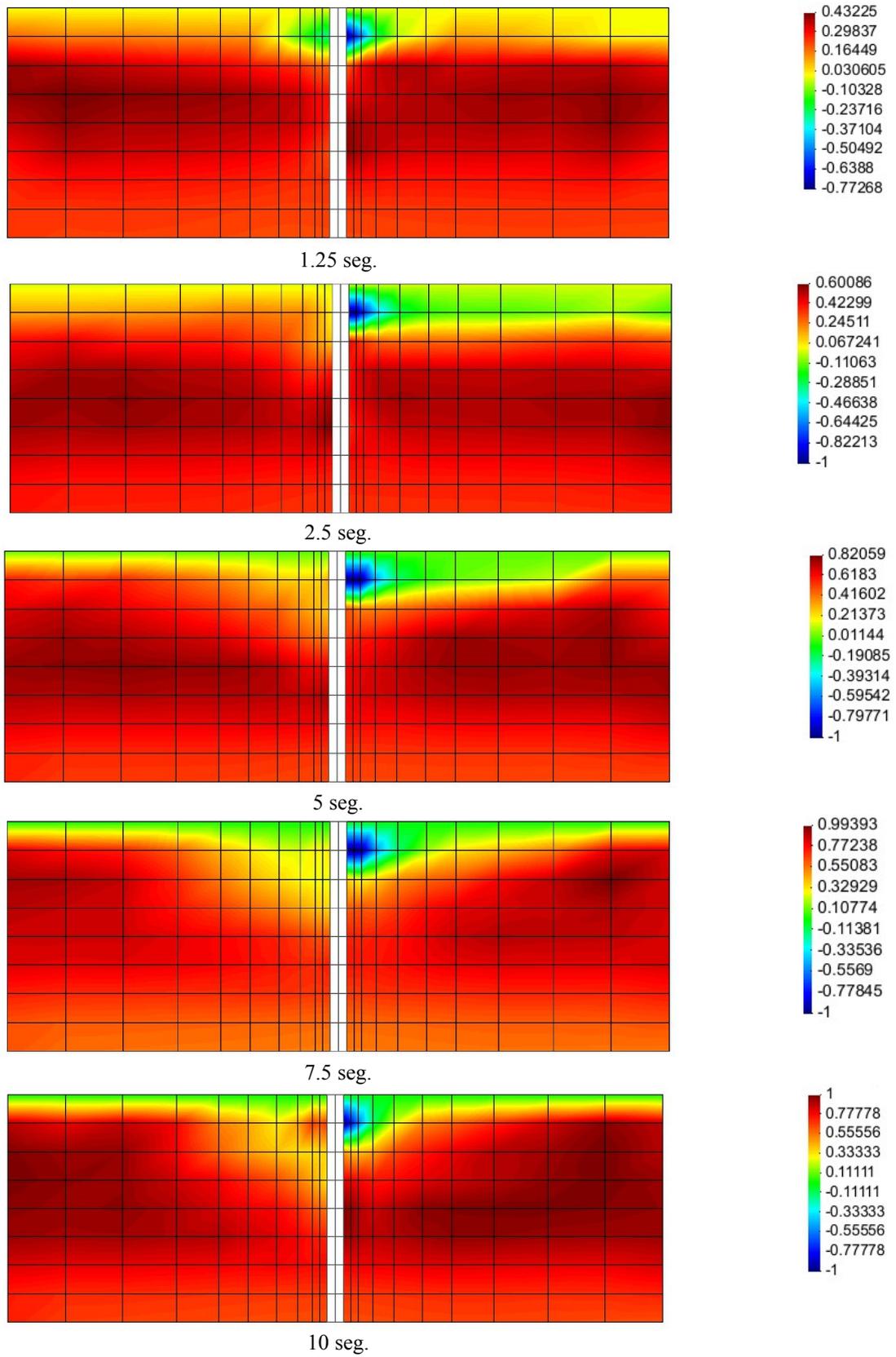


Figura 7.54: Desenvolvimento do processo de liquefação medido a partir do fator r_u

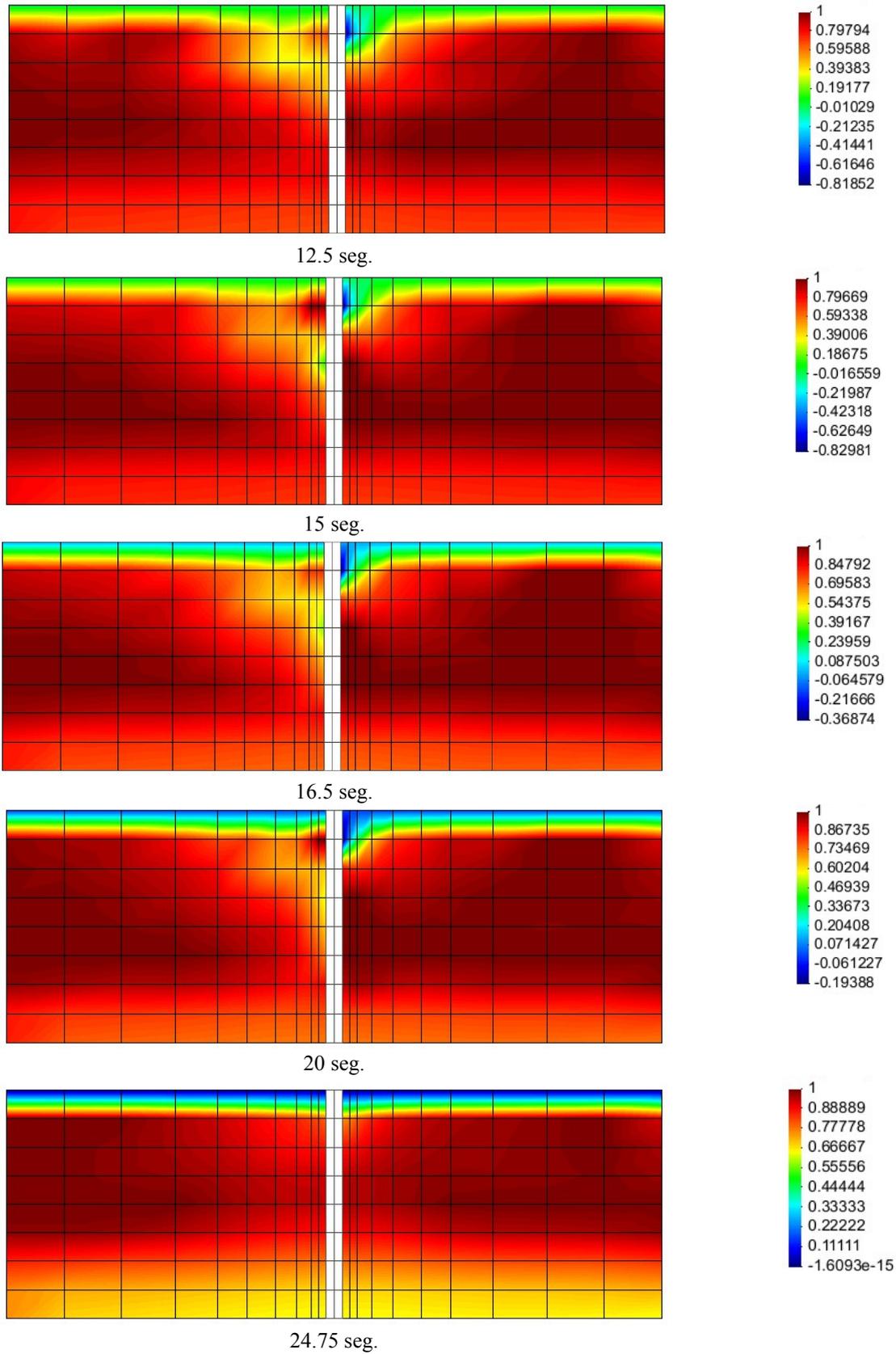


Figura 7.55: Desenvolvimento do processo de liquefação medido a partir do fator r_u (continua)

7.2.3.2 Modelo de interação solo-estaca de Gonzales (1995)

Em Gonzáles (1995) se realizou um ensaio experimental similar ao anterior, embora a rigidez da estaca é ligeiramente maior e o domínio do solo é mais extenso. O esquema do ensaio experimental é mostrado na Fig. 7.56, onde se mostra uma camada de areia Nevada de 6 m de espessura e com uma densidade relativa de $D_r=40\%$, a qual esta suportada por uma camada de areia ligeiramente cimentada que não pode liquidificar. A caixa laminar utilizada apresenta uma inclinação de 5° relativos à horizontal. A estaca tem um diâmetro de 0.60 m e uma rigidez à flexão $EI = 9000\text{kN/m}^2$. As propriedades da areia Nevada com densidade relativa de 40% e da areia ligeiramente cimentada ($D_r=60\%$), são as mesmas do exemplo anterior. O valor da permeabilidade utilizada na presente análise numérica é definido igual a $3.3 \times 10^{-3} \text{ m/seg}$ (Chaloulos, 2012).

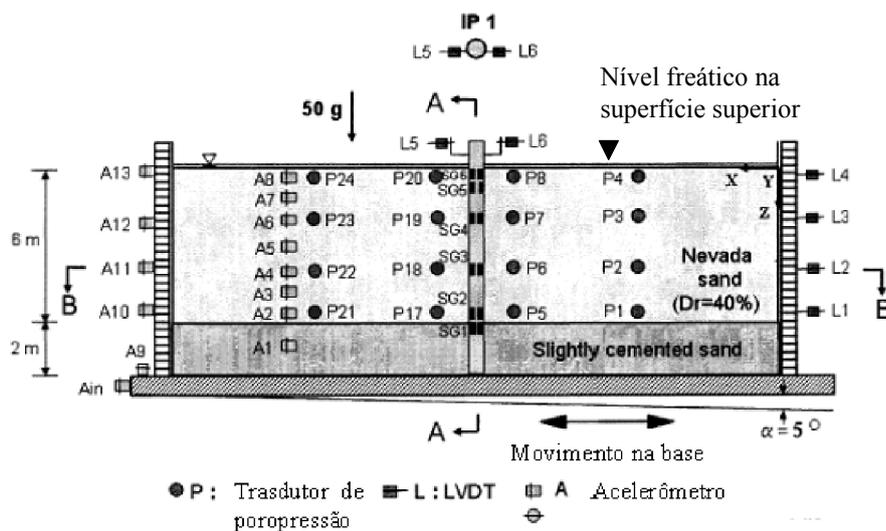


Figura 7.56: Instalação e instrumentação utilizada no modelo 1x1-w (Gonzales, 1995)

A excitação sinusoidal mostrada na Fig. 7.57 é aplicada horizontalmente na base da caixa laminar, a qual consiste na aplicação de 30 ciclos de carregamento-descarregamento com 2 Hz de frequência e uma aceleração máxima de 0.30g. O experimento foi realizado a uma aceleração centrífuga de 50g, onde g é a aceleração da gravidade. A malha de elementos finitos utilizada na presente análise é mostrada na Fig. 7.58. Essa malha se compõe de 3552 elementos finitos hexaédricos de 8-8 nós para a modelagem do solo saturado e de 32 elementos finitos hexaédricos de 8 nós para a estaca. Nesta análise, considerou-se aderência perfeita na interface solo-estaca, dado que o problema anterior (similar) não mostrou diferenças consideráveis para o caso aderente e não-aderente em relação aos resultados da

estaca e do sistema solo-estaca (deslocamentos, excesso de poropressão, etc.). O número total de graus de liberdade a resolver é de 17742. As mesmas condições de contorno do exemplo anterior são utilizadas. Utilizou-se o amortecimento tipo *Rayleigh* com um coeficiente de amortecimento de $\xi = 5\%$ para uma frequência circular $\omega_m = 2\pi f_m$, onde f_m é a frequência do carregamento aplicado e que é igual a 2 Hz. O tamanho máximo do elemento finito para modelar uma adequada transmissão de ondas na massa do solo é definido na Tabela 5.2. A deformada final da estrutura ao final da análise é mostrada na Fig. 7.59, enquanto, na Fig. 7.60, é mostrado o potencial de liquefação nas camadas de solo medido através do fator r_u .

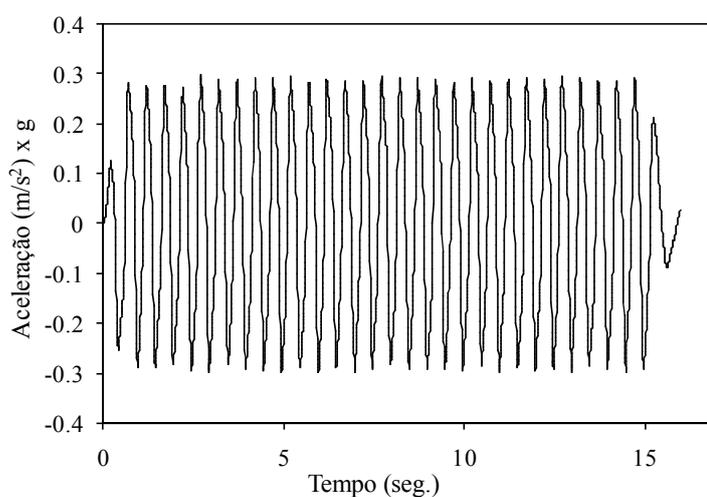


Figura 7.57: Movimento na base (Gonzales, 1995)

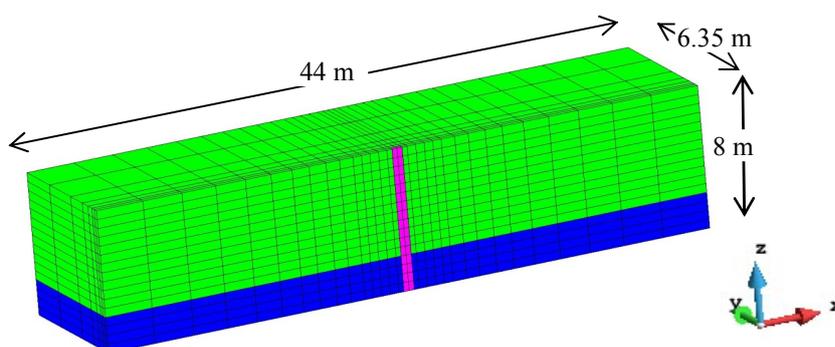


Figura 7.58: Malha de elementos finitos

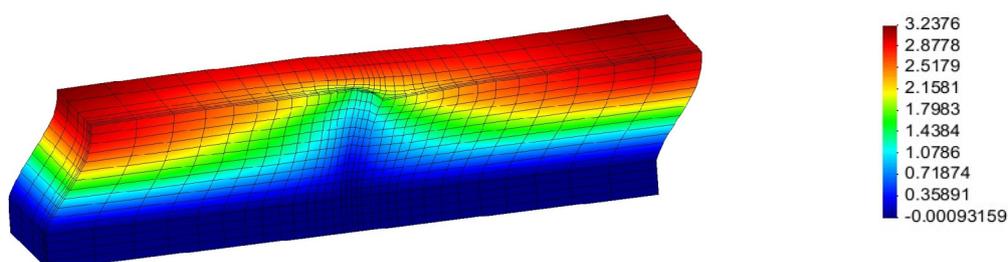


Figura 7.59: Deformada final imediatamente após 15.75 seg.

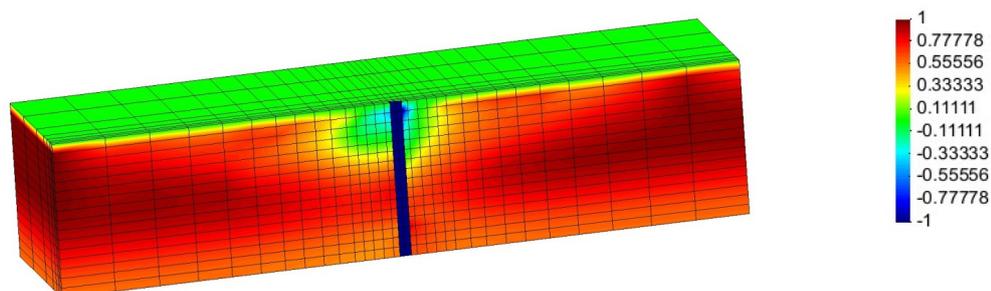


Figura 7.60: Potencial de liquefação (r_u) após 15.75 seg.

Na Fig. 7.61, 7.62, 7.63 e 7.64 mostrase a geração do excesso de poropressão que acontece durante o carregamento sísmico em pontos localizados a 0.5 m, 2 m, 4 m e 5.5 m de profundidade dentro do domínio do solo (Vide Fig. 7.56). Como se pode observar nas figuras, a predição numérica consegue atingir os valores experimentais, embora a trajetória sizagueante não é reproduzida satisfatoriamente. Isto pode ser devido à magnitude e ao tipo de amortecimento utilizado no modelo numérico.

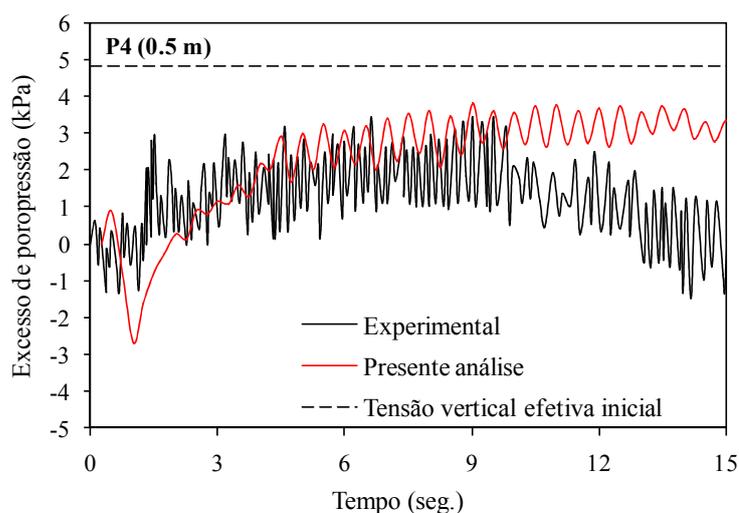


Figura 7.61: Comparação do excesso de poropressão para o ponto P4

Na Fig. 7.65a é mostrada a variação dos deslocamentos laterais gravados no experimento com a profundidade do solo, para vários instantes de tempo durante o ensaio experimental. Nesta mesma figura também se mostra o deslocamento lateral máximo permitido pela caixa laminar (linha entrecortada). Pode-se observar que a capacidade de deslocamento último da caixa laminar é alcançada durante as etapas iniciais do movimento (para $t=3$ seg. para uma profundidade de 5.5 m e para $t=9$ seg. para uma profundidade de 4 m).

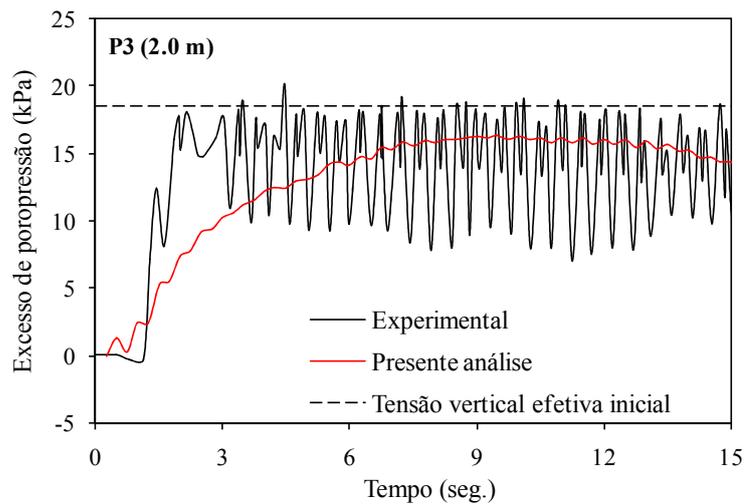


Figura 7.62: Comparação do excesso de poropressão para o ponto P3

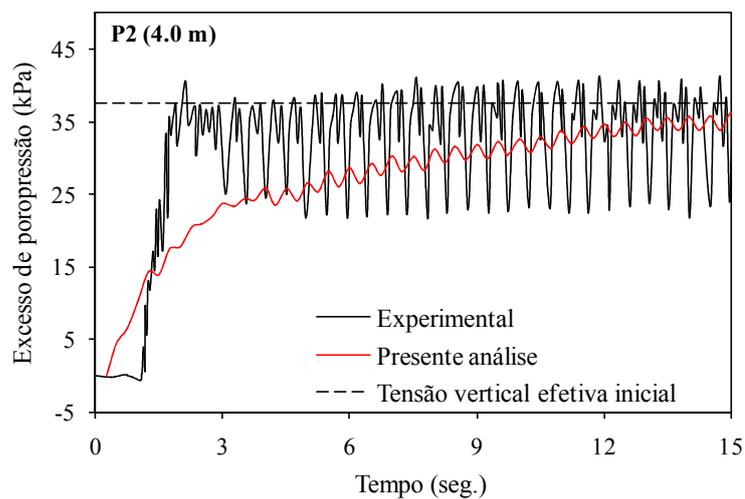


Figura 7.63: Comparação do excesso de poropressão para o ponto P2

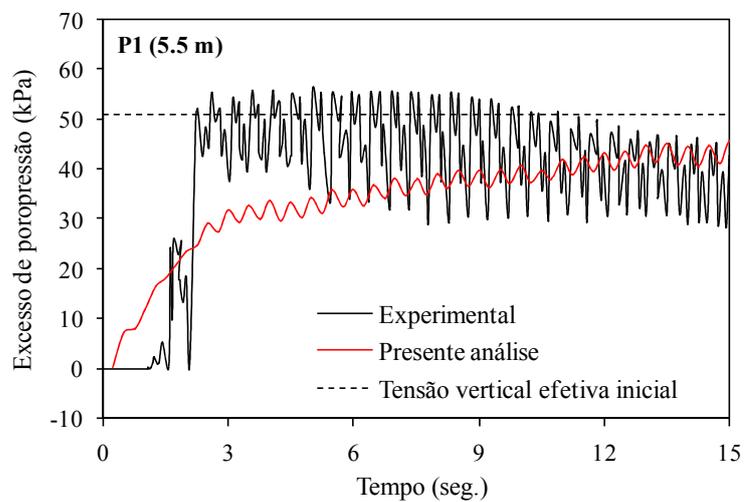


Figura 7.64: Comparação do excesso de poropressão para o ponto P1

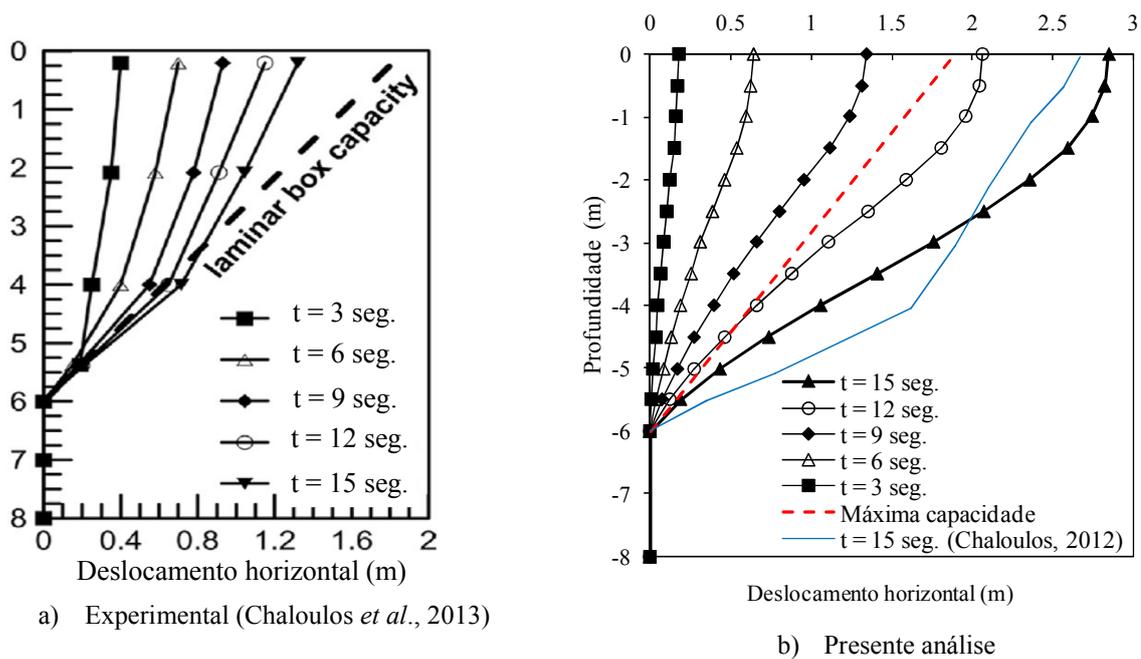


Figura 7.65: Desenvolvimento do deslocamento horizontal no contorno da caixa laminar

Portanto, se deduz que todas as medições em etapas posteriores têm sido afetadas por esta restrição artificial e devem ser consideradas com precaução quando se comparam com os resultados numéricos. Precisamente, na Fig. 7.65b, se apresentam curvas similares às mostradas na Fig. 7.65a, porém para os resultados numéricos obtidos neste trabalho e em Chaloulos (2012), respectivamente. Devido a que os modelos numéricos não têm restrição nenhuma, maiores deslocamentos horizontais são obtidos, principalmente para as camadas superiores e em todos os tempos de análise. Na Fig. 7.65b também é mostrado o resultado obtido em Chaloulos (2012) apenas para o tempo final de análise de 15 seg. (linha celeste). O modelo utilizado em Chaloulos (2012) é um modelo tridimensional de diferenças finitas elaborado no programa *FLAC*, utilizando o modelo constitutivo “*NTUA_sand*” desenvolvido no trabalho de Papadimitriou *et al.* (2002). Como se pode apreciar, os resultados obtidos em Chaloulos (2012) são da mesma ordem de magnitude que os apresentados aqui, porém com deslocamentos ligeiramente menores na superfície de solo.

Na Fig. 7.66 e Fig. 7.67 se mostram os históricos dos deslocamentos horizontais na cabeça da estaca e nos pontos de campo livre (*free-field*) localizados a 0.25 m e 4.0 m de profundidade dentro do domínio do solo. Pelas razões mencionadas anteriormente, as magnitudes dos deslocamentos obtidos com o modelo numérico são bastante maiores que seus correspondentes experimentais. No gráfico correspondente ao histórico da cabeça da estaca,

também é mostrado o resultado obtido por Chaloulos (2012). Os resultados obtidos pelo referido autor são mais próximos aos experimentais. Isto é, a zona de dilatância ao redor da cabeça da estaca, como se mostra na Fig. 7.60 (zona em azul), pode ser mais extensa no presente modelo numérico e, portanto o solo mais rígido desta zona, não flue ao redor da estaca, porém força ela a seguir o movimento de campo livre. Sendo assim, em Chaloulos (2012) e Chaloulos *et al.* (2013) se propõe uma correção aos resultados mostrados, de tal maneira que a comparação entre resultados numéricos e experimentais sejam compatíveis. Neste trabalho, essa correção não foi considerada.

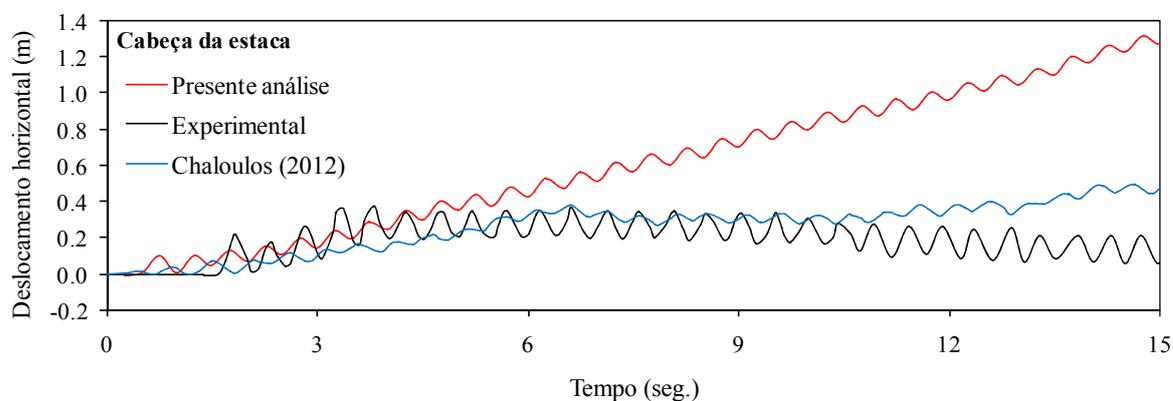


Figura 7.66: Histórico de deslocamentos laterais (continua)

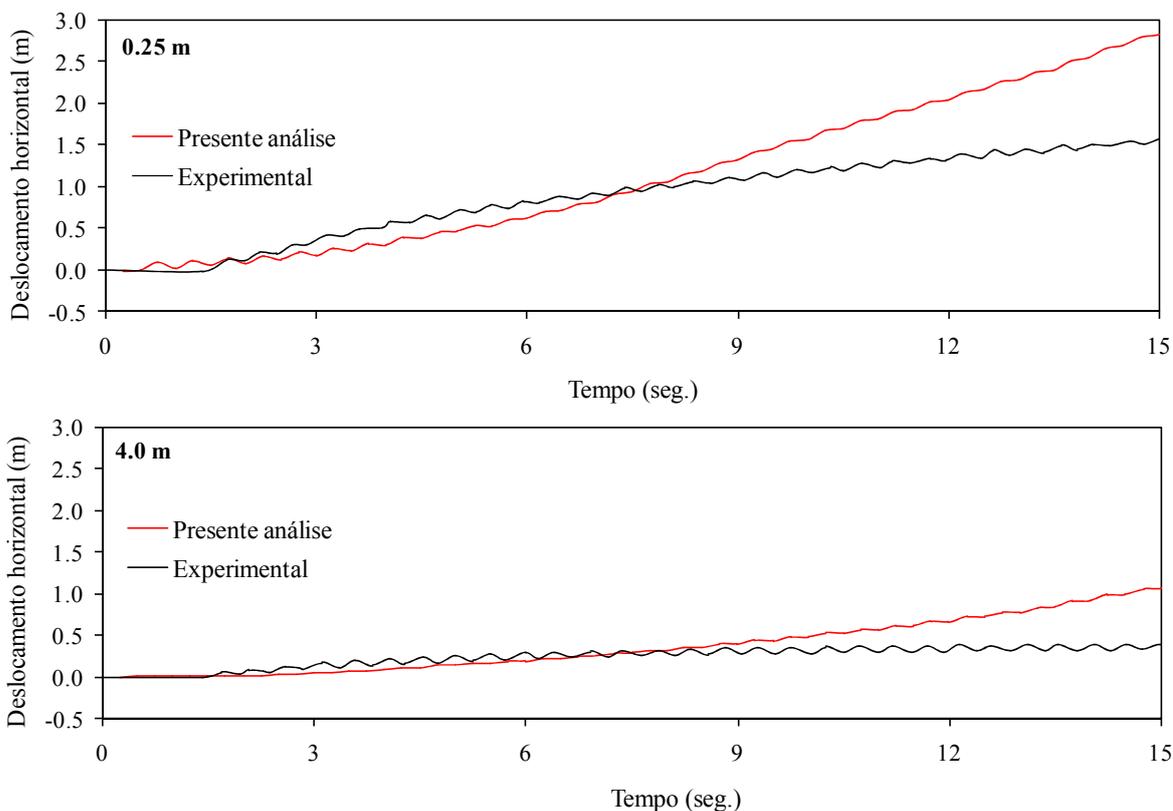


Figura 7.67: Histórico de deslocamentos laterais

7.2.3.3 Consideração da superestrutura

A equação que governa o movimento da estrutura incorporando a interação do sistema solo-fundação (Vide Fig. 7.68) e o método de solucionar essa equação é relativamente mais elaborada quando o movimento da estrutura é calculado a partir dos movimentos de campo livre na superfície do solo (Tabatabaiefar, 2012). O lado direito desta última equação, a diferença da equação dinâmica ordinária de movimento (Vide Eq. 2.40 no capítulo dois), consiste numa combinação de diferentes vetores e matrizes do solo e da estrutura. Por exemplo, no caso do método de movimento adicionado (*added motion formulation*, Wilson, 2002), a equação de movimento para problemas de interação solo-estrutura (SSI) é definida da seguinte maneira:

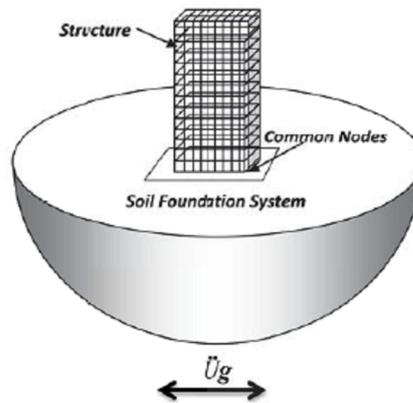


Figura 7.68: Sistema estrutura-solo adaptado de Tabatabaiefar (2012)

$$\mathbf{M}\ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \mathbf{C}\dot{\hat{\mathbf{u}}}^t + \mathbf{K}\hat{\mathbf{u}}^t = -\mathbf{m}_x\ddot{v}_x^t - \mathbf{m}_y\ddot{v}_y^t - \mathbf{m}_z\ddot{v}_z^t \quad (7.1)$$

onde o superescrito t representa o tempo atual e $\ddot{\hat{\mathbf{u}}}^t$, $\dot{\hat{\mathbf{u}}}^t$ e $\hat{\mathbf{u}}}^t$ representam os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos adicionados do sistema solo-estrutura, respectivamente, relativos aos movimentos de campo livre definidos na superfície do solo, enquanto os deslocamentos nos contornos da massa de solo devem ser zero; \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são a matriz de massa, amortecimento e rigidez do sistema solo-fundação-estrutura, \mathbf{m}_x , \mathbf{m}_y e \mathbf{m}_z são as massas adicionadas apenas para a estrutura nas direções x , y e z , respectivamente; \ddot{v}_x^t , \ddot{v}_y^t e \ddot{v}_z^t são as componentes de aceleração livres (na base da estrutura) nas direções x , y e z , respectivamente, para o caso em que a estrutura não está presente (*free-field accelerations*). Essa última combinação faz com que a equação seja matematicamente elaborada para solucionar com métodos convencionais. Não obstante, essa

formulação permite utilizar diretamente as acelerações de campo livre que são conhecidas na superfície do solo (causadas por ondas de terremotos geradas em outras locais) e que correspondem a registros tempo- história medidos pelos acelerografos.

Estrictamente, pode-se utilizar também o método direto (*direct method*) para a solução do problema de SSI utilizando a equação dinâmica ordinária estabelecida na Eq. (2.40). Na solução direta, o sistema solo-fundação-estrutura é modelado apenas num passo considerando que a excitação dinâmica é aplicada na base do depósito de solo (*bedrock*) e não em sua superfície livre (principal diferença com o método de movimento adicionado anterior). Sendo assim, é necessário primeiramente realizar uma análise por deconvolução para determinar os movimentos na base do modelo (Rahmani *et al.*, 2014; Clough e Penzien, 1975) a partir dos movimentos conhecidos na superfície do solo. Este último fato é a principal desvantagem deste método, porém o método direto é robusto teoricamente porque permite o tratamento conjunto de todas as não-linearidades envolvidas no modelo numérico (Jeremic, 2004). Sendo assim, ao igual que nos trabalhos de Sarkar (2009), Tabatabaiefar (2012) e Bem (2013), entre outros, neste trabalho utilizou-se o método direto supondo que as acelerações na base do solo são conhecidas *a priori*. Outra desvantagem do método está relacionada ao alto custo computacional devido ao elevado número de graus de liberdade que devem ser solucionados em cada passo de tempo (Cai *et al.*, 2000), sendo neste caso, os métodos baseados em sub-estruturas mais atrativos. Não obstante, devido ao avanço computacional e à disponibilidade de computadores com um alto número de processadores e de grande memória, esta desvantagem pode ser atualmente reduzida. Outras menores desvantagens se relacionam à possível incompatibilidade que pode aparecer num modelo monolítico devido à utilização de elementos finitos de diferente tipo (por exemplo, cascas conetadas com elementos hexaédricos) e à interação de diferentes graus de amortecimento para o solo e a estrutura (Cai *et al.*, 2000).

Nesta seção diferentes tipos de estruturas são consideradas no modelo numérico; considera-se que todas essas estruturas estão suportadas por grupos de estacas de concreto através de uma laje de fundação ou maciço rígido. Sendo assim, os efeitos de interações inerciais e cinemáticas são incluídos naturalmente no modelo numérico (Sarkar, 2009). Os efeitos de não-linearidade física no depósito de solo, estacas de concreto armado, interface solo-estaca, geração do excesso de poropressões podem ser utilizados conjuntamente nas modelagens numéricas. O propósito dos exemplos analisados é exibir a aplicabilidade e potencialidade do código desenvolvido nesta tese para o tratamento de problemas típicos de

engenharia. Geralmente, duas análises numéricas foram realizadas para cada exemplo, uma considerando interface aderente e outra com interface não-linear (abertura-escorregamento). Os resultados obtidos com interface não-linear são mostrados com maior ênfase nesta seção, tentando não omitir nenhum tipo de não-linearidade nos modelos numéricos. Não obstante a interpretação física dos resultados deve ser feita com precaução devido às condições e configurações ideais utilizadas para os depósitos de solos e para as estruturas suportadas por esses depósitos. Os resultados obtidos permitiram entender de forma quantitativa e qualitativa, os tipos de padrões exibidos para este tipo de problemas em termos de geração de excesso de poropressões, deformadas e índices de potencialidade de liquefação. Por simplicidade, aplicou-se para todos esses exemplos, uma excitação harmônica na base da massa do solo igual a aquela mostrada na Fig. 7.46. Esta excitação harmônica se compõe de 40 ciclos de carregamento-descarregamento com uma frequência de 2 Hz e uma aceleração máxima de 0.3g. Carregamentos reais de terremoto não são aplicados porque processos de correção de linha de base e filtrado de acelerações para componentes de alta frequência (que contribuem pouco na energia do movimento) devem ser realizados inicialmente. Se esses processos de correções não são realizados, o tamanho máximo do elemento finito na malha fica drasticamente condicionado a valores muito pequenos (Aquino, 2009), o que é computacionalmente custoso.

A dimensão do meio de fundação, seu diâmetro (ou dimensões no plano horizontal) e sua profundidade devem ser selecionadas de tal maneira que as condições de campo livre existam no modelo numérico para os pontos afastados da estrutura e a influência das condições de contorno não afete os resultados. Estudos anteriores realizados por Tabatabaiefar (2012) e Ghosh e Wilson (1969) estabelecem que se a distância desde o centro da estrutura aos contornos do modelo numérico estão entre 3-4 e 2-3 vezes o raio da fundação na direção horizontal e vertical, respectivamente, os efeitos de reflexão de ondas são desprezíveis. Não obstante, neste trabalho, a profundidade no modelo numérico é definida pela posição adotada para a camada rígida de solo. Além disso, a condição de contorno periódica nas faces laterais dos modelos numéricos são utilizadas para reproduzir a periodicidade aqui suposta do sistema solo-fundação-estrutura e minimizar problemas de reflexão de ondas. Não obstante, estudos de sensibilidade sobre o dimensionamento adequado para as malhas de elementos finitos (em relação à localização de contornos laterais) devem ser apropriadamente realizados através de procedimentos de tentativa e erro em futuras análises de estruturas reais.

Para todos os exemplos estudados, utilizou-se o mesmo tipo de solo que corresponde a uma areia com densidade relativa de 40% (Vide propriedades na Tabela 5.5) enquanto as propriedades definidas na Tabela 7.6 foram utilizadas para todos os elementos de concreto (estacas, pilares e lajes). O tamanho do elemento finito é condicionado de acordo aos cálculos estabelecidos na Tabela 5.2. Para todas as análises numéricas, considera-se que a estrutura acima da superfície livre do solo apresenta um comportamento elástico-linear. Utilizou-se uma razão de amortecimento igual a $\xi = 5\%$ para todos os elementos presentes no modelo numérico. O bloco maciço de concreto (ou laje) sempre está livre de contato com a superfície do solo. Essa condição considera explicitamente a possibilidade de separação entre o bloco e o solo, o que representa a condição mais desfavorável para as estacas, pois essas devem garantir a transferência da totalidade do carregamento sísmico (Isam *et al.*, 2012). O modelo constitutivo utilizado para as análises estáticas drenadas iniciais é o modelo *General Power Elastic-One* disponível na biblioteca de modelos constitutivos do programa *DIANA-SWANDYNE II*. Este é uma versão degenerada do modelo de Mohr-Coulomb, na qual o módulo de cisalhamento se for necessário, é dependente da tensão média efetiva. Pelas condições de simetria em geometria e carregamento, apenas a metade das estruturas foram modeladas. As condições de contorno são definidas da seguinte forma: (i) a excitação dinâmica se define como a aceleração de base prescrita, (ii) condições periódicas nas faces laterais perpendiculares ao movimento horizontal, (iii) ao longo dos contornos longitudinais, nenhum movimento fora do plano é permitido, (iv) a superfície do solo é livre de trações, com poropressão prescrita nula e (v) a base e faces laterais no modelo são impermeáveis.

7.2.3.3.1 Sistema solo-grupo de estaca-treliça

Nesse primeiro exemplo, considera-se que uma estrutura de prédio tipo treliça de aço de seis andares se apóia diretamente numa fundação de concreto composta por um grupo de estacas quadradas de 0.5 m de lado e de 10.5 m de comprimento que estão inseridas numa massa de solo arenosa. O número de estacas é de 35 (configuração 7x5, sete estacas na direção X e cinco na direção Y com um espaçamento $s/d = 3$, onde d é lado da estaca e s é o espaçamento entre essas) e estão unidas através de um bloco maciço de concreto. A geometria do problema é mostrada na Fig. 7.69. A malha de elementos finitos utilizada é mostrada na Fig. 7.70 e se compõe por 1380 elementos hexaédricos para representar as estacas e o bloco maciço (*cap*), 15816 elementos hexaédricos de 8-8 nós para o solo, 2030 elementos quadriláteros de interface de 8 nós e 228 elementos tipo treliça para representar as vigas, colunas e enrijecedores da estrutura (ou também chamada superestrutura).

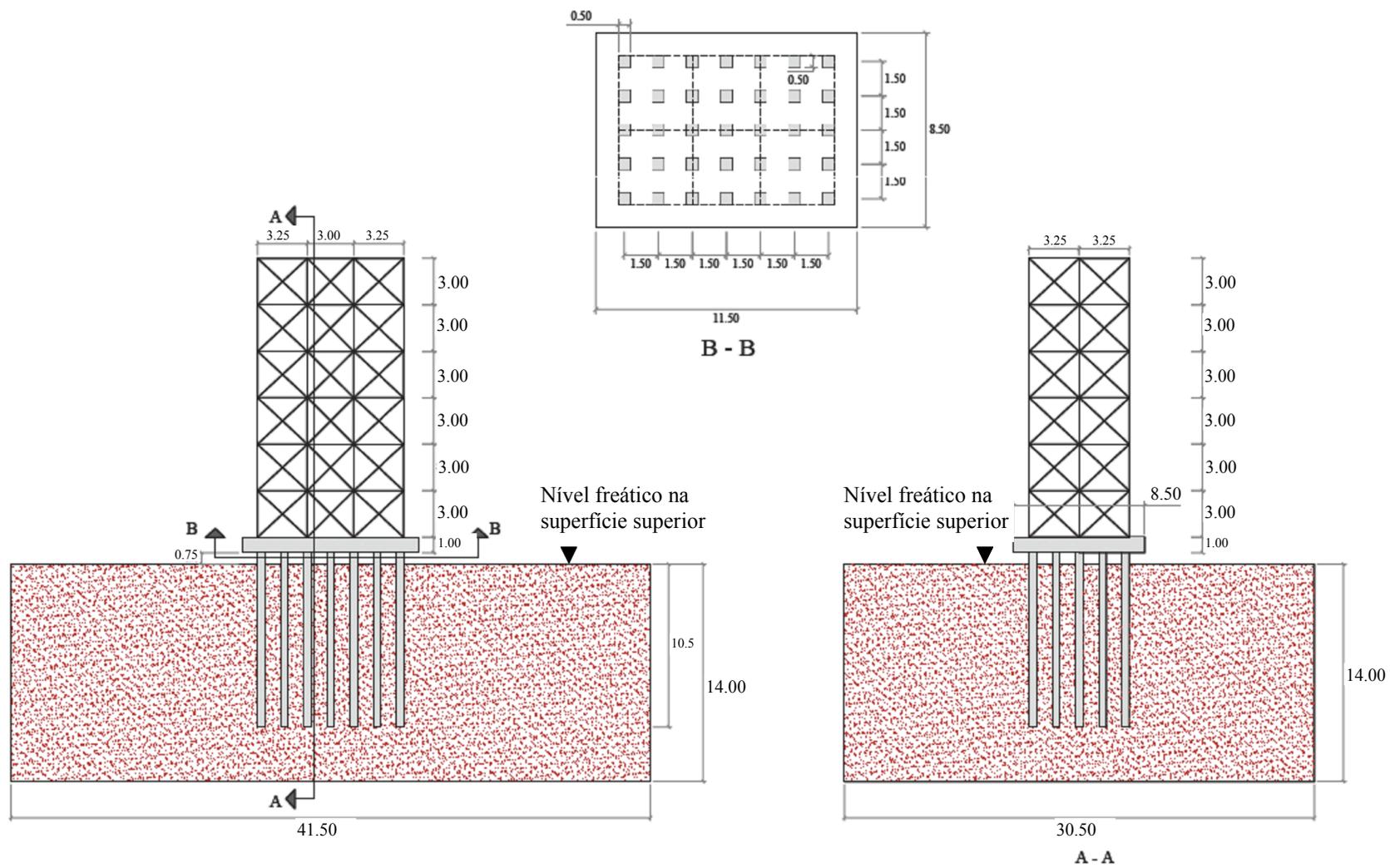


Figura 7.69: Geometria e dimensões do problema de prédio tipo treliça apoiado em solo arenoso

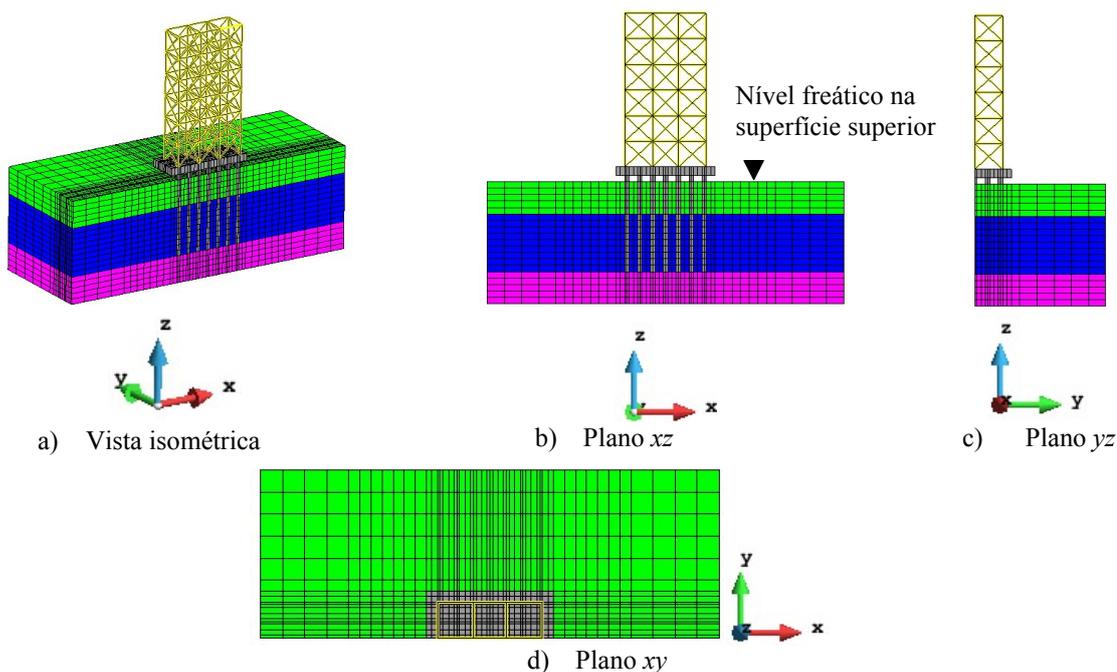


Figura 7.70: Vistas isométrica, no plano xz , yz e xy da malha de elementos finitos

O número máximo de equações a resolver é de 77980. As propriedades do aço utilizadas nas treliças são aquelas já apresentadas na Tabela 2.4 com peso específico de 7.80 kN/m^3 . As áreas das barras se correspondem com aquela de uma seção tipo W13x426. Para determinar a frequência natural do sistema (ou período) é realizada numa análise por valores e vetores próprios utilizando o método de *Lanzocs* (Smith e Griffiths, 2004; HSL 2013). A frequência fundamental obtida é de 1.075 Hz (ou período de 0.93 seg.). Sendo assim, a faixa de frequência presentes no sistema é de 1.075 Hz para o sistema solo-fundação-estrutura e de 2 Hz para o carregamento aplicado, portanto um valor médio de 1.5 Hz é considerado para o cálculo dos coeficientes que definem a matriz de amortecimento de *Rayleigh* (de acordo com o procedimento estabelecido na seção 2.2.4 e na Tabela 2.2). Os três primeiros modos de vibração e seus respectivos períodos são mostrados na Fig. 7.71.

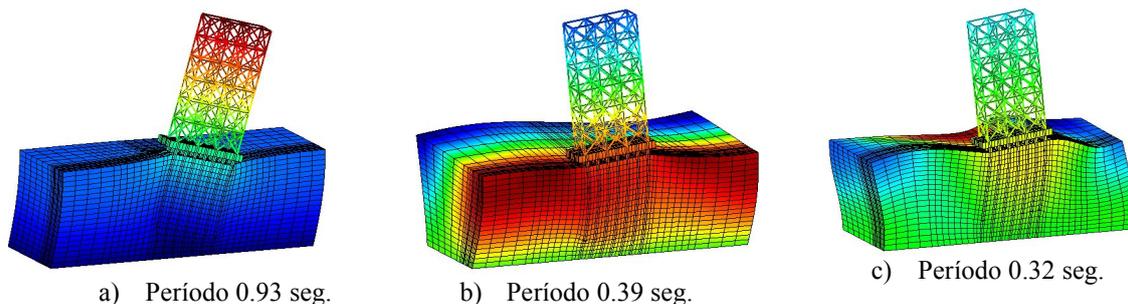
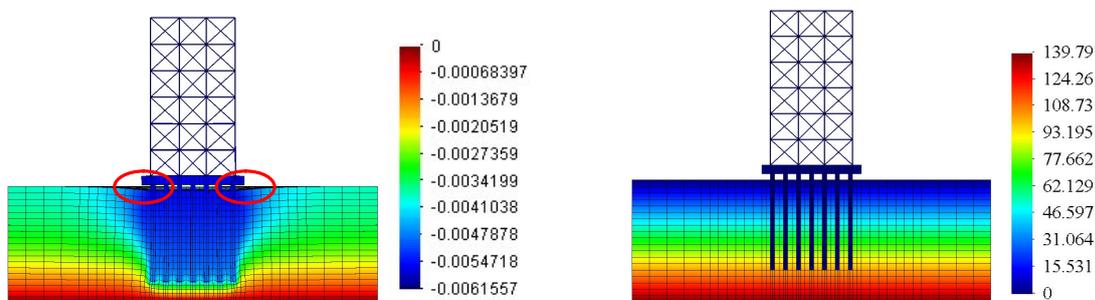


Figura 7.71: Períodos e modos de vibração da estrutura

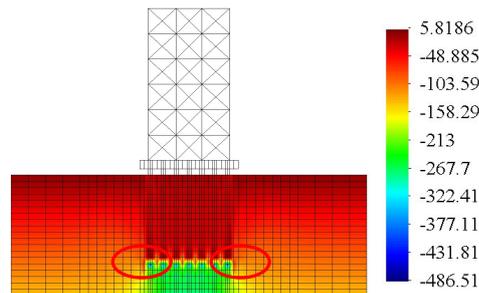
Primeiramente, uma análise estática drenada é realizada para determinar as poropressões e tensões efetivas iniciais no solo. Com a finalidade de evitar um escorregamento prematuro nos elementos de interface, foi assumido um comportamento elástico linear e aderente para esses elementos. Numa primeira tentativa, uma análise elástica linear foi realizada devido às forças de gravidade (peso próprio do solo, grupos de estacas e do prédio). Dos resultados obtidos nesta análise, foram identificadas zonas em tração com pressão média negativa (segundo a convenção adotada em mecânica de solos) localizadas na camadas superiores do solo, próximas à superfície e adjacentes às estacas. Este tipo de inconveniente é comum em problemas de SSI (Ou, 2009) e portanto certas correções devem ser incluídas no modelo constitutivo de solo para esses pontos tracionados.

Uma alternativa é utilizar o modelo de Mohr-Coulomb com uma coesão quase nula (0.001 kPa) e um valor de ângulo de atrito menor ao real (Ou, 2009). A redução do ângulo de atrito assegura que os estados de tensões corrigidos não fiquem acima da linha de estado crítico. Não obstante, a correção assim obtida, não consegue numericamente obter valores de pressão média positivos devido à pequena coesão utilizada no algoritmo de integração. Sendo assim, o modelo *PZ-MARK III* não pode trabalhar a partir desses estados de tensões corrigidos (ligeiramente tracionados). Outra alternativa é utilizar o modelo *General Power Elastic-One (DIANA SWANDYNE II; Chan, 1995)*, o qual corrige os pontos de integração tracionados para a origem do plano meridional $p' - q$ de forma similar ao procedimento utilizado no modelo *Cap model*. Na Fig. 7.72 é mostrada a deformada, poropressões e tensão vertical efetiva do sistema solo-fundação-estrutura após a análise não-linear estática drenada. Como pode-se observar, o peso da estrutura faz com que os deslocamentos sob essa estrutura sejam maiores que do solo circundante, principalmente para as camadas superiores, sendo que maiores pressões verticais são obtidas sob as estacas localizadas externamente (Vide Fig. 7.72c).



a) Deformada (m), fator de magnificação: 300

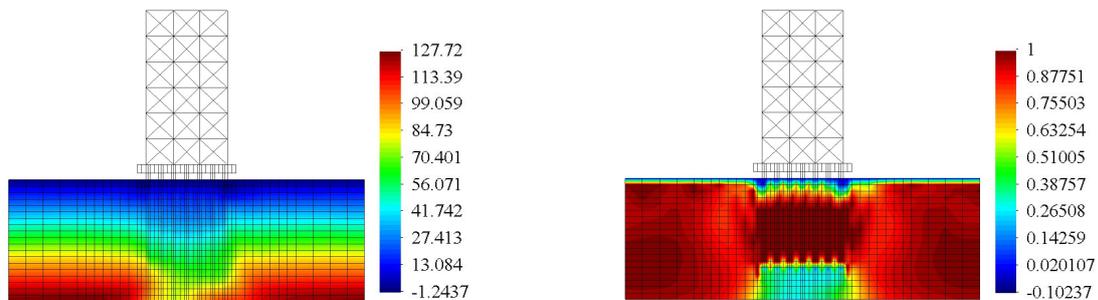
b) Poropressões (kPa)



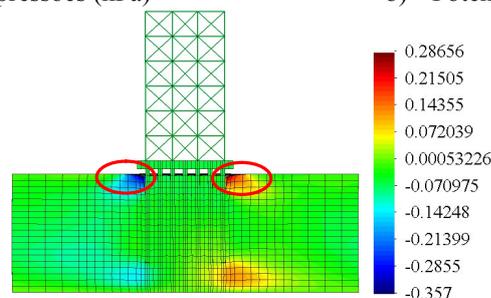
c) Tensão vertical efetiva (kPa)

Figura 7.72: Resultados após a análise estática drenada não-linear

Na Fig. 7.73 são mostrados os resultados de excesso de poropressão, potencial de liquefação e deslocamentos horizontais no sistema solo-fundação-estrutura após 15.98 seg. de análise dinâmica. Os resultados mostrados correspondem ao cenário em que separação é permitida na interface solo-estaca. A deformada final apresenta zonas em separação na superfície superior de solo (marcados por círculos vermelhos na Fig. 7.73c). Este padrão é bastante similar ao obtido no exemplo da seção 7.2.1.2 (Vide Fig. 7.10) para uma estaca sob carregamento lateral cíclico, onde deformações permanente aparecem na superfície da massa de solo após a finalização do carregamento. Não necessariamente o maior potencial de liquefação (r_u) ocorre ao final da análise (15.98 seg.).



a) Excesso de poropressões (kPa)

b) Potencial de liquefação (fator r_u)

c) Deslocamento horizontal (m), fator de magnificação: 1

Figura 7.73: Resultados ao final da análise (15.98 seg.)

7.2.3.3.2 Sistema solo-grupo de estaca-ponte

Neste segundo exemplo, a potencialidade do código é explorada mediante a modelagem numérica de um pilar de ponte de concreto apoiado num grupo de estacas de concreto armado. O grupo de estacas apresenta numa configuração de 3 x 5 (três estacas na direção X e cinco na direção Y) com um espaçamento $s/d = 3$, onde d é largura da estaca e s é o espaçamento entre essas. O pilar de ponte tem forma de T e está conetado a um bloco maciço de concreto, onde todas as estacas se conetam rigidamente. Na realidade, a geometria e dimensões do problema a seguir correspondem a um pilar da pequena ponte mostrada na Fig. 7.84. Para esta aplicação, decidiu-se iniciar com um estudo detalhado do pilar antes que do problema global.

A malha de elementos finitos é mostrada na Fig. 7.74 e se compõe de 10524 elementos finitos hexaédricos de 8-8 nós para o solo, 866 elementos finitos de hexaédricos de 8 nós para a estaca e 870 elementos de contato de espessura nula de 8 nós para a modelagem da interface solo-estaca. O número de equações a resolver é de 50100. Na Fig. 7.75 é mostrado o detalhe da malha de elementos finitos para o pilar e para os elementos de contato utilizados na interface solo-estaca.

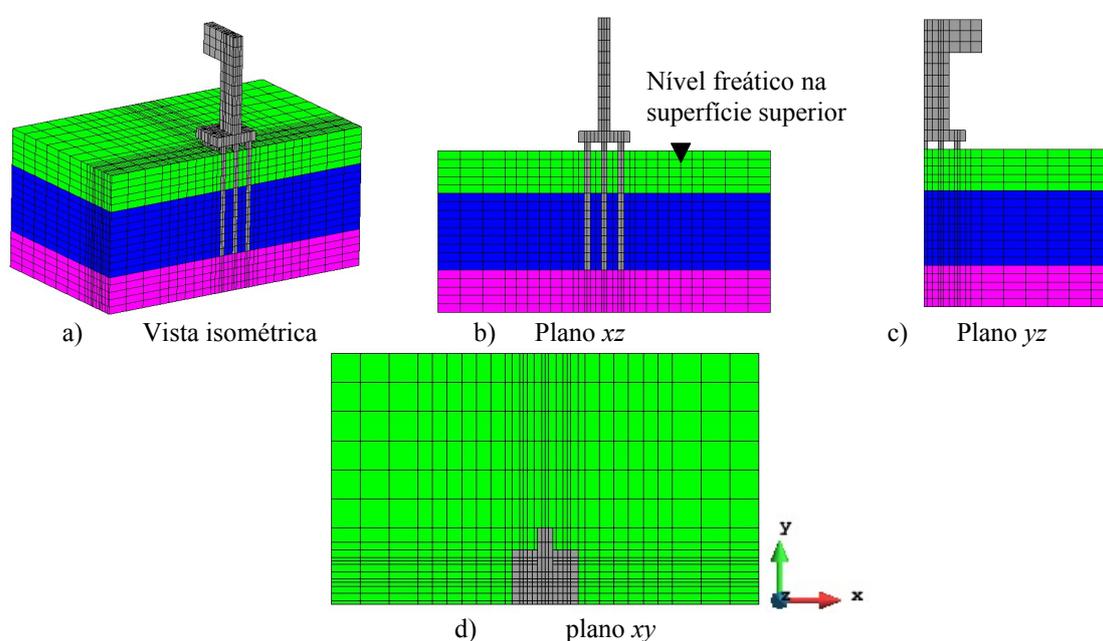


Figura 7.74: Vistas isométrica, no plano xz, yz e xy da malha de elementos finitos

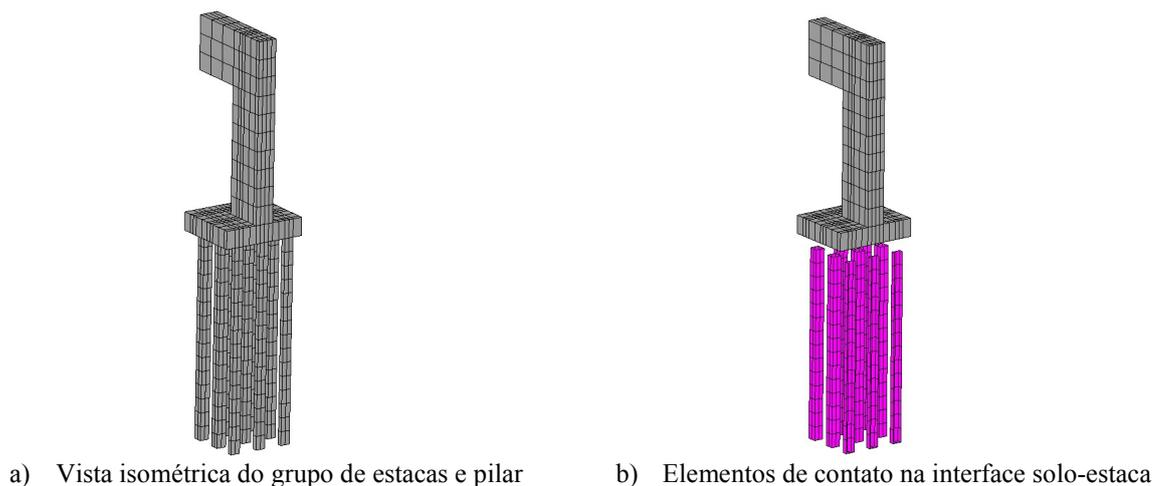


Figura 7.75: Vista isométrica das estacas de concreto e dos elementos de contato

Os primeiros três períodos e modos de vibração da estrutura são mostrados na Fig. 7.76. A frequência natural da estrutura é igual 1.19 Hz, enquanto a frequência do carregamento atuante é igual a 2 Hz, sendo assim decidiu-se utilizar uma frequência média de 1.6 Hz para o cálculo dos coeficientes que definem a matriz de amortecimento de *Rayleigh* (de acordo com o procedimento estabelecido na seção 2.2.4 e na Tabela 2.2).

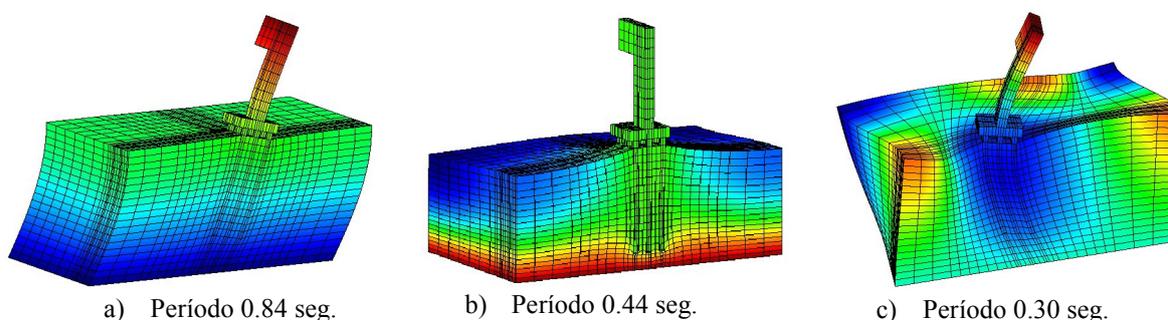


Figura 7.76: Períodos e modos de vibração do sistema

Na Fig. 7.77a e Fig. 7.77b são mostradas as deformadas da estrutura após 15.98 seg. de carregamento para os casos em que a interface solo-estaca é aderente (comportamento linear) e não-linear (escorregamento-abertura), respectivamente. Como se pode observar o padrão de deformação é similar, embora ligeiramente maiores deslocamentos laterais são obtidos para o caso não-linear. Na Fig. 7.78 e 7.79 são mostrados em detalhe a deformada da estrutura (omitindo da figura os elementos de concreto para as vistas no plano xy) ao final da análise dinâmica para a camada superior de solo (superfície livre) para o caso em que a interface é aderente e não-linear, respectivamente. Como se pode observar na Fig. 7.79c

algum escorregamento na interface solo-estaca é evidente, enquanto o efeito de abertura não é predominante para este exemplo. Na Fig. 7.80 e Fig. 7.81 são mostrados o padrão de excesso de poropressão e o potencial de liquefação no domínio do solo ao final da análise dinâmica para o caso de interface aderente e não-linear, respectivamente.

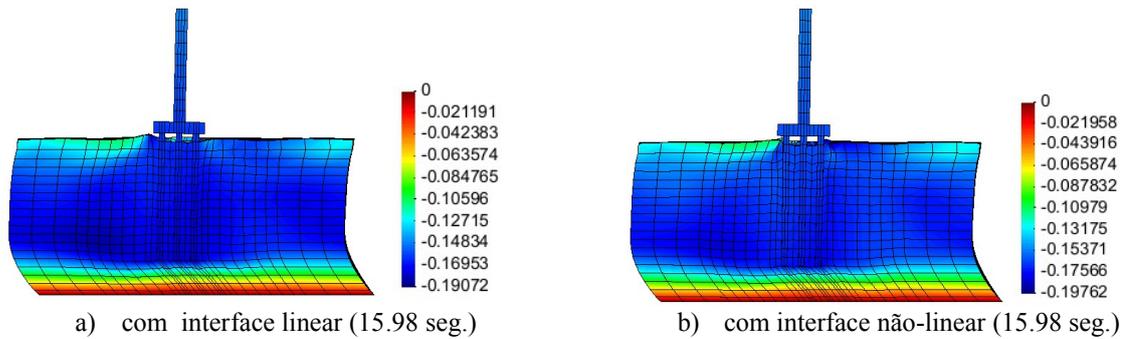


Figura 7.77: Deformada final com ou sem elementos de interface ao final da análise (fator de magnificação: 15)

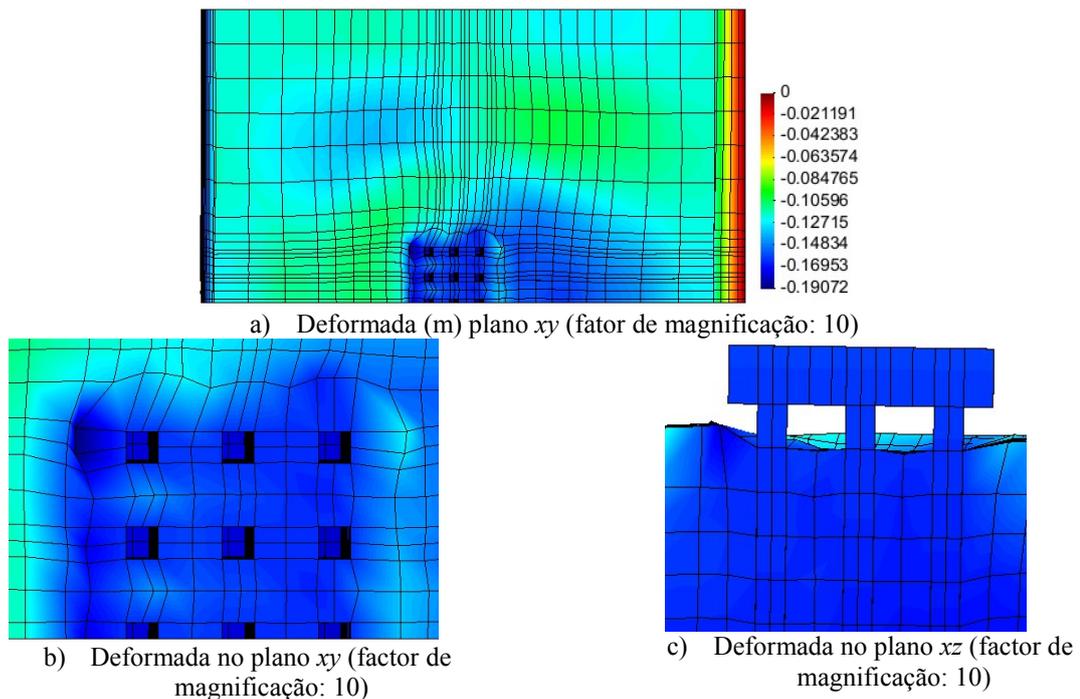


Figura 7.78: Detalhe da deformada (m) após 15.98 seg. de carregamento nas cabeças das estacas considerando interface aderente

Quando o algoritmo de monitoração de fissuração no concreto simples é ativado, os padrões de fissuração mostrados na Fig. 7.82 e 7.83 são obtidos. Como pode-se observar, uma maior extensão de zonas de fissuração acontece no caso com interface aderente, principalmente na zona de interseção do bloco maciço com as estacas e para a zona localizada na metade das estacas.

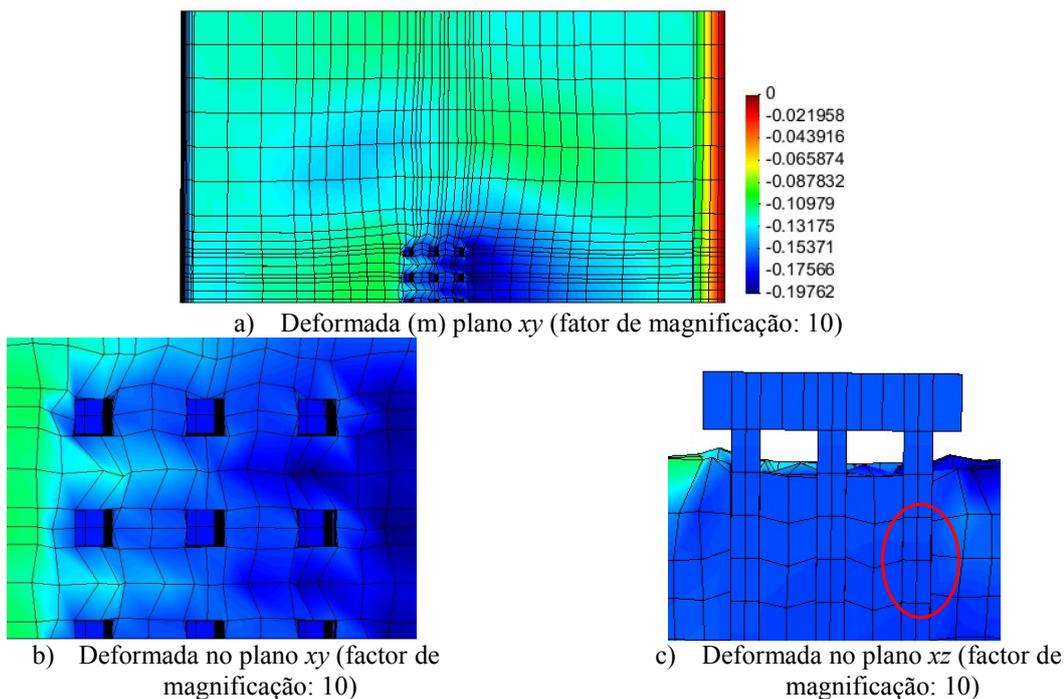


Figura 7.79: Detalhe da deformada (m) após 15.98 seg. de carregamento nas cabeças das estacas considerando interface não-linear

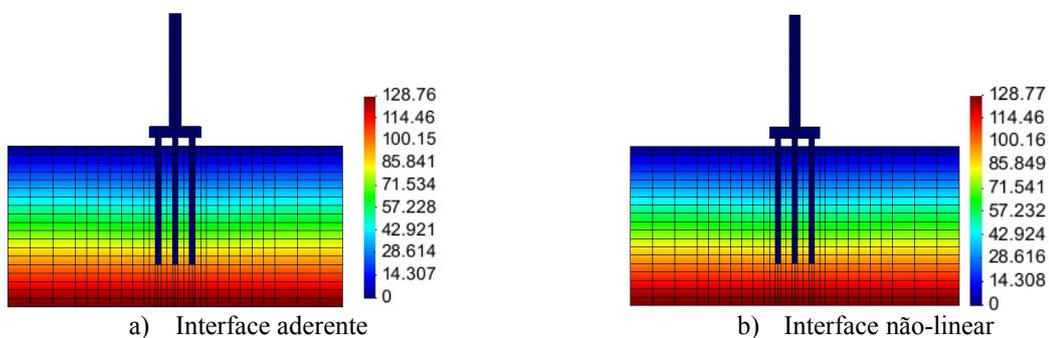


Figura 7.80: Excesso de poropressão ao final da análise (15.98 seg.)

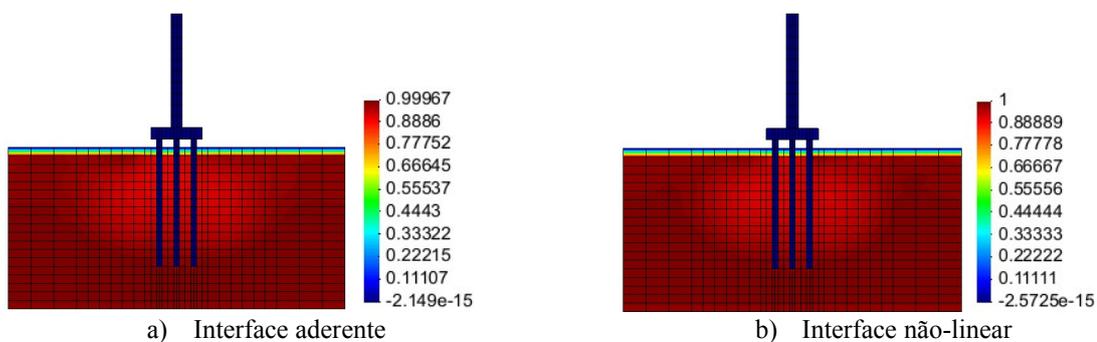


Figura 7.81: Potencial de liquefação medido através de fator r_u ao final da análise (15.98 seg.)

No caso de interface não-linear, a fissuração é mais concentrada na zona superior das estacas. Uma análise numérica considerando um reforço de aço longitudinal e transversal igual a 1% do valor da área geométrica das estacas foi considerada. Os resultados obtidos mostraram zonas mais reduzidas de fissuração e respostas um pouco mais rígidas.

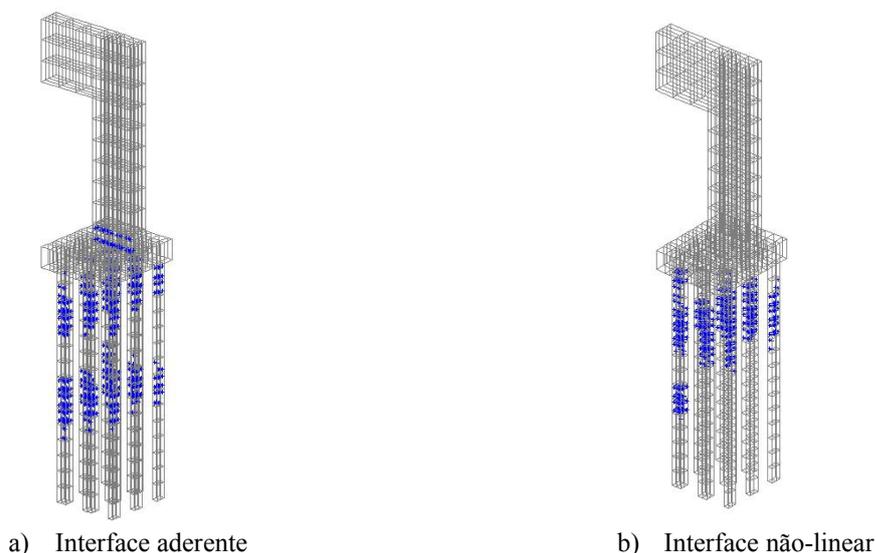


Figura 7.82: Vista isométrica de padrões de fissuração nas estacas após 15.98 seg. de análise

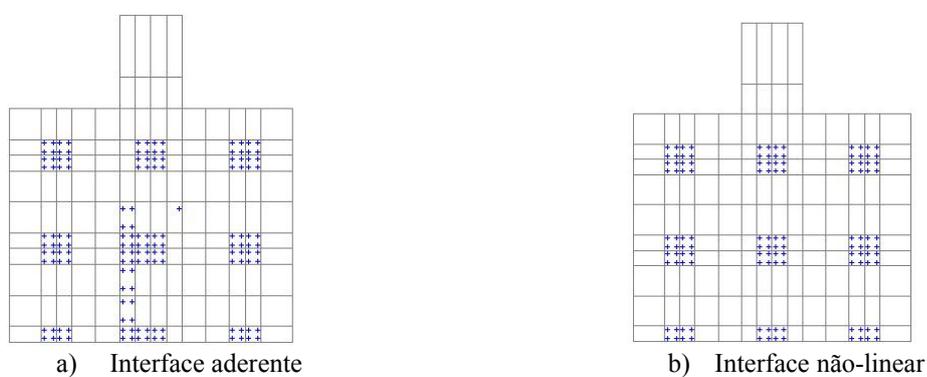


Figura 7.83: Vista no plano xy dos padrões de fissuração nas estacas e no bloco maciço após 15.98 seg. de análise

Numa segunda análise, empregou-se um modelo mais elaborado para simular um vão de uma pequena ponte tipo caixão (o que poderia ser o modelo protótipo de um modelo ensaído experimentalmente a escala reduzida). A geometria e seção transversal da ponte são mostrados na Fig. 7.84. A malha de elementos finitos é mostrada na Fig. 7.85 e se compõe de 20478 elementos finitos hexaédricos de 8-8 nós para o solo, 2272 elementos finitos de hexaédricos de 8 nós para a estaca e 1740 elementos de contato de espessura nula de 8 nós para a modelagem da interface solo-estaca. O número de equações a resolver é de 100734.

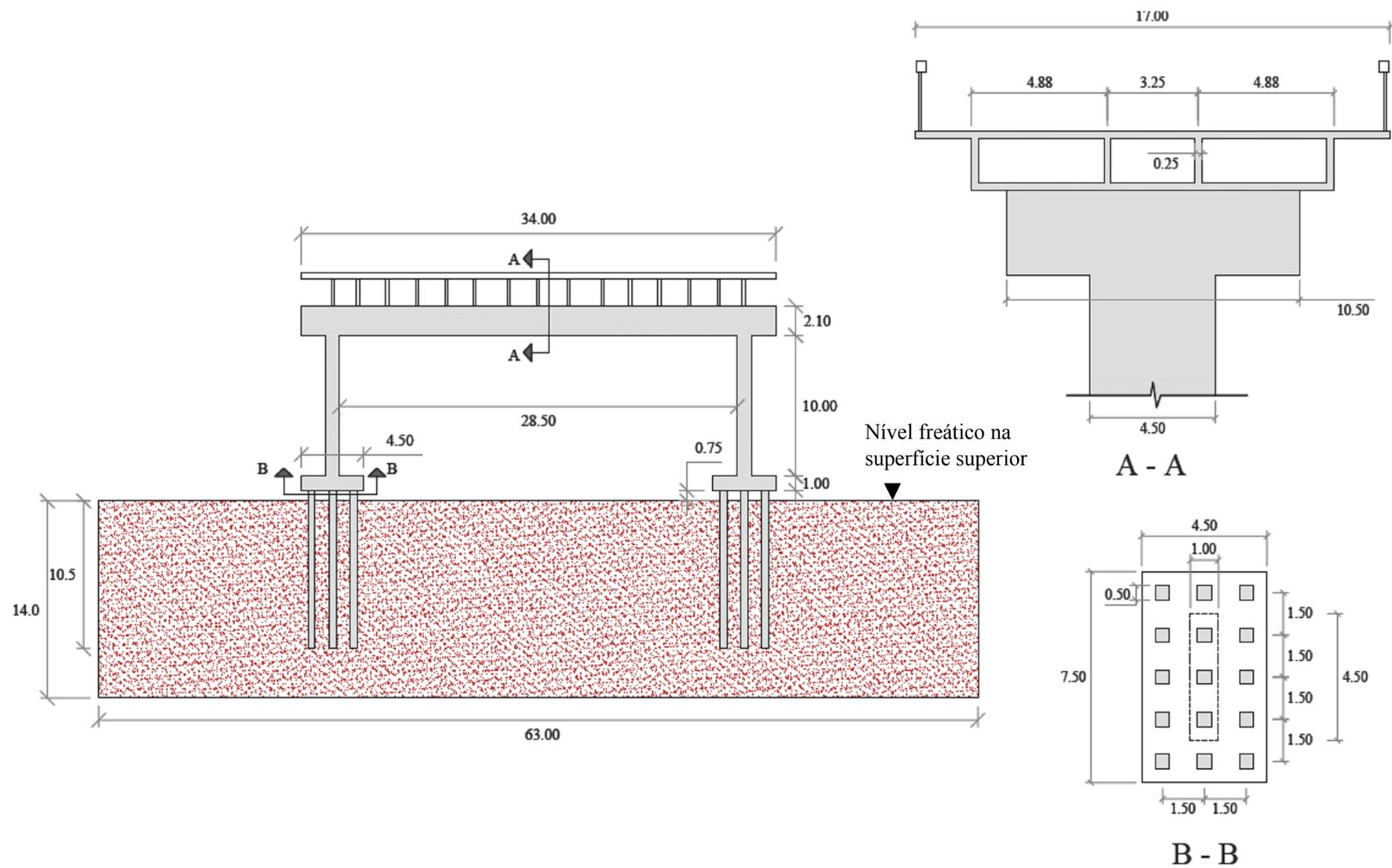


Figura 7.84: Geometria e dimensões da estrutura tipo ponte

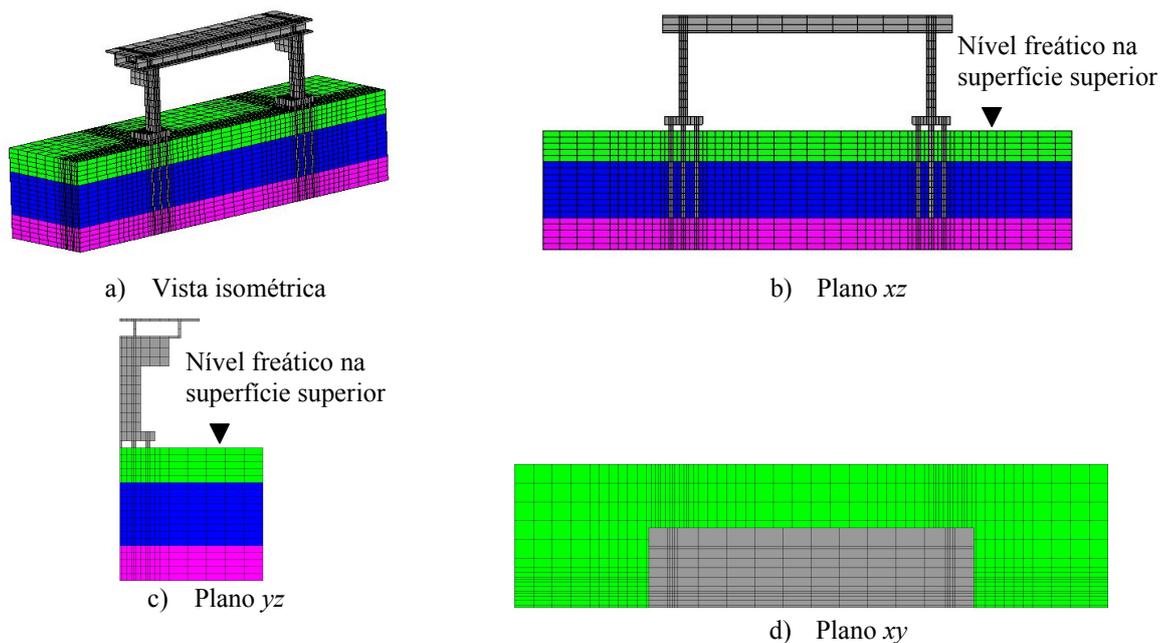


Figura 7.85: Vistas isométrica, no plano xz, yz e xy da malha de elementos finitos

Na Fig. 7.86, 7.87 e 7.88 são mostradas a poropressão, tensão vertical efetiva e deformada final, respectivamente, na massa do solo após a análise estática não-linear drenada inicial.

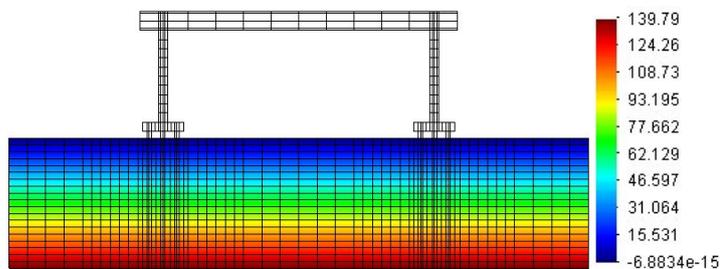


Figura 7.86: Poropressão (kPa) após a análise estática não-linear drenada

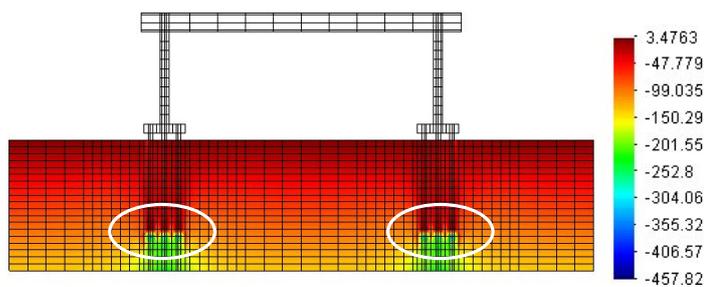


Figura 7.87: Tensão efetiva vertical inicial (kPa) após a análise estática não-linear drenada.

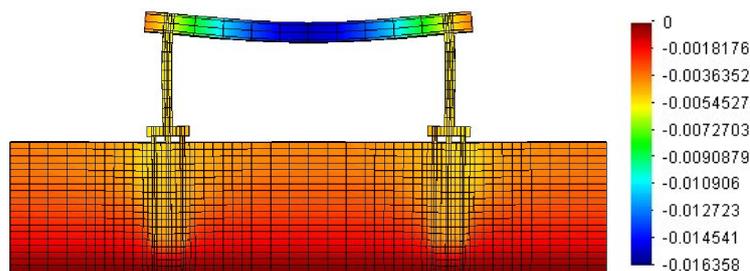


Figura 7.88: Deformada da estrutura (m) após a análise estática não-linear (fator de magnificação: 100)

Como pode-se observar, as maiores tensões estão localizadas nas pontas das estacas. Na Fig. 7.89, 7.90 e 7.91 são mostrados os padrões de excesso de poropressões, o potencial de liquefação e a deformada após da análise dinâmica. De forma similar ao estabelecido anteriormente, a separação na interface solo-estaca (como se mostra na Fig. 7.91, nas zonas encerradas pelos círculos vermelhos) é permitida nesta análise. O padrão de deformação é similar a aquela mostrada na Fig. 7.10.

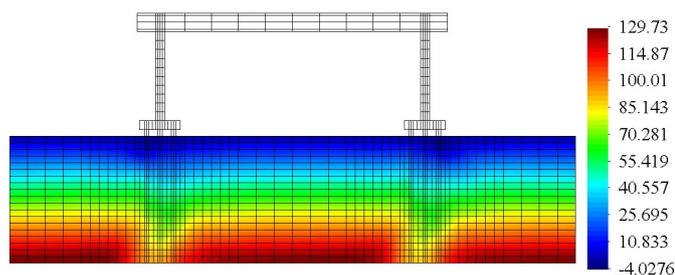


Figura 7.89: Excesso de poropressão (kPa) após a análise dinâmica

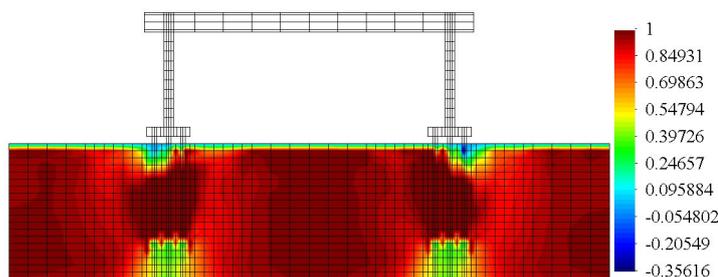


Figura 7.90: Potencial de liquefação medido através do fator r_u após a análise dinâmica

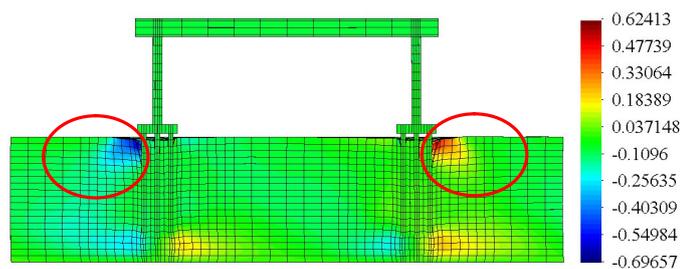


Figura 7.91: Deslocamento horizontal (m) após a análise dinâmica (fator de magnificação: 1)

7.2.3.3.3 Sistema solo-grupo de estacas-reservatório de água

Nesta aplicação, a estrutura em estudo consiste de uma reservatório de água de concreto de 0.20 m de espessura e 23 m de altura, a qual se compõe de uma parte cilíndrica com diâmetro variável e uma cúpula superior tipo fungo como se mostra na Fig. 7.92. O suporte cilíndrico tem um diâmetro em sua base de 6 m, para logo reduzir-se até um diâmetro de 3 m em sua parte superior. O diâmetro maior da estrutura superior tipo fungo é de 13.5 m. A fundação do reservatório esta composta de uma bloco de concreto de forma retangular com dimensões no plano XY de 11.5 m x 4.25 m e com 1 m de espessura. A dimensão do depósito de solo no modelo numérico é de 89.5 m x 15.25 m no plano XY e de 17.25 m de profundidade. As estacas são quadradas de 0.5 m de lado e 11.25 m de comprimento. O bloco de concreto encontra-se apoiado em 35 estacas de concreto, as quais estão espaçadas entre si cada 0.5 m; considera-se aqui que as estacas apresentam um comportamento elástico-linear. A malha de elementos finitos se compõe de 1380 elementos hexaédricos de 8 nós para a modelagem do bloco e do grupo de estacas de concreto, 28736 elementos hexaédricos de 8-8 nós para a modelagem do solo saturado, 2030 elementos finitos quadriláteros de contato de 8 nós para a modelagem da interface solo-estaca e 256 elementos finitos de casca delgada de 4 nós para a modelagem do reservatório de água. O número de equações a resolver é de 132691. Na Fig. 7.93 é mostrada em detalhe o refinamento da malha utilizado para as estacas e para interface solo-estaca. Arbitrariamente, considerou-se a frequência do carregamento de 2 Hz, para o cálculo dos coeficientes que definem a matriz de amortecimento de *Rayleigh* (de acordo com o procedimento estabelecido na seção 2.2.4 e na Tabela 2.2).

Na Fig. 7.94 é mostrada a deformada da estrutura após a aplicação das forças de gravidade. Na Fig. 7.95 é mostrada a tensão média efetiva obtida de uma primeira análise estática linear, como pode-se observar na figura; a escala de valores indica zonas em tração com tensão média positiva (os resultados plotados pelo programa gráfico estão de acordo à

convenção de mecânica dos sólidos e portanto indicam zonas de tração ao redor de valores de 7.26 kPa).

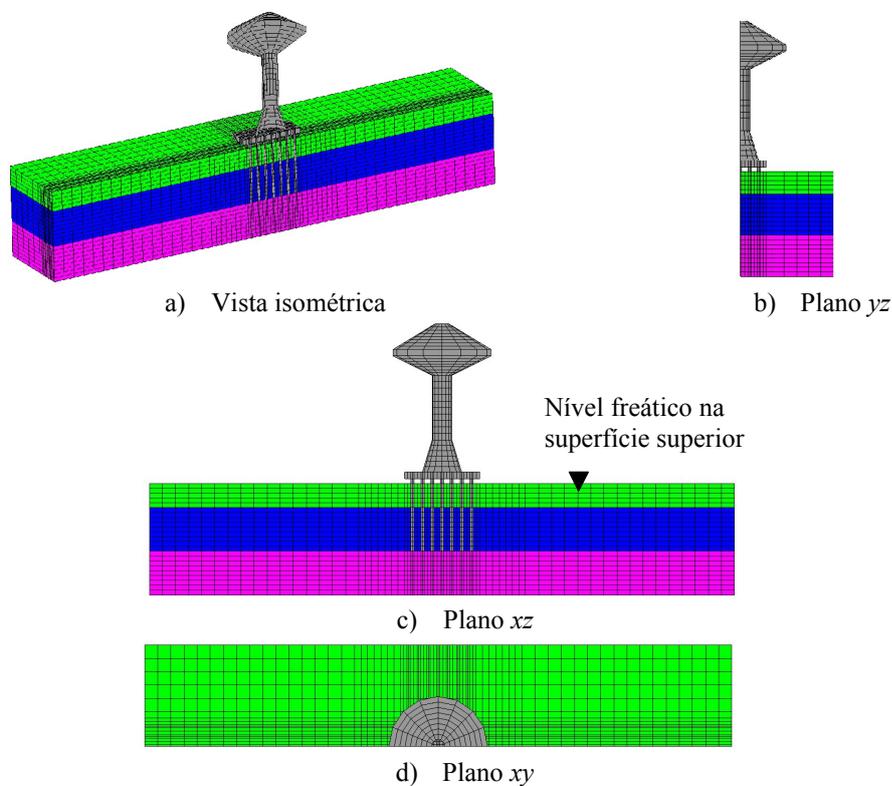


Figura 7.92: Vistas isométrica, no plano yz , xz e xy da malha de elementos finitos

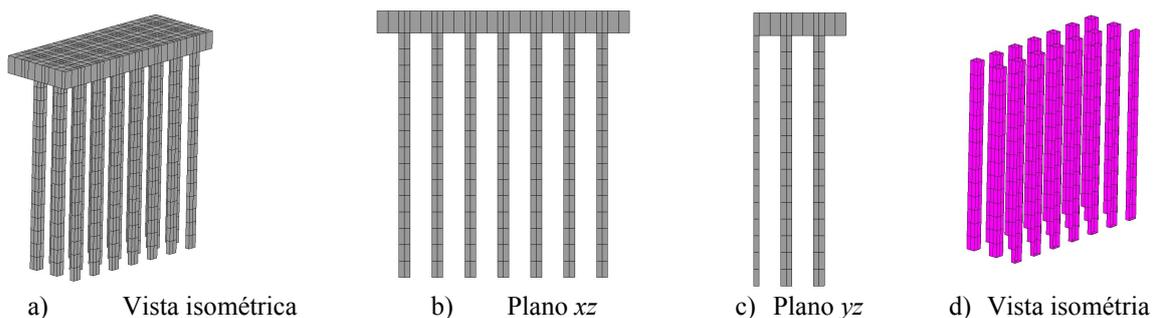


Figura 7.93: Vistas isométrica, no plano xz , yz das estacas de concreto e dos elementos de contato

O detalhe destas zonas é mostrada na Fig. 7.96, onde pode-se observar que essas zonas correspondem às regiões localizadas na vizinhança das estacas de concreto (plano superior). Sendo assim, uma análise drenada estática não-linear é realizada para corrigir os pontos tracionados. A tensão média corrigida após esta última análise é mostrada na Fig. 7.97.

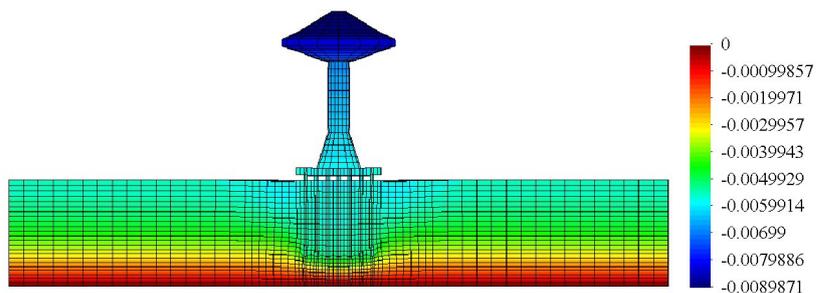


Figura 7.94: Deslocamento vertical (m) após aplicação do peso próprio (fator de magnificação: 500)

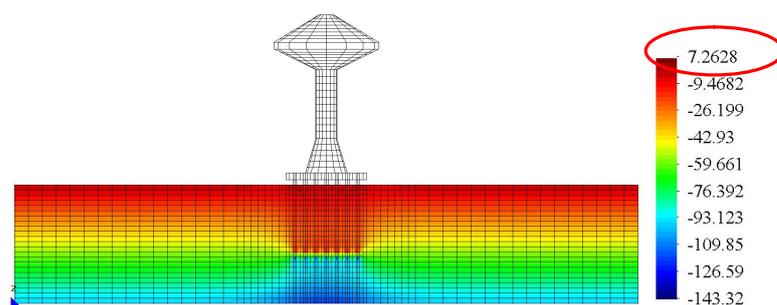


Figura 7.95: Pressão média efetiva elástica (kPa) após aplicação do peso próprio

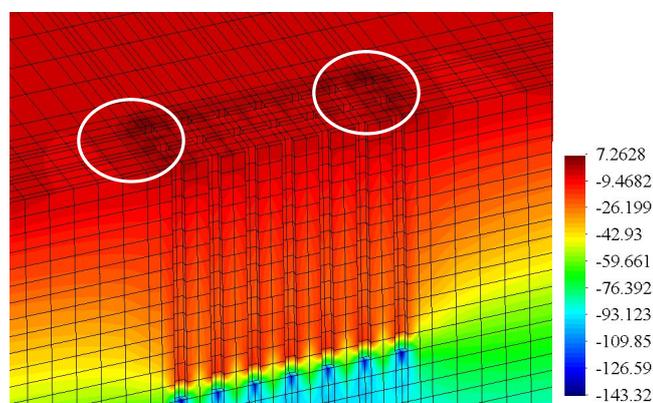


Figura 7.96: Detalhe de zonas com pressão média efetiva positiva (tração) (kPa) após aplicação do peso próprio

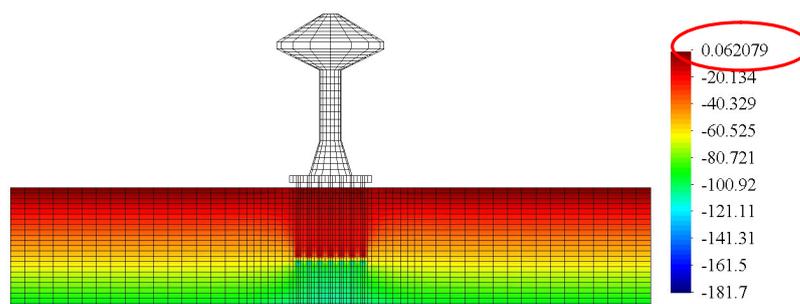


Figura 7.97: Pressão média efetiva corrigida (kPa) após aplicação do peso próprio

Na Fig. 7.98 é mostrado o padrão de excesso de poropressão ao final da análise dinâmica no domínio do solo. Na Fig. 7.99 é mostrado o potencial de liquefação na massa do solo devido ao carregamento aplicado. Como pode-se observar quase o toda a massa de solo apresenta um estado liquefeito com exceção da zona sob as estacas, onde maiores tensões verticais efetivas foram determinadas pela análise estática. Na Fig. 7.100 são mostrados os deslocamentos horizontais no sistema solo-fundação-estrutura após a análise dinâmica. Maiores deslocamentos são encontrados na zona imediatamente sob as estacas localizadas externamente.

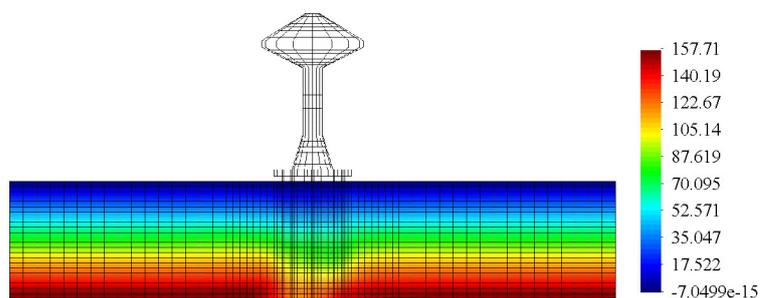


Figura 7.98: Excesso de poropressão (kPa) após o termino da aplicação do carregamento dinâmico

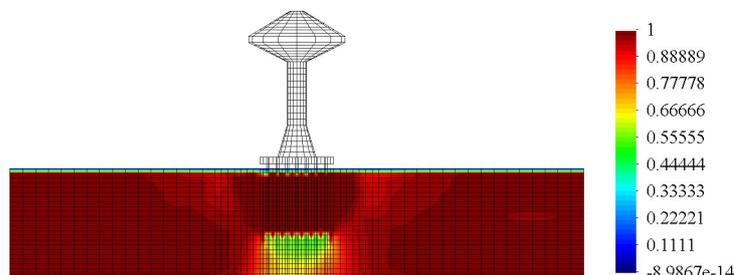


Figura 7.99: Potencialidade de liquefação medido pelo fator r_u após o termino da aplicação do carregamento dinâmico

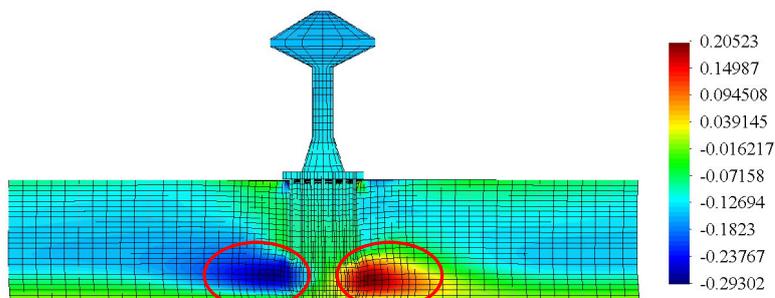


Figura 7.100: Deslocamento horizontal (m) após o termino da aplicação do carregamento dinâmico (fator de magnificação: 2)

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

8.1 RESUMO

Um dos principais objetivos desta tese foi simular numericamente os diversos fenômenos envolvidos em problemas de interação solo-estaca. Por tal razão, o programa de elementos finitos SOTRURA-DSA foi desenvolvido nesta tese utilizando a linguagem Fortran 2003. O programa também permite a modelagem numérica de problemas de interação solo-fundação-estrutura em sistemas tridimensionais ou bidimensionais com a consideração simultânea de várias características, que são as seguintes: contorno periódicos ou de radiação, não-linearidade física para a massa de solo e estaca de concreto armado, liquefação, separação e escorregamento na interface solo-estaca e consideração da super-estrutura. Os modelos clássicos de Von Mises, Tresca, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager e o modelo “*Cap model*” (Rubin e Sandler, 1979) são implementados para simular a não-linearidade do solo.

A geração de poropressões no solo é considerada mediante a utilização da formulação $u-p$ obtida a partir das equações de Biot (1956) segundo a formulação apresentada por Lewis and Schrefler (1998). A liquefação do solo é simulada através do modelo constitutivo *PZ-Mark III* (Pastor *et al.*, 1990). A estaca de concreto armado é modelada com um modelo constitutivo chamado *DARC3* baseado na tese doutoral de Cervera (1986) e dissertação de mestrado de Gomes (1997) e que leva em consideração a não-linearidade do concreto em compressão conjuntamente com um algoritmo de monitoração para a fissuração por tração. As armaduras de reforço podem ser representadas por modelos distribuídos ou discretos incorporados. Escorregamento na interface concreto-armadura pode ser considerada para o caso de cabos protendidos. A separação entre a estaca e o solo é considerada mediante a utilização de elementos de contato de espessura nula (Goodman, 1979). A super-estrutura é considerada mediante a modelagem numérica de uma treliça espacial tipo prédio de vários

andares, pilar de ponte, pequena ponte e um reservatório tipo domo. Os resultados obtidos foram apresentados em termos de curvas força-deslocamento, históricos de deslocamentos, históricos de excesso de poropressões, momentos fletores, padrões de fissuração e tensões para as armadura de reforço.

8.2 CONCLUSÕES

A partir dos resultados obtidos com o programa de elementos finitos SOTRURA-DSA desenvolvido nesta tese, pode-se concluir o seguinte:

Problemas monofásicos:

Para os exemplos estudados, nenhuma não-linearidade significativa é induzida pelo processo de separação em estacas carregadas lateralmente de forma cíclica com solo elástico. Quase toda a energia liberada pelo sistema solo-estaca é controlada pela não-linearidade do solo. O valor de penalidade adotado na simulação de processos de abertura e escorregamento tem um efeito considerável na resposta final do sistema solo-estaca. Valores grandes de penalidades fornecem resultados mais precisos, porém o número de iterações no algoritmo numérico não-linear aumenta substancialmente. Valores de penalidade ao redor de $k_n = k_s = 16G_s$, onde G_s é o módulo cisalhante do solo, fornecem resultados numéricos minimamente aceitáveis, enquanto o mau condicionamento da matriz de rigidez do sistema é quase inexistente. Maiores estudos paramétricos devem ser realizados para obter uma conclusão geral sobre esse valor.

Para simular processos de escorregamento em estacas carregadas axialmente, é necessário utilizar malhas de elementos finitos bastante refinadas quando elementos de contato não são considerados na interface solo-estaca. Contrariamente, malhas pouco refinadas, porém com elementos de contato na interface, fornecem resultados comparáveis aos obtidos no primeiro caso. Não obstante, deve-se ter cuidado em situações onde possíveis processos de abertura possam acontecer principalmente na parte inferior das estacas em contato com o solo circundante.

Teoricamente para o mesmo problema em questão, a modelagem numérica tridimensional e axissimétrica por elementos finitos devem fornecer resultados idênticos. Não obstante, algumas diferenças entre essas análises são reportadas neste trabalho e em outras

referências (Vide seção 7.2.1.3) devido à diferente geração automática de tensões iniciais utilizada em cada análise. As tensões iniciais são geradas em forma radial numa malha axissimétrica, entretanto essas seguem as direções dos eixos globais cartesianos numa malha tridimensional. Outra diferença é atribuída aos diferentes tipos de elementos finitos de contato utilizados na interface solo-estaca para cada análise e à lei de atrito considerada. Nessas condições, a capacidade última de estacas carregadas axialmente é maior em modelos numéricos tridimensionais podendo a capacidade última do sistema solo-estaca alcançar valores até 30% maiores em relação aos resultados obtidos com modelos axissimétricos equivalentes. Além disso, quando o efeito de escorregamento na interface solo-estaca é considerado, essas capacidades últimas podem diminuir até 25%, dependendo do valor de coeficiente de atrito utilizado.

O efeito de dilatância num solo sem coesão foi estudado em estacas carregadas axialmente mediante curvas de recalque versus carregamento axial. A resposta do sistema solo-estaca é sensível à eleição do valor adoptado de ângulo de dilatância. A capacidade da estaca alcança aparentemente um escoamento definido (embora este efeito é menor em modelos tridimensionais) em solo não-dilatante (regra de fluxo não-associada com $\psi = 0$), enquanto uma regra de fluxo associada fornece uma resposta quase-linear para todos os níveis de carregamento. A diferença significativa entre solo totalmente dilatante (regra de fluxo associada) e não-dilatante ($\psi = 0$) é grandemente reduzida pela presença de elementos de contato na interface solo-estaca. Sendo assim, uma menor capacidade de carregamento sempre é observada quando elementos de contato estão presentes na modelagem numérica. Portanto, o modelamento de dilatância no solo (com regra de fluxo não-associada) cria incertezas na resposta do sistema solo-estaca, que são reguladas pela presença de elementos de contato com atrito. Por outro lado, o custo computacional aumenta substancialmente nas simulações numéricas com elementos de contato.

Problemas quase-estáticos por adensamento:

Em estacas carregadas axialmente em solo poroplástico, a incorporação de elementos de interface diminui consideravelmente a resistência última da estrutura em relação à análise com interface aderente, em até 28% e 50% para coeficientes de atrito de 0.50 e 0.35, respectivamente, segundo os casos estudados por Sedaroglu (2010). Neste trabalho, a consideração de escorregamento na interface solo-estaca também diminui a capacidade última da estrutura, porém num 10% para um coeficiente de atrito de 0.70 para o problema estudado

na seção 7.2.2.1 desta tese. Não obstante, esse último valor é ainda 25% maior em relação ao valor obtido de uma análise axissimétrica equivalente (ver conclusão anterior entre análise axissimétrica e tridimensional).

Em situações não-drenadas em estacas carregadas lateralmente em solo sem coesão, um maior deslocamento lateral (aproximadamente duas vezes) é observado para o solo não-dilatante (aquele com regra de fluxo não-associada e $\psi = 0$) em relação ao solo dilatante (regra de fluxo associada). Solos com comportamento dilatante apresentam um comportamento mais rígido devido a sua característica dilatativa após sua falha. Isto é, as pressões de confinamento aumentam e portanto essas incrementam a resistência do solo. Por outro lado, a resposta em termos de curva carregamento lateral versus deslocamento lateral é quase-linear em condições não-drenadas (carregamento rápido) para todos os níveis de carregamento considerados, enquanto a resposta drenada é claramente não-linear desde o início da análise. O comportamento dilatante do solo com regra de fluxo associativa resulta em uma expansão do solo adjacente à parte superior da estaca, como consequência disso, poropressões negativas são desenvolvidas nestas zonas. A zona de poropressão negativa utilizando uma regra de fluxo associada é maior que aquela utilizando uma regra de fluxo não-associada.

A incorreta definição de tensões iniciais ou a omissão destas nos elementos de contato ao início da análise numérica faz com que a resposta subsequente por adensamento e o padrão de deformação global do sistema solo-estaca possa se afastar significativamente da solução real. Os resultados apresentados na seção 7.2.2.2 mostram que os deslocamentos laterais podem incrementar-se até duas vezes do valor obtido com interface aderente, sendo que o momento fletor aumenta em até 25% em relação ao caso aderente e o comprimento da estaca em abertura é aproximadamente igual a $5 D_p$, onde D_p é o diâmetro da estaca. Por outro lado, a correta definição de tensões iniciais nos elementos de contato faz com que a resposta seja ligeiramente (com fins práticos) diferente em relação à resposta aderente para o nível de carregamento considerado. Essas mudanças estão ao redor de 12.5% tanto para deslocamentos como para momentos fletores. O comprimento de abertura na interface solo-estaca é de $0.5 D_p$ para este último caso.

Problemas dinâmicos em meios saturados:

Durante a simulação de ensaios centrífugos dinâmicos de sistemas solo-estaca, especial cuidado deve-se ter quando se comparam as respostas numéricas e experimentais em termos de deslocamentos laterais, pois geralmente as caixas metálicas utilizadas nos experimentos apresentam um valor limite de deformação lateral.

A utilização de uma razão de amortecimento de 5% para massa de solo forneceu resultados coerentes para os exemplos estudados quando o amortecimento de *Rayleigh* foi utilizado.

Para os exemplos estudados, os históricos de excesso de poropressão e deslocamentos horizontais nos pontos de monitoração, em termos de magnitudes, foram reproduzidos aceitavelmente. Não obstante, a forma zigzagueante da resposta experimental (poropressões e deslocamentos) não foi sempre reproduzida para todos os exemplos. Espera-se que uma melhor simulação seja obtida utilizando diferentes valores de razões de amortecimento e/ou realizando modificações ao modelo constitutivo *PZ-MARK III*. As modificações estão relacionadas à definição de um único conjunto de parâmetros para representar solos com diferentes densidades relativas. Modelos constitutivos para areias tais como *NorSand* e *UBCSand* também devem ser implementados. A simulação da rotação da base da estaca inserida no meio saturado e a variação da permeabilidade na massa de solo são outros aspectos a ser investigados.

Dos resultados obtidos no domínio espacial do solo, define-se a presença de uma zona característica dilatante localizada nas parcelas de solo circundante à parte superior da estaca (de forma similar ao caso de estaca carregada lateralmente em solo adensado). Além disso, a forma característica sinusoidal dos deslocamentos horizontais com a profundidade do solo para as zonas de campo livre (*free-field*) foram obtidas satisfatoriamente para todos os exemplos estudados (Vide Fig. 7.52 e 7.59). O índice de potencial de liquefação foi definido perto de 1, principalmente para a camada superior de 5 m de solo, reproduzindo assim claramente os fatos estabelecidos nos relatórios experimentais.

Os elementos de hexaédricos mistos de 8-8 nós apresentaram um comportamento estável no cálculo dos campos de poropressões para os exemplos estudados. Este último fato foi corroborado reproduzindo os mesmos exemplos com elementos de 20-8 nós.

Sobre elemento hexaédrico estabilizado com um ponto de integração:

Procedimentos de estabilização para melhorar o comportamento dos elementos de 8-8 nós no limite impermeável e incompressível foram incluídos neste trabalho. O elemento hexaédrico de 8 nós (*SSPbrickUP*) proposto por McGann (2013) baseado na formulação $u-p$ foi implementado. Os resultados obtidos para os exemplos executados (análise não-linear para carregamento de impacto em parede de reator nuclear de concreto armado, análise por adensamento de solo saturado de fundação com lei constitutiva elástica-linear, análise não-linear de estaca em carregamento lateral cíclico com solo elasto-plástico monofásico conjuntamente com elementos de contato e outros exemplos de menor porte como a modelagens de vigas engastadas em malhas estruturadas e não-estruturadas) verificam a eficiência computacional do elemento em termos de tempo de execução e precisão de resultados, principalmente para o cálculo de deslocamentos. Não obstante, para problemas que envolvem um alto grau de plasticidade do material, um número considerável de elementos finitos devem ser considerados na modelagem numérica devido à consideração de apenas de um ponto de integração. Exemplos em situações extremas considerando liquefação de solos devem ser abordados para obter conclusões mais gerais sobre o desempenho deste elemento.

Consideração da estrutura:

Em relação à análise estática inicial drenada para a determinação das tensões efetivas e poropressões iniciais, pode-se destacar o seguinte:

A presença de uma estrutura na massa do solo faz com que o solo localizado na vizinhança com as estacas (perto do plano da superfície livre de solo) apareçam zonas em tração. Como outros modelos constitutivos baseados na teoria de estado crítico, o modelo *PZ MARK III* não é capaz aceitar pontos de integração em tração; por esse motivo, é necessário realizar uma análise não-linear para corrigir esses pontos. Uma opção é utilizar o modelo de Morh-Coulomb com coesão quase-nula, não obstante, uma melhor alternativa é utilizar o modelo *General Power Elastic-One* proposto no programa *DIANA-SWANDYNE II* (Chan, 1988). Devido à forma não-simétrica das equações de governo da análise drenada, foi necessário utilizar a versão não-simétrica do solucionador *PARDISO*. Sendo assim, a capacidade de armazenamento das variáveis utilizadas no processo de fatoração é incrementado em até quase 1.5 vezes em relação à versão simétrica.

Em relação à subsequente análise dinâmica não-linear com carregamentos harmônicos, pode-se destacar o seguinte:

Para os exemplos estudados, utilizou-se o mesmo carregamento harmônico com uma aceleração máxima de 0.3g, frequência de 2 Hz e para um tempo de registro igual a 15.98 seg. Considera-se que em estas condições o carregamento aplicado corresponde a um sismo de magnitude intermediária em termos de aceleração máxima; não obstante, o número de ciclos aplicados como essa aceleração é severa (40 ciclos) para o tempo de duração considerado. O tipo de solo é o mesmo em todos os casos e esse corresponde a uma areia fofa com densidade relativa de 40%. De acordo aos resultados obtidos, a massa de solo sempre apresentou uma grande potencialidade de liquefação (valores de r_u perto de 1), concentrando-se os maiores valores r_u nas zonas adjacentes às estacas e para as parcelas de solo localizadas entre essas. Esses resultados devem ser verificados com procedimentos ou métodos mais simples como aqueles sugeridos por Guillén (2004).

Durante o presente estudo foi verificado, tanto para a análise drenada estática como para a subsequente análise dinâmica, que em condições de solo elástico, o campo de poropressões é antissimétrico em relação à estrutura inserida no domínio do solo. Entretanto, quando uma análise inelástica é considerada, o padrão de poropressões é quase uniforme ao final da análise, formando camadas horizontais, principalmente para as regiões afastadas da estrutura. Estes tipos de padrões também foi obtido por Leung (1984).

A ativação da não-linearidade física nos elementos de interface, principalmente para situações de abertura, aumenta substancialmente o número de iterações no algoritmo de solução numérica. Além disso, não se apresentou um mau condicionamento da matriz de rigidez do sistema solo-fundação-estrutura devido à incompatibilidade entre alguns tipos de elementos finitos utilizados no modelo numérico. Por exemplo, para nós comuns a elementos hexaédricos e de casca, os graus de liberdade de rotação dos elementos de casca foram deixados livres.

Os padrões de fissuração obtidos em estacas de concreto armado, para os exemplos estudados, indicam que quase todo o comprimento destas devem ser devidamente reforçados para minimizar a fissuração. Além disso, zonas com concentração de fissuras aparecem na interseção das estacas com o bloco maciço (zona de transmissão de forças cisalhantes). Por essa razão, estas zonas devem ser cuidadosamente reforçadas.

Todas as análises numéricas foram realizadas num computador i5-2500 CPU @ 3.30 GHz, 8GB de memória RAM e 4 processadores. O maior tempo de análise corresponde ao exemplo do reservatório de água, sendo que essa demorou aproximadamente 30 horas para quase 1600 passos de tempo. O número máximo de iterações atingida para um incremento de passo de tempo foi de 60 para uma tolerância em deslocamentos de 5.0E-04. Para todos os exemplos analisados, utilizou-se o método de rigidez elástica inicial, onde a matriz de rigidez do sistema solo-fundação-estrutura é fatorado uma vez ao início da análise. Devido ao alto grau de não-linearidades envolvidas e ao fato de não ter desenvolvido procedimentos especiais de aceleração de convergência, decidiu-se não atualizar a matriz de rigidez visando garantir a convergência nos resultados obtidos.

8.3 RECOMENDAÇÕES

Melhores condições de contorno de radiação devem ser utilizadas para garantir a eliminação total do problema de reflexão de onda. No caso, dos elementos tipo *Kelvin*, esses não conseguem simular propriamente a condição de contorno de radiação especialmente para ondas incidentes com ângulo de inclinação maiores a 30°. No caso de condições de contorno periódicas, essas são o tipo padrão utilizados por muitos pesquisadores para análises por carregamento por terremoto. Não obstante, essas condições de contorno não conseguem eliminar totalmente o problema de reflexão sempre que não sejam bem localizadas, porém constituem uma melhor alternativa que condições de contorno fixas. Procedimentos mais elaborados (e mais robustos teoricamente), como o método de camada de transmissão, onde colunas de campo livre (*free-field columns*) são conectados aos contornos laterais da malha de elementos finitos mediante amortecedores devem ser implementados.

Futuros trabalhos devem incluir procedimentos de calibração com o programa *SHAKE* (Manual do *FLAC*, 1995) para a obtenção de uma razão de amortecimento mais realística na massa de solo. O amortecimento assim determinado pode ser utilizado com o método de *Rayleigh*.

Estudos complementares devem ser desenvolvidos para solos argilosos em carregamentos cíclicos utilizando modelos constitutivos adequados. Outros modelos constitutivos para a simulação do fenômeno de liquefação como por exemplo, aqueles baseados na plasticidade de varias superficies (*multisurface plasticity*, Lu 2006) devem ser explorados visando uma melhor resposta na simulação numérica dos exemplos estudados

neste trabalho. Recentemente, em Wang *et al.* (2014) apresenta-se um modelo constitutivo para areias enfatizando o comportamento após liquefação. Além disso, a validação do presente modelo numérico deve ser realizada mediante a simulação de testes experimentais centrífugos dinâmicos de grupos de estacas em solos arenosos fofos já seja utilizando o modelo *PZ MARK III* e/ou outros modelos constitutivos (*NorSand* ou *UBCsand*). A formulação de grandes deslocamentos e grandes deformações no sistema sólido-fluido deve ser inserida na presente formulação (Manzari, 1994). A inclusão de solo não-saturados na modelagem numérica considerando uma terceira fase gasosa é recomendável. Por outro lado, a presente formulação $u-p$ deve ser extendida para a formulação $u-p-U$, com a finalidade de evitar incertezas na determinação do amortecimento proporcional à velocidade, já que essa última formulação fornece este amortecimento de forma inerente.

Em Cuellar (2011) utilizou-se um elemento finito de 8-8 nós com um campo de deformação assumida baseado na formulação de Simo-Rifai para minimizar todos os problemas associados ao limite impermeável, incompressível e de travamento por cisalhamento. Alternativamente em Nuñez (2009) utilizou-se o método OSS (*Orthogonal Subgrid Stabilization*) que consiste em estabilizar a equação de continuidade mediante a adição de um termo estabilizador mais um preconditionador. Embora não tenham sido simulados problemas de grande porte neste trabalho, é opinião do autor que desde o ponto de vista numérico, é recomendável investir tempo nestes processos de estabilização visando futuras análises com milhões de graus de liberdade. Nesta última situação, os elementos hexaédricos de 20-8 nós são excessivamente custosos. Além disso, a disponibilidade de elementos com estas características é desejável devido a seu baixo custo computacional, situação útil para análises de confiabilidade estrutural, onde miles de análises numéricas devem ser realizadas e ao conforto computacional que traz trabalhar problemas de contato sem nós intermediários.

Estudos para quantificar corretamente os efeitos que exerce a poropressão na interface solo-estaca e/ou para a prescrição das poropressões em condições de abertura devem ser feitos.

Análises numéricas considerando estacas de concreto protendido devem ser estudados em futuros trabalhos. A consideração de cabos não-aderentes é viável no presente modelo numérico, sendo apenas necessário modelar corretamente a fase construtiva inicial do sistema solo-estaca para a determinação das tensões iniciais no cabo protendido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBAS H.; PAUL D.K.; GODBOLE P.N.; NAYAK G.C. Aircraft Crash upon Outer Containment of Nuclear Power Plant. **Nuclear Engineering and Design**, Vol. 160, No 1-2, p. 13-50, 1996

ABBO A.J. Finite element algorithms for elastoplasticity and consolidation, Newcastle, 1997, Ph. D Thesis, University of Newcastle, UK.

ABDOUN, T. **Modeling of seismically induced lateral spreading of multi-layered soil and its effect on pile foundations**, New York, 1997, Ph.D. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute.

AHMADI, M.M., EHSANI, M. Dynamic analysis of piles in sand based on soil-pile interaction, **14th World Conference on Earthquake Engineering**, October 12-17, Beijing, China, 2008.

ANDRIANOPOULOS K.I.; PAPADIMITRIOU A.G. AND BOUCKOVALAS G.D. Bounding surface plasticity model for the seismic liquefaction analysis of geostructures. **Soil Dyn. Earthquake Eng.**, Vol. 30, No 10, p. 895-911, 2010

AQUINO G. C. H. **Aspectos de liquefação na estabilidade de pilha de lixiviação de minério de cobre sob carregamento sísmico**. Rio de Janeiro, 2009, 170p. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

ARULANANDAN K. AND SCOTT, R. F. **Verification of Numerical Procedures for the Analysis of Soil Liquefaction Problems**, Vol 1, Swansea, U.K. : Pineridge Press, 1980.

ARULANANDAN K. AND SCOTT, R. F. Verification of Numerical Procedures for the Analysis of Soil Liquefaction Problems. **Proceedings of the International Conference on the Verification of Numerical Procedures for the Analysis of Soil Liquefaction Problems**. California, USA, 17-20, 1993.

AYDINGUN O.; ADALIER K. Numerical analysis of seismically induced liquefaction in earth embankment foundations. Part I. Benchmark model. **Canadian Geotechnical Journal**, Vol. 40(4): 753-765, 2003.

AYDINGUN O.; ADALIER K. Dynamic Analysis of Piles in Sand based on Soil-pile Interaction. **The 14th World Conference on Earthquake Engineering**, p. 12-17, 2008

AYOTHIRAMAN R. AND BOOMINATHAN A. Observed and Predicted Dynamic Lateral Response of Single Pile in Clay. **Geotechnical special publication Nro. 150, ASCE**. p. 367-374, 2006.

BABUSKA I. The finite element method with lagrange multipliers. **Numerical Mathematics**, Vol. 20, p. 179-192, 1973.

BAIG M.M.A.I. **A Consistent Segment Procedure for Solution of 2D Contact Problems with Large Displacements**, Massachusetts, 2006, 146p. PhD. Thesis, Massachusetts Institute of Technology.

BATHE K.J **Finite Element Procedures**, Prentice-Hall, 1996.

BENTLEY K.; EL-NAGGAR M.H. Numerical Analysis of Kinematic Response of Single Piles. **Canadian Geotechnical Journal**, Vol. 37, No 6, p. 1368 - 1382, 2000.

BESHARA F. B. A. and VIRDI K.S. Nonlinear Finite Element Dynamic Analysis of Two-dimensional Concrete Structures. **Computers and Structures**, Vol. 41, No 6, p. 1281 - 1294, 1991.

BETTES P. Infinite elements, **International Journal of Numerical Methods in Engineering**, Vol; 11, p. 53-64, 1977.

BICANIC N. Non-linear finite element transient response of concrete structures, Swansea, 1978, Ph. D Thesis, University of Wales, UK.

BIOT, M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid, Part I, Low-Frequency range. **Journal of the Acoustical Society of America**. Vol. 28, No.2, p. 168-178, 1956.

BOWEN, R. M. Incompressible porous media models by use of the theory of mixtures. **Int. J. Eng. Sci.** Vol. 18, p. 1129-1148, 1980.

BORJA, R. I. Conservation laws for three-phase partially saturated granular media. **Proceedings of the International Conference from Experimental Evidence Towards Numerical Modelling of Unsaturated Soils**. Weimar, Germany, 18-19, 2003.

BREZZI F. On the existence, uniqueness and approximation of saddle point problems arising from lagrange multipliers. **Journal of Numerical Analysis**, Vol. 8 p. 129-151, 1974.

BRITTO A. M; GUNN M. J. **Critical state soil mechanics via finite elements**, Halsted Press, 1987.

BYRNE B. W. A cyclic shear-volume coupling and pore pressure model for sand. **Inc Proc. of the 2nd International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, St. Louis, Report 1.24**, p. 47-56, 1991.

BYRNE B. W. Driven pipe piles in dense sands, Sydney, 1994, Honours Thesis, University of Western.

CAI Y.X.; GOULD P.L.; DESAI C.S. Nonlinear analysis of 3D seismic interaction of soil-pile-structure systems and application. **Engineering Structures**, Vol. 22, p. 191-199, 2000

CERVERA M. **Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures using Three Dimensional and Shell Finite Element Models**. Swansea, 1986, 308p. Ph.D Thesis. Department of Civil Engineering. University College of Swansea.

CERVERA M.; HINTON E. Analisis Dinamico en Rotura de Estructuras Laminares y Tridimensionales de Hormigon Amado. **Revista Internacional de Métodos Numéricos y Diseño en Ingeniería**, Vol. 3, No 1, p. 61-76, 1987

CERVERA M.; HINTON E. ; BONET J. ; BICANIC N. Nonlinear Transient Dynamic Analysis of Three Dimensional Structures – A Finite Element Program for Steel and Reinforced Concrete Materials. **Numerical Methods and Software for Dynamic Analysis of Plates and Shells**, p. 320-504, 1988

COTSOVOS D.M. and PAVOLIC N. Numerical Investigation of Concrete Subjected to Compressive Impact Loading Part 1: A Fundamental Explanation for the Apparent Strength at High Loading Rates. **Computers and Structures**, Vol. 86, No 1-2, p. 145-163, 2008.

COUSSY O. **Mechanics of porous media**. J. Wiley & Sons. Chichester, 1995.

COMODROMOS, E. M. & PITILAKIS, K. D. Response evaluation of horizontally loaded fixed-head pile groups using 3-D non-linear analysis. **Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.** Vol. 29, No. 6, p. 597-625. 2005.

COMODROMOS, E. M. AND BAREKA, S. V. Response evaluation of axially loaded fixed-head pile groups in clayey soils. **Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.** 33, No. 17, p. 1839–1865, 2009.

CHALOULOS Y. K. **Numerical investigation of pile response under liquefaction and ground lateral spreading**, Athenas, 2012, 441p. PhD. Thesis, National Technical University of Athens.

CHALOULOS Y. K.; BOUCKOVALAS, G. D. AND KARAMITROS D. K. Pile response in submerged lateral spreads: Common pitfalls of numerical modeling techniques. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Vol. 55, p. 275-287, 2013.

CHAN A. H. C.; FAMIYESIN O. O.; WOOD D. M. Numerical Prediction for Model No. 1. **Verification of Numerical Procedures for the Analysis of soil Liquefaction Problems**, Arulanadan & Scott (eds.), Davis, California, USA, p. 87-108, 1993a

CHAN A. H. C.; FAMIYESIN O. O.; WOOD D. M. Numerical Prediction for Model No. 3. **Verification of Numerical Procedures for the Analysis of soil Liquefaction Problems**, Arulanadan & Scott (eds.), Davis, California, USA, p. 489-510, 1993b

CHAN A.H. A Unified Finite Element Solution to Static and Dynamic Problems of Geomechanics, Swansea, 1988, 368p. PhD. Thesis, University College of Swansea.

CHAN, A. H. C. **User Manual for DIANA SWANDYNE-II**, School of Civil Engineering, University of Birmingham, December, 1995.

CHANG D. Inertial and lateral spreading demands on soil-pile-structure systems in liquefied and laterally spreading ground during earthquakes, California, 2007, 253p. PhD. Thesis, University of California, Davis

CHAKU, A. K. **Seismic behaviour of pile supported multistory buildings**, Delhi, 1989, PhD. Dissertation, Indian Institute of Technology, India.

CHAU K.T.; SHEN C.Y.; GUO X. Nonlinear seismic soil-pile-structure interactions: Shaking table test and FEM analyses. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Vol. 29, p. 300-310, 2009.

CHEN W. F. and BALADI G. Y. Soil plasticity: Theory and implementation, Elsevier, Amsterdam, 1985.

CHEN X. **Preconditioners for Iterative Solutions of Large-Scale Linear Systems Arising from Biot's Consolidation Equations**. Singapore, 2005, 236p. Ph.D Thesis. Department of Civil Engineering. National University of Singapore.

CHEN W. F. and MIZUNO E. **Nonlinear analysis in soil mechanics: Theory and implementation**. Elsevier Science Publishers, 1990.

CHICATA L. F. G. V. Estimation of pile tensile capacity considering instalation effects. Austin, 2000, 282p. Ph.D Thesis. University of Texas.

CHU D. M. and TRUMAN K.Z. Effects of Inertial Interaction in Seismic Soil-Pile-Structure Interaction, in B.H.V. Topping, (Editor), **Proceedings of the Ninth International Conference on Civil and Structural Engineering Computing**, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Paper 127, 2003. doi:10.4203/ccp.77.127.

CHU D. M. and TRUMAN K.Z. Pile Group Effects in Seismic Soil-Pile-Structure Interaction, in B.H.V. Topping, C.A. Mota Soares, (Editors), **Proceedings of the Fourth International Conference on Engineering Computational Technology**, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Paper 125, 2004. doi:10.4203/ccp.80.125

CHU D. **Three-Dimensional Nonlinear Dynamic Analysis of Soil-Pile Structure Interaction**. Missouri, 2006, 125p. Ph.D Thesis. Department of Civil Engineering. Washington University.

COOK R. D.; MALKUS D. S. and PLESHA M. E. **Concepts and applications of finite element analysis**, Jhon Wiley & Sons, 1989.

CUELLAR P. Pile Foundations for Offshore Wind Turbines: Numerical and Experimental Investigations on the Behaviour under Short-Term and Long-term Cyclic Loading. Berlin, 2011, 257p. Ph.D Thesis. Technischen Universitat Berlin.

CUNDALL, P. A.; BOARD, M. A. MicroComputador Program for Modeling LargeStrain Plasticity Problems, Proceedings, **6th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics**, Innsbruck Austria, p. 2101-2108, Abril, 1988.

DAFALIAS L.R. and HERMMAN Y.F. Bounding Surface Formulation of Soil Plasticity. **Soil Mechanics – Transient and Cyclic Loads**, p. 253-282, 1982

DAFALIAS Y. F. AND MANZARI M. T. Simple Plasticity Sand Model Accounting for Fabric Change Effects. **J. Eng. Mech.** Vol.130, Special issue: constitutive modeling of geomaterials, p. 622–634, 2004.

DESAI, C. S., AND SIRIWARDANE, H. J. **Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geologic materials**, Prentice Hall. 1984.

DESAI C. S.; WATHUGALA G. W.; MATLOCK H. Constitutive Model for Cyclic Behavior of Clays. II: Applications. **J. Geotech. Engrg.**, Vol. 119, issue 4, p. 730–748, 1993.

DE SOUZA NETO E. A., PERIC D. & OWEN D. R. **J. Computational Methods for Plasticity**, West Sussex, Wiley, 2008.

ELGAMAL A.; YANG Z.; PARRA E. and RAGHEB A. Modeling of cyclic mobility in saturated cohesionless Soils. **International journal of Plasticity**, Vol. 19, issue 6, p. 883-905, 2003.

EL-MOSSALLAMY Y. **Single pile and pile group in overconsolidated clay**. Plaxis 3D Foundation in Validation Manual - version 5, 14p., 2013.

EUROCODE 8, Design of structures for earthquake resistance - Part 4: Silos, tanks and pipelines. 2006. 81p.

ESLAMI M.M. ; AMINIKHAH A. ; AHMADI M.M. A Comparative Study on Pile Group and Piled Raft Foundations (PRF) behavior under Seismic Loading. **Comp. Meth. Civil Eng.**, Vol. 2, No 2, p. 185-199, 2011.

FAKHARIAN K.; AHMARI S.; AMIRI A. 3-D Numerical Investigation of Piles under Monotonic and Cyclic Lateral Loads in Clay. **Proceedings of the Eighteenth International Offshore and Polar Engineering Conference**, Vancouver, Canada, p. 670-675, 2008.

FIGUEIRAS J.A.; and POVOAS R.H.C.F. Modelling of prestress in non-linear analysis of concrete structures. **Computers & Structures**, Vol. 53, issue 1, p. 173-187, 1994.

GADRE, A., AND DOBRY, R. Centrifuge modeling of cyclic lateral response of pile-cap systems and seat - type abutments in dry sand. Technical Rep. No. MCEER-98-0010, Department of Civil and Environmental Engineering, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, 1998.

GHABOUSSI, J., WILSON, E. L., AND ISENBERG, J. Finite element for rock joints and interfaces. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE**, Vol. 99, No.10, p. 849-862, 1973.

GOMES H. M. **Análise da Confiabilidade de Estruturas de Concreto Armado usando o Método dos Elementos Finitos e Processos de Simulação**. Porto Alegre, 1997, 118p. Dissertação de Mestrado, CPGEC/UFRGS.

GONZALES L. **Centrifuge modeling of permeability and pinning reinforcement effects on pile response to lateral spreading**, New York, 2005, Ph.D. Thesis, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Rensselaer Polytechnic Institute.

GONZALES M. **The use of the soil particle size reduction technique in centrifuge modeling of pile foundation under lateral spreading of liquefied soil**, New York, 2008, Ph.D. Thesis, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Rensselaer Polytechnic Institute.

GOODMAN, R. E., TAYLOR, R. L., AND BREKKE, T. L. A model for the mechanics of jointed rock. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE**, Vol. 94(SM3), p. 637-659, 1968.

GU Q. Finite Element Response Sensitivity and Reliability Analysis of Soil-foundation-structure-interaction (SFSI) Systems. San Diego, 2008, 594p. Ph.D Thesis. University of California.

GUILLÉN J. L. C. **Estudo de modelos constitutivos para previsão da liquefação em solos sob carregamento monotônico**. Rio de Janeiro, 2004, 137p. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

GUILLÉN J. L. C. **Modelagem Elasto-plástica da Liquefação Dinâmica de Solos**. Rio de Janeiro, 2008, 246p. Tese de doutorado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

GUPTA S.; PENZIEN J.; LIN T.W.; YEH C.S. Three dimensional hybrid modeling of soil-structure interaction. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, Vol. 10, p. 69-87, 1982.

GREEN A. E. On basic equations for mixtures. **Quart. J. Mech. Appl. Math**, Vol. 22, p. 428-438, 1969.

GRIFFITHS, D. V. Numerical modelling of interfaces using conventional finite elements. **Proceedings of the 5th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics**. Nagoya, Japan, 837–844, 1985.

HASHIGUCHI, K., UENO, M. and CHEN, Z.P. Elastoplastic constitutive equation of soils based on the concepts of subloading surface and rotational hardening, **Journal of Geotechnical Engineering, JSCE**, Vol. 3, issue 36, No.547, 127–144 (in Japanese), 1996.

HASSANIZADEH M. and GRAY W. G. E. Mechanics and Thermodynamics of multiphase flow in porous media including interphase transport. **Adv. Water Res.**, Vol. 13, p. 169-186, 1990.

HINTON E. AND OWEN, D. R. J. **Finite elements in plasticity: theory and practice**, Swansea, U.K. : Pineridge Press, 1980.

HOLSCHER P. **Dynamic Response of Saturated and Dry Soils**. Delft, 1995, 178p. Ph.D Thesis. Technische Universiteit Delft.

HSL 2013 *A Collection of Fortran Codes for Large Scientific Computation*. See <http://www.hsl.rl.ac.uk/index.html>

HUANG M. **New Developments in Numerical Analysis of Dynamic and Static Soil Problems**. Wales, 1995, 301p. Ph.D Thesis. Department of Civil Engineering. University College of Swansea.

HUANG M.; YUE Z. Q.; THAM L. G.; ZIENKIEWICZ O. C. On the stable finite element procedures for dynamic problems of saturated porous media. **Numerical methods in engineering**. Vol. 61, issue 9, p. 1421-1450, 2004.

HUGHES T. J. R. **The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis**. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 2000.

HUGHES T.J.R. AND WINGET J. Finite Rotation Effects in Numerical Integration of Rate Constitutive Equations Arising in Large-deformation Analysis. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, Vol. 15, p. 1862-1867, 1980.

IQBAL M.A.; RAI S., SADIQUE M.R.; BHARGAVA P. Numerical Simulation of Aircraft Crash on Nuclear Containment Structure. **Nuclear Engineering and Design**, Vol. 243, p. 321-335, 2012.

ISAM S.; HASSAN A.; MHAMED S. 3D elastoplastic analysis of the seismic performance of inclined micropiles. **Computers and Geotechnics**, Vol 39, p. 1-7, 2012.

ITASCA CONSULTING GROUP, Fast Lagrangian Analysis of Continua (FLAC) User's guide, version 5, **Itasca Consulting Group Inc**, Minneapolis, Minnesota, USA, 2005.

IBC, International Building Code, 2009.

JAKRAPIYANUN W. **Physical modeling of dynamics soil-foundationstructure-interaction using a laminar container**, San Diego, 2002, Ph.D. thesis, University of California, San Diego.

JAVAN M. R. M.; NOORZAD A., NAMIN M.L. Three-dimensional Nonlinear Finite Element Analysis of Pile Groups in Saturated Porous Media using a New Transmitting Boundary. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, Vol. 32, p. 681-699, 2008

JEREMIC B.; CHENG Z.; TAIEBAT M.; DAFALIAS Y. Numerical Simulation of Fully Saturated Porous Materials. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, Vol. 32, p. 1635-1660, 2008

KARTHIGEYAN S.; RAMAKRISHNA V.V.G.S.T.; RAJAGOPAL K. Numerical Investigation of the Effect of Vertical Load on the Lateral Response of Piles. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, Vol 133, No 5, p. 512-521, 2007.

KIM Y.; JEONG S. Analysis of Soil Resistance on Laterally loaded Piles based on 3D soil-pile interaction. **Computers and Geotechnics**, Vol 38, p. 248-257, 2011.

KIMURA M.; ZHANG F. Dynamic Behavior of Group-pile Foundation by Three-dimensional Elasto-plastic Finite Element Analysis . **The 12th World Conference on Earthquake Engineering**, 2000

KONTOE S. **Development of time integration schemes and advanced boundary conditions for dynamic geotechnical analysis**, London, 2006, 374p. PhD. Thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine.

KUHLEMEYER R. L. AND LYSMER J. Finite Element Method Accuracy for Wave Propagation Problems, **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, Vol. 99, No. 5, p. 421-427, May 1973.

KUKREJA M. Damage Evaluation of 500 MW e Indian Pressurized Heavy Water Reactor Nuclear Containment for Aircraft Impact. **Nuclear Engineering and Design**, Vol. 235, p. 1807-1817, 2005

KRISHNAMOORTHY ; SHARMA K.J. Analysis of Single and Group of Piles. The 12th International Conference of International of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG), p. 1-6, 2008.

LEE, S. H. ; LIN, T. L. Self-Adaptive Gap/Friction Element MSC/NASTRAN. **MSC WORLD USERS CONFERENCE; 2; 39 16th World users' conference**, 1991.

LEUNG K.H. **Earthquake Response of Saturated Soils and Liquefaction**. Wales, 1984, 566p. Ph.D Thesis. Department of Civil Engineering. University College of Swansea.

LEWIS R. W.; and SCHREFLER B. A.. **The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media**, 2th ed., John Wiley and Sons Ltd., 1998.

LI X. S. Numerical Prediction for Model No. 1. **Verification of Numerical Procedures for the Analysis of soil Liquefaction Problems**, Arulanadan & Scott (eds.), Davis, California, USA, p. 169-178, 1993

LI P.; LU X. and CHEN Y. Study and analysis on shaking table tests of dynamic interaction of soil-structure considering soil liquefaction. **In proc. of the 4th International conference on earthquake engineering**, Taipei, Taiwan, 2006.

LIU G. Nonlinear and Transient Finite Element Analysis of General Reinforced Concrete Plates and Shells. Swansea, 1985, 305p. PhD Thesis. University of College Swansea

LIYANAPATHIRANA D.S.; POULOS H.G. Seismic Lateral Response of Piles in Liquefying Soil. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, Vol. 131, No 12, p. 1466-1479, 2005

LYELL C. Students elements of geology. pp 41-42, 1871.

LU, J.; HE, L.; YANG, Z.; ABDOUN, T. AND ELGAMAL, A. Three-Dimensional Finite Element Analysis of Dynamic Pile Behavior in Liquefied Ground. **Proceedings of the 11th International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, D.Doolin, A.Kammerer, Nogami, T., Seed, R.B., and (eds.), I.T., Berkeley, CA, January 7-9, Vol. 1, p. 144-148, 2004.

LU J. Parallel Finite Element Modeling of Earthquake Ground Response and Liquefaction. San diego, 2006, 359p. Ph.D Thesis. University of California

LU X.; LI P.; CHEN B.; CHEN Y. Computer simulation of the dynamic layered soil-pile-structure interaction system. **Canadian Geotechnical Journal**, Vol. 42, No 3, p. 742 - 751, 2005.

MAGHOUS, S.; LORENCI, G.; BITTENCOURT, E. Effective poroelastic behavior of a jointed rock. **Mechanics Research Communications**, Vol. 59, p. 64-69, 2014.

MAHESHWARI B.K.; TRUMAN K.Z.; GOULD P.L.; EL NAGGAR M.H. Three-Dimensional Nonlinear Seismic Analysis of Single Piles Using Finite Element Model: Effects of Plasticity of Soil. **International Journal of Geomechanics**, Vol. 5, No 1, p. 35 - 44, 2005.

- MAHESHWARI B.K.; TRUMAN K.Z.; EL NAGGAR M.H.; GOULD P.L. Three-dimensional Finite Element Nonlinear Dynamic Analysis of Pile Groups for Lateral Transient and Seismic Excitations. **Canadian Geotechnical Journal**, Vol. 41, No 1, p. 118 - 133, 2004.
- MAHESHWARI B.K.; SARKAR R. Seismic Behavior of Soil-Pile Structure Interaction in Liquefiable Soils: Parametric Study. **International Journal of Geomechanics**, Vol. 11, No 4, p. 335 - 347, 2011.
- MANUAL OF CRISP, **Technical Reference Manual**, SAGE Itasca Consulting Group, Inc., Minneapolis, Minnesota, 1999.
- MANUAL OF FLAC software, **Technical Reference Manual**, SAGE Engineering Ltd, 1995.
- MANOHARAN N.; DASGUPTA S.P. Consolidation Analysis of Elasto-Plastic Soil. **Computers & Structures**, Vol. 54, No 6, p. 1005 - 1021, 1995.
- MARTINELLI M. Comportamento dinamico di fondazioni su pali in sabbia. (*in italian*). Roma, 2012, 321p. Doctoral Thesis. Sapienza Università di Roma.
- MARTIN G. R.; SEED H. B. AND FINN W. D. L. Fundamentals of Liquefaction under Cyclic Loading, **Journal of the Geotechnical Engineering Division**, Vol. 101, No. 5, pp. 423-438, 1975,
- MASSIMINO M. R.; MAUGERI M. Physical modeling of shaking table test on dynamic soil-foundation interaction and numerical and analytical simulation. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Vol. 49, p. 1-18, 2013
- MANZARI, M. T and DAFALIAS Y.F. A critical state two-surface plasticity model for sands, **Geotechnique**, Vol. 47, p. 255-272, 1997.
- MANZARI M.T.; DAFALIAS Y.F. A critical state two-surface plasticity model for sands. **Geotechnique**, Vol. 47, No 2, p. 255-272, 2003
- MANZARI M.T. Finite Deformation Dynamic Analysis and Constitutive Modeling of Non-cohesive Soils for Liquefaction Problems. Davis, 1994, 269p. Ph.D Thesis. Office of Graduate Studies. University of California Davis.
- McGANN C. R.; ARDUINO P.; MACKENZIE-HELNWEIN P. Stabilized single-point 4-node quadrilateral element for dynamic analysis of fluid saturated porous media. **Acta Geotechnica**. Vol. 7, Issue 4, p. 297 - 311, 2012.
- McGANN C.R. **Numerical evaluation of forces on piled bridge foundations in laterally spreading soil**. Washington, 2013, 263p. Ph.D Thesis. University of Washington
- McNAMEE J. AND GIBSON R.E. Plane strain and axially symmetric problems of the consolidation of a semi-infinite clay stratum. **Quart. Journ. Mech. and Applied Math.** Vol. XIII, p. 210 - 227, 1960.
- MEROI E.A.; SCHREFLER B.A.; ZIENKIEWICZ O.C. Large strain static and dynamic semisaturated soil behaviour. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, Vol. 19 , p. 81-106, 1995

MOAYED.R.Z.; MEHDIPOUR I.; JUDI A. Undrained lateral behavior of short pile under combination of axial, lateral and moment loading in clayed soils. **Kuwait J. Sci. Eng.**, Vol 39, p. 59-78, 2012

MORLAN L. W. A simple constitutive theory for fluid saturates porous solids. **J. Geophys. Res.**, Vol 77, p. 890-900, 1972.

MUQTADIR A. AND DESAI C. S. Three-dimensional analysis of a pile-group foundation. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**. Vol.10, Issue 1, p. 41–58, January/February 1986.

MIRA P. **Análisis por Elementos Finitos de Problemas de Rotura de Geomateriales**. Madrid, 2001, 265p. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros y Caminos de la Universidad Politécnica de Madrid.

MROZ Z. and ZIENKIEWICZ O. C. An anisotropic critical state model for soils subject to cyclic loading, **Geotechnique**, Vol. 31, p.451-469, 1981.

NAZEM M.; SHENG D.; CARTER J.P. Stress Integration and Mesh Refinement for Large Deformation in Geomechanics. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, Vol. 65, p. 1002-1027, 2006

NAZEM M.; CARTER J.P.; SHENG D.; SLOAN S.W. Alternative Stress-Integration Schemes for Large-deformation Problems of Solid Mechanics. **Finite Elements in Analysis and Design**, Vol. 45, p. 934-943, 2009

NG, K. L. A. and SMALL, J.C. Behavior of joints and interfaces subjected to water pressure. **Comput. Geotech.** Vol. 20, p. 71–93, 1997.

NOVAK, M. and MITWALLY, H. Transmitting boundary for axisymmetrical dilatation problems. **Journal of Engineering Mechanics**. Vol. 114, p. 181–187, 1988.

NOFAL E. M. H. Analysis of Non-linear Soil Pile Interaction Under Dynamic Lateral Loading, 1998, 158p, Ph.D.Thesis, University of California Irvine

NUÑEZ J. R. G. **Análisis Comparativo del Fenómeno de Licuación em Arenas. Aplicación a Tumaco (Colombia)**. Barcelona, 2007, 172p. Tesis (Doctorado). Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Catalunya.

OKA F.; YASHIMA A.; KATO A.; SEKIGUCHI K. A Constitutive Model for Sand based on the Non-linear Kinematic Hardening Rule and its Application. **Proceedings of the 10th World conference on earthquake engineering**, Barcelona, p. 2529-34, 1992.

OKA, F.; YASHIMA T. A.; TAGUCHI Y. AND YAMASHITA S. A cyclic elasto-plastic constitutive model for sand considering a plastic-strain dependence of the shear modulus, **Geotechnique**, Vol.49, No.5, p. 661-680, 1999.

OKA, F.; LU C.; UZUOKA R.; ZHANG F. Numerical study of structure-soil-group pile foundations using an effective stress based liquefaction analysis method. **13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C.**, Canada August 1-6, paperNro. 3338, 2004.

OKA, F.; LU C. and ZHANG F. Numerical analysis of dynamic behaviour of pile-foundations considering liquefaction, **International Symposium on Earthquake Engineering Commemorating Tenth Anniversary of Kobe Earthquake (ISEE Kobe) Kobe and Awaji**, January 13 - 16, 2005.

OU J. H. AND CHAN A. H. C. Three Dimensional Numerical Modelling of Dynamic Saturated Soil and Pore Fluid Interaction, in B.H.V. Topping, G. Montero, R. Montenegro, (Editors), **Proceedings of the Fifth International Conference on Engineering Computational Technology**, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Paper 164, 2006. doi:10.4203/ccp.84.164

OU J. **Three-dimensional Numerical Modelling of Interaction between Soil and Pore fluid**. Birmingham, 2009, 272p. Ph.D Thesis. Department of Civil Engineering. University of Birmingham.

PANDE, G. N., and SHARMA, K. G. On joint/interface elements and associated problems of numerical ill-conditioning. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, Vol. 3, p. 293-300. 1979.

PAPADOPOULOU M.C.; COMODROMOS E.M. On the response prediction of horizontally loaded fixed-head pile groups in sands. **Computers and Geotechnics**.Vol. 37, p. 930-941, 2010

PARRA E. J. **Numerical Modeling of Liquefaction and Lateral Ground Deformation Including Cyclic Mobility and Dilatation Response in Soil Systems**. New York, 1996, 318p. Ph.D Thesis. Faculty of Rensselaer Polytechnic Institute. Rensselaer Polytechnic Institute.

PASTOR M.; ZIENKIEWICZ O.C., LEUNG K.H. Simple Model for Transient Soil Loading in Earthquake Analysis. II Non-Associative Models for Sands. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, Vol. 9 , p. 477-498, 1985

PASTOR M. ; ZIENKIEWICZ O.C. A Generalized Plasticity, Hierarchical Model for Sand under Monotonic and Cyclic Loading. **2nd International Symposium on Numerical Models in Geomechanics NUMOG II**, p. 131-150, 1986

PASTOR, M.; ZIENKIEWICZ, O. C.; and CHAN, A. H. C. Generalized Plasticity and the Modelling of Soil Behaviour. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, Vol. 14, p. 151-190, 1990.

PASTOR M. ; TONGCHUN L. ; MERODO J.A. Stabilized Finite Elements for Harmonic Soil Dynamics Problems near the Undrained-incompressible Limit. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Vol. 16, p. 161-171, 1997

PETRAKIS. I. An Investigation into the Sensivities of the DARC3 Concrete Model for the Nonlinear Dynamic Analysis of Reinforced Concrete Structures. Swansea, 1993, 105p. MSc. Thesis. Department of Civil Engineering. University College Swansea.

PREVOST J.H. A simple plasticity theory for frictional cohesionless soils. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Vol. 4, p. 9-17, 1985.

PREVOST. J.H. **DYNAFLOW: A nonlinear transient finite element analysis program.** NJ, 1981, Department of Civil Engineering and Operations Research. Princeton University.

POTTS, D. M., AND ZDRAVKOVIC, L. **Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering: Theory**, Thomas Telford, 2001.

POVOAS R.H.C.F **Modelos Não-lineares de Análise e Dimensionamento**, Porto, 1991, 423p. Dsc. Tese, Universidade de Porto.

RAHMANI A. and PAK A. Dynamic behavior of pile foundations under cyclic loading in liquefiable soils. **Journal of computers and geotechnics**. Vol 40, p. 114-126, 2012.

RAHMANI A.; TAIEBAT M. Nonlinear dynamic analysis of Meloland Road Overpass using three-dimensional continuum modeling approach. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Vol. 57, No 12, p. 121-132, 2014

RANDOLPH M.F.; CARTER J.P. AND WROTH C.P. Driven piles in clay – the effects of installation and subsequent consolidation. **Géotechnique**, Vol. 29, No 4, p. 361-393, 1979

REESE, L. C., AND MATLOCK, H. Non-dimensional solutions for laterally loaded piles with soil modulus assumed proportional to depth. **Proceedings Eighth Texas Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**, 1956.

SANDLER I. S. AND RUBIN D. **An algorithm and a modular subroutine for the CAP model.** International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. Vol. 3, issue 2, p. 173-186, 1979.

SARKAR R. **Three dimensional seismic behavior of soil-pile interaction with liquefaction.** Roorkee, 2009, 168p. Ph.D Thesis. Indian Institute of Technology Roorkee.

SARKAR R.; MAHESHWARI B.K. Effects of separation on the behavior of soil-pile interaction in liquefiable soils. **International Journal of Geomechanics**, Vol. 12, No 1, p. 1-13, 2012.

SCHANZ M. AND CHENG A. D. Transient wave propagation in a one-dimensional poroelastic **Colum. Acta Mechanica**, Vol. 145, p. 1-18, 2000.

SCHIFFMAN, R.L., CHEN, A.T.-F., and JORDAN, J.C. An analysis of consolidation theories. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE**. Vol. 95, p. 285–312, 1969.

SERDAROGLU M. S. Nonlinear analysis of pile driving and ground vibrations in saturated cohesive soils using the finite element method, Iowa, 2010, 226 p., PhD. Thesis, University of Iowa.

SHANZ M.; CHEN A.H.D. Transient Wave Propagation in One-dimensional Poroastic Column. **ACTA Mechanica**, Vol. 145, p. 1-18, 2000

SHIOMI T. **Nonlinear Behaviour of Soils in Earthquake.** Wales, 1983, 305p. Ph.D Thesis. Department of Civil Engineering. University College of Swansea.

SKEMPTON A. W. **The pore pressure coefficients A and B**, Géotechnique, Vol.4 p. 143-147, 1954.

SLOAN S.W.; ABBO A.J.; SHENG D. Refined Explicit Integration of Elasto-plastic Models with Automatic Error Control. **Engineering Computations**, Vol. 18, No 1/2, p. 121-154, 2001

SMITH I. M.; GRIFFITHS D. V., **Programming the Finite Element Method**, John Wiley and Sons Ltd., 2004.

SMITH I. M.; GRIFFITHS D. V.; and Margetts L. **Programming the Finite Element Method**, 5th ed., John Wiley and Sons Ltd., 2014.

SPILIOPOULOS K.V.; LYKIDIS G.CH. An Efficient Three-dimensional Solid Finite Element Dynamic Analysis of Reinforced Concrete Structures. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, Vol. 35, p. 137 - 157 , 2006.

SOARES J. Iterative Dynamic Analysis of Linear and Nonlinear Fully Saturated Porous Media Considering Edge-based Smoothed Meshfree Techniques. **Computer Methods in Applied Mechanics**, Vol. 253, p. 73 - 88 , 2013.

SOARES J. Análise Dinâmica de Sistemas não Lineares com Acoplamento do Tipo Solo-fluido-estrutura por Intermediário do Método dos Elementos Finitos e do Método dos Elementos de Contorno. Rio de Janeiro, 2004, 235p. Tese de Doutorado. Programa de Pós-graduação de Engenharia. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

SOARES J. ; TELLES J.C.F. ; MANSUR W.J. A Time-domain Boundary Element Formulation for the Dynamic Analysis of Non-linear Porous Media. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, Vol. 30, p. 363 - 370 , 2006.

SELVADURAI A. P. S. AND NGUYEN T. S. Computational modelling of isothermal consolidation of fractured media. **Comp. Geotech.** Vol. 17, p. 39–73, 1995.

SNYMAN M.F. and MARTIN J. B. A consistent formulation of CERECAM, Rondebosch, 1991, Rep. 168p., Univ. of Cape Town.

STRUCKMEIER V. **A Computational Model for Seismically induced Liquefaction**. Hamburg, 2007, 140p. Ph.D Thesis. Faculty of Engineering. University of Florence.

SUSHMA P.; KUMAR P. R. Numerical Modeling of Interface Between Soil and Pile to Account for Loss of Contact during Seismic Excitation. **15th World Conference on Earthquake Engineering**, 2012

TABATABAIEFAR S.H.R. **Determining Seismic Response of Mid-rise Building Frames Considering Dynamic Soil-Structure Interaction**, Sydney, 2012, 238p. Ph.D. Thesis, University of Technology Sydney (UTS).

TAIEBAT M.; JEREMIC B.; DAFALIAS Y.F.; KAYNIA A.M.; CHENG Z. Propagation of Seismic Waves through Liquefied Soils. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Vol. 30, N 4, p. 236-257, 2010

- TAIEBAT H.A.; CARTER J.P. A semi-analytical finite element method for three-dimensional consolidation analysis. **Computers and Geomechanics**, Vol. 28, p. 55-78, 2001
- TAKAHASHI A. **Soil-pile Interaction in Liquefaction-induced Lateral Spreading of Soils**, Tokyo, 2002, 157p. PhD. Thesis, Tokyo Institute of Technology.
- TAMAYO J. L. P. **Análise numérica de vigas mistas pelo método dos Elementos Finitos**. Porto Alegre, 2011, 164p. Dissertação de Mestrado, CPGEC/UFRGS.
- TANG X. ; DI Y. ; LUANG M.; SAWADA S.; SATO T. 3-D Nonlinear Analysis of Soil-Pile Interaction in Liquefiable Soil Using Adaptive Mesh Refinement. **4th International Conference on Earthquake Engineering**, Taiwan, paper no 039, 2006
- TAZOH T.; SHIMIZU K. AND WAKAHARA T. Seismic Observations and Analysis of Grouped Piles. **Response of pile Foundations, ASCE Geotechnical special publication**. T. Nogami T. (ed). No. 11, 1-20, 1987.
- TERZAGHI K. **The shearing resistance of saturated soils**. Proc. First Int. Conf. International on Soil Mechanics & Foundation Engineering, Cambridge. Vol 1. pp. 54 -56, 1936.
- TROCHANIS A.M.; BIELAK J.; CHRISTIANO P. **A Three-dimensional Nonlinear Study of Piles Leading to the Development of a Simplified Model**. Carnegie, 1988, 175p. Technical Report. Department of Civil Engineering. Carnegie Institute of Technology.
- UZUOKA R.; SENTO N.; KAZAMA M.; ZHANG F.; YASHIUMA A. and OKA F. Three-dimensional numerical simulation of earthquake damage to group-piles in a liquefied ground. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Vol. 27, p. 395 - 413 , 2007.
- VON ESTORFF O.; PAIS A.L.; KAUSEL E. Some observations on time domain and frequency domain boundary element. **International Journal of Numerical Methods in Engineering**, Vol. 29, p. 785-800, 1990
- WANG R.; ZHANG J. AND WANG G. A unified plasticity model for large post-liquefaction shear deformation of sand. **Computers and Geotechnics**, Vol. 59, p. 54-66, 2014.
- WANG G. AND SITAR N. Numerical analysis of piles in elasto-plastic soils. **Proceedings of the 17th ASCE Engineering Mechanics Conference**, University of Delaware, Newark, June 14-16, 2004.
- WAKAI A.; GOSE S.; UGAI K. 3-D Elasto-Plastic Finite Element Analyses of Pile Foundations Subjected to Lateral Loading. **Soils and Foundations**, Vol. 39, No 1, p. 97-111, 1999
- WILSON D. W. Soil-Pile-Superstructure interaction in liquefying sand and soft clay. Davis, 1998, 173p. Ph.D Dissertation. University of California.
- WILSON E.L. Three-dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures. **Computers and Structures**, Inc., Berkeley, California, USA, 2002
- WHITAKER S. Simultaneous heat mass and momentum transfer in porous media: a theory of drying. **Advances in Heat Transfers.**, Vol. 13, Academic Press, New York. 1977.

WU G.; FINN W.D.L. Dynamic Nonlinear Analysis of Pile Foundations Using the Finite Element Method in Time Domain . **Canadian Geotechnical Journal**, Vol. 34, No 1, p. 44-52, 1997

YANG Z.; ELGAMAL A. Numerical Modeling of Earthquake Site Response including Dilatation and Liquefaction, Research Project, University of California, San Diego 2000.

YANG S. A Unified Model for Sands and Its Applications into Geotechnical Analysis, 182p. PhD. Thesis, Columbia University, 2005.

YERLI H.R.; TEMEL B.; KIRAL E. Transient Infinite Elements for 2D soil-structure interaction analysis. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, Vol. 124, No 10, p. 976-988, 1998

YERLI H.R.; KACIN S. AND KOCAK S. A parallel finite–infinite element model for two-dimensional soil–structure interaction problems. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, Vol. 23, p.249-253, 2003.

ZHANG H.W.; WANG K.P.; CHEN Z. Material point method for dynamic analysis of saturated porous media under external contact/impact of solid bodies. **Comput. Methods Appl.**, Vol. 198, p. 1456-1472, 2009

ZHANG F. AND KIMURA M. Numerical prediction of the dynamic behaviors of an RC group-pile foundations subjected to cyclic lateral loading up to the ultimate state. **Soil and Foundations.**, Vol. 40, p. 1-17, 2002

ZIENKIEWICZ O.C.; CHANG C.T., BETTES P. Drained, undrained, consolidating and Dynamic Behavior Assumptions in Soil. **Géotechnique**, Vol. 30, No 4, p. 385-395, 1980

ZIENKIEWICZ O.C.; LEUNG K.H., PASTOR M. Simple Model for Transient Soil Loading in Earthquake Analysis. I Basic Model and its Application. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, Vol. 9 , p. 453-476, 1985

ZIENKIEWICZ O.C.; CHAN A.H.C, PASTOR M.; SCHREFLER B.; SHIOMI T. **Computational Geomechanics with Special reference to Earthquake Engineering**, John Wiley and Sons Ltd., Chichester, 1999.

ZIENKIEWICZ O.C.; SHIOMI T. Dynamic Behaviour of Saturated Porous Media: The Generalized Biot Formulation and its Numerical Solution. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, Vol. 8, No 1, p. 71-96, 1984.

ZIENKIEWICZ O.C. AND TAYLOR, R. L. **The finite element method**, 5th edition, Butterworth heinemann, Oxford, U.K, 2000.

ZIENKIEWICZ, O.C; TAYLOR R.L. AND ZHU J.Z. **The Finite Element Method–Its Basis and Fundamentals**, Vol. 1, Butterworth-Heinemann, 2005.

ZIENKIEWICZ O.C.; BICANIC N. AND SHEN F.Q. Earthquake input definition and the transmitting boundary conditions. **Advances in Computational Nonlinear Mechanics**, p. 109-138, 1989.

APÊNDICE A

A.1 Fluxograma do programa de cômputo implementado: SOTRURA-DSA

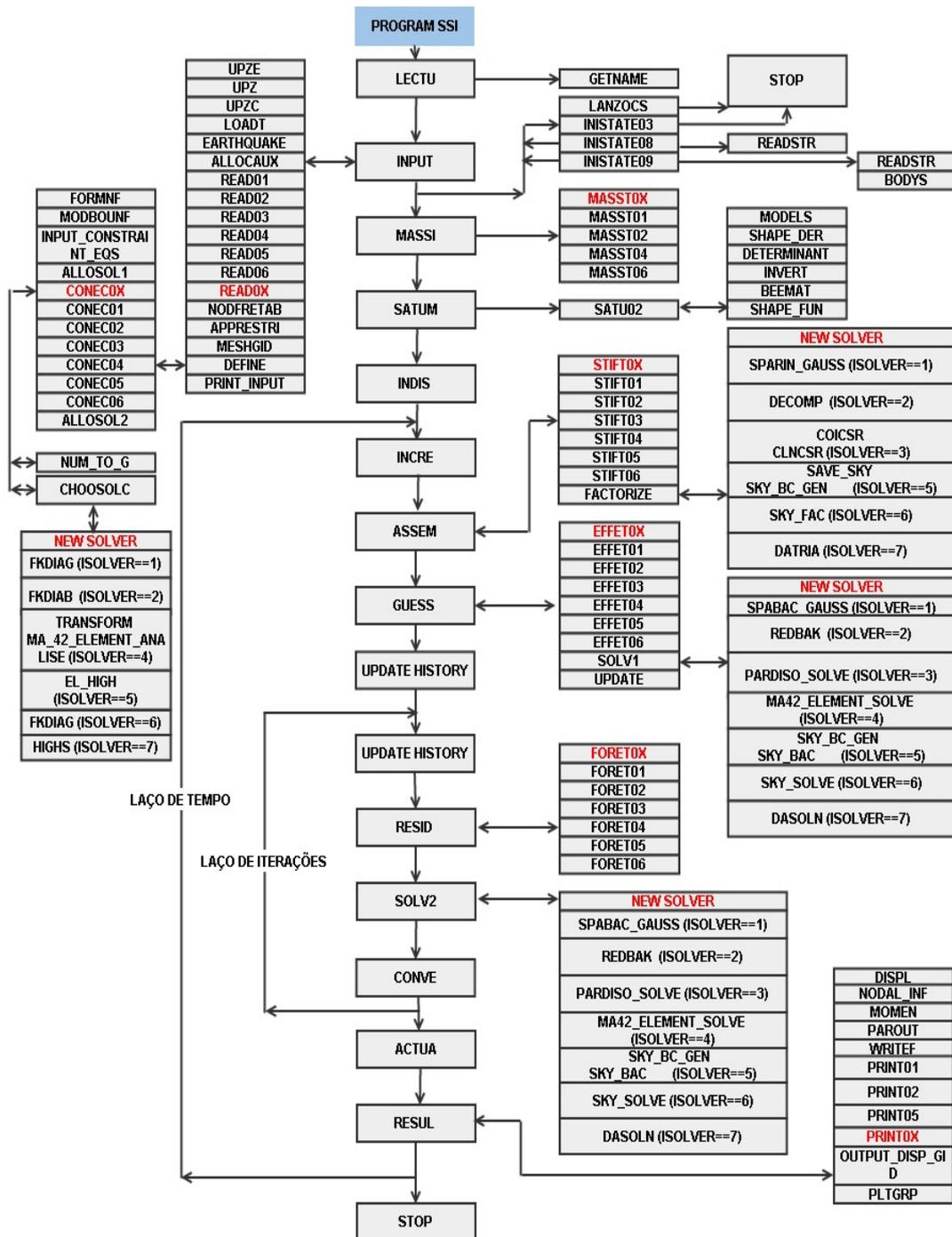


Figura A.1: Fluxograma do programa principal

A continuação segue uma breve descrição da funcionalidade das rotinas implementadas no fluxograma anterior.

LECTU: Le os dados referentes à geometria e propriedades dos elementos finitos

INPUT: Le os dados referentes à geometria, condições de contorno e propriedades dos elementos finitos utilizadas na modelagem corrente.

MASSI: Calcula a matriz de massa M dos elementos. Essa pode ser consistente ou agrupada.

SATUM: Determina e armazena as matrizes Q , H , S , G e \tilde{H} referentes aos elementos saturados (elem02).

INDIS: Zera os deslocamentos, velocidades e acelerações iniciais se for necessário.

INCRE: Incrementa o carregamento para o passo de tempo corrente.

ASSEM: Montagem das matrizes de rigidezes dos elementos.

GUESS: Determina a predição inicial dos deslocamentos, velocidades e acelerações necessárias para inicializar o processo iterativo de Newton-Raphson.

UPDATE_HISTORY: Recupera as tensões do incremento anterior convergido.

RESID: Determina as forças internas dos elementos.

SOLV2: Solução do sistema de equações de acordo ao tipo de solucionador adotado.

CONVE: Verifica se a convergência do processo é atingida. Critério baseado na norma de deslocamentos.

ACTUA: Reduz o passo de tempo sempre que o processo não convergiu.

RESUL: Imprime os resultados referentes ao passo ou incremento de tempo atual.

LANZOCs: Utiliza o algoritmo de Lanczos para determinar os períodos e modos de vibração da estrutura.

INISTATE03: Realiza a análise estática não-linear inicial da estrutura. Escreve os resultados referentes às deformações e tensões efetivas iniciais nos arquivos de saída.

INISTATE08: Le os arquivos iniciais referentes às tensões efetivas iniciais a serem utilizadas na subsequente análise dinâmica.

INISTATE09: Le os arquivos iniciais referentes às deformações e tensões efetivas iniciais a serem utilizadas na subsequente análise dinâmica.

MODELS: Módulo que contém os diferentes módulos constitutivos de solo.

SHAPE_DER: Determina as derivadas das funções de interpolação do elemento finito.

DETERMINANT: Determina o determinante da matriz de Jacobiano.

INVERT: Calcula a inversa da matriz de Jacobiano.

BEEMAT: Determina a matriz B que relaciona as deformações e deslocamentos do elemento.

SHAPE_FUN: Avaliação das funções de interpolação do elemento finito.

BODYS: Calcula as forças de corpo da parte sólida e de fluido.

READSTR: Le os valores referentes às poropressões e tensões efetivas iniciais para os elementos saturados e tensões totais para os elementos não saturados.

UPZE: Determina os parâmetros para análise estática.

UPZ: Determina os parâmetros de passo de tempo para análise dinâmica.

UPZC: Determina os parâmetros de passo de tempo para análise de consolidação.

LOADT: Determina os incrementos de carregamento para o tipo de carregamento selecionado.

EARTHQUAKE: Le as acelerações de entrada e interpola essas de acordo ao passo de tempo utilizado para a análise dinâmica.

ALLOCAUX: Alocamento das matrizes auxiliares.

NODFRETAB: Inicializa arreglos de conectividades dos elementos de acordo seus graus de liberdade permitido.

APPRESTRI: Asigna as condições de contorno à matriz de conectividades.

MESHGID: Crea o arquivo com formato de GID (pré-processador) para visualizar a malha de elementos finitos.

DEFINE: Le carregamento aplicado no nós da estrutura e cria as matrizes de conectividades para cada elemento finito na malha.

ALLOSOL2: Alocamento das matrizes necessárias para o tipo de solucionador corrente.

NUM_TO_G: Cria o vetor de conectividade para o elemento atual

CHOOSOLC: Emsamblagem dos punteros referentes ao armazenamento da matriz de rigidez corrente.

DISPL: Imprime deslocamentos dos nós.

NODAL_INF: Imprime resultados referentes a poropressões, deslocamentos, velocidades, acelerações dos nós solicitados.

MOMEN: Determina os momentos fletores nos elementos de estaca.

PAROUT: Imprime resultados referentes a poropressões, deslocamentos, velocidades, acelerações, momentos fletores, tensões para um grau de liberdade particular ou para um ponto de integração.

WRITEF: Escreve os resultados de tensões e poropressões.

OUTPUT_DISP_GID: Imprime arquivo de resultados de com o formaro de GID para visualizar os deslocamentos, excesso de poropressões e índices de potencialidade de liquefação.

PLTGRP: Imprime os resultados dos pontos de integração fissurados para a posterior visualização de padrões de visualização no MATLAB.

O fluxograma utilizado para o cálculo da matriz de rigidez do elemento elem02 (elemento saturado) e sua emsamblagem são mostradas na Fig. A.2. Na Fig. A.3 é mostrado o fluxo do cálculo das forças internas para este mesmo elemento.

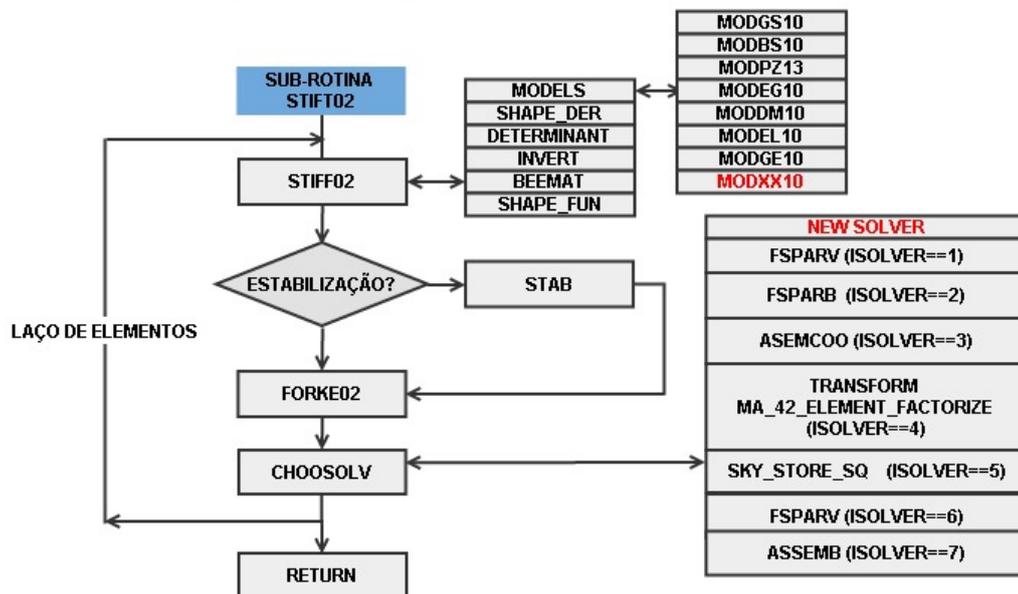


Figura A.2: Fluxograma do cálculo da rigidez do elemento ELEM02 (elemento saturado)

STIFF02: Determina matriz de rigidez do elemento saturado.

STAB : Adiciona matriz de estabilização à fase sólida ao elemento de um ponto de integração.

FORKE02 : Forma a matriz de rigidez efetiva necessária para a análise dinâmica ou estática por cosnolidação.

CHOOSOLV : Escolhe o tipo de solucionador a utilizar.

SHAPE_DER :Determina as derivadas naturais das funções de forma do elemeto finito.

DETERMINANT: Determina o determinante da matriz Jacobiana.

INVERT: Determina a inversa da matriz Jacobiana.

BEEMAT: Determina a matriz deslocamento-deformação.

SHAPE_FUN : Determina as as funções de forma do elemento finito.

MODELS: Módulo que contem os diferentes modelos constitutivos:

MODGS10: Modelo Geral que considera os modelos constitutivos de Von Mises, Tresca, Mohr-Coulomb e Drucker-Prager com algoritmo de integração explícito de Sloan.

MODBS10: Modelo cíclico para solos argilosos baseado na teoria de superfície limite (Hermman e Dafalias, 1981).

MODPZ13: Modelo cíclico para areias baseado na teoria Plasticidade Generalizada (Pastor e Ziekiewicz, 1990).

MODEG10: Modelo Geral que considera os modelos constitutivos de Von Mises, Tresca, Mohr-Coulomb e Drucker-Prager com algoritmo de integração explícito de Hinton e Owen (1980).

MODDM10: Modelo Cam-Clay para argilas

MODEL10: Modelo linear elástico

MODGE10: Modelo elástico geral não-linear variavel com a tensão de confinamento.

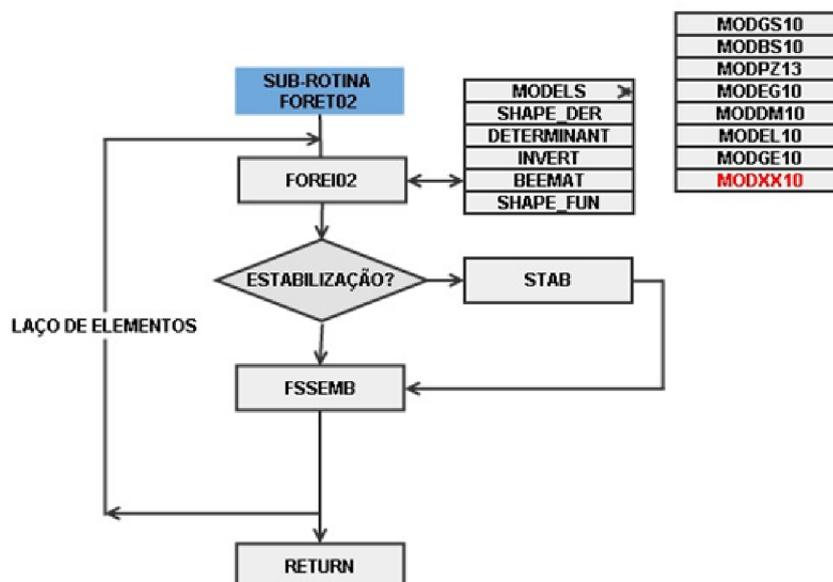


Figura A.3: Fluxograma do cálculo do vetor de forças internas do elemento ELEM02 (elemento saturado)

FORET02: Determina o vetor de forças internas no elemento saturado.

STAB : Adiciona o vetor de força internas (fase sólida) devido à utilização do elemento hexaédrico com um ponto de integração.

FSSEMB02 : Faz a emsamblagem do vetor ddeforças internas de todos os elementos.