

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

**WAGNER CÉSAR BERNARDES**

**OBJETOS DIGITAIS DE APRENDIZAGEM E O DESENVOLVIMENTO DE  
HABILIDADES ESPACIAIS: UM ESTUDO DE CASO NO 6º ANO DO ENSINO  
FUNDAMENTAL**

**PORTO ALEGRE**

**2014**

WAGNER CÉSAR BERNARDES

OBJETOS DIGITAIS DE APRENDIZAGEM E O DESENVOLVIMENTO DE  
HABILIDADES ESPACIAIS: UM ESTUDO DE CASO NO 6º ANO DO ENSINO  
FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup> Dra. Márcia Rodrigues Notare Meneghetti

PORTO ALEGRE

2014

OBJETOS DIGITAIS DE APRENDIZAGEM E O DESENVOLVIMENTO DE  
HABILIDADES ESPACIAIS: UM ESTUDO DE CASO NO 6º ANO DO ENSINO  
FUNDAMENTAL

Dissertação aprovada para a obtenção do título de  
Mestre no Programa de Pós-Graduação em Ensino de  
Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do  
Sul pela banca examinadora formada por:

Porto Alegre, 19 de dezembro de 2014.

---

Prof. Dra. Maria Cecília Bueno Fischer, UNISINOS/RS

---

Prof. Dr. Marcus Vinícius de Azevedo Basso, UFRGS/RS

---

Prof. Dra. Elisabete Zardo Búrigo, UFRGS/RS

Dedico este trabalho a minha avó Marta  
Luzia (*in memoriam*) pelo ser mais humano  
que já conheci.

*“Um aluno, um professor, um livro e uma caneta podem mudar o mundo. A educação é a única solução. Educação primeiro.” (Malala Yousafzai, vencedora do Prêmio Nobel da Paz, 2014).*

## **Agradecimentos**

A Deus, pela vida e pela oportunidade de ter chegado até aqui.

A minha mãe, Vera, pelo carinho e apoio desde sempre.

A minha orientadora, Prof. Dra. Marcia Rodrigues Notare Meneghetti, pela imensa disponibilidade e colaboração que enriqueceram e guiaram este trabalho.

A CAPES pela bolsa que serviu de suporte para esta produção.

A UFRGS e ao Programa de Pós-Graduação, bem como todos os professores que contribuíram para minha formação e qualificação profissional.

A Escola Municipal de Ensino Fundamental Vila Monte Cristo por ter disponibilizado a oportunidade de aplicar minha sequencia didática.

Aos meus alunos queridos que colaboraram de forma efetiva nas atividades propostas.

Ao Marcos Pasqualetto pelo auxílio e discussões sobre os textos em Língua Inglesa.

A Profa. Viviane Vargas pela revisão final do texto.

Aos membros da banca, Prof. Dra. Maria Cecília Bueno Fischer, Prof. Dr. Marcus Vinícius Basso, e Profa. Dra. Elisabete Burigo, pelo aceite em fazer parte da avaliação deste trabalho.

## RESUMO

Este trabalho aborda o estudo do desenvolvimento de habilidades espaciais, como rotação mental, percepção espacial e visualização espacial, utilizando-se de objetos digitais de aprendizagem nos alunos do Ensino Fundamental. Foi realizada uma experiência com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, com idades entre 10 e 12 anos, que ainda não tinham sido expostos a situações de manipulação de objetos espaciais. Esta experiência consistia em uma sequência didática, que integrou atividades com manipulação de determinados objetos digitais desenvolvidos pelo *Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education (Universiteit Utrecht)* e atividades realizadas sem a manipulação destes objetos. O objetivo desta pesquisa foi verificar como os objetos digitais de aprendizagem selecionados auxiliam o aluno a desenvolver habilidades espaciais. Mostramos, com base na análise da experiência, à luz da teoria de Voyer, Voyer e Bryden (1995), Fischbein (1993), Grande (1994) e Gutiérrez (1991), que as três categorias de habilidades espaciais foram exploradas e desenvolvidas nestes alunos, a partir da elaboração de uma sequência didática organizada e da interação dos alunos com as atividades propostas. Desta forma, observamos que é possível iniciar um trabalho de desenvolvimento destas habilidades ainda no Ensino Fundamental.

**Palavras-Chave:** Objetos de Aprendizagem. Geometria Espacial. Habilidades Espaciais.

## ABSTRACT

### **Learning digital objects and the development of spatial skills: a case study in the 6th grade of elementary school**

This work broaches the development study of spatial skills such as mental rotation, spatial perception and spatial visualization, using learning digital objects elementary-school-students. An experience was accomplished with 6th grade-elementary-school-students aged 10 to 12 years old, who had never been shown with situations of spatial objects manipulation. This experience consists in a didactics sequence that integrated activities with manipulation of certain digital objects developed by Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education (Universiteit Utrecht) and activities done without the manipulation of these objects. The aim of this search was to go into how selected learning digital objects support the students to develop spatial skills. We presented, based on the experience analysis, coming to light the theory of Voyer, Voyer e Bryden (1995), Fischbein (1993), Grande (1994) e Gutiérrez (1991) that the three categories of spatial skills were explored and developed with these students, from the elaboration of a organized didactics sequence and form the interaction of the students with the proposed activities. That way, we observed it is possible to start a development work of these skills yet in elementary school.

**Keywords:** Learning Objects. Spatial Geometry. Spatial Skills.

## RÉSUMÉ

### **Objets numériques d'apprentissage et le développement des habilités spatiales: une étude de cas à la sixième année de l'enseignement primaire**

Ce travail porte sur l'étude du développement des habilités spatiales comme rotation mentale, perception spatiale et visualisation spatiale à partir de l'utilisation des objets d'apprentissage numériques chez les apprenants de l'Enseignement primaire. Une expérience a été réalisée avec des apprenants de la sixième année, âgée de 10 à 12 ans, qui n'avaient pas encore été exposés à des situations de manipulation des objets spatiaux. Cette expérience consiste en une séquence didactique qui a intégré des activités avec la manipulation de certains objets numériques développés par par Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education (Universiteit Utrecht) et des activités réalisées sans la manipulation de ces objets. Le but de cette recherche a été de vérifier comment les objets numériques d'apprentissage sélectionnés peuvent aider l'apprenant à développer des habilités spatiales. Nous avons montré, à partir de l'analyse de cette expérience, à la lumière de la théorie de Voyer, Voyer e Bryden (1995), Fischbein (1993), Grande (1994) et Gutiérrez (1991), que les trois catégories d'habilités spatiales ont été exploitées et développés chez ces apprenants, à partir de l'élaboration d'une séquence didactique organisée et d'interaction des apprenants avec les activités proposées. De cette façon, nous avons pu observer qu'il est possible de commencer un travail de développement de ces habilités même à l'Enseignement primaire.

**Mots-clés:** Objets d'apprentissage. Géométrie Spatiale. Habilités Spatiales.



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 01	Comparativo das representações dos moradores de uma aldeia isolada da Índia (editada).....	18
FIGURA 02	Exemplo de atividade que exige rotação mental (modificada).....	22
FIGURA 03	Captura de tela do ODA <i>Rotation game</i> .....	22
FIGURA 04	Captura de tela do ODA <i>Guess the view</i> .....	23
FIGURA 05	Captura de tela do ODA <i>Building with three sides</i> .....	24
FIGURA 06	Componentes psico-fisiológicos e intelectuais nas habilidades espaciais....	26
FIGURA 07	Exemplo de projeção em perspectiva.....	27
FIGURA 08	Exemplo de projeção paralela.....	27
FIGURA 09	Exemplo de projeção isométrica.....	27
FIGURA 10	Exemplo de projeção ortogonal (editada).....	28
FIGURA 11	Exemplo de projeção ortogonal codificada.....	28
FIGURA 12	Triângulo ABC (editada).....	30
FIGURA 13	Intersecção de retas (editada).....	32
FIGURA 14	Planificação de um cubo (editada) .....	34
FIGURA 15	Planificação de um cubo II (editada) .....	34
FIGURA 16	Atividade I (Coleção 1) .....	38
FIGURA 17	Atividade II (Coleção 1) .....	39
FIGURA 18	Atividade III (Coleção 1) .....	40
FIGURA 19	Atividade IV (Coleção 1) .....	41
FIGURA 20	Introdução às vistas de um objeto (editada).....	43
FIGURA 21	Exemplo de aplicação das vistas de um objeto.....	44
FIGURA 22	Atividade I (Coleção 2) .....	45
FIGURA 23	Atividade II (Coleção 2).....	46
FIGURA 24	Atividade III (Coleção 2) .....	47
FIGURA 25	Atividade IV (Coleção 2) .....	47
FIGURA 26	Atividade V (Coleção 2) .....	49
FIGURA 27	Atividade VI (Coleção 2) .....	50
FIGURA 28	Atividade VII (Coleção 2) .....	51
FIGURA 29	Atividade VIII (Coleção 2) .....	52
FIGURA 30	Exemplo de como as vistas de um objeto são apresentados na coleção 3....	53
FIGURA 31	Atividade I (Coleção 3) .....	54
FIGURA 32	Atividade II (Coleção 3) .....	55
FIGURA 33	Atividade III (Coleção 3) .....	56
FIGURA 34	Captura de tela do ODA <i>Building freely</i> .....	65
FIGURA 35	Capturas de tela do ODA <i>Copy the building</i> .....	66
FIGURA 36	Capturas de tela do ODA <i>Making height numbers</i> .....	66
FIGURA 37	Captura de tela do ODA <i>Rotation game</i> .....	67
FIGURA 38	Captura de tela do ODA <i>Building with three sides</i> .....	68
FIGURA 39	Atividade 6.....	69
FIGURA 40	Capturas de tela do ODA <i>Guess the view</i> .....	70

FIGURA 41	Atividade 8.....	71
FIGURA 42	Aluno J realizando a primeira atividade e interagindo com o ODA.....	73
FIGURA 43	Três capturas de tela da atividade 1 do aluno C.....	74
FIGURA 44	Captura de tela da atividade 1 do aluno B.....	74
FIGURA 45	Captura de tela da atividade 1 do aluno G.....	75
FIGURA 46	Captura de tela da atividade 1 do aluno E.....	75
FIGURA 47	Construções que deveriam ser reproduzidas.....	76
FIGURA 48	Captura de tela do ODA <i>Copy the building</i> .....	76
FIGURA 49	Capturas de tela da atividade 2 do aluno H.....	77
FIGURA 50	Captura de tela da atividade 2 do aluno D.....	78
FIGURA 51	Construção do sólido Dance do ODA <i>Copy the building</i> .....	78
FIGURA 52	Capturas de tela da atividade 2 do aluno H.....	79
FIGURA 53	Capturas de tela da atividade 2 do aluno A. ....	79
FIGURA 54	Sólidos da atividade 3.....	80
FIGURA 55	Resolução da atividade 3 do aluno G do sólido 5.....	83
FIGURA 56	Pontuação final da atividade 4 do aluno H.....	83
FIGURA 57	Pontuação final da atividade 4 do aluno I. ....	84
FIGURA 58	Captura de tela do ODA <i>Building with three sides</i> .....	85
FIGURA 59	Captura de tela da atividade 5 da resolução da figura 9 do aluno F.....	86
FIGURA 60	Sólidos e vistas da atividade 6.....	87
FIGURA 61	À esquerda, resolução correta do aluno B e à direita, resolução incorreta do aluno D (Atividade 6).....	88
FIGURA 62	Resolução de um dos sólidos da atividade 6 do aluno F.....	88
FIGURA 63	Captura de tela da atividade 7 do aluno D.....	89
FIGURA 64	Aluno C interagindo com o ODA <i>Guess the view</i> .....	90
FIGURA 65	Sólidos da atividade 8.....	91
FIGURA 66	Anotações do aluno I.....	92

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1	Aptidões ou habilidades espaciais.....	25
QUADRO 2	Distribuição da geometria espacial na coleção 1.....	37
QUADRO 3	Distribuição da geometria espacial na coleção 2.....	42
QUADRO 4	Distribuição da geometria espacial na coleção 3.....	52
QUADRO 5	Sequência didática.....	60
QUADRO 6	Relação das atividades e as habilidades espaciais exploradas por elas.....	64
QUADRO 7	Resolução da atividade 3 dos alunos J e B.....	81

## SUMÁRIO

1	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	14
2	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	16
2.1	<b>Ensino e aprendizagem em Geometria</b> .....	16
2.2	<b>Habilidades espaciais e suas definições</b> .....	18
2.3	<b>Testes para habilidades espaciais</b> .....	20
2.3.1	<i>Teste de desempenho</i> .....	20
2.3.2	<i>Testes com lápis e papel</i> .....	20
2.3.3	<i>Testes verbais</i> .....	20
2.3.4	<i>Testes baseados em programas dinâmicos de computador ou filmagens</i> .....	20
2.4	<b>Categorias das Habilidades Espaciais Segundo Voyer, Voyer e Bryden (1995)</b> .....	21
2.4.1	<i>Rotação mental</i> .....	21
2.4.2	<i>Percepção espacial</i> .....	22
2.4.3	<i>Visualização espacial</i> .....	23
2.5	<b>A percepção espacial e suas diferentes definições</b> .....	24
2.6	<b>O módulo multicubo</b> .....	26
2.6.1	<i>Projeção em perspectiva</i> .....	27
2.6.2	<i>Projeção paralela</i> .....	27
2.6.3	<i>Projeção isométrica</i> .....	27
2.6.4	<i>Projeção ortogonal</i> .....	28
2.6.5	<i>Projeção ortogonal codificada</i> .....	28
2.7	<b>As imagens mentais</b> .....	28
2.8	<b>A teoria do conceito figural, segundo Fischbein</b> .....	29
3	<b>LIVROS DIDÁTICOS DAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL E A GEOMETRIA ESPACIAL</b> .....	36
3.1	<b>Coleção 1 – Matemática: Teoria e Contexto</b> .....	36
3.1.1	<i>Livro 6º ano</i> .....	37
3.1.2	<i>Livro 7º ano</i> .....	38
3.1.3	<i>Livro 8º ano</i> .....	39
3.1.4	<i>Livro 9º ano</i> .....	40
3.2	<b>Coleção 2 – Matemática</b> .....	42
3.2.1	<i>Livro 6º ano</i> .....	42
3.2.2	<i>Livro 7º ano</i> .....	45
3.2.3	<i>Livro 8º ano</i> .....	48
3.2.4	<i>Livro 9º ano</i> .....	51
3.3	<b>Coleção 3 – Vontade de saber Matemática</b> .....	52
3.3.1	<i>Livro 6º ano</i> .....	53
3.3.2	<i>Livro 7º ano</i> .....	54
3.3.3	<i>Livro 8º ano</i> .....	55
3.3.4	<i>Livro 9º ano</i> .....	55
3.4	<b>Percepções: coleções versus habilidades espaciais</b> .....	56

<b>4</b>	<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>58</b>
<b>4.1</b>	<b>Objetos digitais de aprendizagem (ODAs) .....</b>	<b>58</b>
<b>4.2</b>	<b>Metodologia.....</b>	<b>60</b>
<b>4.3</b>	<b>Contexto da pesquisa.....</b>	<b>62</b>
<b>4.4</b>	<b>A sequência didática.....</b>	<b>62</b>
<b>4.4.1</b>	<b><i>Encontro 1 – 7 de outubro de 2013 – 13h30min às 15h10min</i>.....</b>	<b>64</b>
4.4.1.1	Atividade 1: <i>Building freely</i> .....	65
<b>4.4.2</b>	<b><i>Encontro 2 – 9 de outubro de 2013 – 07h30min às 09h10min</i>.....</b>	<b>65</b>
4.4.2.1	Atividade 2: <i>Copy the building</i> .....	65
4.4.2.2	Atividade 3: Representação da vista ortogonal codificada.....	66
<b>4.4.3</b>	<b><i>Encontro 3 – 14 de outubro de 2013 – 13h30min às 15h10min</i>.....</b>	<b>67</b>
4.4.3.1	Atividade 4 - <i>Rotation game</i> .....	67
4.4.3.2	Atividade 5 - <i>Building with three sides</i> .....	68
<b>4.4.4</b>	<b><i>Encontro 4 – 16 de outubro de 2013 – 07h30min às 09h10min</i>.....</b>	<b>69</b>
4.4.4.1	Atividade 6 – Classificação das vistas.....	69
4.4.4.2	Atividade 7 - <i>Guess the view</i> .....	70
<b>4.4.5</b>	<b><i>Encontro 5 – 21 de outubro de 2013 – 13h30min às 15h10min</i>.....</b>	<b>70</b>
4.4.5.1	Atividade 8: Representação de todas as vistas.....	71
<b>4.4.6</b>	<b><i>Encontro 6 – 23 de outubro – 07h30min às 09h10min</i>.....</b>	<b>71</b>
<b>5</b>	<b>ANÁLISES.....</b>	<b>72</b>
<b>5.1</b>	<b>Atividade 1.....</b>	<b>72</b>
<b>5.2</b>	<b>Atividade 2.....</b>	<b>76</b>
<b>5.3</b>	<b>Atividade 3.....</b>	<b>79</b>
<b>5.4</b>	<b>Atividade 4.....</b>	<b>83</b>
<b>5.5</b>	<b>Atividade 5.....</b>	<b>84</b>
<b>5.6</b>	<b>Atividade 6.....</b>	<b>87</b>
<b>5.7</b>	<b>Atividade 7.....</b>	<b>89</b>
<b>5.8</b>	<b>Atividade 8.....</b>	<b>90</b>
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>93</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>95</b>
	<b>APÊNDICE A – Termo de consentimento.....</b>	<b>98</b>
	<b>APÊNDICE B – Produto didático.....</b>	<b>99</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A experiência em sala de aula, assim como leituras cotidianas, evidencia-me certa dificuldade dos alunos em compreender, ao longo do Ensino Fundamental e Médio, alguns conceitos de Geometria Espacial. Mais especificamente, as dificuldades que observo ao realizar atividades que exijam do aluno habilidades espaciais. Segundo Gutierrez (1992), diversos termos são utilizados para nos referirmos a este campo da Geometria, tais como: percepção espacial, imaginação espacial, visão espacial ou visualização. Algumas dificuldades são percebidas no cotidiano escolar, como a diferenciação das representações em duas e três dimensões. Exemplificando, ao aluno é apontado um cubo e ele afirma ser um quadrado. Outra situação em que se percebem dificuldades no momento da resolução de atividades referentes à visualização da planificação de sólidos, nas quais é importante estabelecer a relação entre as faces da planificação com as faces do sólido, ou seja, quando é dado um cubo com cores ou símbolos diferentes em cada face, identificar a alternativa que representa corretamente a planificação deste cubo.

Nos PCN's (1998) comenta-se que, entre os objetivos do ensino fundamental, temos o de saber utilizar diferentes formas de informação e recursos tecnológicos. Os objetos digitais de aprendizagem (ODAs) podem ser um destes recursos que podem auxiliar o cotidiano escolar e o processo de aprendizagem dos alunos. Podemos citar aqui algumas vantagens dos objetos digitais de aprendizagem utilizados nesta pesquisa: sua utilização o número de vezes que achar necessário, está ao alcance de todos que possuem conexão com Internet, atemporalidade, gratuidade dos objetos digitais de aprendizagem, a facilidade de manipulação e o dinamismo.

Sabendo da importância de utilizar os recursos tecnológicos no espaço escolar e também de trazer significado e compreensão para os conceitos iniciais de Geometria Espacial, procurou-se utilizar objetos digitais de aprendizagem com **o objetivo de verificar como eles auxiliam o aluno a desenvolver habilidades espaciais.**

Nesse sentido, foram selecionados alguns objetos digitais de aprendizagem, desenvolvidos pelo *Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education, Universiteit Utrecht*, Holanda (<http://www.fisme.science.uu.nl/fisme/nl/>), que trazem atividades que exploram o desenvolvimento das habilidades espaciais, nos quais os professores podem aplicar com os alunos do Ensino Fundamental. A organização do trabalho foi sistematizada da seguinte forma: no segundo capítulo, desenvolvemos o referencial teórico, para compreender como se dá o desenvolvimento das habilidades espaciais, base para a análise da prática realizada.

No terceiro capítulo, realizamos a análise de três coleções didáticas das Séries Finais do Ensino Fundamental, com a finalidade de perceber como estes livros propõem as atividades para se desenvolver habilidades espaciais. A escolha destes livros deu-se por serem três das coleções atuais apresentadas no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) para o triênio 2014/2015/2016.

No quarto capítulo, apresentamos a sequência didática elaborada e aplicada, baseada na utilização dos objetos digitais de aprendizagem selecionados, bem como o contexto da pesquisa e metodologia empregada.

No quinto capítulo, mostramos, a partir das soluções dos alunos, as habilidades espaciais que foram desencadeadas ao longo da experiência, à luz da teoria de Voyer, Voyer e Bryden (1995), Fischbein (1993), Grande (1994) e Gutiérrez (1991).

Por fim, temos as considerações finais, onde trazemos as reflexões finais e os resultados deste trabalho. Destacamos que os objetos digitais de aprendizagem selecionados para esta pesquisa contribuem para o desenvolvimento das habilidades espaciais em alunos do sexto ano do Ensino Fundamental. Este desenvolvimento é desencadeado em diferentes momentos da experiência, em que os alunos precisam colocar em prática as diferentes habilidades espaciais para superar os desafios propostos pelas atividades.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo traz a fundamentação teórica que nos auxilia na compreensão sobre o desenvolvimento das habilidades espaciais e propicia uma reflexão sobre a prática realizada com os alunos.

### 2.1 Ensino e aprendizagem em Geometria

Segundo Hershkowitz (1990), existem dois aspectos clássicos no que diz respeito ao ensino e aprendizagem da geometria: observar a geometria enquanto ciência do espaço e a visualização como uma estrutura lógica. É o ambiente onde cada aprendiz pode desenvolver uma percepção para a estrutura matemática. Sendo mais avançado, este adquire um sentido mais amplo, ou seja, não há necessidade de um ambiente real como base.

Existe um consenso entre estes dois aspectos conectados, pois alguns níveis da geometria, enquanto ciência do espaço, são necessários para se perceber a geometria como um processo de estrutura lógica. Para Hershkowitz (1990), este ponto de vista, que analisa as diferentes fases do aprendizado em geometria como o processo de desenvolvimento, faz parte da maioria dos trabalhos teóricos, pesquisas e instruções.

Neste sentido, Hershkowitz (1990, p. 70, tradução nossa) aponta algumas questões psicológicas, considerando a geometria como sendo a geometria do espaço em geral:

Como as crianças percebem o que as circundam? Que tipos de códigos são usados para processar a informação visual? Restringindo apenas à visualização, teríamos, por exemplo, a seguinte questão: que tipo de habilidades visuais são necessárias para a aprendizagem da geometria?

Podemos distinguir duas abordagens principais na pesquisa cognitiva relacionada com a teoria desenvolvida: a abordagem *top-down* e a abordagem *bottom-up* (HERSHKOWITZ, 1990).

- a) *Top-down* (de cima para baixo): possui uma abordagem descendente, onde o foco de interesse é a teoria que supostamente confirma ou refuta determinado pressuposto. O conteúdo geométrico e as atividades procuram abordar o modelo teórico e não necessariamente refletem o conteúdo e os processos envolvidos na aprendizagem da geometria comum.
- b) *Bottom-up* (de baixo para cima): o ponto de partida são os conteúdos e a estrutura, sendo o principal objetivo a compreensão e auxílio nas dificuldades dos alunos ao longo do processo de aprendizagem. Neste caso, a teoria não é a base para o desenvolvimento da



pesquisa, mas sim uma ferramenta para explicar situações e resultados levantados pela teoria, quando esta se encaixa na prática.

Nos estudos de Piaget & Inhelder (1967) e Piaget, Inhelder & Szeminska (1960) citados por Hershkowitz (1990), foi descrito o desenvolvimento do espaço de representação da criança. Isto foi definido como uma imagem mental do espaço real em que a criança está agindo, onde a representação mental não é meramente uma recordação a partir de um banco de dados, mas uma reconstrução ativa de um objeto, de forma simbólica. Hershkowitz (1990) argumenta, a partir dos estudos de Piaget e Inhelder (1967), que a percepção seria o conhecimento dos objetos resultantes do contato direto com eles. Já, a representação ou imaginação envolve a evocação de objetos na sua ausência ou, quando executado paralelamente à percepção, em sua presença. Segundo Hershkowitz (1990), Piaget estava interessado nas transformações mentais desde o espaço real até o espaço representacional das crianças, ao longo de seu desenvolvimento.

A interpretação de desenhos bidimensionais para o espaço real (tridimensional) é de grande importância no mundo moderno, porque obtemos parte da informação sobre o ambiente em três dimensões via mídia em duas dimensões (HERSHKOWITZ, 1990).

Uma das discussões de Hershkowitz (1990) refere-se a quais fatores influenciam a descrição e interpretação de figuras de formas tridimensionais. Segundo ela, há três fatores consideráveis sobre as representações: *cultura*, *experiência* e *familiaridade* com as convenções de transformar formas bidimensionais em tridimensionais e vice-versa. Estas convenções seriam os elementos da língua formulada por uma cultura para expressar e representar o espaço. Estudos de Mukhopadhyay (1987), constados em Hershkowitz (1990), mostram que a experiência realizada em uma aldeia isolada da Índia, na qual seus habitantes praticamente não tiveram nenhuma escolaridade e nem contato com representações formais do espaço, indicou que crianças que tiveram experiências com o barro, na confecção de objetos tridimensionais, no trabalho da família, produziram representações mais complexas do que crianças de famílias de tecelões e agricultores, como podemos ver na Figura 1.



as mais simples, nas quais são utilizados os processos relativos à percepção, até as tarefas mais complexas que requerem o uso de representações mentais.

A habilidade espacial, para Lohman (1993, p. 3, tradução nossa), é definida

como a capacidade de gerar, manter, recuperar e transformar imagens visuais bem estruturadas. Não é uma construção unitária. Há, de fato, várias habilidades espaciais, cada uma enfatizando diferentes aspectos do processo de geração de imagem, armazenamento, recuperação e transformação. Habilidades espaciais são construções fundamentais de todos os modelos de habilidades humanas.

Voyer, Voyer e Bryden (1995) observam que não existe uma definição universalmente aceita para o conceito de habilidades espaciais devido à grande variedade de testes utilizados nos estudos psicométricos ou à falta de padrões quando são utilizados testes variados.

Viana (2005, p. 23) aponta o chamado **componente espacial da habilidade matemática**, que seria “o conjunto de habilidades envolvendo a percepção, a formação e a manipulação de imagens mentais relativas às figuras espaciais”. Além disso, Viana (2005), baseada nos estudos de Krutetskii (1976), indica que haveria alunos com “mente geométrica”, tendo como característica principal a capacidade de transformar relações abstratas em representações visuais na resolução de problemas matemáticos, obtendo êxito, através da utilização de esquemas gráficos. O pensamento destes alunos seria composto por um componente viso-pictórico muito bem desenvolvido, na qual sentem a necessidade de interpretar visualmente determinadas abstrações na resolução de problemas, como se as figuras pudessem substituir a lógica.

A habilidade espacial não é algo potencial, mas também não é inata; no entanto, existem certos traços de personalidade, certas inclinações, que podem explicar como um indivíduo habilidoso se diferencia dos demais, mesmo quando todos estejam sob condições aparentemente iguais de aprendizagem. (VIANA, apud KRUTETSKII, 2005, p. 10)

Becker (2009) aborda a visualização geométrica e a representação de objetos tridimensionais em diagramas bidimensionais. Foram realizadas atividades com alunos do Ensino Médio, baseando-se em dois tópicos: a habilidade de representar sólidos em perspectiva, e o desenvolvimento da imagem mental. Segundo Becker (2009), a sequência didática aplicada auxiliou os alunos no desenvolvimento da capacidade de visualização geométrica e representação dos objetos tridimensionais no plano.

## **2.4 Testes para habilidades espaciais**

Lohman (1993) aponta que as habilidades espaciais foram medidas, ao longo da história, por meio de quatro diferentes tipos de testes: teste de desempenho, testes de lápis e papel, testes verbais e testes baseados em programas dinâmicos de computador.

### **2.4.1 Teste de desempenho**

Utilizavam objetos de encaixe, manipulação de blocos, dobraduras de papel.

### **2.4.2 Testes com lápis e papel**

Possuem uma extensa história e baseiam-se em cinco fatores:

- a) *Visualização* – Capacidade em manipular padrões visuais, indicados por níveis de dificuldade e complexidade num estímulo visual material que pode ser levado a cabo com sucesso, sem levar em consideração a velocidade da resolução da tarefa.
- b) *Rotação com velocidade* – velocidade em manipular padrões visuais relativamente simples usando qualquer meio (rotação mental, transformação ou outros).
- c) *Velocidade de encerramento* – Velocidade na antecipação e identificação de padrões, sem conhecimento prévio do tipo de padrão, quando este se encontra dissimulado/encoberto ou vago.
- d) *Flexibilidade de encerramento* – Velocidade em encontrar, apreender/antecipar e identificar um padrão visual, sabendo previamente o que tem de ser entendido, quando o padrão é, de certa forma, dissimulado ou vago.
- e) *Velocidade perceptiva* – velocidade em encontrar um padrão visual conhecido, ou em comparar exatamente um ou mais padrões, num campo visual cujos padrões não estão dissimulados ou vagos.

### **2.4.3 Testes verbais**

Teste baseado na resolução de problemas que exigem a construção de uma imagem mental por meio de um interlocutor que narra a questão a ser respondida.

### **2.4.4 Testes baseados em programas dinâmicos de computador ou filmagens**

Em meados da década de 1940, alguns testes foram desenvolvidos através de vídeos. No fim da década de 1980, tivemos a inserção de testes com a utilização do computador. Uma

vantagem, nesse caso, seria o dinamismo do software. O que amplia o universo de testes que eram baseados em objetos estáticos ou representações.

Estes testes diferem também no tipo de resposta desejada: objetiva, dissertativa ou verbal. Outro componente importante é a questão do tempo de resolução *versus* nível de dificuldade. A escolha do formato do teste varia de acordo com o objetivo. Lohman (1993) aponta que testes realizados que possuem como foco a rapidez de resolução tendem a medir aspectos mais específicos da habilidade espacial do que testes realizados em condições relativamente lentas. Testes baseados em softwares oportunizam com mais facilidade a captação de erros e acertos, para a combinação de resultados e geração de critérios de desempenho. Além disso, o autor ainda relata que as habilidades espaciais podem ser melhoradas com prática e treinamento.

As habilidades espaciais podem ser explicadas pelas diferenças de cada indivíduo que seriam: velocidade em realizar transformações analógicas, habilidade em gerar e manter representações mentais que preservem sua estrutura real, a quantidade de informação visual-espacial que pode ser mantida em um estado ativo e a sofisticação e flexibilidade de estratégias disponíveis para a resolução de tais tarefas.

## **2.5 Categorias das Habilidades Espaciais Segundo Voyer, Voyer e Bryden (1995)**

Uma possível forma para se definir a capacidade espacial de um indivíduo seria considerar que cada teste distinto fornece sua própria definição operacional, o que levaria em conta apenas as diferenças entre as tarefas utilizadas para medir as habilidades espaciais. No entanto, neste caso, deixamos de reconhecer as semelhanças entre os diferentes testes e acabamos produzindo mais categorias de habilidades do que o necessário.

Voyer, Voyer e Bryden (1995) definem, em seus estudos, três categorias para as habilidades espaciais, que são: *rotação mental*, *percepção espacial* e *visualização espacial*.

### **2.5.1 Rotação mental**

A *rotação mental* pode ser considerada como a capacidade de manipular, girar, torcer, ou inverter objetos bi ou tridimensionais. Um exemplo prático desta habilidade espacial seria identificar quais duas imagens da direita correspondem à imagem da esquerda (Figura 2).

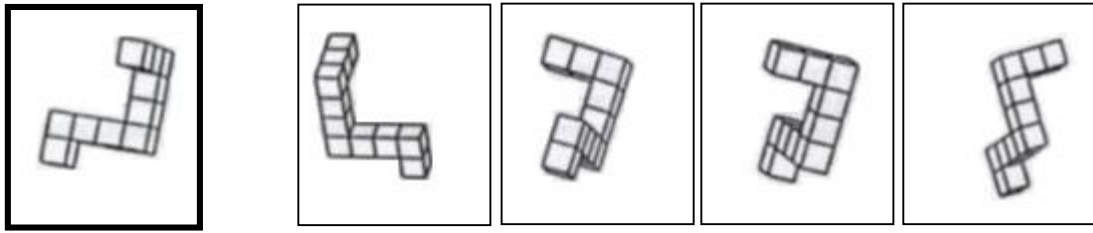


Figura 2 - Exemplo de atividade que exige rotação mental (modificada)  
 Fonte: <https://www.uleth.ca/dspace/handle/10133/509>

Relacionando esta habilidade com os objetos de aprendizagem utilizados nesta pesquisa, podemos perceber que o objeto digital de aprendizagem *Rotation game*<sup>1</sup> trabalha com a habilidade rotação mental pois, para resolver as atividades propostas, o aluno precisa rotacionar a construção, de forma que o objeto esteja na posição indicada ao lado esquerdo, em preto. Este é um exercício que pode auxiliar o aluno a desenvolver a habilidade de rotação mental, a partir da manipulação virtual. A Figura 3 ilustra uma atividade deste objeto.

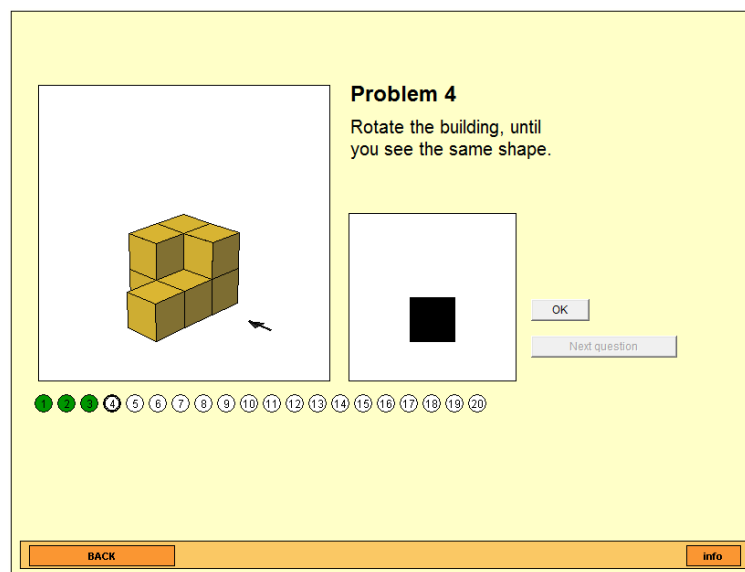


Figura 3 – Captura de tela do ODA *Rotation game*  
 Fonte: <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00724/>

### 2.5.2 Percepção espacial

A habilidade de *percepção espacial* pode ser considerada como a capacidade de determinar relações espaciais mesmo com elementos dispersos. Um exemplo seria a percepção do nível de água em uma garrafa após incliná-la. O elemento disperso seria um objeto que distraísse e/ou confundisse o observador. Neste caso, a garrafa.

<sup>1</sup> <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00724/>

Nos objetos digitais trabalhados na sequência didática desta pesquisa, há sempre a presença de uma seta que indica a visão frontal do objeto. Neste caso, podemos identificar como um **elemento disperso** a **posição** indicada pela seta, podendo confundir o indivíduo que está interagindo com o ODA.

O objeto digital *Guess the view*<sup>2</sup> (Figura 4), por exemplo, no qual é preciso manipular o sólido a fim de descobrir a vista correspondente, possui a seta indicativa da visão frontal. Aqui, negligenciar a posição da seta pode confundir o sujeito que está manipulando o objeto.

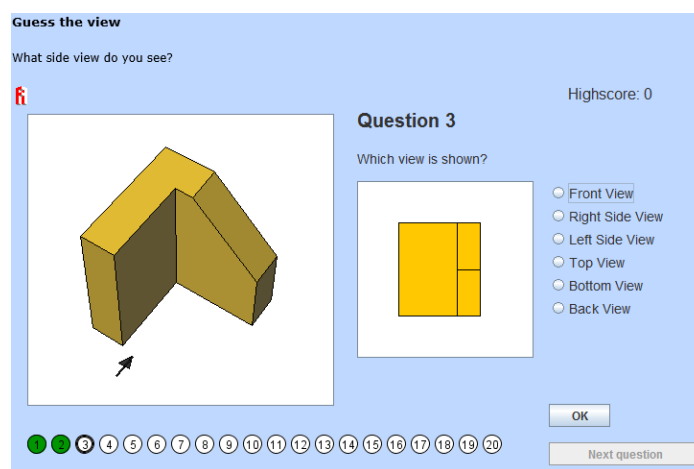


Figura 4 – Captura de tela do ODA *Guess the view*

Fonte: [http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00198/toepassing\\_wisweb.en.html](http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00198/toepassing_wisweb.en.html)

### 2.5.3 Visualização espacial

Já, a *visualização espacial* é a capacidade de manipular a informação espacial complexa quando várias etapas são necessárias para produzir a solução correta. Estas informações complexas referem-se às relações que o observador realiza com o objeto. Um exemplo de situação que exige esta habilidade seria realizar uma transformação mental de um objeto bidimensional para um objeto tridimensional.

<sup>2</sup> [http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00198/toepassing\\_wisweb.en.html](http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00198/toepassing_wisweb.en.html)

Na Figura 5, temos o objeto digital de aprendizagem *Building with three sides*<sup>3</sup>, no qual, a partir de três vistas (superior, frontal e lateral direita), o aluno necessita realizar a construção do respectivo sólido. Aqui, podemos perceber que o aprendiz pode desenvolver a habilidade de visualização espacial, pois precisa operar com as vistas, que são bidimensionais, para gerar o sólido, que é tridimensional.

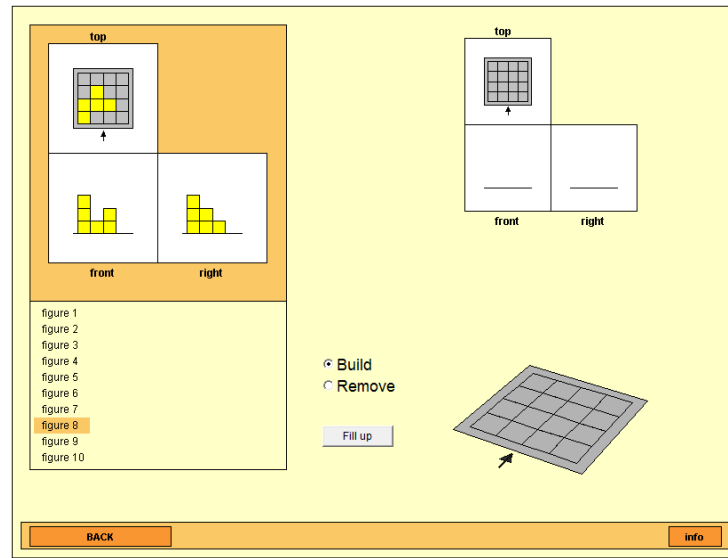


Figura 5 – Captura de tela do ODA *Building with three sides*  
 Fonte: <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00724/>

## 2.6 A percepção espacial e suas diferentes definições

Como vimos anteriormente, a percepção espacial é uma das categorias apontadas por Voyer, Voyer e Bryden (1995). Entretanto, há outras definições para ela. Grande (1994) a define como “a faculdade de reconhecer e discriminar estímulos no espaço, e a partir do espaço, e interpretar esses estímulos associando-os a experiências anteriores”. Já, Viana (2005) define como algo ligado aos sistemas sensoriais na captação de estímulos do meio e também relacionado aos processos de aprendizagem.

Grande (1994) sob a luz dos estudos de Frostig e Horne (1964) e Hoffer (1977) aponta sete aptidões espaciais que são de fundamental importância no desenvolvimento acadêmico. Gutierrez (1991) igualmente apresenta estas aptidões, no entanto, descreve-as como habilidades.

No Quadro 1, conferimos estas aptidões e seus significados:

<sup>3</sup> <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00724/>



Quadro 1 - Aptidões ou Habilidades Espaciais

<b>Aptidão ou Habilidade</b>	<b>Descrição</b>
Coordenação visual-motora	Habilidade de coordenar a visão com o movimento do corpo.
Percepção de figuras em campos	Ato visual de identificar uma figura específica (o foco) num quadro (o campo).
Constância de percepção	Habilidade de reconhecer que um objeto tem propriedades invariáveis, como tamanho e forma, apesar das várias impressões que pode causar conforme o ponto do qual é observado.
Percepção da posição no espaço	Habilidade de determinar a relação de um objeto com outro e com o observador.
Percepção de relações espaciais	Habilidade que consiste em um indivíduo enxergar dois ou mais objetos em relação a si mesma ou em relação um ao outro.
Discriminação visual	Habilidade de distinguir semelhanças e diferenças entre objetos.
Memória visual	Habilidade de se lembrar com precisão de um objeto que não está mais à vista e relacionar suas características com outros objetos, estejam eles à vista ou não.

Fonte: Síntese do autor baseada em Grande (1994) e Gutierrez (1991).

Gutierrez (1991) reconhece que, nestas habilidades, há a predominância do componente psico-fisiológico ou componente intelectual, conforme Figura 6.

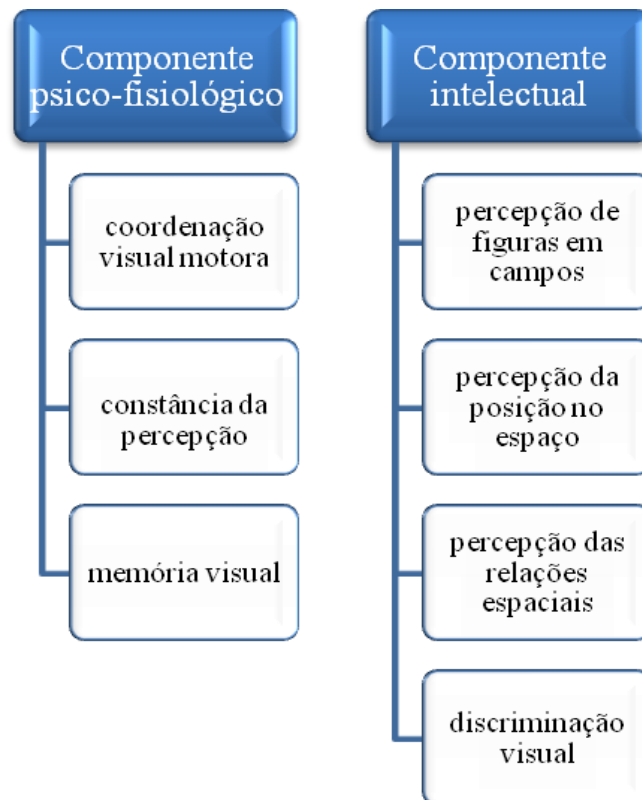


Figura 6 - Componentes psico-fisiológicos e intelectuais nas habilidades espaciais.  
Fonte: Arquivo Pessoal

Grande (1994) afirma que as crianças adquirem percepção espacial por meio das experiências com o meio. A percepção espacial não ajuda apenas a criança a perceber o espaço ao seu redor, como também as capacita a ler, escrever, soletrar, aprender aritmética e geometria, pintar, praticar esportes, desenhar mapas e ler músicas.

## 2.7 O módulo multicubo

Uma das estruturas para o desenvolvimento das habilidades espaciais é o *módulo multicubo*, que Gutierrez (1998) define como um sólido formado por vários cubos iguais ordenados, na qual suas faces sobrepõem-se. Uma vantagem do *módulo multicubo* é a facilidade de trabalhar com problemas de construções de figuras sólidas a partir de suas representações planas.

Podemos definir os tipos de projeções espaciais através do *módulo multicubo*.

### 2.7.1 *Projeção em perspectiva*

Representação da visão real dos cubos, onde as arestas mais distantes percebem-se menores e as linhas paralelas que se distanciam parecem convergir, conforme Figura 7.



Figura 7 - Exemplo de projeção em perspectiva  
Fonte: Gutiérrez, 1998, p. 196

### 2.7.2 *Projeção paralela*

Representação análoga à projeção em perspectiva, exceto que as linhas paralelas parecem sempre paralelas, independentemente da sua direção. Entretanto, esta representação distorce a visão real dos sólidos, conforme Figura 8.

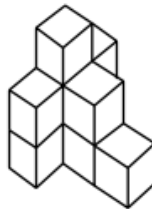


Figura 8 - Exemplo de projeção paralela  
Fonte: Gutiérrez, 1998, p. 196

### 2.7.3 *Projeção isométrica*

Representação de um caso particular da projeção paralela. Neste caso, os cubos situam-se de tal forma que as três arestas que saem de determinado vértice se distanciam com a mesma longitude e formam ângulos de  $120^\circ$ , conforme Figura 9.



Figura 9 - Exemplo de projeção isométrica  
Fonte: Gutiérrez, 1998, p. 196

### 2.7.4 *Projeção ortogonal*

Representação formada sobre três projeções (frente, superior, direita) dos sólidos sobre três planos ortogonais, conforme Figura 10.

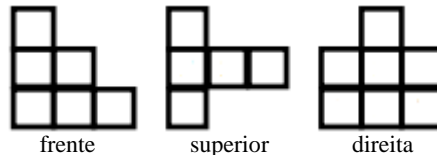


Figura 1 - Exemplo de projeção ortogonal (editada)  
Fonte: Gutiérrez, 1998, p. 196

### 2.7.5 *Projeção ortogonal codificada*

Representação de um caso particular da projeção ortogonal, onde além das projeções, algum código é adicionado. Neste caso, a quantidade de cubos de cada fila, conforme Figura 11.

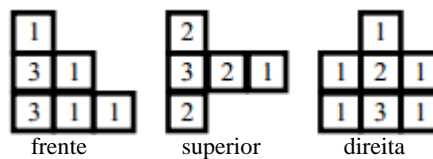


Figura 2 - Exemplo de projeção ortogonal codificada  
Fonte: Gutiérrez, 1998, p. 196

Para que os alunos construam os diversos tipos de projeções, são necessárias as três categorias das habilidades espaciais descritas por Voyer, Voyer e Bryden (1995): rotação mental, para, por exemplo, definir uma projeção ortogonal, a percepção espacial para que elementos de dispersão como a perspectiva do objeto não confundam o aluno e também a visualização espacial para realizar as transformações de objetos bi para tridimensionais.

## 2.8 As imagens mentais

Viana (2005) aponta que as representações mentais referem-se ao modo como o indivíduo percebe aspectos do meio, sejam eles externos ou de suas imagens mentais. Em relação às representações mentais externas, a autora classifica-as em dois grandes grupos: as **analógicas**, que tendem a ser imagens (visuais, auditivas, olfativas, tácteis ou cinéticas) e as **simbólicas**, que são semelhantes à linguagem.

Para Gutierrez (1991, p. 44) “o elemento básico central de todas as concepções de percepção visual são as imagens mentais, ou seja, as representações mentais que as pessoas podem fazer de objetos físicos, relações, conceitos, etc.”.

Gutierrez (1991) e Hershkowitz (1990), baseados nos estudos de Bishop (1989), apontam dois tipos de processos que diferenciam o processo de manipulação das imagens de objetos (físicos ou mentais) na visualização espacial:

- a) **Processamento visual (VP):** Consiste na conversão da informação abstrata ou não figurativa em imagens visuais e também na transformação de imagens visuais já formadas em outras. Um exemplo seria realizar a construção de um sólido, dadas apenas informações escritas ou faladas.
- b) **Interpretação da informação figurativa (IFI):** Processo que consiste na compreensão e interpretação de representações visuais para extrair as informações pertinentes. Logo, é um processo que pode ser inverso ao VP. Um exemplo seria determinar a projeção ortogonal dada a projeção isométrica de um *módulo multicubo*.

## 2.9 A teoria do conceito figural, segundo Fischbein

Segundo Fischbein (1993), conceitos e imagens mentais são considerados como duas categorias distintas de entidades mentais. O **conceito**, para Fischbein (1993) apud Piéron (1957), é a representação simbólica (quase sempre verbal) usada no processo de pensamento abstrato e possui um significado geral que corresponde a um conjunto de representações concretas, considerando o que elas têm em comum. Assim, o conceito indica que há a expressão de uma ideia, uma representação geral, ideal de uma classe de objetos. Já, a **imagem mental** é uma representação sensorial de um objeto ou fenômeno. Para ilustrar, o autor traz como exemplo, o conceito do metal, que se refere à ideia geral de uma classe de substâncias que têm propriedades em comum, entre elas, a condução de eletricidade. A imagem de um objeto metálico indica a representação sensorial do objeto, como cor, tamanho, espessura, entre outros.

No entanto, ao tratarmos do pensamento geométrico, os conceitos e imagens não podem ser tratados isoladamente, como podemos ver no exemplo a seguir.

Considere o  $\triangle ABC$  isósceles (Figura 12), com  $\overline{AB} = \overline{AC}$ . Queremos provar que  $\hat{B} = \hat{C}$ .

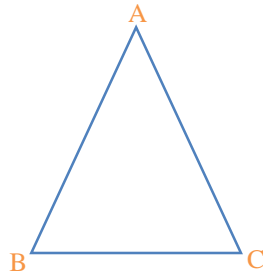


Figura 3 – Triângulo ABC (editada)  
Fonte: Fischbein, 1993, p. 140

Imaginemos a seguinte prova: supomos que destacamos o triângulo ABC de si mesmo, revertendo-o de tal forma que  $\overline{AC}$  está no lado esquerdo e  $\overline{AB}$  no lado direito e, além disso, ambos fiquem sobrepostos. O ângulo  $\hat{A}$  permanece igual e os lados  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$  mantêm o mesmo comprimento. Logo,  $\overline{AC}$  coincidirá perfeitamente com  $\overline{AB}$  do lado esquerdo e  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$  coincidirão perfeitamente do lado direito. Dessa forma, o triângulo invertido ACB e o triângulo original ABC coincidirão perfeitamente. Consequentemente, os ângulos  $\hat{B} = \hat{C}$ .

Com esta prova, identificamos alguns conhecimentos em jogo:

- a)  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$  foram declarados segmentos congruentes.
- b) Foram utilizados os conceitos de ponto, lado, ângulo e triângulo.
- c) Mencionou-se o processo de reversão verbalmente.
- d) Utilizou-se a informação figural e operações representadas figuralmente, especificamente na ideia de retirar o triângulo ABC de si mesmo, invertendo-o e sobrepondo-o sobre o original.

Por meio do último item, Fischbein (1993) nos coloca que conceitos não podem ser destacados, revertidos e correspondidos. Na realidade, não é possível separar um objeto de si mesmo. Assim, estamos lidando com um universo ideal, com significados ideais. Os objetos citados como ponto, lado, ângulos e suas operações existem apenas em um ideário, de uma natureza conceitual. Nesse sentido, o triângulo referido e seus elementos não podem ser considerados como conceitos puros ou meras imagens comuns. A operação de descolamento do triângulo não poderia ter sido realizada com conceitos puros ou com objetos reais. Contudo, estas entidades (pontos, lados, segmentos, ângulos, triângulo) e operações participaram de uma prova lógica formal, matematicamente válida e a congruência dos ângulos  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$  pode ser verificada na prática.

Fischbein (1993) enfatiza que, no raciocínio matemático:

- a) Estas entidades não se referem a objetos materiais ou desenhos, mas sim a modelos materializados das entidades mentais com as quais o matemático lida.
- b) Apenas no sentido conceitual podemos considerar a absoluta perfeição das entidades geométricas como linhas, retas, círculos, quadrados, cubos, entre outros. Isso significa, que ao representarmos no papel, um ponto, por exemplo, já haverá imperfeições na sua representação, pois no sentido conceitual ele não possui dimensão.
- c) Estas entidades geométricas não possuem representações genuínas. O ponto (objetos sem dimensão), retas (objetos unidimensionais), planos (objetos bidimensionais) não podem existir na realidade. Os objetos reais de nossa experiência prática são tridimensionais. Até mesmo o cubo ou esfera a que o matemático se refere não existe na realidade, mesmo sendo tridimensional.
- d) As construções são representações gerais, como todo conceito e nunca cópias mentais de particularidades, objetos concretos.

Essa idealidade, abstração, absoluta perfeição, universalidade são propriedades que fazem sentido apenas no domínio conceitual. Um quadrado, por exemplo, não é uma simples imagem desenhada numa folha de papel e, sim, uma forma controlada por sua definição, mesmo sendo inspirado por um objeto real.

Deve ficar claro que a fusão entre conceito e a figura no raciocínio geométrico, expressa apenas uma situação ideal, situação extrema geralmente não atingida absolutamente, devido a restrições psicológicas. A história da matemática está testemunhando a complexa dinâmica do processo de conceituar e “axiomatizar” a informação figural. (FISCHBEIN, 1993, p. 143, tradução nossa)

Fischbein (1993) ressalta que tanto na vida cotidiana como nas situações científicas, as dinâmicas conceituais e imaginativas estão em constante interação. Além disso, lidamos de frente com um jogo em que as redes conceituais ativas interagem com fontes imaginativas.

No que condiz com o raciocínio geométrico, Fischbein (1993) diz que os objetos mentais possuem simultaneamente propriedades conceituais e figurativas. A razão para esta simbiose é o fato de lidarmos com sistemas axiomáticos. Assim, temos que fazer distinção entre o formal, validade matemática e validade empírica. Se uma figura geométrica é considerada em uma estrutura axiomática, as suas propriedades e os teoremas correspondentes são ditados direta ou indiretamente, por meio de definições implícitas ou explícitas.

Fischbein (1993) realizou uma experiência com alunos de 2ª à 6ª série, a fim de detectar a evolução com a idade destes alunos em relação a interpretações e surgimento dos conceitos figurais (pontos, linhas). Aos alunos, era solicitado que comparassem os pontos formados pela intersecção de um determinado número de linhas. *Seriam estes pontos diferentes? Um deles é maior? Se sim, qual? Um deles é mais pesado? Se sim, qual? Os dois pontos têm a mesma forma?*

Constatou-se uma evolução relativamente sistemática das respostas a partir de uma representação concreta para um abstrato-conceitual. Quanto menor a idade ou série, o ponto formado pelas intersecções das retas em azul (Figura 13) passava a ideia de o ponto ser maior ou mais pesado do que o ponto formado pela intersecção das retas em vermelho, devido ao maior número de intersecções.

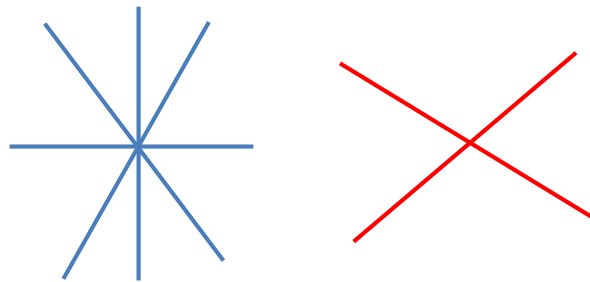


Figura 13 – Intersecção de retas (editada)  
Fonte: Fischbein, 1993, p. 146

Neste caso, certamente há um conflito gerado pelos dois sistemas, o figural e o conceitual, de ainda não se misturar em **conceitos figurais**.

O conceito figural é uma realidade mental, é a construção tratada (manuseada) pelo raciocínio matemático no domínio da geometria. É desprovido de quaisquer propriedades do concreto-sensorial (como cor, peso, densidade, etc.), mas exhibe propriedade(s) figural(is). Esta construção figural é controlada e manipulada, em princípio, sem resíduos, por regras lógicas e procedimentos no âmbito de um determinado sistema axiomático. (FISCHBEIN, 1993, p. 148, tradução nossa)

Fischbein (1993) ainda destaca que temos a dificuldade de aceitar a existência deste terceiro tipo de entidade mental, pelo fato de que somos conscientes apenas da representação mental e do conceito correspondente. Precisamos nos esforçar intelectualmente de forma a purificar esta imagem por meio apenas da manipulação das operações de lógica matemática, no campo espaço-figural da imagem.

Sobre as figuras geométricas, algumas especificações devem ser adicionadas:



- a) Uma figura geométrica é uma imagem mental, que possui propriedades que são completamente controladas por uma definição.
- b) Um desenho não é a própria figura geométrica, mas uma corporificação material dela.
- c) A imagem mental de uma figura geométrica é, geralmente, a representação do modelo materializado dela.

A diferença entre as ciências empíricas e a geometria, é que na geometria as imagens podem ser controladas por conceitos, enquanto que nas ciências empíricas não. Todo o processo de investigação de um matemático pode ser realizado mentalmente, de acordo com um sistema axiomático, já o cientista empírico precisa de fontes de veras empíricas. Matemáticos, físicos ou biólogos usam a experimentação de observação, indução, comparações, generalizações, mas os matemáticos possuem objetos de investigação puramente mentais, sendo suas provas apenas de natureza lógica (FISCHBEIN, 1993).

Uma das observações de Fischbein (1993) é a possibilidade de se praticar com os alunos atividades mentais em que a cooperação entre o figural e o conceitual requeira um esforço especial. A atividade proposta requer que o aluno aprenda a manipular mentalmente objetos geométricos recorrendo simultaneamente a operações com números e às condições e operações lógicas.

A atividade consiste em solicitar aos alunos que:

- a) Desenhem a imagem obtida pelo desdobramento de um sólido geométrico (percebida ou mentalmente representada).
- b) Identifiquem o sólido geométrico que pode ser obtido por imaginar a dobradura por trás de um desenho bidimensional.
- c) Indicar as arestas que correspondem ao objeto tridimensional reconstruído.

O autor ainda ressalta que algumas partes destas atividades são simples, mas outras muito complexas. Por exemplo, é relativamente fácil identificar que a Figura 14 é um cubo.

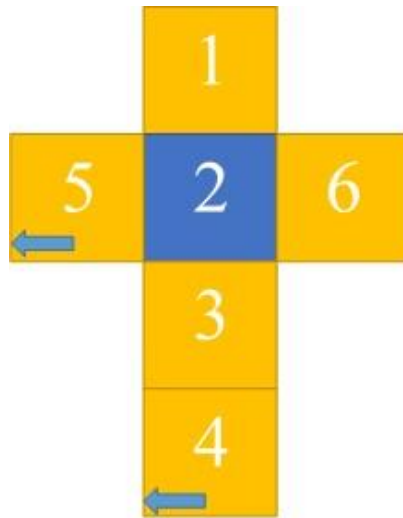


Figura 4 – Planificação de um cubo (editada)  
 Fonte: Fischbein, 1993, p. 158

A simetria da imagem é útil e a dobragem para trás das faces 1, 3, 4, 5 e 6, com a base sendo representada pelo 2, é realizada mentalmente como tarefa única, indicando que os componentes figural e conceitual são naturalmente integrados, manipulando-se o conceito figural com seus elementos. Combinar as arestas adjacentes no desenho, também não é uma tarefa difícil.

A parte mais complexa seria identificar, na Figura 15, como sendo um desdobramento de um cubo.

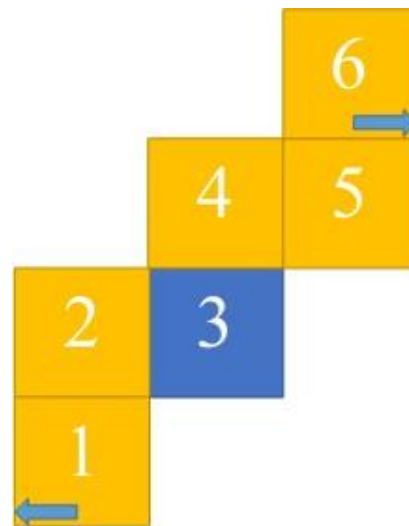


Figura 5 - Planificação de um cubo II (editada)  
 Fonte: Fischbein, 1993, p. 159

Outra atividade complexa seria perceber que as bordas indicadas pelas setas encaixam-se no cubo reconstruído, pois aqui é requerida uma construção mental não somente para “ver” a figura, mas também para modificar as suas posições, imaginar as posições transformadas e imaginar o efeito de transformação em figuras adjacentes. Exemplificando, se fôssemos “levantar” o quadrado 4, de modo a tornar-se perpendicular ao quadrado 3 (a base escolhida), este transporta os quadrados 5 e 6. Os efeitos das sucessivas transformações precisam ser mantidos em mente e coordenados até que o sólido original seja reconstruído.

Esta atividade, segundo Fischbein (1993) é uma excelente oportunidade para treinar a capacidade de lidar com conceitos figurais no raciocínio geométrico, fazendo com que haja:

- a) a cooperação construtiva dos aspectos figurativos e conceituais.
- b) a capacidade de manter em mente e coordenar o maior número possível de itens figural-conceitual.
- c) a capacidade de organizar o processor mental em subunidades significativas de forma a reduzir a carga de memória.
- d) a capacidade de prever e integrar o efeito de cada transformação no caminho para a solução.

Uma das principais tarefas da educação matemática, no domínio da geometria, é a criação de situações didáticas em que o aluno coopera estritamente com aspecto conceitual e figural, já que muitos erros cometidos pelos estudantes em seu raciocínio geométrico são causados pela divisão destes dois aspectos. Uma das principais razões para que a geometria seja um tema difícil nos currículos escolares é o fato de que o conceito figural não é desenvolvido naturalmente na sua forma ideal (FISCHBEIN, 1993).

No próximo capítulo, vamos analisar alguns livros didáticos e a forma como estes livros abordam os conceitos iniciais de Geometria Espacial, em especial, aqueles relacionados com o desenvolvimento das habilidades espaciais.

### **3 LIVROS DIDÁTICOS DAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL E A GEOMETRIA ESPACIAL**

Neste capítulo, abordaremos como a geometria espacial, mais especificamente, as habilidades espaciais, são tratadas nos livros das séries finais do Ensino Fundamental. Para isso, foram escolhidas três coleções correspondentes aos 6º, 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental, participantes do Plano Nacional do Livro didático (PNLD)<sup>4</sup>, triênio 2014/2015/2016. O critério da escolha destas coleções deu-se pelo fato de serem as indicadas pelo grupo de professores na escola onde leciono. O corpo docente da escola precisa indicar três coleções dentre aquelas que foram enviadas para a análise. Infelizmente, as discussões e análises realizadas na escola em 2013 foram em vão, visto que nenhuma das coleções selecionadas foram enviadas para a escola. A análise destes livros foi importante para a pesquisa porque contribuiu para a elaboração da sequência didática.

A seguir, apresentamos a análise de três coleções de livros didáticos do Ensino Fundamental participantes do PNLD:

- Coleção 1 – Matemática: Teoria e Contexto
- Coleção 2 – Matemática
- Coleção 3 – Vontade de Saber Matemática

As análises têm foco no tratamento da geometria espacial, no que se refere à exploração e ao desenvolvimento das habilidades espaciais.

#### **3.1 Coleção 1 – Matemática: Teoria e Contexto**

A geometria espacial é abordada em diferentes capítulos deste livro, que serão abordados a seguir, conforme Quadro 2.

---

<sup>4</sup> O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) tem como objetivo prover livros didáticos e acervo de obras literárias, bem como obras complementares e dicionários. O público contemplado são as escolas públicas da Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio), exceto a Educação Infantil. O PNLD foi criado no fim da década de 1920 e desde então sofreu várias modificações e aprimoramentos até se chegar à estrutura e nome atual (FNDE, 2014).

Quadro 2 – Distribuição da Geometria Espacial na coleção 1

Ano	Capítulos
6º	<b>Capítulo 2 – Geometria</b> <i>Subcapítulo 5 – Estudando algumas figuras geométricas espaciais</i> <b>Capítulo 7 – Medidas</b> <i>Subcapítulo 4 – Volume</i>
7º	<b>Capítulo 5 – Geometria</b> <i>Subcapítulo 8 – Representação de figuras geométricas espaciais</i>
8º	<b>Capítulo 8 – Triângulos, quadriláteros e circunferências</b> <i>Subcapítulo 9 – Construindo embalagens</i>
9º	<b>Capítulo 6 – Geometria e medidas: áreas e volumes</b> <i>Subcapítulo 5 – Volume</i> <i>Subcapítulo 6 – Volume de prismas e cilindros retos</i>

Fonte: Arquivo Pessoal

### 3.1.1 Livro 6º ano

#### *Capítulo 2 – Geometria*

#### *Subcapítulo 5 – Estudando algumas figuras geométricas espaciais*

Este livro apresenta de forma sucinta os paralelepípedos, prismas e pirâmides, apontando no paralelepípedo vértice, aresta e face, sem aprofundamento. Antes de iniciar o capítulo, os autores propõem a construção de um paralelepípedo regular ou de uma pirâmide de base quadrada, copiando as planificações através de papel quadriculado. Além disso, apresentam também figuras com superfícies não planas, como o cilindro, o cone e a esfera.

Os exercícios focam mais na contagem de arestas, vértices e faces de determinadas figuras, reconhecimento de figuras geométricas planas em figuras geométricas espaciais, contagem de cubos contidos em paralelepípedos e associações de figuras bi e tridimensionais.

A Figura 16 traz um exemplo de atividade que exige que o aluno compreenda o que é um paralelepípedo retangular para que consiga realizar a contagem correta dos cubinhos. Além disso, o aluno desenvolve noções de profundidade de uma representação de um objeto tridimensional.

6. Formamos paralelepípedos retangulares com cubinhos de mesmo tamanho. Quantos desses cubinhos há em cada um?

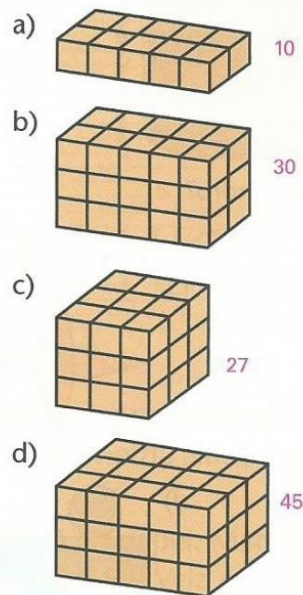


Figura 6 – Atividade I (Coleção 1)  
Fonte: Centurión & Jakubovic, 2012, p. 95

## Capítulo 7 – Medidas

### Subcapítulo 4 – Volume

Neste capítulo, o livro define volume e constrói a fórmula do volume do paralelepípedo retangular, a partir da contagem de cubinhos contidos no bloco retangular. Os exercícios baseiam-se na determinação do volume de figuras construídas por meio de cubinhos e outras sem partições, sendo a grande maioria paralelepípedos retangulares.

#### 3.1.2 Livro 7º ano

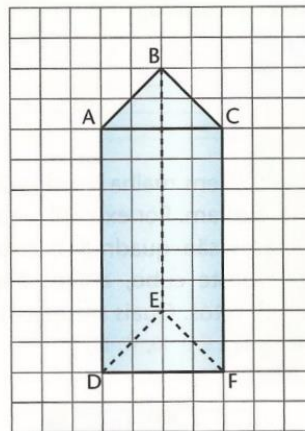
No livro do 7º ano, a geometria espacial é abordada apenas no capítulo 5, analisado a seguir.

## Capítulo 5 – Geometria

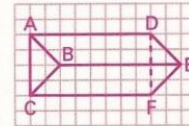
### Subcapítulo 8 – Representação de figuras geométricas espaciais

O capítulo traz o conceito de perspectiva por meio da malha quadriculada. Os exercícios abordam construções de sólidos geométricos na malha quadriculada, trabalhando a noção de profundidade dos objetos, como podemos ver no exemplo ilustrado na Figura 17.

6. Veja a representação de um bloco transparente de base triangular.



9. D  
di  
cc  
bi  
bl  
ca  
er  
di



Podemos imaginar que a face DEF deste bloco está sobre uma mesa.

Desenhe o mesmo bloco em malha quadriculada, de modo que a face ACFD esteja sobre a mesa.

Figura 17 – Atividade II (Coleção 1)  
Fonte: Centurión & Jakubovic, 2012, p. 224

Podemos perceber que os autores têm a preocupação de criar oportunidades para que o aluno represente objetos tridimensionais em bidimensionais, mantendo as proporções do sólido, focando na profundidade para que a atividade auxilie na compreensão da ideia de volume, ou seja, a constância da percepção, apontada por Gutierrez (1991) e Grande (1994). Notamos também que, nesse tipo de atividade, desenvolve-se a habilidade espacial de rotação mental (Voyer; Voyer; Brinden, 1995), pois há a necessidade de manipular o objeto de forma que se consiga resolver o problema.

### 3.1.3 Livro 8º ano

No livro do 8º ano, a geometria espacial é abordada apenas no capítulo 8, analisado a seguir.

*Capítulo 8 – Triângulos, quadriláteros e circunferências*

*Subcapítulo 9 – Construindo embalagens*

No capítulo, o autor define poliedros e não poliedros, bem como trabalha a planificação de alguns prismas, pirâmides, cilindros e cone. Além disso, o livro mostra como se determina o raio da base de um cone.

Os exercícios consistem no reconhecimento de planificações de determinados sólidos, cálculo de volume de prisma de base retangular, determinação do raio da base de determinados corpos redondos, entre outros.

A Figura 18 traz um exemplo de atividade na qual o aluno precisa identificar a planificação de cada sólido.

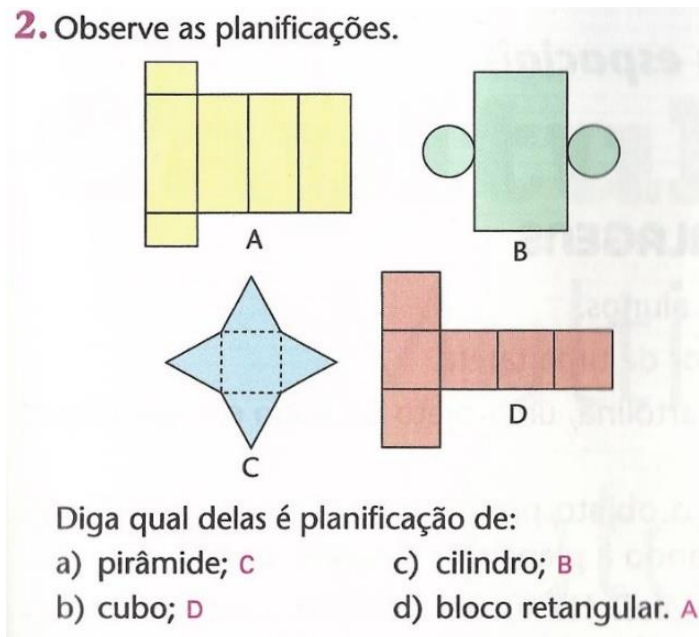


Figura 18 - Atividade III (Coleção 1)  
 Fonte: Centurión & Jakubovic, 2012, p. 215

Este tipo de atividade proporciona o trabalho com os conceitos figurais e conceituais (Fischbein (1993)), pois o aluno precisa identificar os sólidos, a partir de conceitos e definições, e com o auxílio de operações mentais, desconstruí-los e representá-los na forma planificada. Exemplificando, o aluno precisa saber que uma pirâmide, neste caso de base quadrangular, é formada por quatro triângulos congruentes nas faces laterais e sua base é formada por um quadrado. Sendo assim, ele precisa realizar a desconstrução da figura, ou seja, operar mentalmente.

### 3.1.4 Livro 9º ano

No livro do 9º ano, a geometria espacial é abordada apenas no capítulo 6, analisado a seguir.

*Capítulo 6 – Geometria e medidas: áreas e volumes*

*Subcapítulo 5 – Volume*



Neste capítulo, define-se volume e mostra-se como é calculado o volume do paralelepípedo retangular. Os exercícios solicitam o volume de determinados paralelepípedos e também alguns trabalham com o *módulo multicubo*, como podemos ver na Figura 19.

- 7.** Na figura abaixo, há uma pilha de cubos ocupando o canto de uma sala. Cada cubo tem volume 1. Qual é o volume da pilha?  $v = 10$

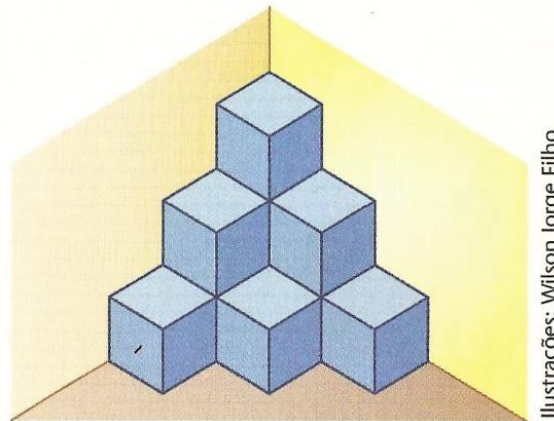


Figura 7 - Atividade IV (Coleção 1)  
Fonte: Centurión & Jakubovic, 2012, p. 181

Na atividade, percebemos que há a preocupação em desenvolver habilidades espaciais (VOYER; VOYER; BRYDEN, 1995) como a percepção espacial, visto que o aluno precisa determinar relações espaciais mesmo com elementos dispersos. Aqui, o elemento disperso, seriam os cubinhos que estão na parte visível da figura.

### Capítulo 6 – Geometria e medidas: áreas e volumes

#### Subcapítulo 6 – Volume de prismas e cilindros retos

O capítulo define prismas, mostra os prismas retos e oblíquos e explica como se calcula o volume de prismas retos e cilindros retos.

No capítulo, o foco é direcionando ao reconhecimento de determinados sólidos, bem como as fórmulas que determinam o volume. Logo, não parece haver preocupação do desenvolvimento das habilidades espaciais.

### 3.2 Coleção 2 – Matemática

A geometria espacial é abordada em diferentes capítulos do livro, que serão abordados a seguir, conforme Quadro 3.

Quadro 3 – Distribuição da Geometria Espacial na coleção 2

Ano	Capítulos
6º	<i>Capítulo 1 – Um panorama da Matemática</i> <i>Capítulo 2 – Formas tridimensionais</i>
7º	<i>Capítulo 3 – Padrões numéricos</i> <i>Capítulo 8 – Geometria: do espaço para o plano</i> <i>Capítulo 12 – Perímetro, áreas e volumes</i>
8º	<i>Capítulo 3 – Construções Geométricas</i> <i>Capítulo 9 – Desenhando figuras espaciais</i> <i>Capítulo 11 – Áreas e Volumes</i>
9º	<i>Capítulo 4 – Medidas</i>

Fonte: Arquivo Pessoal

#### 3.2.1 Livro 6º ano

No livro do 6º ano, a geometria espacial é abordada apenas nos capítulos 1 e 2, analisado a seguir.

##### *Capítulo 1 – Um panorama da Matemática*

Em uma das seções deste capítulo, temos uma seção denominada Bloco Retangular, em que não é mencionada a palavra “paralelepípedo”, apenas mostra objetos que possuem esta forma de bloco retangular. São apresentados também os termos faces, vértices e arestas, apenas indicando na figura.

Os exercícios focam a questão de identificação das arestas, introdução das ideias de largura, comprimento e altura do bloco, bem como a planificação de blocos retangulares (incluindo o cubo).

##### *Capítulo 2 – Formas tridimensionais*

Este capítulo apresenta outras formas tridimensionais, como prismas e pirâmides. Há uma seção chamada *Vista de um Objeto*, onde os autores desenvolvem, a partir de exemplos, determinadas vistas dos objetos.

A Figura 20 traz um exemplo de como o assunto é abordado pelo livro. Podemos perceber que há uma preocupação para que o aluno compreenda os objetos em três dimensões, focando em possíveis situações de suas vistas. O trabalho é desenvolvido pelo *módulo multicubo*, já referido neste trabalho, nos estudos de Gutierrez (1998).

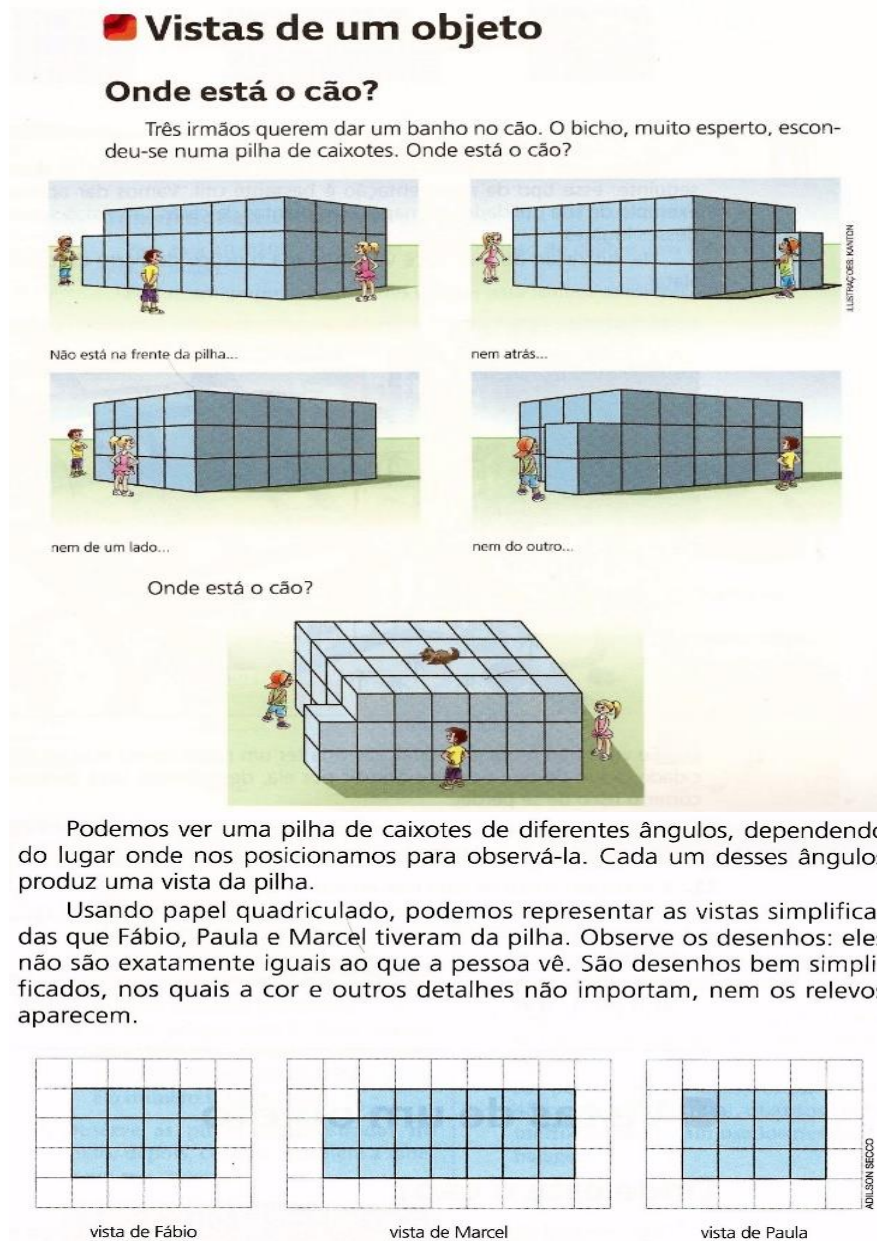


Figura 8 - Introdução às vistas de um objeto (editada)  
Fonte: Imenes & Lellis, 2009, p. 39-40



**13.** Este problema é parecido com o anterior, mas aqui é você quem deve desenhar:

- a vista que o menino tem;
- a vista que a menina tem;
- a vista superior.

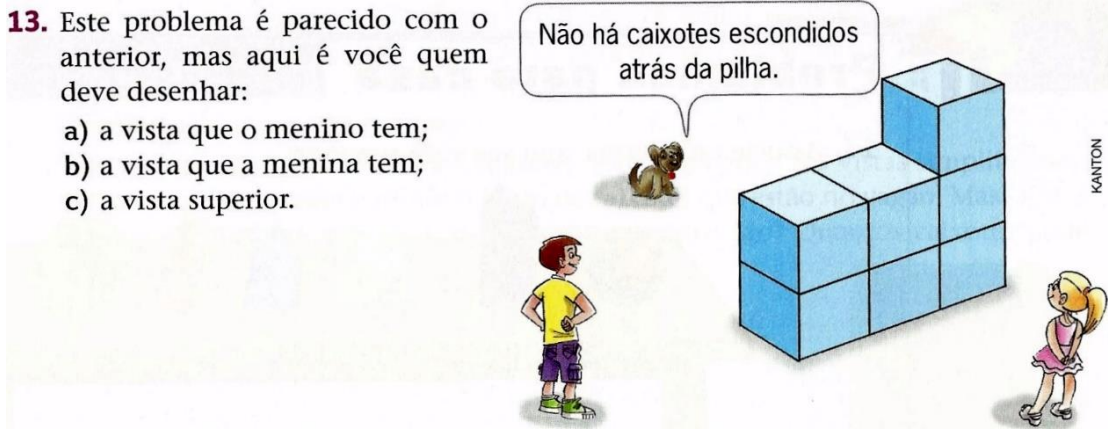


Figura 22 – Atividades I (Coleção 2)  
Fonte: Imenes & Lellis, 2009, p. 40

Essa atividade reforça a ideia já comentada anteriormente sobre o *módulo multicubo*. Gutierrez (1998) ressalta a vantagem de trabalhar desta forma, pois torna-se mais fácil a construção das vistas dos objetos, afim de compreender o espaço tridimensional. No caso, o aluno tem a projeção isométrica do objeto e precisa representar a sua projeção ortogonal. Na atividade, podemos perceber que o aluno desenvolve as habilidades (Voyer, Voyer e Bryden, 1995) de rotação mental (girar o objeto mentalmente) e a percepção espacial (elementos de dispersão como a perspectiva do objeto não confundem a projeção ortogonal correta).

### 3.2.2 Livro 7º ano

No livro do 7º ano, a geometria espacial é abordada apenas nos capítulos 3, 8 e 12, analisados a seguir.

#### Capítulo 3 – Padrões numéricos

Neste capítulo, uma das atividades incita o aluno, a partir da contagem do número de faces, vértices e arestas, a perceber que o número de arestas de uma pirâmide é igual ao dobro do número de lados da base. Antes disso, o exercício leva à conclusão de que o número de vértices é sempre igual ao número de lados da base mais um.

Em outra atividade (Figura 23) temos a mesma estrutura, mas agora relacionando os prismas.

5. Pirâmides são formas geométricas espaciais em que todas as faces, menos a base, têm de ser triangulares. A base pode ser ou não triangular.

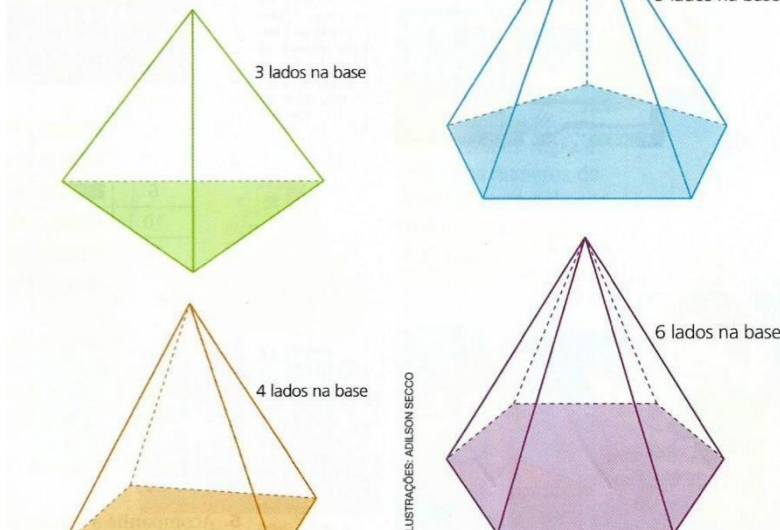


Figura 10 - Atividade II (Coleção 2)  
 Fonte: Imenes & Lellis, 2009, p. 55

a) Copie a tabela em seu caderno e, com base nas ilustrações de pirâmides, complete-a.

Número de lados da base (N)	Número de vértices (V)	Número de arestas (A)	Número de faces (F)
3	4	6	4
4	5	8	5
5	6	10	6
6	7	12	7
10	11	20	11
20	21	40	21
53	54	106	54

b) Observando os números N e V, você nota um padrão: o número V é sempre igual a  $N + 1$ . Agora, observe os números N e A. Que padrão você nota?  $A = 2 \cdot N$

Percebemos, na atividade, que as habilidades espaciais não são trabalhadas. O capítulo foca no estudo de padrões, valendo-se da aritmética e da álgebra, pois esse era seu objetivo principal.

Capítulo 8 – Geometria: do espaço para o plano

Este capítulo apresenta os poliedros, antes fazendo diferenciações em formas planas e não planas, polígonos e não polígonos e, por fim, poliedros e não poliedros.

As atividades procuram fazer as diferenciações descritas acima, retomando a questão das vistas de um objeto, só que neste momento em atividades em malha pontilhada (Figura 24) e *módulo multicubo* colorido (Figura 25).

13. Estas são as vistas simplificadas de uma peça:

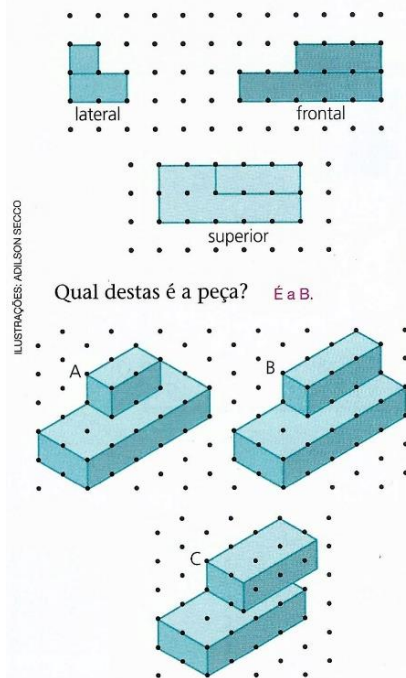


Figura 11 - Atividade III (Coleção 2)  
 Fonte: Imenes & Lellis, 2009, p. 66

24. Mais um desafio. Cada pessoa desenhou sua vista simplificada da pilha de caixas.

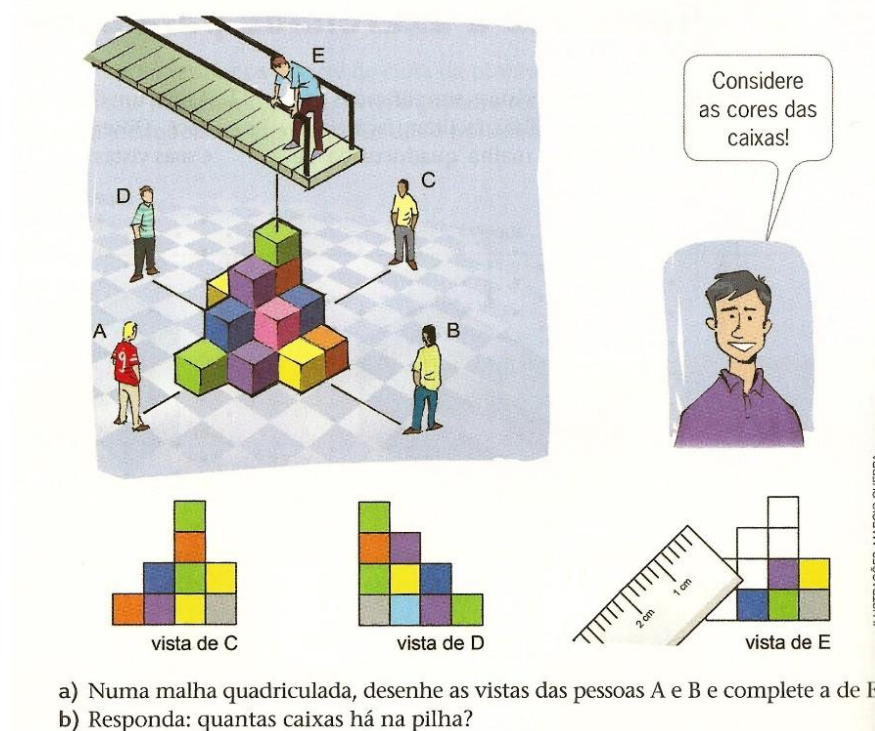


Figura 12 - Atividade IV (Coleção 2)  
 Fonte: Imenes & Lellis, 2009, p. 170

Na Figura 24 e Figura 25 podemos notar novamente a preocupação com as vistas de um objeto, só que trabalhadas de formas diferentes. A Figura 24 faz o processo inverso dos exemplos até aqui mencionados. O exercício apresenta a projeção ortogonal e solicita que seja identificada a projeção isométrica. Além disso, o exercício trabalha indiretamente com o *módulo multicubo*, pois as representações são realizadas na malha pontilhada. Já na Figura 25, os cubos coloridos trazem mais um elemento que deve ser levado em conta para responder a atividade. A diversificação dessas atividades pode trazer mais possibilidades do aluno desenvolver as habilidades espaciais.

### *Capítulo 12 – Perímetro, áreas e volumes*

Neste capítulo, temos a seção denominada *Volumes*, em que se trabalha a ideia do metro cúbico e construção da ideia de volume do bloco retangular por meio dos cubinhos.

Os exercícios são baseados no cálculo de volumes, alguns utilizam o *módulo multicubo* e outros trazem o sólido sem cubos. Outras solicitam o volume, mas sem apresentar a representação.

No capítulo, o foco é a utilização do cálculo do volume a partir da fórmula do volume do paralelepípedo.

#### **3.2.3 Livro 8º ano**

No livro do 8º ano, a geometria espacial é abordada apenas no capítulo 3, 9 e 11, analisados a seguir.

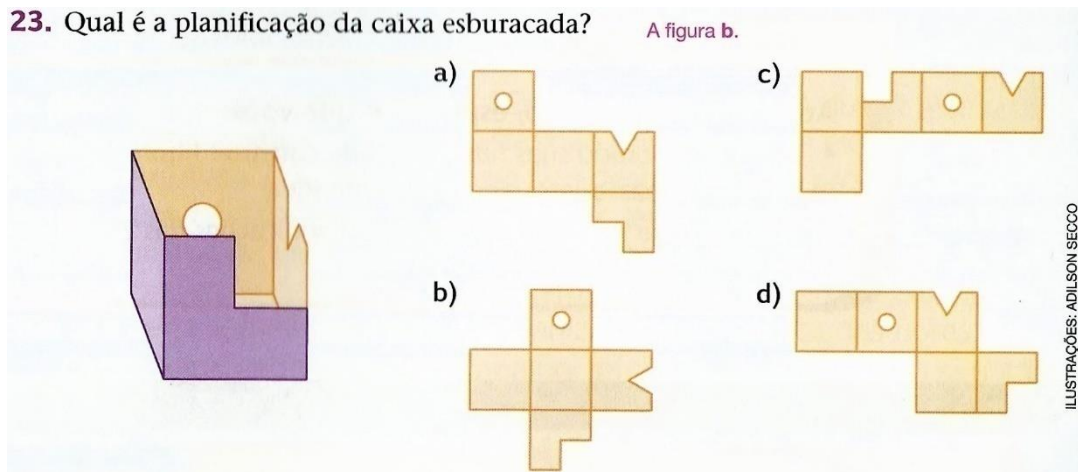
### *Capítulo 3 – Construções Geométricas*

Na seção *A construção de formas tridimensionais*, vemos algumas amostras de construções de prismas e corpos redondos.

As atividades são compostas por perguntas de reflexão e pesquisa sobre o tema e representação de planificação de determinados sólidos.

A Figura 26 ilustra uma atividade de planificação de objetos, com elementos que devem ser levados em conta no momento de encontrar a planificação correta.





Na atividade, por exemplo, além das habilidades apontadas por Voyer, Voyer e Bryden (1995), vemos o componente espacial da habilidade matemática apontado por Viana (2005), que se refere à percepção, à formação e à manipulação de imagens mentais em figuras espaciais. Com este componente, o aluno pode resolver a questão.

### *Capítulo 9 – Desenhando figuras espaciais*

Neste capítulo, temos amostras de como representar sólidos nas malhas triangulares e quadriculadas. Há uma seção *Desenhando em perspectiva*, onde os autores desenvolvem a construção deste tipo de desenho, com auxílio da geometria plana. Outro ponto importante na obra é o texto *Latitudes e Longitudes*, onde temos uma explicação através da esfera, sobre os ângulos nas coordenadas geográficas.

As atividades são voltadas, principalmente, à construção de cubos em perspectiva, como podemos perceber na Figura 27.

**11.** Agora, desenhe em perspectiva um cubo formado por oito cubinhos. Capriche!

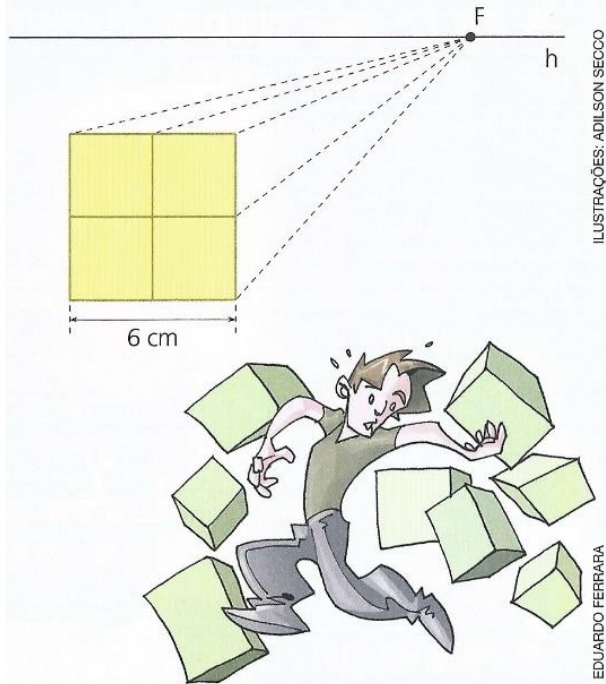


Figura 14 - Atividade VI (Coleção 2)  
Fonte: Imenes & Lellis, 2009, p. 175

Esta atividade, mostrada na Figura 27, pode fortalecer a ideia do espaço tridimensional e a compreensão das figuras representadas em duas dimensões.

### *Capítulo 11 – Áreas e Volumes*

Este capítulo apresenta, de forma sucinta, ideias para o cálculo de volumes, como decomposição e completamento.

Os exercícios seguem o processo ilustrado na Figura 28.

7. Assim como no problema anterior, pode-se obter a área do triângulo imaginando um retângulo, calcule, neste caso, o volume da figura espacial, imaginando um bloco retangular:  $48 \text{ cm}^3$

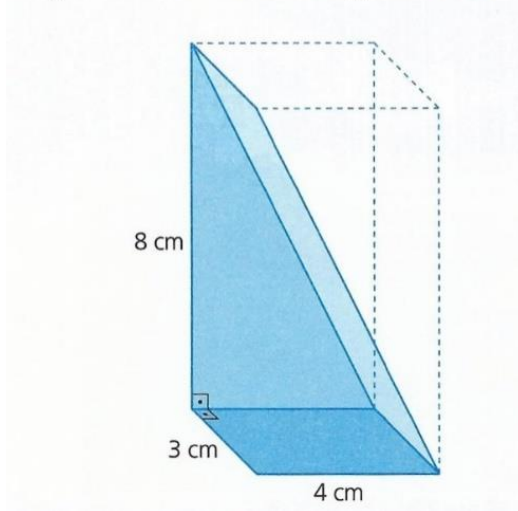


Figura 15 - Atividade VII (Coleção 2)  
Fonte: Imenes & Lellis, 2009, p. 211

### 3.2.4 Livro 9º ano

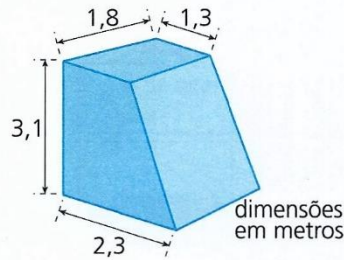
No livro do 9º ano, a geometria espacial é abordada apenas no capítulo 4, analisado a seguir.

#### Capítulo 4 – Medidas

Na seção *Calculando áreas e volumes*, temos uma retomada do cálculo do volume do paralelepípedo, bem como a decomposição de um sólido em blocos retangulares para encontrar o volume total.

As atividades sobre o assunto focam na decomposição para calcular determinados volumes, como ilustra a Figura 29.

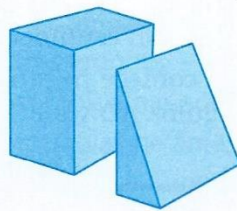
23. O pedestal de uma estátua é um **poliedro** com 6 faces: 4 retângulos e 2 trapézios retângulos.



NELSON MATSUDA

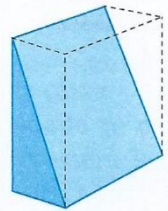
Calcule seu volume, seguindo o roteiro:

- a) Copie em seu caderno o desenho do poliedro decomposto. **Desenho pessoal.**



NELSON MATSUDA

- b) Uma das partes é um bloco retangular. Calcule seu volume. **7,254 m<sup>3</sup>**
- c) Para calcular o volume da outra parte, você já conhece o truque. **2,79 m<sup>3</sup>**
- d) Dê o volume do pedestal. **10,044 m<sup>3</sup>**



NELSON MATSUDA

Figura 16 - Atividade VIII (Coleção 2)  
Fonte: Imenes & Lellis, 2009, p. 83

### 3.3 Coleção 3 – Vontade de saber Matemática

A geometria espacial é abordada em diferentes capítulos deste livro, que serão abordados a seguir, conforme Quadro 4.

Quadro 4 – Distribuição da Geometria Espacial na coleção 3

Ano	Capítulos
6º	Capítulo 1 – Formas geométricas espaciais
7º	Capítulo 3 – Formas geométricas espaciais
8º	---
9º	Capítulo 10 – Medidas de volume

Fonte: Arquivo Pessoal

### 3.3.1 Livro 6º ano

No livro do 6º ano, a geometria espacial é abordada apenas no capítulo 1, analisado a seguir.

#### Capítulo 1 – Formas geométricas espaciais

Destina-se a apresentar as formas geométricas espaciais, relacionando com objetos cotidianos e define poliedros e não poliedros. Apresenta o paralelepípedo, o cubo, prismas, pirâmides, cone, cilindro e esfera. Os autores procuram, na grande maioria, mostrar estes sólidos planificados. O capítulo indica, nos desenhos, faces, vértices e arestas. Uma seção é destinada para a questão das diferentes vistas de um objeto. O exemplo inicial é uma pequena maquete, conforme podemos ver na Figura 30.

## Vistas

Três alunos, em diferentes posições, desenharam e pintaram, na aula de artes, a **maquete** de uma casa. Explique aos alunos que as vistas laterais esquerda e direita são consideradas em relação ao observador que está de frente para o objeto observado.



**Maquete** ► representação em tamanho menor de uma obra de engenharia ou arquitetura.

Veja a possibilidade de realizar, com os alunos, uma atividade semelhante a esta para que eles compreendam as vistas trabalhadas. Para isso, traga para a sala de aula uma maquete ou alguns objetos.

Veja a seguir a pintura realizada pelos alunos.



### Planeta Terra



Vista do planeta Terra quando observado da Lua.

Podemos notar que as pinturas apresentam diferentes representações da mesma maquete. Isso ocorre porque elas foram pintadas a partir de diferentes vistas.

Outra vista que poderíamos ter dessa maquete é a **vista superior**.



vista superior

Figura 17 – Exemplo de como as vistas de um objeto são apresentados na coleção 3

Fonte: Pataro & Souza, 2009, p. 102

Os exercícios solicitam a contagem de vértices, faces e arestas de determinados sólidos, relação da planificação com o sólido montado e também as representações das vistas de determinados objetos (Figura 31).

**20** Luciano fotografou, a partir de diferentes vistas, o computador a seguir.



Figura 18 – Atividade I (Coleção 3)  
Fonte: Pataro & Souza, 2009, p. 105

O exemplo da maquete (Figura 30) e o exercício ilustrado na Figura 31 realizam um trabalho diferenciado em relação às outras coleções, visto que, além de objetos formados por cubinhos, trazem exemplos de objetos cotidianos. Esta é uma oportunidade para trabalhar as habilidades ou aptidões descritas por Grande (1994) e Gutierrez (1991). Entre elas, a constância de percepção, que se refere ao reconhecimento de que um objeto tem propriedades invariáveis, como tamanho e forma, apesar das várias impressões que pode causar o lugar de onde este é observado.

### 3.3.2 Livro 7º ano

No livro do 7º ano, a geometria espacial é abordada apenas no capítulo 3, analisado a seguir.

### Capítulo 3 – Formas geométricas espaciais

O capítulo retorna a apresentar as formas geométricas, poliedros e não poliedros, mas de forma mais sucinta. Há um foco no estudo dos poliedros, sua definição e a nomenclatura de acordo com o número de faces. Os prismas e as pirâmides voltam a ser trabalhados, com um foco maior no estudo das bases e faces laterais que apresentam. Aqui a relação de Euler é mostrada, focando novamente no número de faces, arestas e vértices. Os não poliedros como o cone, o cilindro e a esfera são novamente abordados, mas de forma rápida.

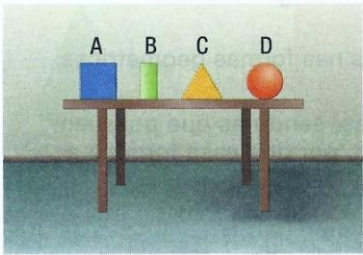
Os exercícios focam a verificação da relação de Euler, diferenciação de prismas retos e oblíquos, correspondência do polígono correspondente à base da pirâmide, relação da planificação com o respectivo sólido e representação das vistas de um objeto, conforme Figura 32.

**Revisão**

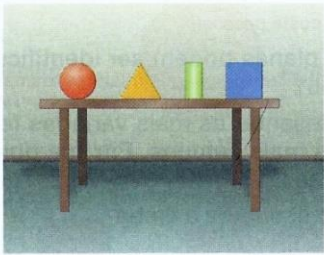
Anote as respostas no caderno.

**17** Sobre uma mesa foram colocados quatro objetos. Observe a vista lateral, frontal e superior da mesa.

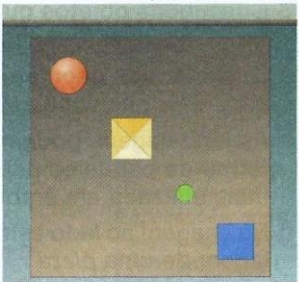
vista lateral



vista frontal



vista superior



Ilustrações: Acervo da editora

a) Escreva o nome da forma geométrica espacial que cada objeto lembra.  
A: cubo; B: cilindro; C: pirâmide; D: esfera

b) De acordo com a resposta do item a, classifique as formas geométricas espaciais em poliedros ou não poliedros. poliedros: cubo e pirâmide; não poliedros: cilindro e esfera

Figura 19 - Atividade II (Coleção 3)

Fonte: Pataro & Souza, 2009, p. 78

#### 3.3.3 Livro 8º ano

Não apresenta nenhum tópico sobre geometria espacial.

#### 3.3.4 Livro 9º ano

No livro do 9º ano, a geometria espacial é abordada apenas no capítulo 10, analisado a seguir.

## Capítulo 10 – Medidas de volume

O capítulo retoma o conceito de volume, apresenta a ideia do  $\text{cm}^3$ , determina a fórmula do volume do paralelepípedo retângulo a partir do *módulo multicubo*, volume do cilindro e por fim, unidades de capacidade.

Nos exercícios, são solicitados os volumes de paralelepípedos retângulos e cilindros. Na maioria deles, temos a representação geométrica do sólido. Ainda, alguns destes exercícios trazem sólidos compostos, ou seja, que precisam ser particionados para a obtenção do volume total.

A Figura 33 apresenta uma das atividades iniciais, na qual se trabalha a ideia de volume. Aqui, vemos novamente uma atividade similar as que já foram mostradas e que também exigem do aluno a realização de uma rotação mental.

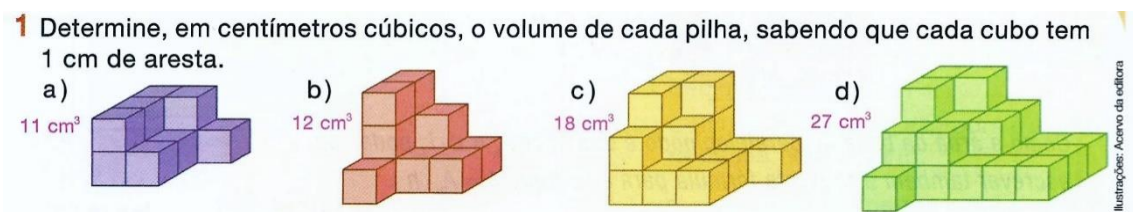


Figura 20 - Atividade III (Coleção 3)  
Fonte: Pataro & Souza, 2009, p. 209

### 3.4 Percepções: coleções *versus* habilidades espaciais

Nas coleções 1 e 2, temos tópicos de geometria espacial desenvolvidos nos quatro livros da coleção, mas na coleção 3 um deles não trata de geometria espacial. Quanto ao desenvolvimento dos tópicos do assunto, percebemos que todas as coleções trabalham com o *módulo multicubo*, principalmente na construção e desenvolvimento do conceito de volume de blocos retangulares.

Podemos perceber, em relação à questão do desenvolvimento das habilidades espaciais, que as coleções 2 e 3 trabalham com as vistas de objetos, em grande destaque. Notamos que todas as três coleções apresentam construções e desconstruções de determinados poliedros na forma bi e tridimensional.

A **coleção 2**, já no segundo capítulo do livro, trabalha com as vistas de um objeto, utilizando, na sua maior parte, o *módulo multicubo* com atividades envolvendo cubos de uma única cor, bem como cubos com cores diferentes. Estas atividades solicitam determinadas vistas de um objeto, dadas as vistas, determinar os objetos. Atividades como estas são importantes,



pois possibilitam que o aluno desenvolva a percepção espacial (GRANDE, 1994), ou seja, a capacidade de reconhecer e discriminar estímulos no espaço. No livro do 7º ano, as vistas de um objeto são retomadas, agora em atividades em que se utiliza a malha pontilhada. No 8º ano, temos como foco atividades em que os alunos representam sólidos sob a malha quadriculada e triangular, a fim de que percebam a noção de profundidade em relação às três dimensões de um objeto.

A **coleção 3**, semelhantemente à segunda coleção, já no primeiro capítulo, também trabalha com as vistas de objetos no primeiro livro. Entretanto, os autores não focam diretamente no *módulo multicubo* e, sim, numa maquete, conforme Figura 30. As atividades focam nas vistas dos objetos, utilizando o *módulo multicubo* e também objetos cotidianos, como as vistas do computador (Figura 31). Além disso, o livro traz questões das provas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), que permeiam a compreensão das vistas de um objeto.

A **coleção 1**, em nenhum momento, apresenta atividades que trabalham com as vistas de um objeto, contudo trabalha com perspectiva de objetos na malha quadriculada, que, de alguma forma, pode auxiliar os discentes na compreensão de objetos em três dimensões.

Em geral, podemos perceber que o *módulo multicubo*, apontado por Gutiérrez (1998) como uma das formas de se desenvolver habilidades espaciais, está presente nestas coleções. Nos estudos de Grande (1994) e Gutierrez (1991) vemos a importância e a necessidade de se trabalhar com os alunos atividades que desenvolvam a compreensão de um objeto em três dimensões. Neste sentido, as projeções ortogonais, ou seja, as vistas de um objeto, tomam destaque em duas destas coleções.

No capítulo a seguir, apresentamos os procedimentos metodológicos da pesquisa realizada, o contexto e a sequência didática desenvolvida.

## 4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O capítulo aborda a pesquisa realizada neste trabalho, descrevendo a metodologia utilizada, os sujeitos da pesquisa, as formas de coleta de dados e a sequência didática elaborada.

Como uma das estratégias centrais foi a utilização de objetos digitais de aprendizagem, abordamos, introdutoriamente, as tecnologias e, mais especificamente, os objetos digitais de aprendizagem.

### 4.1 Objetos digitais de aprendizagem (ODAs)

As tecnologias estão cada vez mais presentes em nosso cotidiano. Os recursos digitais de aprendizagem, disponíveis na Internet, podem ser um grande aliado no trabalho em sala de aula.

A tecnologia é, para Vitale (1991), inevitável e historicamente necessária. Segundo Basso e Gravina (2012, p.12) “nossas rotinas de sala de aula também deveriam incorporar, cada vez mais, as tecnologias, pois elas influem nas nossas formas de pensar, de aprender, de produzir”.

Lovell (1988, p. 13) afirma que “os conceitos parecem surgir das percepções, do conhecimento real dos objetos e situações, e através da vivência de experiências e empenho em ações de diversas espécies”. Os objetos digitais podem apresentar um papel importante na construção dos conceitos, pois os PCN’s (1998, p.44) apontam que o computador tem como uma de suas finalidades constituírem o “meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções”. A *cultura do virtual*, citada por Basso e Gravina (2012), é cada vez mais evidenciada no cotidiano escolar, onde os alunos possuem acesso a informações de uma forma rápida e fácil. Conseqüentemente, o professor não pode basear o planejamento de suas aulas apenas em quadro e giz. Daí a necessidade de inserir os alunos neste ambiente, na tentativa de explorar as diversas possibilidades que os objetos de aprendizagem podem oferecer.

Para Machado e Sá Filho (2008), o grande diferencial no espaço virtual é a possibilidade de novas opções de espaço que antes não existiam na prática pedagógica. O computador apresenta uma dimensão dinâmica sobre a visualização, porque as formas de representação 3D e 2D na tela podem ser manipuladas e transformadas, proporcionando uma virtualização do concreto.

Entre os diversos recursos que podemos encontrar on-line, temos os objetos digitais de aprendizagem ou simplesmente, objetos de aprendizagem. Os objetos de aprendizagem não apresentam uma consensual definição. Para determinados teóricos, **objetos digitais de aprendizagem** e **objetos de aprendizagem** têm o mesmo significado, já outros indicam que os **objetos digitais de aprendizagem** constituem uma parte de um todo denominado **objetos de aprendizagem**. Por escolha, ficaremos com a segunda.

Sendo assim, um objeto de aprendizagem, segundo Gutierrez, S. S. (2004, p. 6):

pode ser conceituado como sendo todo o objeto que é utilizado como meio de ensino/aprendizagem. Um cartaz, uma maquete, uma canção, um ato teatral, uma apostila, um filme, um livro, um jornal, uma página na web, podem ser objetos de aprendizagem. A maioria destes objetos de aprendizagem pode ser reutilizada, modificada ou não e servir para outros objetivos que não os originais.

Já os objetos digitais de aprendizagem referem-se, conforme Spinelli (2007, p. 7),

a um recurso digital reutilizável que auxilie na aprendizagem de algum conceito e, ao mesmo tempo, estimule o desenvolvimento de capacidades pessoais, como, por exemplo, imaginação e criatividade. Dessa forma, um objeto virtual de aprendizagem pode tanto contemplar um único conceito quanto englobar todo o corpo de uma teoria. Pode ainda compor um percurso didático, envolvendo um conjunto de atividades, focalizando apenas determinado aspecto do conteúdo envolvido, ou formando, com exclusividade, a metodologia adotada para determinado trabalho.

Nesta pesquisa, optamos em trabalhar com objetos digitais de aprendizagem porque baseados nos estudos realizados os objetos digitais podem auxiliar os alunos no desenvolvimento das habilidades espaciais. Além disso, podemos perceber algumas facilidades que eles possuem. Conforme Tarouco (2003), temos:

- a) Reusabilidade – utilização do objeto o número de vezes que o usuário achar necessário.
- b) Acessibilidade – possibilidade de acessar recursos educacionais em um local distante e usá-los em muitos outros locais.
- c) Interoperabilidade – pode ser utilizado em plataformas diferentes.
- d) Durabilidade – pelo fato de adaptação a qualquer plataforma, tornam-se atemporais.

Podemos destacar também que os objetos digitais escolhidos para esta pesquisa são gratuitos, de fácil manipulação, dinâmico, sem contar a facilidade que crianças e adolescentes têm de apropriar-se do funcionamento das tecnologias em geral.

## 4.2 Metodologia

Alguns objetos digitais, presentes no repositório digital do *Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education*<sup>5</sup>, foram desenvolvidos com o objetivo de exploração das habilidades espaciais.

**O objetivo da pesquisa foi verificar como os objetos digitais de aprendizagem selecionados auxiliam o aluno a desenvolver habilidades espaciais.** Para isso, foi realizada uma experiência didática, com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede municipal de Porto Alegre.

Podemos ver, de forma geral, a sequência didática elaborada no Quadro 5.

Quadro 5 – Sequência didática

Encontro 1	Atividade 1: ODA - <i>Building freely</i>
Encontro 2	Atividade 2: ODA - <i>Copy the building</i>
	Atividade 3: Representação da vista ortogonal codificada
Encontro 3	Atividade 4: ODA - <i>Rotation game</i>
	Atividade 5: ODA - <i>Building with three sides</i>
Encontro 4	Atividade 6: Classificação das vistas
	Atividade 7: ODA - <i>Guess the view</i>
Encontro 5	Atividade 8: Representação de todas as vistas

A metodologia utilizada foi o estudo de caso, que para Yin (2003) é uma estratégia de pesquisa abrangente, perfazendo a concepção do projeto, a técnica da coleta de dados e a abordagem específica para a análise dos dados coletados. Segundo Ponte (2006, p. 3), “na Educação Matemática, os estudos de caso têm sido usados para investigar questões de

<sup>5</sup> <http://www.fisme.science.uu.nl/fisme/en/>

aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores.”

Ponte (2006), por meio dos trabalhos de Yin (1984), diz que os estudos de caso possuem diversos propósitos:

- a) *Exploratórios*: em determinada investigação serve para obter informações preliminares sobre o respectivo objeto de interesse.
- b) *Descritivos*: seu objetivo é descrever, ou seja, dizer como é o seu caso em estudo.
- c) *Analíticos*: buscam problematizar o seu objeto, desenvolvendo ou construindo novas teorias e também confrontá-la com uma teoria já existente. Esses proporcionam um avanço mais significativo para o conhecimento.

Além disso, Ponte (2006) cita algumas características sobre um estudo de caso:

- a) Possui natureza empírica, foco no trabalho de campo e/ou análise documental.
- b) Utiliza-se quando o pesquisador não tem o intuito de modificar a situação, mas compreendê-la.
- c) O modo de documentar seus resultados é variado, como textos escritos, comunicações orais ou registros em vídeo.
- d) O relato assume com frequência a forma de uma narrativa onde quer se contar uma história que contribua significativamente ao conhecimento existente.

Os alunos foram acompanhados nas atividades propostas, procurando-se perceber suas estratégias frente às atividades, assim como as soluções apresentadas por eles. Os registros foram realizados por meio de anotações do pesquisador, além da entrega de material escrito e virtual (captura de telas) pelos alunos. A cada atividade realizada, os alunos registravam, em arquivo virtual ou papel, suas impressões sobre a atividade, relatando suas facilidades ou dificuldades.

### **4.3 Contexto da pesquisa**

A pesquisa foi realizada no ano de 2013, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Vila Monte Cristo, localizada no bairro Vila Nova, em Porto Alegre, Rio Grande do Sul. Foram convidados pelo pesquisador, seus próprios alunos das duas turmas do 3º ano do II Ciclo (6º ano), do turno da manhã, para participar de atividades no contra turno escolar. O grupo formou-se a partir do próprio interesse dos alunos, da disponibilidade e responsabilidade em participar e frequentar os encontros. Dos alunos convidados, onze mostraram interesse em participar da pesquisa, com faixa etária entre dez e doze anos. No total, foram realizados seis encontros de uma hora e quarenta minutos de duração, além de um encontro extra, que não estava programado inicialmente.

Em geral, os alunos da escola, utilizam com frequência o laboratório de informática, denominado “midioteca”, que possui acesso à internet. Entretanto, devido à dependência da escola para com os técnicos dos equipamentos, a manutenção e a instalação de softwares e afins pode demorar. Existe somente uma sala, com cerca de dezoito computadores, sendo que a escola possui mais de mil alunos. Com isso, torna-se complicado realizar um trabalho contínuo com os alunos no local, pois a demanda é elevada.

### **4.4 A sequência didática**

É preciso enfatizar que o trabalho realizado, com enfoque no desenvolvimento das habilidades espaciais, é pouco usual, visto que em geral, o foco deste ano escolar, tende apenas a apresentar os sólidos geométricos como os corpos redondos e os principais poliedros (cubo, bloco retangular, pirâmides, prismas) e suas planificações. Entretanto, como vimos nos livros analisados, percebemos atividades que procuram desenvolver habilidades espaciais, por meio da exploração das diferentes vistas de um determinado objeto espacial.

A seguir, vamos descrever cada encontro da sequência didática. Vale ressaltar que cada atividade proposta teve o objetivo de desenvolver diferentes habilidades espaciais. A primeira atividade foi uma construção livre, para dar início ao trabalho com os objetos de aprendizagem e familiarizar os alunos com o recurso digital. Entretanto, no momento da contagem dos cubos, a habilidade de rotação mental foi explorada, pelo fato de que os alunos teriam que rotacionar a figura para contar o número de cubos. A segunda atividade avançou um pouco no nível de exigência, uma vez que os alunos precisavam reproduzir imagens prontas, com graus de complexidade diferentes. Isso proporcionou o desenvolvimento das habilidades de rotação mental e também visualização espacial, tendo como elemento disperso a posição da seta, que

indicava a visão frontal. Na terceira atividade, as habilidades de rotação mental e percepção espacial foram exploradas. A rotação mental, pelo fato de que o aluno necessitava rotacionar mentalmente a figura para representar a vista ortogonal codificada; a visualização espacial, porque era necessário estabelecer relações espaciais com posição da seta, que poderia confundir o aluno. Entretanto, nessa atividade não havia a manipulação dos objetos. A quarta atividade dedicava-se à habilidade de rotação mental, pois o objetivo era girar os objetos a fim de encontrar a vista indicada pela sombra. A quinta atividade explorou as habilidades de rotação mental e visualização espacial. A visualização espacial justifica-se pelo fato que o aluno necessitava manipular informações (vista) para se construir determinado objeto. As atividades 6, 7 e 8, (sendo que 6 e 8 não havia a manipulação dos sólidos) tiveram o foco nas vistas dos objetos. Para isso foram mobilizadas as habilidades de rotação mental e percepção espacial, visto que era necessário realizar giros mentais para determinar as vistas e também a percepção espacial, de forma a determinar as relações espaciais sem confundir-se com o elemento disperso, no caso a posição da seta que indicava a visão frontal.

A sequência teve o objetivo de trazer diferentes atividades que buscassem desenvolver as habilidades espaciais explicitadas por Voyer, Voyer & Bryden (1995) (Quadro 6). Procuramos alternar atividades com e sem a manipulação dos objetos digitais, para que fossem percebidas as possíveis situações de dificuldades e os possíveis avanços.

Quadro 6 – Relação das atividades e as habilidades espaciais exploradas por elas

<b>Atividade</b>	<b>Descrição da atividade</b>	<b>Habilidades espaciais exploradas</b>
1. ODA - <i>Building freely</i>	Construir dois objetos e determinar o número de cubos no ODA.	Rotação mental.
2. ODA - <i>Copy the building</i>	Reprodução de figuras dadas pelo ODA.	Rotação mental, percepção espacial.
3. Representação da vista ortogonal codificada	Representar a vista ortogonal codificada de determinados objetos. Tanto objeto como representações estavam no papel.	Rotação mental, percepção espacial.
4. ODA - <i>Rotation game</i>	Rotacionar o objeto a fim de corresponder à vista indicada pela sombra.	Rotação mental.
5. ODA - <i>Building with three sides</i>	Construir sólidos a partir da vista ortogonal dada.	Rotação mental, visualização espacial.
6. Classificação das vistas	Classificar as vistas de um objeto em frontal, superior, lateral esquerda e lateral direita. Vistas e objetos representados no papel.	Rotação mental, percepção espacial.
7. ODA - <i>Guess the view</i>	Marcar a alternativa que corresponde à vista indicada de determinado objeto: frontal, lateral direita, lateral esquerda, superior, inferior e traseira.	Rotação mental, percepção espacial.
8. Representação de todas as vistas	Representar as seis vistas de determinados objetos. Tanto objeto como representações estavam no papel.	Rotação mental, percepção espacial.

#### **4.4.1 Encontro 1 – 7 de outubro – 13h30min às 15h10min**

Neste primeiro encontro, foi realizada uma conversa inicial com os alunos, para apresentar a proposta e esclarecer dúvidas sobre os encontros e sobre as atividades que seriam propostas. Foi realizada a primeira atividade; dependendo do andamento do encontro, estava planejado iniciar a segunda. Nesta aula, os alunos deveriam familiarizar-se com o objeto digital de aprendizagem *Building freely*<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00724/>



#### 4.4.1.1 Atividade 1: *Building freely*

Utilizando o ODA *Building freely* (Figura 34), construir dois móveis de sua casa e, em seguida, contar o número de cubos utilizados na construção. Capturar duas visualizações diferentes de cada figura construída e colar em um arquivo de texto para entregar.

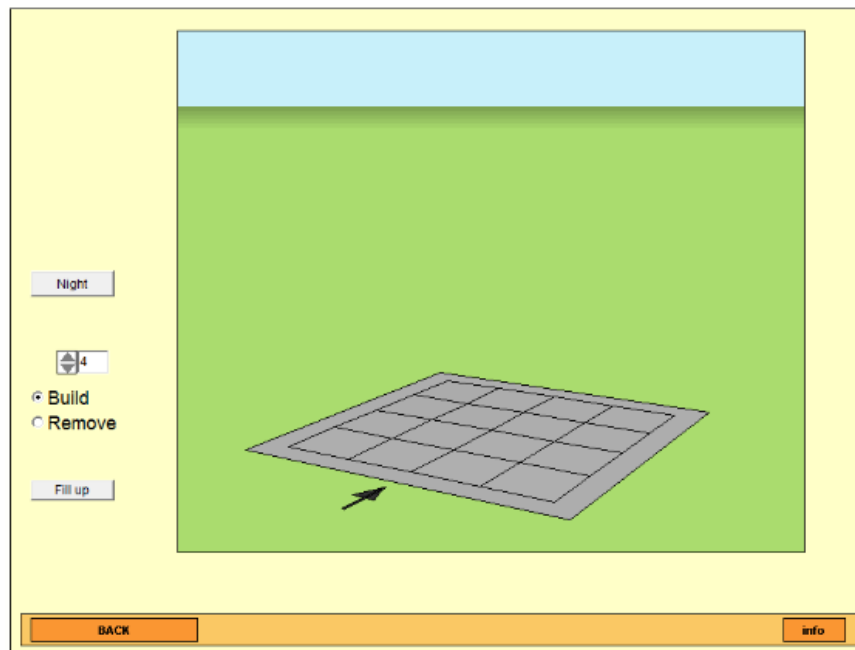


Figura 34 – Captura de tela do ODA *Building freely*  
 Fonte: <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00724/>

#### 4.4.2 Encontro 2 – 9 de outubro – 07h30min às 09h10min

Neste dia, os alunos deveriam realizar duas atividades. A primeira referiu-se ao ODA *Copy the building* e a segunda tinha o propósito de determinar a vista ortogonal codificada de determinados sólidos representados no papel. A seguir, apresentamos as atividades em detalhes.

##### 4.4.2.1 Atividade 2: *Copy the building*<sup>7</sup>

Reproduzir as figuras *building*, *stairs*, *pine tree* e *dance* (Figura 35) disponibilizadas pelo ODA. Determinar o número de cubos utilizados em cada construção. Capturar duas visualizações diferentes de cada figura construída e colar em um arquivo de texto para entregar.

<sup>7</sup> <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00724/>

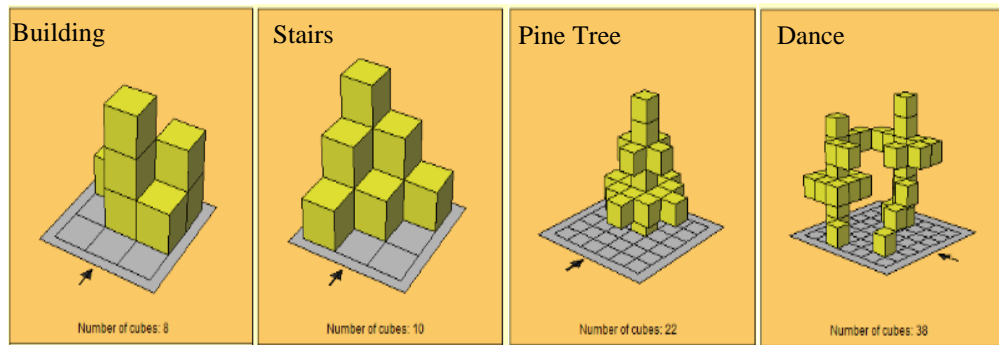


Figura 35 – Capturas de tela do ODA *Copy the building*  
 Fonte: <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00724/>

#### 4.4.2.1 Atividade 3: Representação da vista ortogonal codificada

Com o auxílio da malha quadriculada, representar a vista superior de cada figura abaixo, indicando o número de cubinhos utilizados em cada construção (Figura 36). Estes sólidos, bem como as suas representações, estavam no papel.

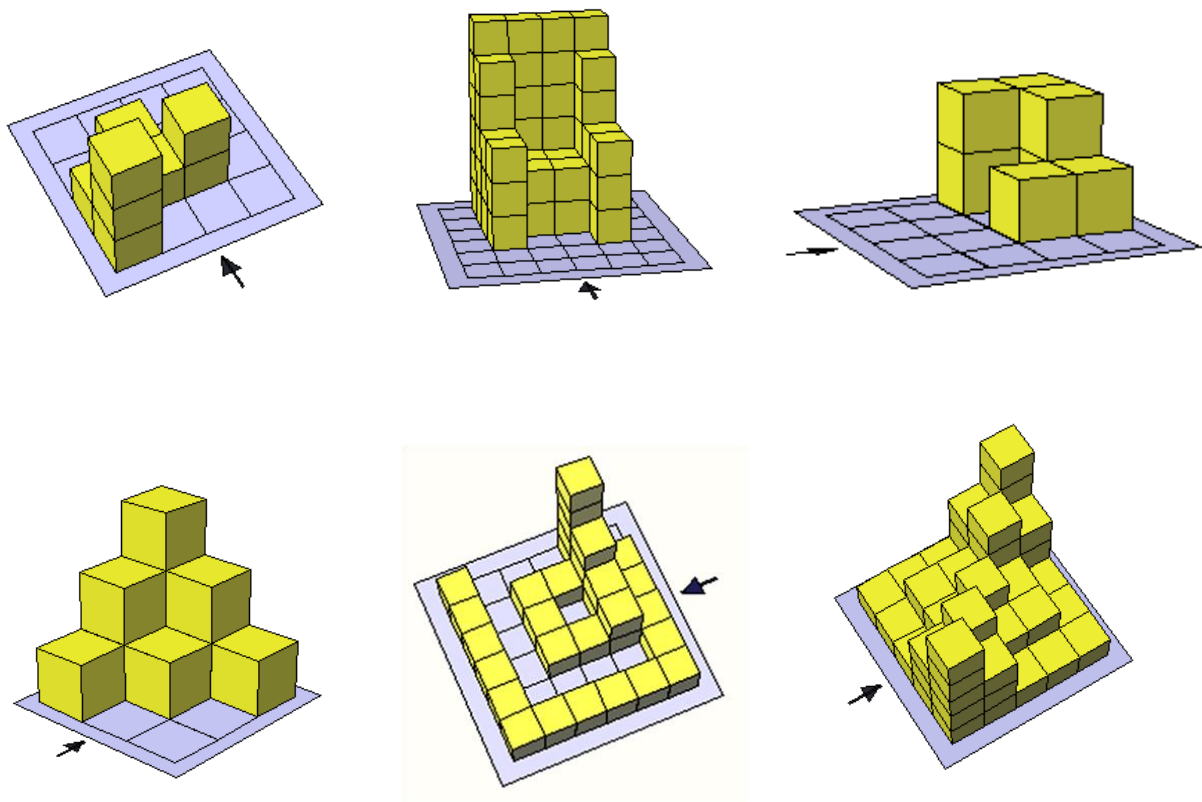


Figura 36 – Capturas de tela do ODA *Making height numbers*  
 Fonte: <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00724/>

#### 4.4.3 Encontro 3 – 14 de outubro – 13h30min às 15h10min

Este encontro foi destinado a realizar duas atividades relacionadas aos ODAs *Rotation game*<sup>8</sup> e *Building with three sides*<sup>9</sup>

##### 4.4.3.1 Atividade 4 - *Rotation game*

Esta atividade consistia em rotacionar o objeto espacial a fim de corresponder a uma de suas vistas indicadas por uma sombra, conforme Figura 37.

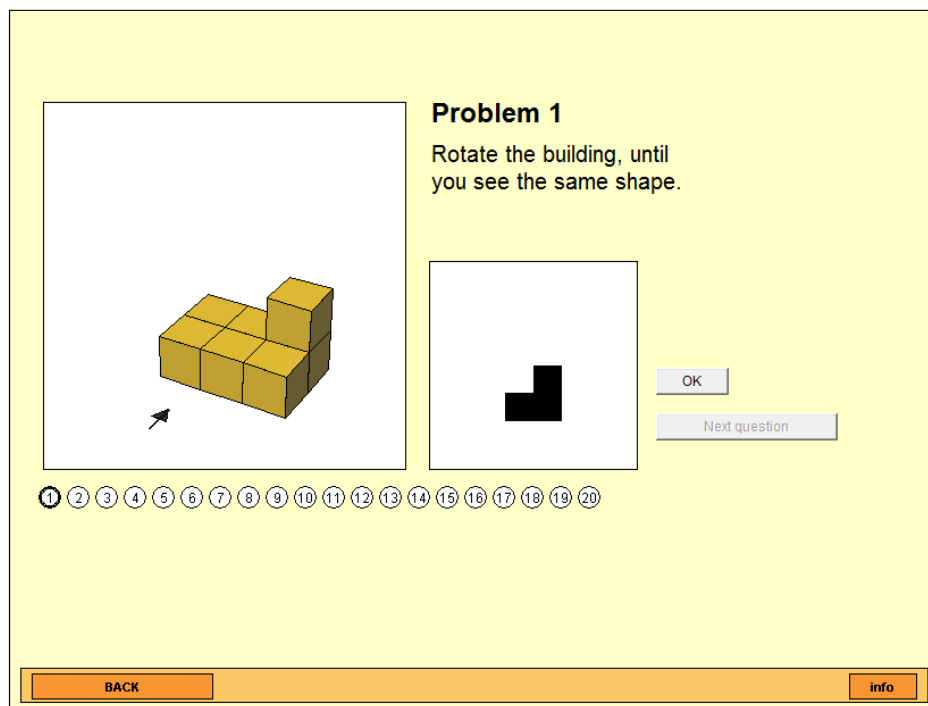


Figura 37 - Captura de tela do ODA *Rotation game*  
Fonte: <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00724/>

<sup>8</sup> <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00724/>

<sup>9</sup> <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00724/>

#### 4.4.3.2 Atividade 5 - *Building with three sides*<sup>10</sup>

Esta atividade consistia em construir determinados sólidos, dada a respectiva vista ortogonal, conforme Figura 38.

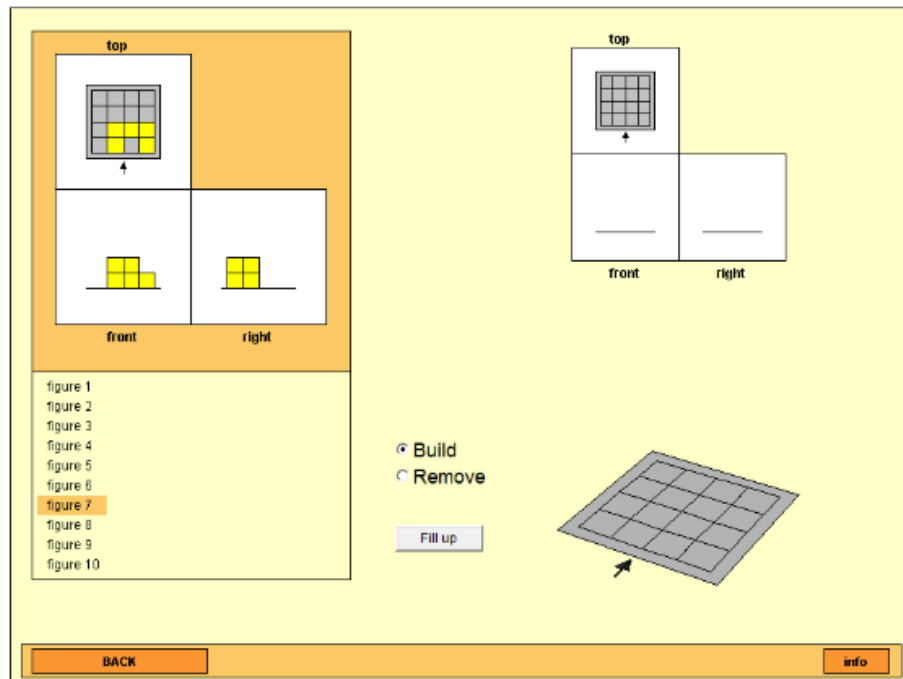


Figura 38 - Captura de tela do ODA *Building with three sides*  
 Fonte: <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00724/>

Neste dia os alunos deveriam realizar duas atividades. A primeira consistia em classificar as vistas de objetos dados no papel. A segunda, com ODA *Guess the view*<sup>11</sup>, os alunos deveriam classificar uma determinada vista de um objeto, manipulando-o.

<sup>10</sup> <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00724/>

<sup>11</sup> [http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00198/toepassing\\_wisweb.en.html](http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00198/toepassing_wisweb.en.html)

#### 4.4.4 Encontro 4 – 16 de outubro – 07h30min às 09h10min

Neste dia os alunos deveriam realizar duas atividades. A primeira consistia em classificar as vistas de objetos dados no papel. Na segunda, com ODA *Guess the view*<sup>12</sup>, os alunos deveriam classificar uma determinada vista de um objeto, manipulando-o.

##### 4.4.4.1 Atividade 6 – Classificação das vistas

Observar as figuras abaixo (Figura 39) e classificar cada representação em visão: frontal, superior, lateral esquerda e lateral direita.

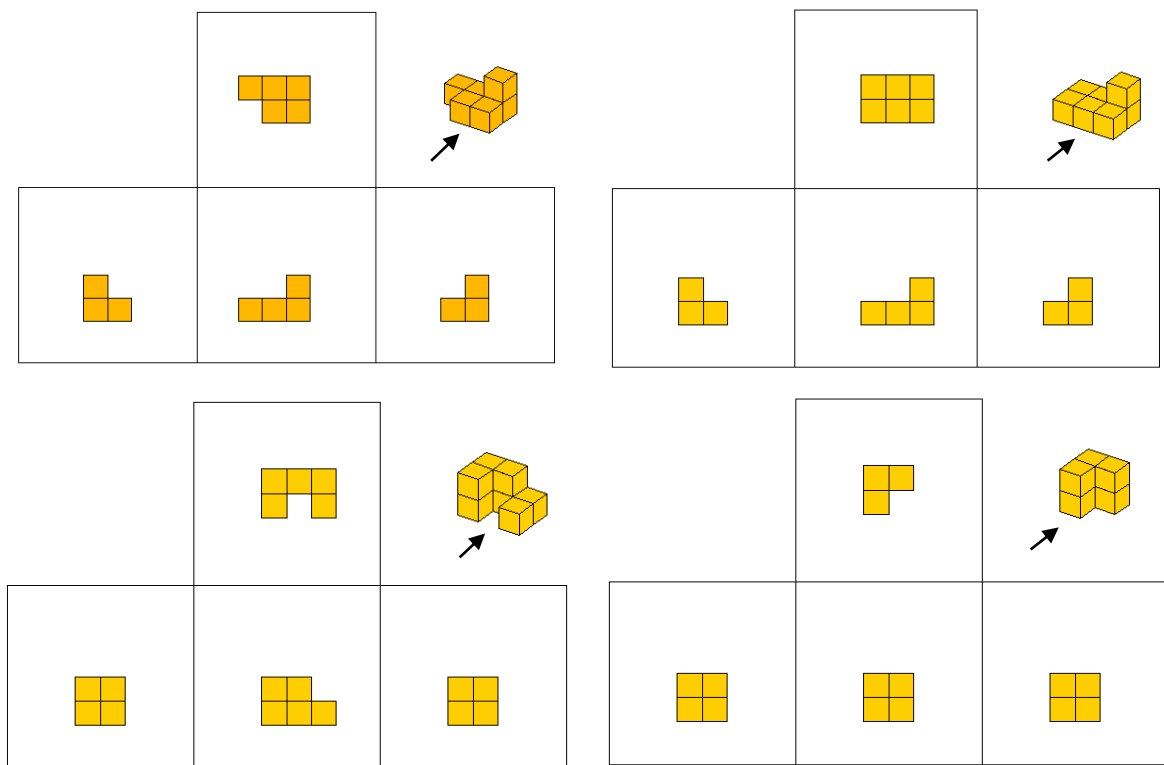


Figura 39 – Atividade 6  
Fonte: Arquivo Pessoal

<sup>12</sup> [http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00198/toepassing\\_wisweb.en.html](http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00198/toepassing_wisweb.en.html)

#### 4.4.4.2 Atividade 7 - *Guess the view*

Nesta atividade, os alunos deveriam manipular os objetos espaciais no ODA a fim de descobrir qual era a vista indicada ao lado, conforme Figura 40. Feito isso, marcar a alternativa correspondente.

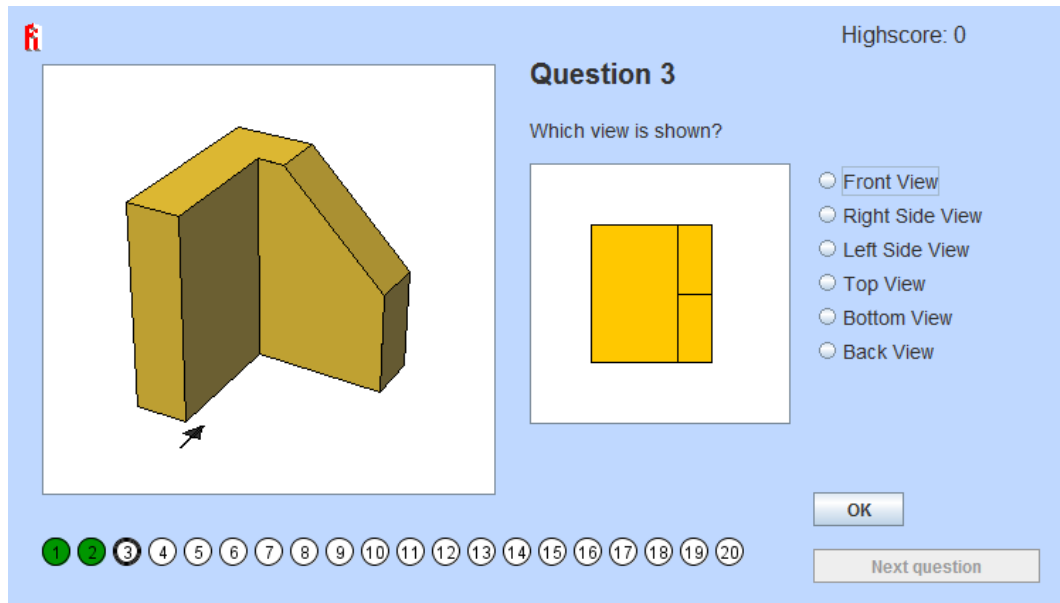


Figura 40 - Capturas de tela do ODA *Guess the view*

Fonte: [http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00198/toepassing\\_wisweb.en.html](http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00198/toepassing_wisweb.en.html)

#### 4.4.5 Encontro 5 – 21 de outubro – 13h30min às 15h10min

Este dia foi dedicado à realização da atividade de fechamento das atividades, em que os alunos deveriam representar no papel as vistas de quatro sólidos sem a manipulação física ou virtual.

#### 4.4.5.1 Atividade 8: Representação de todas as vistas

Observar as figuras e representar as seguintes posições no papel quadriculado: frontal, superior, inferior, de trás, lateral esquerda, lateral direita (Figura 41).

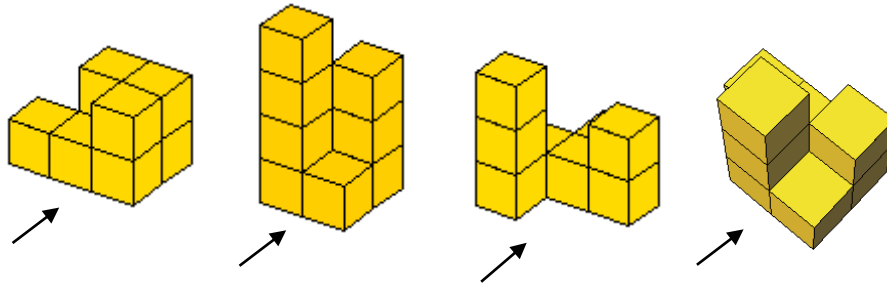


Figura 41 – Atividade 8  
Fonte: Arquivo Pessoal

#### ***4.4.6 Encontro 6 – 23 de outubro – 07h30min às 09h10min***

O encontro, que foi extra, foi destinado aos alunos que faltaram em algum encontro anterior e também para que alunos com tarefas ainda incompletas realizassem as determinadas atividades. Realizou-se ainda uma confraternização com o grupo que participou da pesquisa.

## 5 ANÁLISES

Este capítulo destina-se a realizar as análises das atividades, utilizando como subsídio teórico os conceitos apresentados no primeiro capítulo do trabalho.

A análise está organizada por atividades, a fim de se acompanhar o desenvolvimento dos alunos em cada atividade proposta. Além disso, é importante ressaltar que as interpretações destas atividades com a teoria retratam a visão do pesquisador, podendo o leitor também realizar suas próprias relações e conclusões.

Na análise, os alunos foram nomeados por letras, de acordo com os seus nomes em ordem alfabética. Ou seja, se existe uma aluna de nome Bruna e seu nome é o primeiro da lista de alunos, ela será nomeada como aluno “A”.

### 5.1 Atividade 1

A primeira atividade, desenvolvida com o objeto digital *Building freely*, correspondeu à construção de dois objetos de casa com a utilização de cubos sobre uma malha quadriculada. Além disso, os alunos deveriam contar o número de cubos utilizados na construção e realizar duas capturas de telas de modo que, a partir delas, fosse possível a contagem dos cubos. O objetivo desta atividade, além da familiarização com o ODA, era introduzir o desenvolvimento da rotação mental, visto que o aluno necessitava rotacionar o objeto para que capturasse as telas. A possibilidade de rotacionar o objeto no aplicativo a fim de realizar a contagem dos cubos possibilita uma base para o desenvolvimento da habilidade de rotação mental, citada por Voyer, Voyer e Bryden (1995), por meio de uma situação concreta.

Este objeto digital de aprendizagem permite inserir e apagar os cubos construídos e também aumentar ou diminuir a área da construção. Fora isso, é possível rotacionar a construção, para alterar o ponto de visualização.



A Figura 42 ilustra o aluno J realizando a atividade.

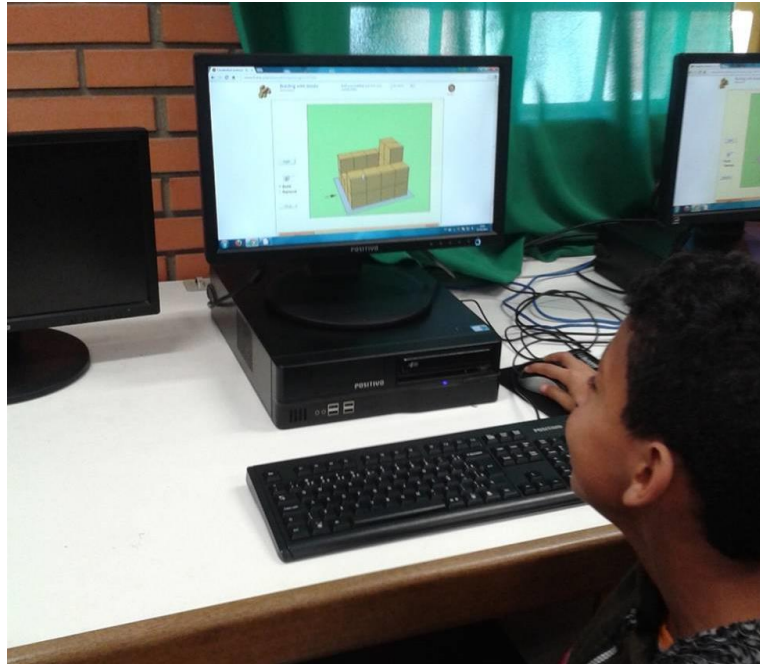


Figura 42 – Aluno J realizando a primeira atividade e interagindo com o ODA.

Fonte: Arquivo Pessoal

Essa atividade foi introdutória e, embora, aparentemente simples, permitiu identificar algumas considerações importantes dos alunos. A primeira é que, quando a figura é mais complexa (maior número de cubos e de sobreposições), apenas duas capturas de tela do objeto não são suficientes para realizar a contagem do número de cubos utilizados na construção. A constatação por parte dos alunos traz a discussão sobre a importância das diferentes vistas para determinar o sólido geométrico completo.

Para ilustrar, trazemos um exemplo do aluno C, na Figura 43, cuja ideia foi construir uma cama, televisão, rack e uma pessoa interagindo no cenário. Segundo ele, “acho que não dá pra contar só com duas, eu tentei e fiquei com umas dúvidas. Com três imagens, consigo ter certeza”. Então, conversamos sobre esta questão, que surgiu no momento da atividade. Percebe-se que estas capturas de telas nada mais são que as diferentes vistas do objeto espacial. Isto significa que com duas vistas, muitas vezes, não conseguimos determinar como é o objeto. Para realizar a contagem dos cubos com poucas capturas de telas seria necessário realizar uma construção mental dos objetos concretos, mantendo em mente o maior número possível de representações, que precisariam ser coordenadas com o objetivo de reconstruir o cenário completo e contar os cubos.

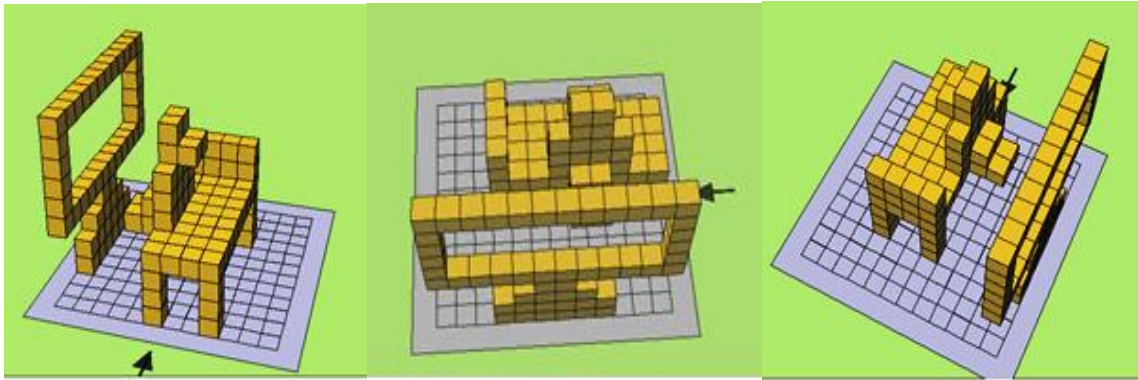


Figura 43 – Três capturas de tela da atividade 1 do aluno C.  
Fonte: Arquivo Pessoal

Já o aluno B comentou “eu consigo contar os cubos só com esta tela”. Como podemos ver na Figura 44. Neste caso, temos uma construção mais simples, que permitiu que apenas uma captura de tela fosse suficiente para a contagem dos cubos. Ou seja, um número menor de elementos precisaram ser coordenados para ele reconstruir o cenário como um todo.

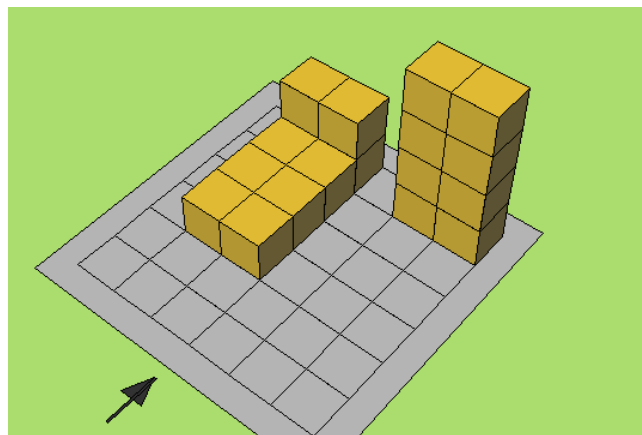


Figura 44 – Captura de tela da atividade 1 do aluno B.  
Fonte: Arquivo Pessoal

A manipulação livre deste aplicativo pode auxiliar no desenvolvimento de uma das habilidades espaciais apontadas nos estudos de Grande (1994) baseados em Frostig e Horne (1964) e Hoffer (1977), que é a constância da percepção, onde o aluno desenvolve a capacidade de reconhecer que um objeto tem propriedades invariáveis como tamanho e forma, mesmo com as diferentes posições que se encontra.

A seguir, temos nas Figuras 45 e 46 exemplos das produções dos demais alunos nesta atividade.

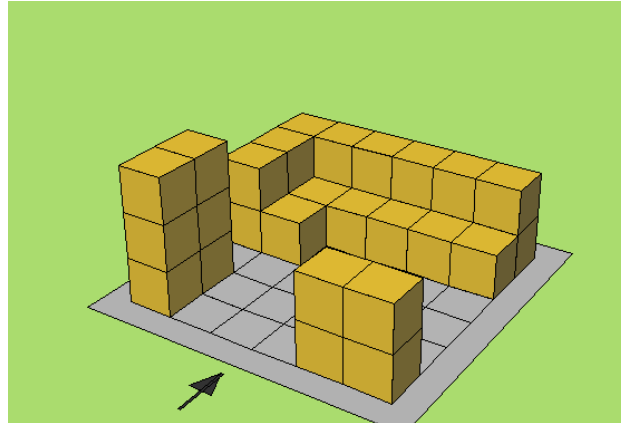


Figura 45 – Captura de tela da atividade 1 do aluno G.  
Fonte: Arquivo Pessoal

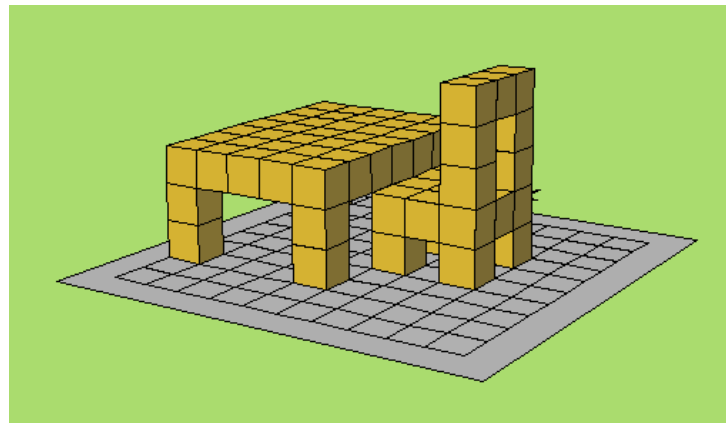


Figura 46 – Captura de tela da atividade 1 do aluno E.  
Fonte: Arquivo Pessoal

Aqui, como nas atividades a seguir, foi utilizado o *módulo multicubo* apontado por Gutiérrez (1998), como auxiliar no processo inicial do desenvolvimento das habilidades espaciais, devido à sua possibilidade de (re)construção dos sólidos. Esse recurso permite, também, que o aluno estabeleça relações entre as vistas de objetos e a quantidade de cubos utilizada.

Percebemos que os alunos tiveram facilidade de manuseio e compreensão do funcionamento dos ODAs. Alguns alunos quiseram realizar outras atividades que não estavam programadas, mas que encontravam-se disponíveis no repositório digital referentes ao assunto.

## 5.2 Atividade 2

Na segunda atividade, realizada com o objeto digital *Copy the building*, os alunos foram convidados a reproduzir determinadas construções apresentadas pelo objeto (Figura 47).

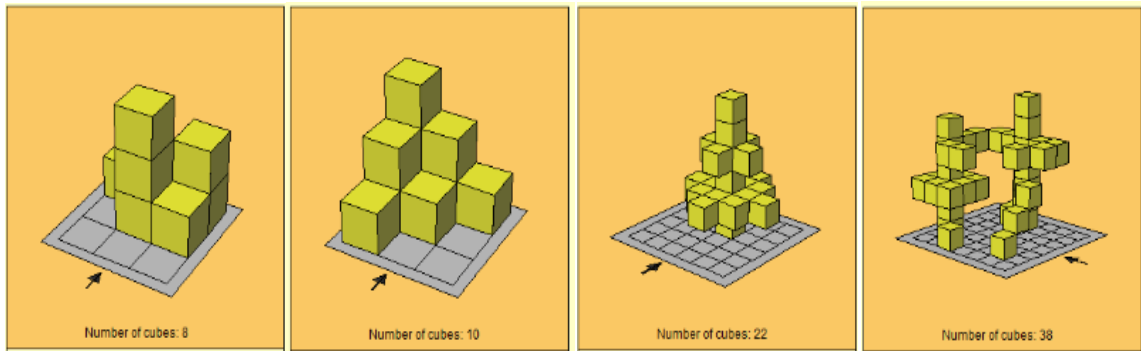


Figura 47 – Construções que deveriam ser reproduzidas.

Fonte: Arquivo Pessoal

Novamente, os alunos deveriam capturar o mínimo de visualizações necessárias para realizar a contagem dos cubos utilizados na construção. O objeto digital dá um *feedback*, informando quando a contagem está correta (círculo verde) e informa automaticamente o número de cubos utilizados, como podemos ver na Figura 48.

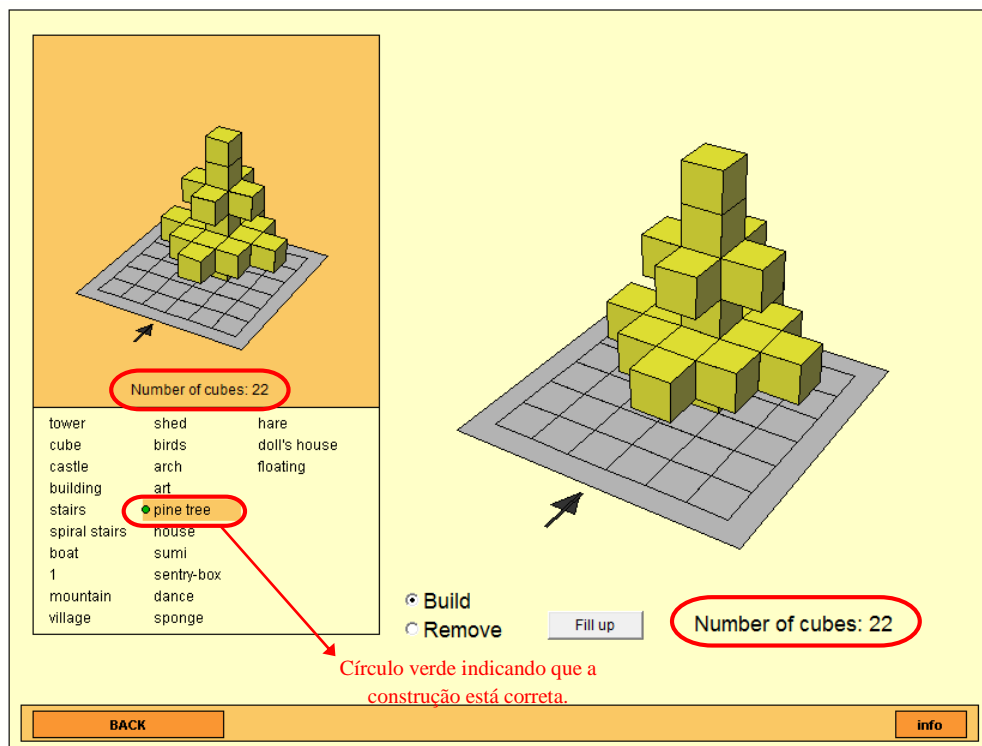


Figura 48 – Captura de tela do ODA *Copy the building*.

Fonte: Arquivo Pessoal

A atividade exigiu dos alunos atenção e percepção espacial, para identificar como a figura foi construída para, posteriormente, reproduzi-la. Essa atividade, em relação à primeira, exigiu um maior controle e coordenação da construção por parte dos alunos, dado que a primeira era uma construção livre e, aqui, uma construção que precisa ser produzida. O aluno H, durante a realização da atividade, destacou a importância da seta. A seta, observada pelo aluno H, refere-se à indicação da vista frontal da construção. Isto pode ser conferido nas capturas deste aluno (Figura 49).

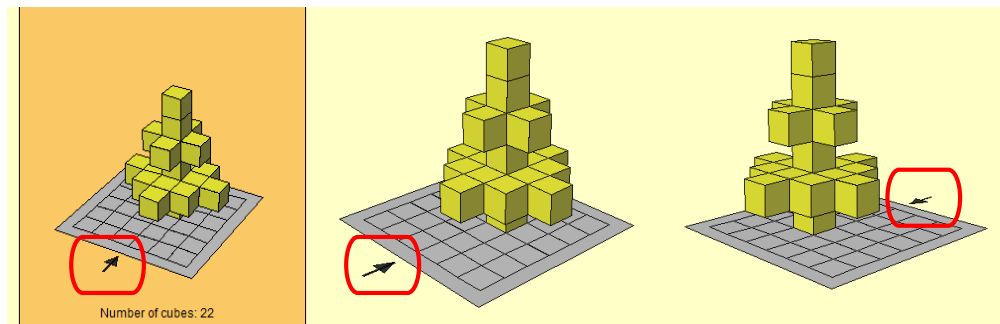


Figura 49 – Capturas de tela da atividade 2 do aluno H.  
Fonte: Arquivo Pessoal

Sem a seta indicativa, o aluno C comenta que poderiam existir diversas possibilidades de respostas. Isso porque a seta é o ponto de referência para a compreensão das diversas vistas. Ou seja, se a figura for manipulada, a seta sempre indicará qual é a vista frontal, que neste caso, significa o ponto-partida ou ponto-referência. Se cada um considerar pontos-partida diferentes, as vistas também serão diferentes. O fato de o aluno H ter descoberto sozinho a função da seta, pode ser um indicativo de sua autonomia na interatividade com o objeto e sua compreensão da importância da posição do objeto para a determinação das diferentes vistas. Logo após o comentário, falamos sobre este fato no grupo e o aluno K comentou: “eu achei também isso, mas não tinha certeza”. Percebe-se que os alunos não precisaram ser alertados sobre a importância da seta; o processo de exploração do objeto digital, de construção dos objetos espaciais e da manipulação dos mesmos trouxe este fato à tona, dando significado ao recurso pela necessidade de uso.

O aluno D comentou que com apenas uma captura de tela foi possível realizar a contagem dos cubos do sólido abaixo, conforme Figura 50.

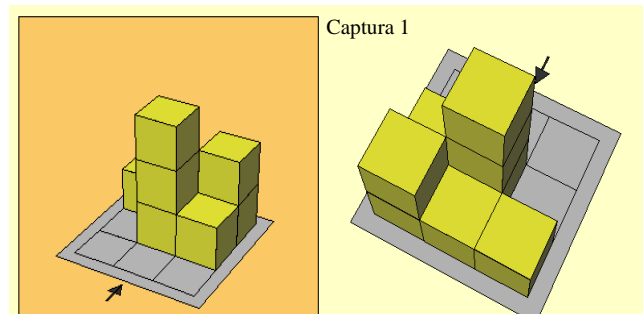


Figura 50 – Captura de tela da atividade 2 do aluno D.  
Fonte: Arquivo Pessoal

Além da manipulação do objeto para obter uma representação fiel à imagem original, novamente a questão da captura das telas fez os alunos refletirem sobre o número mínimo de capturas necessárias para cada figura e a rotação adequada. Notou-se também que os alunos precisaram de mais tempo para resolver a figura *dance* (Figura 51), dada a complexidade da construção em relação às outras, pois os cubos não estavam todos sobrepostos, o que exigia rotacioná-los de várias maneiras.

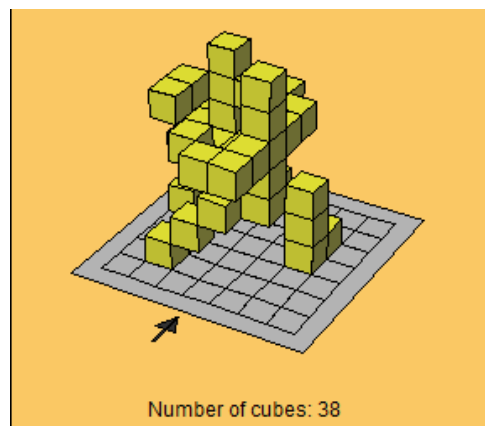


Figura 51 – Construção do sólido *dance* do ODA *Copy the building*.  
Fonte: Arquivo Pessoal

Esse objeto permitiu uma maior exploração das habilidades espaciais, pois para imaginá-lo completo, era necessário manter em mente as diferentes vistas, mesmo quando essas não estavam mais visíveis aos alunos, o que exige um maior esforço para coordenar, simultaneamente, todas as representações. Além da rotação mental, os alunos necessitavam observar a seta para que o sólido fosse representado de forma correta. Ou seja, a posição da seta servia como elemento disperso e o aluno necessitava determinar as relações espaciais sem confundir-se ou perder-se na construção.

Neste momento, observamos uma atividade introdutória buscando o desenvolvimento de uma das categorias das habilidades espaciais apontada por Voyer, Voyer e Bryden (1995): a rotação mental. As Figuras 52 e 53 ilustram algumas das construções dos alunos H e A nesta atividade.

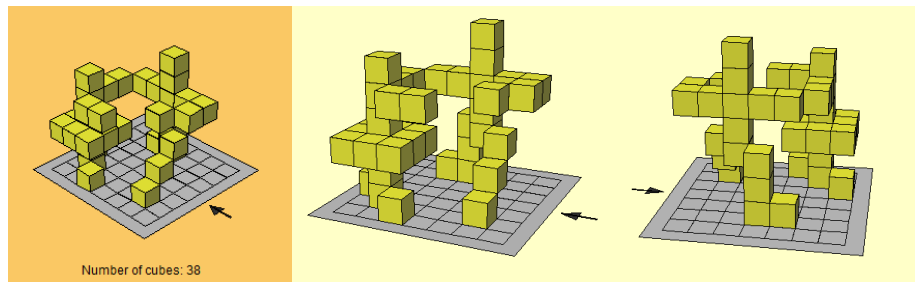


Figura 52 – Capturas de tela da atividade 2 do aluno H.  
Fonte: Arquivo Pessoal

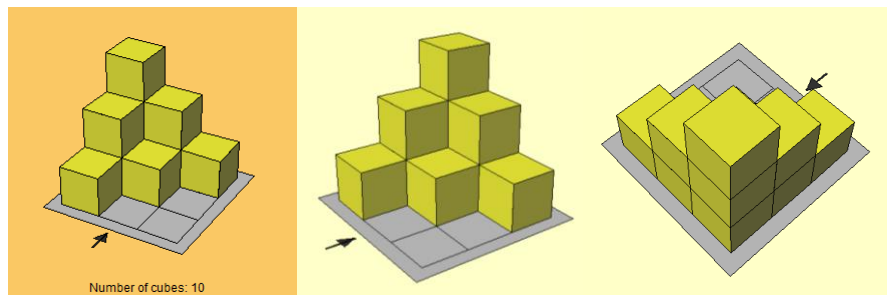


Figura 53 – Capturas de tela da atividade 2 do aluno A.  
Fonte: Arquivo Pessoal

Nenhuma construção ficou incorreta no final da atividade, dado que o ODA indicava quando a construção estava correta. O que variou foi apenas o tempo de cada um para realizar as construções. Houve alunos que realizaram todas as construções do ODA, outros somente as solicitadas.

Gutierrez (1998) aponta que, no campo da Educação Matemática, o processo de ensino e aprendizagem é mais significativo e compreendido quando os alunos se apoiam em representações ou modelos que eles possam observar, construir, manipular, transformar, evitando abstrações desnecessárias.

### 5.3 Atividade 3

Na terceira atividade, foi solicitado que os alunos representassem na malha quadriculada a vista ortogonal codificada (vista superior e com o número de cubinhos postos e sobrepostos

em cada espaço utilizado na malha) de determinados sólidos (Figura 54). Entretanto, os objetos espaciais não estavam representados no objeto digital de aprendizagem, o qual era permitida a movimentação da construção e, sim, no papel, estáticos.

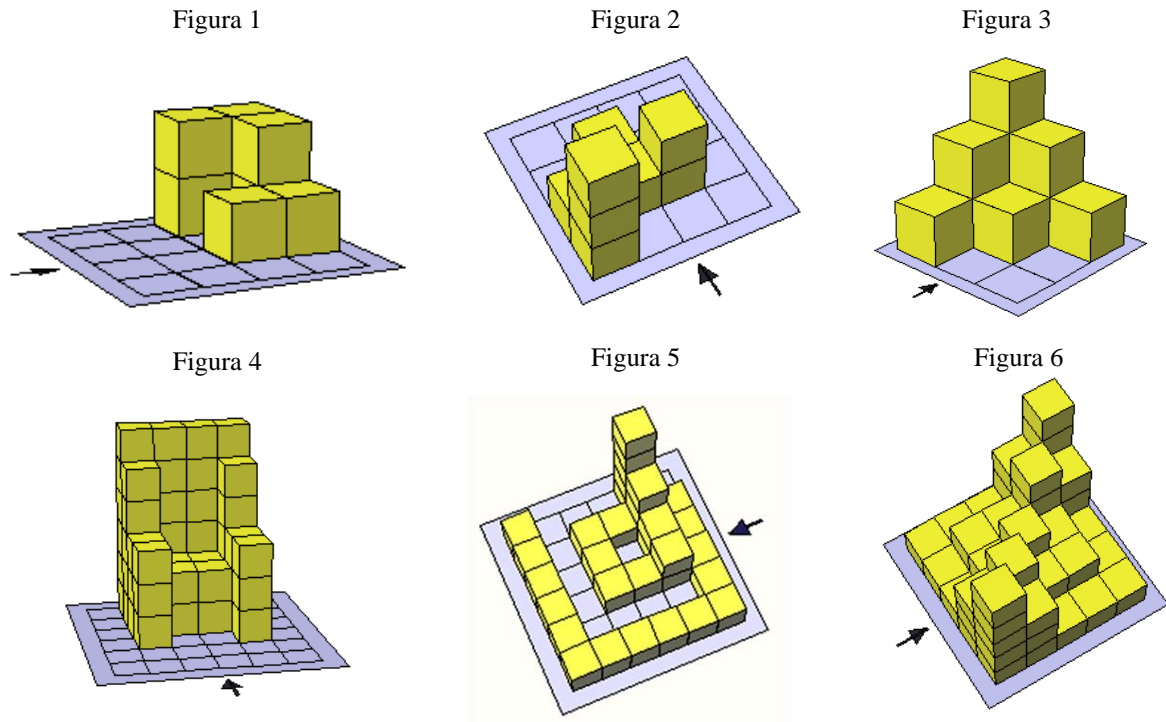


Figura 54 – Sólidos da atividade 3.  
Fonte: Arquivo Pessoal

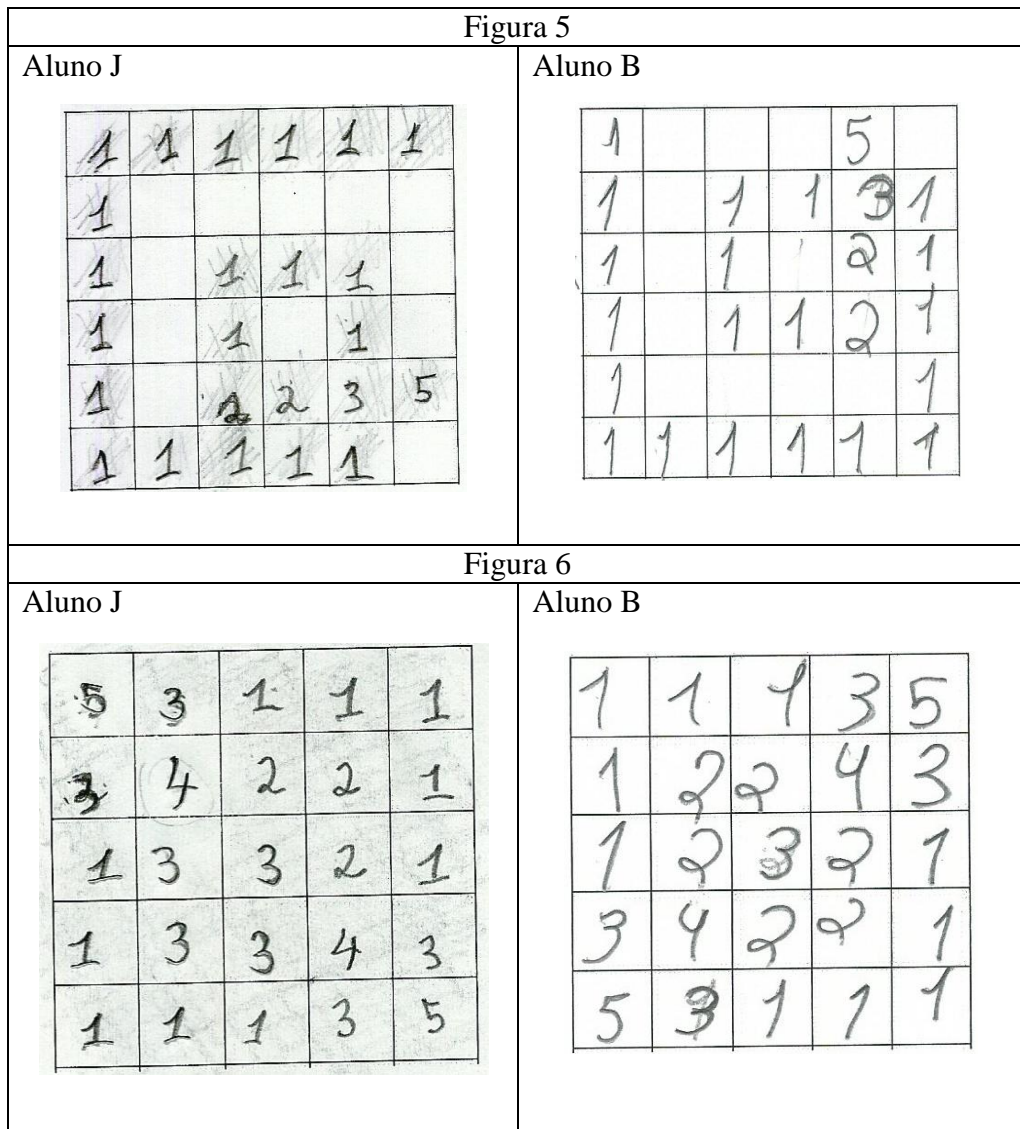
Dessa forma, a habilidade espacial de rotação mental seria fundamental para a solução da atividade, pois o aluno não teria mais como realizar as rotações virtuais das atividades anteriores, mas apenas rotações mentais. Viana (2005) fala sobre o componente espacial da habilidade matemática, no qual haveria um conjunto de habilidades e uma delas seria a manipulação de imagens mentais referente a figuras espaciais.

Em geral, nas quatro primeiras figuras, os alunos não apresentaram dificuldades. As figuras 5 e 6 foram as que eles apresentaram maiores números de equívocos no momento da representação.

Quanto aos erros identificados, observamos que muitos alunos tentaram fazer a representação na malha quadriculada sem identificar, inicialmente, a localização da visão frontal. No entanto, na maioria das vezes, a contagem e a distribuição para a representação mantiveram-se corretas. A seguir, o leitor poderá conferir no Quadro 7, as soluções corretas do aluno J (à esquerda), que acertou todas as representações, e as soluções do aluno B (à direita),







Podemos perceber que o aluno B realizou corretamente a contagem dos cubos, contudo não observou a vista frontal, indicada pela seta. As representações com maior número de erros foram referentes às figuras 5 e 6, pelo maior número de cubos utilizados na construção e pela posição, principalmente da figura 5, cujo ponto-partida não estava localizado frontalmente na imagem.

Uma estratégia utilizada por alguns alunos foi virar a folha de acordo com a seta do objeto digital. Sendo assim, percebe-se que a habilidade de rotação mental encontra-se em processo, pois o aluno ainda necessita movimentar a folha para identificar a projeção ortogonal codificada (GUTIERREZ, 1998). Isso pode ser facilmente identificado pelos números escritos em posição horizontal. “Para fazer deixei a folha virada do mesmo lado, que de um jeito facilitou.” (Aluno G) (Figura 55).

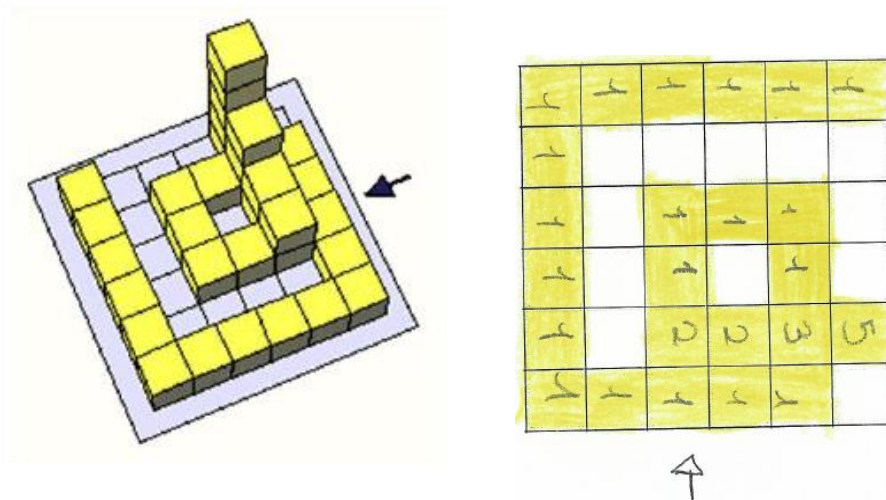


Figura 55 – Resolução da atividade 3 do aluno G do sólido 5

Fonte: Arquivo Pessoal

#### 5.4 Atividade 4

A quarta atividade, realizada com o objeto digital *Rotation game*, tinha o intuito de rotacionar um determinado objeto espacial até se chegar à forma solicitada pelo objeto de aprendizagem. No total, foram apresentadas vinte construções nas quais cada uma possibilitava apenas um erro. Esse objeto de aprendizagem mostrava a pontuação total (*score*) do aluno e também indicava as questões nas quais os alunos haviam se equivocado. Nas Figura 56 e 57, podemos ver o resultado final dos alunos H e I.

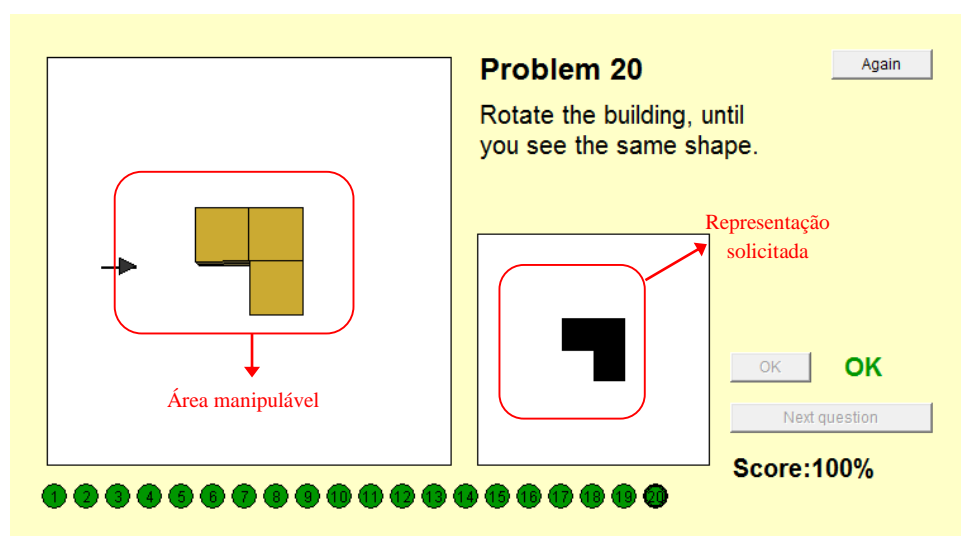


Figura 56 – Pontuação final da atividade 4 do aluno H.

Fonte: Arquivo Pessoal

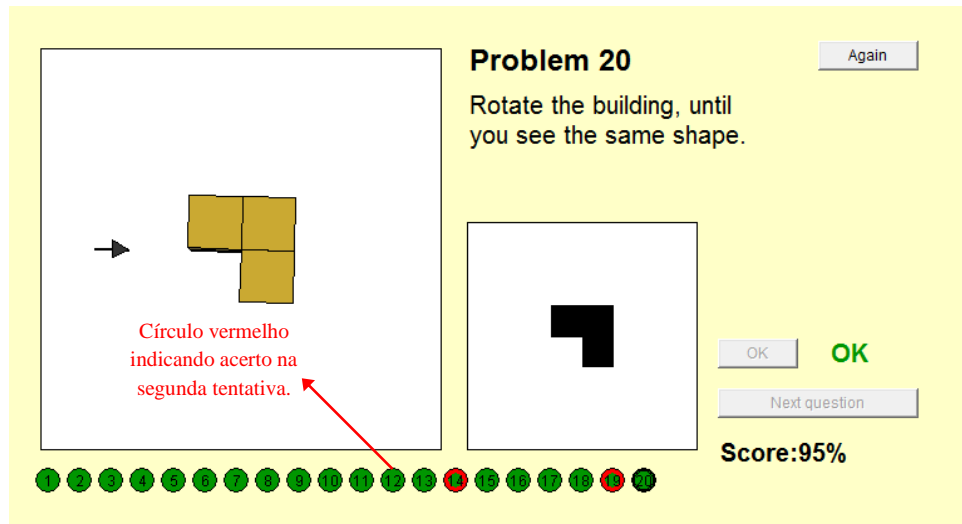


Figura 57 – Pontuação final da atividade 4 do aluno I.  
Fonte: Arquivo Pessoal

Essa tarefa possibilitou ao aluno rotacionar as figuras e perceber as diversas visualizações de um mesmo objeto, na medida em que deveria colocá-lo na posição determinada pelo aplicativo. Os alunos, em geral, tiveram êxito na realização dessa atividade. Poucos alunos erraram e quando isso acontecia, segundo eles, seria devido à falta de atenção. Quando o aluno errava, ele tinha mais uma nova chance. Quando acertava na segunda tentativa, o círculo da questão ficava com uma borda vermelha e internamente verde. Novamente, temos a manipulação do sólido de forma virtual, a fim de que os alunos pudessem desenvolver a rotação mental. Segundo Gutierrez (1998), é importante desenvolver e experimentar atividades com o objetivo de desenvolver habilidades que conectem os espaços de duas e três dimensões.

Observamos que o fato de o ODA corrigir a atividade e mostrar sua pontuação instigou os alunos a terem mais atenção na execução da atividade e também a compararem seus resultados com os resultados dos colegas.

## 5.5 Atividade 5

Na quinta atividade, realizada com o objeto digital *Building with three sides*, os alunos construíram virtualmente dez objetos, na qual foram fornecidas três visualizações: superior, frontal e direita. Conforme Figura 58, podemos visualizar o funcionamento do ODA.

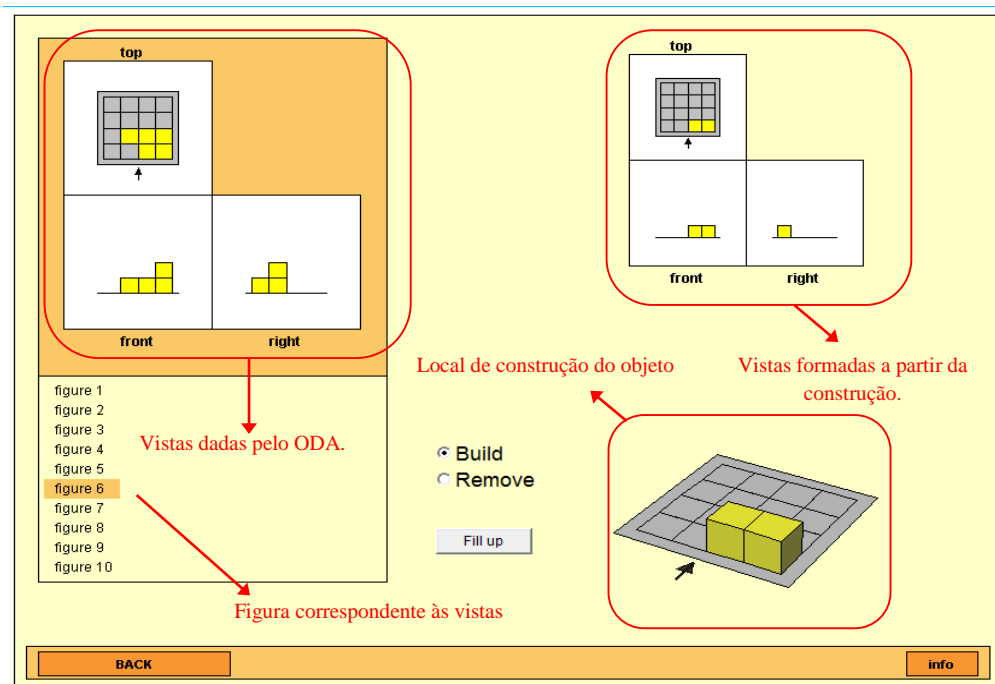


Figura 58 – Captura de tela do ODA *Building with three sides*  
 Fonte: Arquivo Pessoal

Podemos perceber que o ODA fornece as vistas parciais das construções dos alunos, o que possibilita a verificação a cada momento da construção. Dessa forma, o aluno precisa, a cada momento, coordenar a construção que está realizando com a representação das vistas que está sendo apresentada pelo ODA, mobilizando simultaneamente a representação do sólido em três dimensões e três de suas vistas, em duas dimensões.

Aqui os alunos tiveram a oportunidade de explorar, além da rotação mental, a visualização espacial (VOYER; VOYER; BRYDEN, 1995), pois o aluno necessita estabelecer conexões com as vistas ortogonais para representar o objeto tridimensional. Alguns alunos tentaram resolver a atividade por meio de tentativas e erros, pois quando acertavam a construção do sólido, o ODA indicava o acerto com a sinalização verde, conforme podemos ver na construção do aluno F (Figura 59).

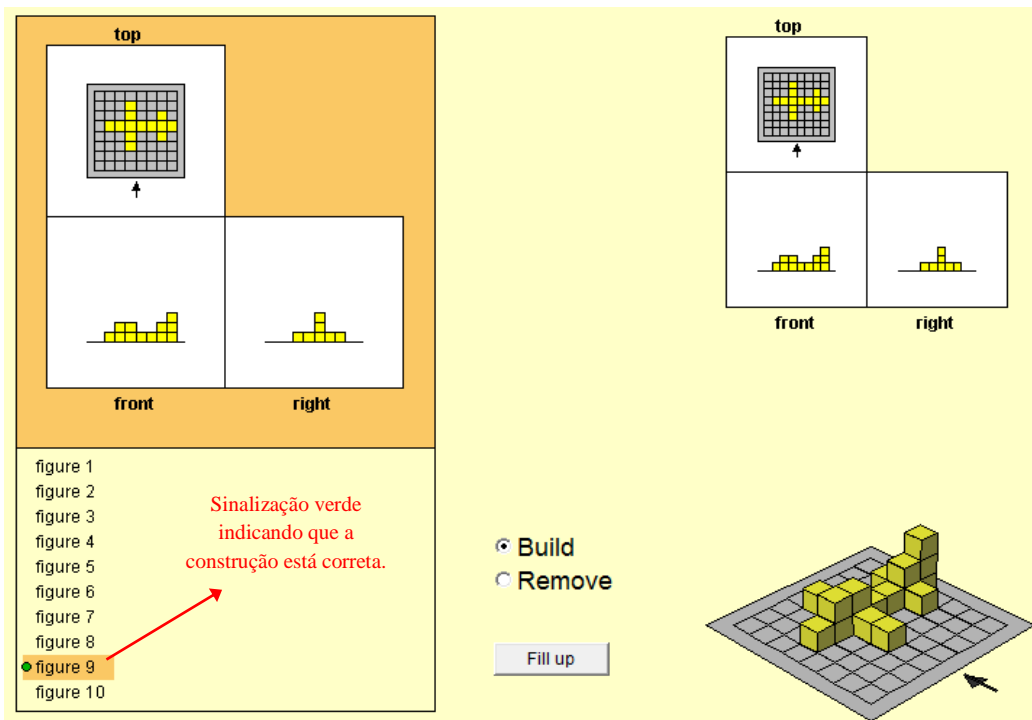


Figura 59 – Captura de tela da atividade 5 da resolução da figura 9 do aluno F.  
Fonte: Arquivo Pessoal

Conversamos, neste momento, que seria importante, em situações de erro, a refletir sobre o mesmo, para se compreender e avançar na solução. O aluno C teve dificuldade na construção de algumas figuras e disse: “Não consegui olhar as três juntas, me perdi. Daí fui tentando até dar certo.”. Podemos notar aqui que o aluno C ainda não tinha desenvolvido a capacidade de mobilizar simultaneamente as diferentes informações dadas pelo objeto digital, o que vem ao encontro da habilidade de visualização espacial citada por Voyer, Voyer e Bryden (1995). Coordenar as três vistas fornecidas pelo ODA com a construção que está sendo realizada exige um esforço mental elevado, que permite manter em mente todas as informações a fim de reconstruir o sólido. Para o aluno C, manter as três representações juntas ainda estava sendo difícil. O aluno G comentou “quando não consigo acertar, eu vejo o que falta até acertar”. Podemos perceber que, no caso do aluno G, o fato de haver a sinalização foi um meio e não um fim para encontrar a solução. Ou seja, buscou-se a resolução e depois refletiu-se sobre as possibilidades do erro. Nesta atividade não houve respostas erradas, apenas alunos que terminaram a atividade em tempos diferentes.

## 5.6 Atividade 6

Na sexta atividade, os alunos deveriam identificar quatro vistas de construções dadas: superior, esquerda, direita e frontal. Porém, neste momento, a atividade foi feita em papel. Na Figura 60 podemos ver a atividade proposta.

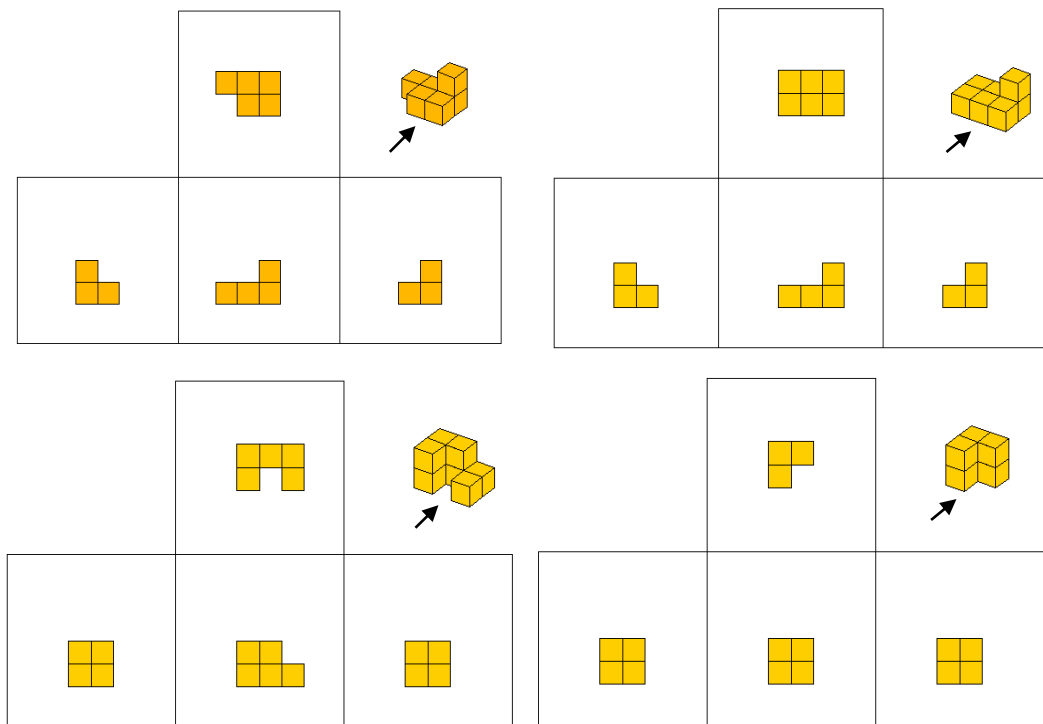


Figura 60 – Sólidos e vistas da atividade 6  
Fonte: Arquivo Pessoal

Foi ressaltada a importância de se fixar a visão frontal, através da seta, evitando ambiguidades. Segundo os alunos, para resolver esta atividade, foi necessário “imaginar” como se estivessem rotacionando no computador, com base nas atividades anteriores, exigindo a habilidade de rotação mental, a percepção e visualização espacial. O aluno D escreveu: “Minha atitude perante esta atividade foi ter atenção. Pensar nas figuras, visualizando mentalmente todos os seus lados”. Ao longo da sequência didática, notamos que os alunos estavam desenvolvendo essas habilidades. Em um primeiro momento, eles apoiavam-se no ODA. Agora, estão em uma situação mais abstrata em que Fischbein (1993) relata ser importante que o professor oportunize os alunos a exercitar a capacidade de lidar com conceitos figurais no raciocínio geométrico, fazendo com que haja a cooperação construtiva dos aspectos figurativos e conceituais e também a capacidade de manter em mente e coordenar o maior número possível de itens figural-conceitual. Isso porque o objeto estático precisa ser movimentado mentalmente,

seguindo as definições ou princípios estabelecidos pela figura (cubos sobrepostos, vista frontal indicada pela seta).

A atividade teve pouquíssimos erros, que ocorreram no primeiro sólido. Os alunos B e D inverteram a visão esquerda e direita conforme Figura 61.

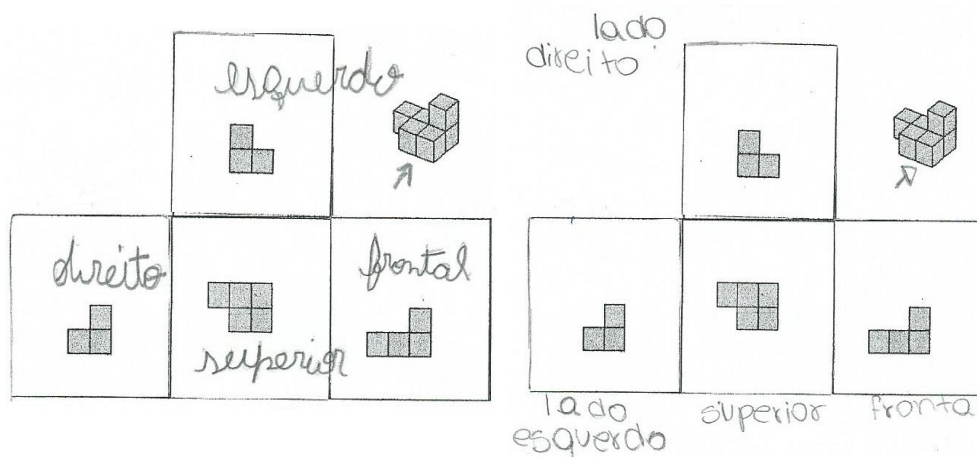


Figura 61 – À esquerda, resolução correta do aluno B e à direita, resolução incorreta do aluno D (Atividade 6).  
Fonte: Arquivo Pessoal

Alguns alunos criaram diferentes estratégias para resolver a atividade. O aluno D, por exemplo, procurava sempre estabelecer uma ordem para determinar as vistas: superior, frontal e depois os lados. O aluno F comentou: “fiquei um pouco perdido nas duas últimas pois tinham vistas iguais e achei que não poderia ter. Mas, depois vi que era mais fácil ainda” (Figura 62).

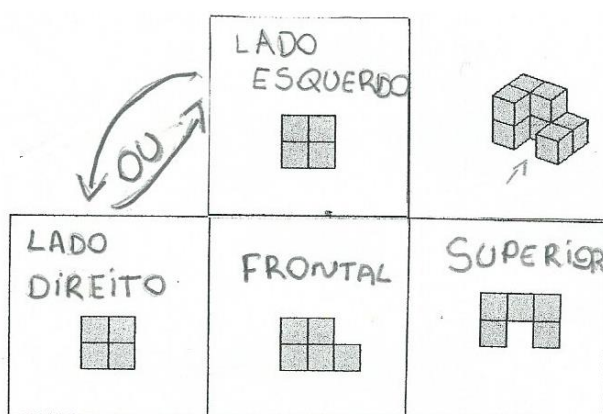


Figura 62 – Resolução de um dos sólidos da atividade 6 do aluno F.  
Fonte: Arquivo Pessoal

O aluno F disse: “Eu achei esta atividade interessante, pois com ela podemos treinar a visão sem a ajuda de computadores. Essa atividade não foi tão difícil, na minha opinião, porque já estávamos fazendo as atividades em relação a isso. O mais difícil foi não poder girar a



imagem, pois já estava acostumada.”. Percebe-se, pelo comentário do aluno F, que esta atividade proporcionou um avanço na habilidade de rotação espacial, agora sem o apoio “concreto” dos objetos digitais de aprendizagem.

O aluno J comentou: “Eu me baseei na primeira atividade para fazer essa. Eu achei uma das atividades mais legais. Não achei difícil pois já estou acostumado com atividades assim, porque o professor tinha dado piores pelo menos pra mim”. Isso significa que, de certa forma, as atividades realizadas estavam proporcionando momentos de desenvolvimento e aprendizagem. Os alunos mostravam realizar relações entre as atividades virtuais e as atividades estáticas desenvolvidas, no caso, papel.

### 5.7 Atividade 7

A sétima atividade, realizada com o objeto digital *Guess the view*, tinha como objetivo identificar qual das vistas de uma determinada figura estava indicada na tela do computador: frontal, superior, inferior, esquerda, direita ou traseira, marcando a alternativa correta. Os alunos poderiam manipular a figura, o que de certa forma facilitava sua resolução, porém, a figura não indicava mais os cubos da construção, como nas atividades anteriores, como ilustra a Figura 63, resultado do teste do aluno D.

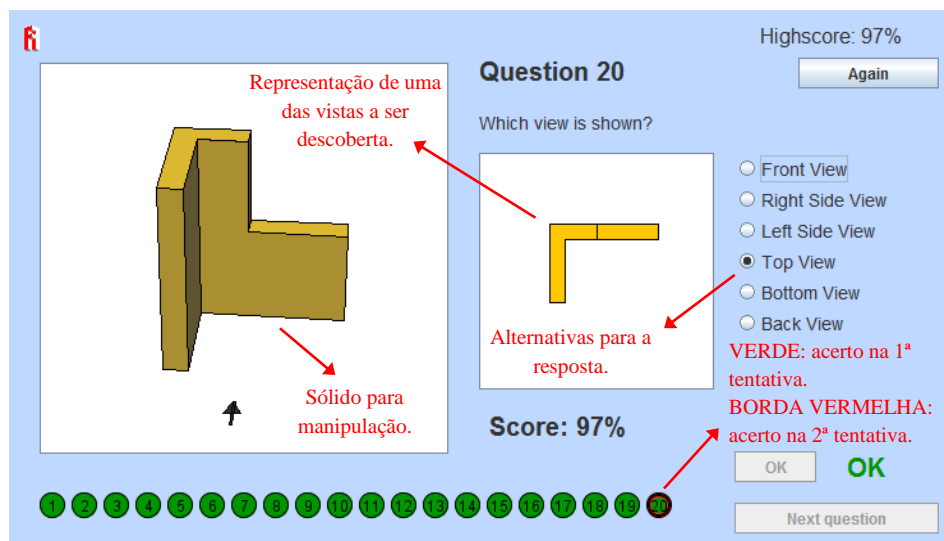


Figura 63 – Captura de tela da atividade 7 do aluno D.  
Fonte: Arquivo Pessoal

O aluno C afirma que “tive que pensar mais e girar bastante a figura até entendê-la”. Ou seja, precisou realizar várias rotações para estabelecer a relação entre a representação espacial e a representação plana, que no caso nos remete à habilidade de visualização espacial. Já o aluno

D comenta: “demorei um pouco pra me achar, pois esquecia de observar a seta” e isso dificultava em descobrir a vista solicitada. A Figura 64 ilustra o aluno C desenvolvendo a atividade.

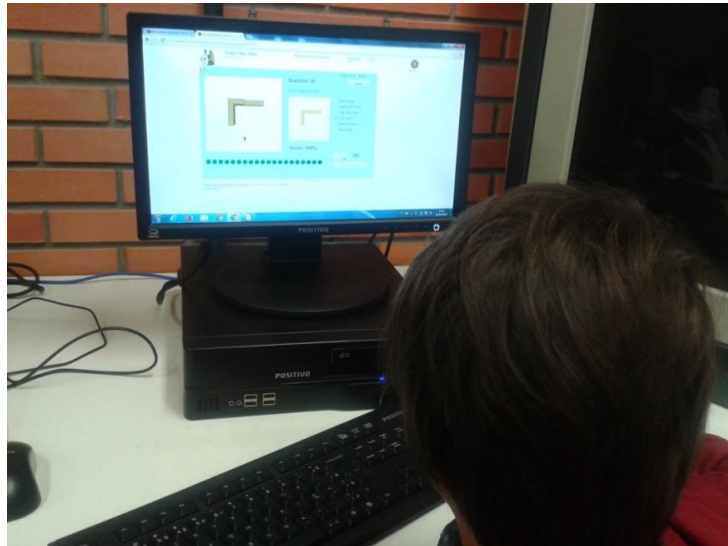


Figura 64 – Aluno C interagindo com o ODA *Guess the view*  
Fonte: Arquivo Pessoal

Os alunos obtiveram grande êxito na atividade, havendo raros erros no qual foram corrigidos na segunda tentativa. Ao perguntá-los sobre o fato de errarem na primeira tentativa às questões, todos argumentaram a questão da falta de atenção e às vezes terem esquecido de tomar a seta como indicação da vista frontal.

Percebemos que esta atividade desafiou mais os alunos, devido ao *módulo multicubo* estar ocultado, assim a quantidade de cubos não poderia ser mais referência para realizarem a atividade.

## 5.8 Atividade 8

A oitava e última atividade tinha como objetivo fazer com que os alunos, sem a manipulação dos objetos, apenas com uma imagem do sólido, pudessem representar as seis vistas (frontal, superior, inferior, esquerda, direita, traseira) de quatro sólidos (Figura 65) na malha quadriculada.

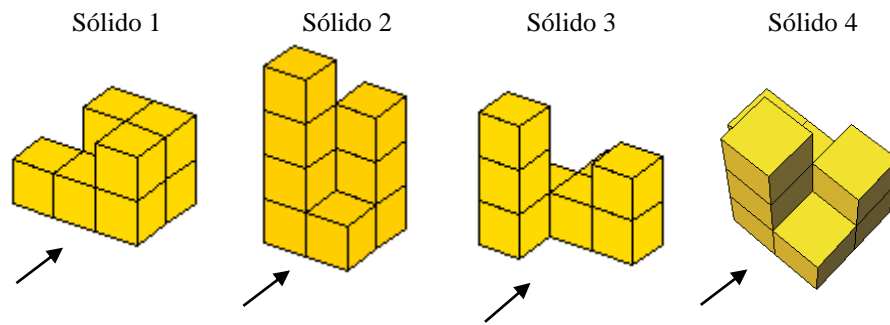


Figura 65 – Sólidos da atividade 8.  
Fonte: Arquivo Pessoal

O número de acertos em cada sólido foi similar, com maior número de acertos no sólido 1 e menor número de acertos no sólido 4.

Se analisarmos cada resolução pelo número de acertos por vistas, o maior número de acertos ocorreu nas vistas superior e frontal. Já o maior número de representações equivocadas referiu-se à vista inferior. “O que eu mais achei difícil foi a parte inferior” (Aluno F). Acreditamos que uma provável possibilidade para que esta vista tenha a menor porcentagem de acertos e que também seja mais discrepante o resultado em relação às outras vistas, seja o fato de ter sido pouco trabalhada nas atividades anteriores. A única atividade que trabalhou com essa vista foi o ODA *Guess The View*. Até porque os demais ODAs não permitiam a visualização da vista inferior.

O aluno H afirma: “a figura 3 foi a mais difícil porque a visão superior e inferior são quase a mesma coisa. Para eu conseguir fazê-la, me baseei na atividade 7 e na visão frontal”. O aluno D comenta: “Não foi difícil executá-la. Sempre imaginando como é cada figura no lado solicitado”. O aluno E complementou: “Eu consegui pensar como se a imagem estivesse em 3D e como se eu pudesse girar ela.”.

O aluno I escreveu e fez uma representação conforme a Figura 66.

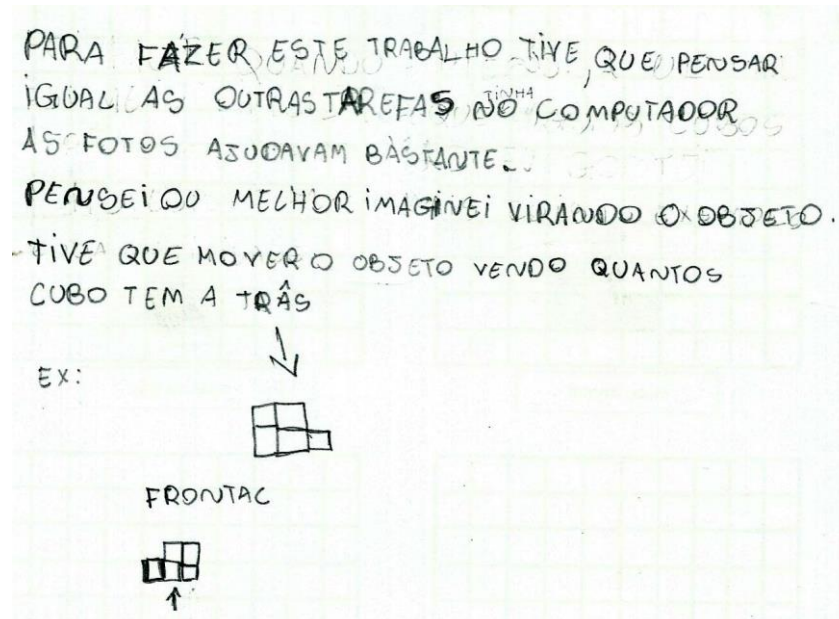


Figura 66 – Anotações do aluno I.  
Fonte: Arquivo Pessoal

Podemos perceber, nas falas e registros escritos dos alunos, a questão da rotação mental, bem como as imagens mentais, como nos termos utilizados por eles: “imaginei virando o objeto”, “como se a imagem estivesse em 3D”, “sempre imaginando”. Aqui parece evidente que os alunos estavam explorando a habilidade de rotação mental descrita por Voyer, Voyer e Bryden (1995). Além disso, destacamos a importância das falas focadas nas imagens mentais. Viana (2005) aponta que as representações mentais referem-se ao modo como o indivíduo percebe os aspectos do meio. Gutierrez (1991) deixa claro que o elemento básico central de todas as concepções de percepção visual são as imagens mentais.

O aluno D comenta “A atividade foi boa para treinar, não foi diferente ou nova, pois já tínhamos realizado uma parecida com essa. Foi fácil no meu ponto de vista, se errei alguma foi por falta de atenção da minha parte”. Aqui, podemos perceber que para o aluno a sequência das atividades auxiliou em seu bom desempenho. Gutierrez (1998) aponta que é necessário realizar atividades diversificadas, pois muitos alunos tendem a resolver as próximas atividades seguindo o mesmo modo como realizou as outras. Daí, a preocupação em trazer uma sequência didática estruturada e planejada nos tipos e ordem das atividades.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo verificar como os objetos digitais de aprendizagem selecionados podem auxiliar o aluno a desenvolver habilidades espaciais. Para responder a questão de pesquisa, elaborou-se uma sequência didática com objetos digitais e não-digitais de aprendizagem para aplicar com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede municipal de Porto Alegre.

As atividades elaboradas buscaram trazer aos alunos a possibilidade de manipularem os objetos, a fim de que desenvolvessem habilidades espaciais e compreendessem melhor o espaço tridimensional. Fischbein (1993) esclarece que há algumas especificidades em relação às figuras geométricas, conforme comentamos no capítulo 2 deste trabalho: a figura geométrica é uma imagem mental e a representação que fazemos desta figura é uma corporificação material. Portanto, ao lidarmos com o conceito e sua representação de forma simbiótica, podemos compreender o espaço tridimensional.

A análise dos livros didáticos teve um papel importante na elaboração da sequência didática. Surpreendeu-nos positivamente que os livros estão possibilitando atividades que exploram nos alunos das séries finais do Ensino Fundamental à noção do espaço bi e tridimensional. O que fica como reflexão é: os professores estão trabalhando este tipo de atividade com os alunos?

Existem diversas conceituações para os termos utilizados para definir ou categorizar as habilidades espaciais. Entretanto, acreditamos que estas definições e classificações servem para que os educadores reflitam sobre a teoria, a fim de criar possibilidades para que os alunos compreendam o espaço tridimensional. O foco utilizado nesta pesquisa foram as categorias de habilidades espaciais desenvolvidas por Voyer, Voyer e Bryden (1995): rotação mental, visualização espacial e percepção espacial. Grande (1994, p. 167) deixa claro que “à medida que as pesquisas fornecerem mais informações, esses professores serão capazes de fazer um trabalho mais efetivo de adaptação da instrução às necessidades e habilidades de seus alunos”. Segundo Gutierrez (1998), é importante o aluno experimentar atividades que proporcionem conexões entre os espaços de duas e três dimensões.

Percebemos que os alunos desenvolveram habilidades espaciais a partir da sequência didática elaborada, que buscou integrar atividades com e sem a manipulação dos objetos digitais de aprendizagem selecionados. As atividades propostas conduziram os alunos a rotacionar objetos mentalmente, preservar representações espaciais que não estão mais na tela do computador, coordenar diferentes representações de um mesmo objeto espacial para determinar

o número de cubos utilizados em sua construção ou para representar em três dimensões objetos dados em duas dimensões ou vice-versa, entre outros.

De acordo com o resultado e comentários dos alunos em relação à última atividade, uma possível adaptação seria trabalhar de forma mais efetiva a vista inferior dos sólidos. Para isso, algumas atividades poderiam ser formuladas ou acrescentados outros objetos digitais de aprendizagem que melhor explorassem essa vista.

Como professor de Matemática, esta pesquisa me fez refletir sobre as alternativas que o professor pode utilizar para desenvolver a aprendizagem nos alunos, no que se refere ao uso dos objetos digitais de aprendizagem. Acredito que esta seja mais uma forma, uma possibilidade de contribuir na construção das habilidades espaciais dos discentes e pretendo seguir este trabalho com meus alunos, de acordo com a capacidade física da escola. O mais importante é que os professores busquem trabalhar as habilidades espaciais cada vez mais cedo, adequando atividades à idade ou ao ano escolar. Talvez, assim, o aluno consiga compreender a Geometria Espacial no Ensino Médio e, o mais importante, compreender o espaço que o cerca.

O objetivo das atividades apresentadas aqui foi trabalhar com alunos 6º ano do Ensino Fundamental, que ainda estão iniciando sua trajetória escolar. Sendo assim, fica o desafio para os professores, de desenvolver com seus alunos experiências que explorem as habilidades espaciais, nas diversas faixas etárias e níveis de conhecimento.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BECKER, Marcelo. **Uma alternativa para o ensino de geometria:** Visualização geométrica e representações de sólidos no plano. 2009. 71 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Ensino da Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/17161>>. Acesso em: 2 jul. 2014.

BRASIL. 1998. Parâmetros Curriculares Nacionais (5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> séries). Brasília: MEC/SEF.

CARROLL, John Bissel. The study of cognitive abilities. In: CARROLL, John Bissel. **Human cognitive abilities:** a survey of factor-analytic studies. Cambridge University Press, 1993. p. 3-29.

CHOI, Jean. Sex differences in spatial abilities in humans: two levels of explanation. In: VOKEY, John R.; ALLEN, Scott W.. **Psychological Sketches.** Lethbridge: 2005. Cap. 4. p. 31-38. University of Lethbridge. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10133/509>>. Acesso em: 3 dez. 2013.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Org.). **Aprendendo e ensinando Geometria.** São Paulo: Atual, 1994. 308 p. Tradução de: Hygino H. Domingues.

FIorentini, Dario; LOrenzato, Sergio. **Investigação em Educação Matemática.** Campinas: Autores associados, 2006.

FISCHBEIN, Efraim. The theory of figural concepts. **Educational Studies In Mathematics,** Dordrecht, n. 24, p.139-162, 1993.

GRANDE, John J. Del. Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Org.). **Aprendendo e ensinando Geometria.** São Paulo: Atual, 1994. 308 p. Tradução de: Hygino H. Domingues.

GRAVINA, Maria Alice; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo (Org.). Mídias digitais na educação matemática. In: GRAVINA, Maria Alice et al. **Matemática, mídias digitais e didática:** tripé para formação do professor de Matemática. Ufrgs: Evangraf, 2012. Cap. 1. p. 11-35.

GUTIÉRREZ, Angel. Exploring the links between Van Hiele Levels and 3-dimensional geometry. **Topologie Structurale - Structural Topology,** Montreal, n. 18, p.31-47, out. 1992. Semestral. Disponível em: <<http://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Gut92a.pdf>>. Acesso em: 4 nov. 2013.

GUTIÉRREZ, Angel. Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. **Revista Ema: Investigación e innovación en educación matemática,** Bogotá, v. 3, n. 3, p.193-220, 1998. Disponível em: <<http://www.uv.es/angel.gutierrez/marcotex.html>>. Acesso em: 13 nov. 2013.

GUTIÉRREZ, Angel. **Procesos y habilidades en visualización espacial**. In: Memorias Del 3er Congreso Internacional Sobre Investigación En Educación Matemática., 3., 1991, Valência. p. 44 - 59. Disponível em: <<http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut92b.pdf>>. Acesso em: 13 abr. 2013.

GUTIÉRREZ, Angel. **Tendencias actuales de investigación en Geometria e visualización**. 1998. In: Encuentro De Investigación En Educación Matemática - Tiem, 1998, Barcelona. p. 1 - 9. Disponível em: <<http://www.uv.es/angel.gutierrez/marcotex.html>>. Acesso em: 13 abr. 2013.

GUTIÉRREZ, Angel; PEGG, John; LAWRIE, Christine. **Characterization of students reasoning and proof abilities in 3-dimensional geometry**. In: 28th Conference Of The International Group For The Psychological Of Mathematics Education, 2004. p. 511 - 518. Disponível em: <[http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR144\\_Gutierrez.pdf](http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR144_Gutierrez.pdf)>. Acesso em: 05 set. 2013.

GUTIERREZ, Suzana de Souza. Distribuição de conteúdos e aprendizagem on-line. **Renote: Revista Novas Tecnologias na Educação**, Cinted-UFRGS, v. 2, n. 2, nov. 2004. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/renote/article/viewFile/13830/16012>>. Acesso em: 3 fev. 2014.

HERSHKOWITZ, Rina. Psychological Aspects of Learning Geometry. In: NESHER, Pearla; KILPATRICK, Jeremy. **Mathematics and Cognition: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Cambridge University Press, 1990. Cap. 4. p. 70-95. (ICMI Studies). Mathematical Association of America.

JORDÃO, Teresa Cristina. Recursos digitais de aprendizagem. **Tecnologias na Educação**, [s.i], v. 1, n. 1, dez. 2009. Semestral. Disponível em: <<http://tecnologiasnaeducacao.pro.br/revista/a1n1/art11.pdf>>. Acesso em: 15 jul. 2014.

LOHMAN, David F. **Spatial Ability and G**. In: First Spearman Seminar. Universidade de Plymouth, Reino Unido, 21 de julho de 1993. Disponível em: <[https://www.e-education.psu.edu/drupal6/files/sgam/Spatial\\_Ability\\_and\\_G.pdf](https://www.e-education.psu.edu/drupal6/files/sgam/Spatial_Ability_and_G.pdf)> Acesso em: 4 dez. 2012

LOVELL, K. **O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1988. 134 p. Trad. Auriphebo Berrance Simões.

MERCADO, Luís Paulo Leopoldo; SILVA, Alex Melo da; GRACINDO, Heloísa Barbosa Rocha. Utilização didática de objetos digitais de aprendizagem na educação on-line. **Eccos: Revista Científica [on line]**, v. 10, n. 1, p.105-123, jan. 2008. Semestral. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=71510106>>. Acesso em: 10 ago. 2014.

PAPERT, S. M. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 2008, 210 p.

PONTE, João Pedro da. **Estudos de caso em educação matemática**. (2006). Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/06-Ponte \(Estudo caso\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/06-Ponte%20(Estudo%20caso).pdf)>. Acesso em: 3 jul. 2014.



PRIETO, Gerardo; VELASCO, Angela Dias. Visualização espacial, raciocínio indutivo e rendimento acadêmico em desenho técnico. **Revista Psicologia Escolar e Educacional**, Maringá, v. 10, n. 1, p.11-19, jan. 2006. Semestral. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/pee/v10n1/v10n1a02.pdf>>. Acesso em: 13 mar. 2013.

SÁ FILHO, Clovis Soares e; MACHADO, Elian de Castro. **O computador como agente transformador da educação e o papel do objeto de aprendizagem**. 2003. In: 1º Seminário Nacional Abed De Educação A Distância: Habilidades E Talentos Em Ead. Belo Horizonte, 12 a 15 de abril de 2003. Disponível em: <<http://www.abed.org.br/seminario2003/texto11.htm>>. Acesso em: 10 jul. 2014.

SCHWARZELMÜLLER, Anna F.; ORNELLAS, Bárbara. **Os objetos digitais e suas utilizações no processo de ensino-aprendizagem**. 2006. Disponível em: <<http://homes.dcc.ufba.br/~frieda/artigoequador.pdf>>. Acesso em: 13 jul. 2014.

SILVA, Diego Vinícius da. **Habilidades espaciais, raciocínio e desempenho em tecnologias da informação: estudo correlacional com Ensino Médio**. 2010. 87 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Psicologia, Universidade São Francisco, Itatiba, 2010.

SPINELLI, Walter. **Os Objetos Virtuais de Aprendizagem: Ação, Criação e Conhecimento**. Disponível em: <http://www.lapef.fe.usp.br/rived/textoscomplementares/textoImodulo5.pdf> Acesso em: 02 jul. 2014.

VIANA, Odaléa Aparecida. Conceitos e habilidades espaciais requeridos pelas questões de geometria ENC/ENADE para a Licenciatura em Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 33, n. 34, p.153-184, 2009. Quadrimestral.

VIANA, Odaléa Aparecida. **O componente espacial da habilidade matemática de alunos do ensino médio e as relações com o desempenho escolar e as atitudes em relação à matemática e à geometria**. 2005. 279 f. Tese (Doutorado) - Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

VOYER, Daniel; VOYER, Susan; BRYDEN, M. P.. Magnitude of sex differences in spatial abilities: a meta-analysis and consideration of critical variables. **Psychological Bulletin**, Califórnia, v. 117, n. 2, p.250-270, 1995. Bimestral.

YIN, Robert K.. **Case study research: design and methods**. 3. ed. Sage Publications, 2003.

## COLEÇÕES ANALISADAS

Coleção 1: CENTURIÓN, Marília; JAKUBOVIC, José. **Matemática: Teoria e contexto**. São Paulo: Saraiva, 2012. Coleção 6º ano ao 9º ano.

Coleção 2: IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática: Imenes & Lellis**. São Paulo: Moderna, 2009. Coleção 6º ano ao 9º ano.

Coleção 3: SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patricia Rosana Moreno. **Vontade de saber matemática**. São Paulo: Ftd, 2009. Coleção 6º ano ao 9º ano.

## APÊNDICE A – Termo de Consentimento

### TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, \_\_\_\_\_, R.G. \_\_\_\_\_, responsável pelo(a) aluno(a) \_\_\_\_\_, da turma \_\_\_\_\_, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada: *Desenvolvendo habilidades espaciais: um estudo de caso no 6º ano do Ensino Fundamental*, desenvolvida pelo pesquisador Prof. Wagner César Bernardes. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é orientada pela Prof. Dra. Marcia Rodrigues Notare Meneghetti, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone 3308-6212 ou e-mail [marcia.notare@gmail.com](mailto:marcia.notare@gmail.com).

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Estudar o desenvolvimento da percepção espacial no aluno do 6º ano do Ensino Fundamental.
- Executar uma sequência didática com a utilização de objetos virtuais de aprendizagem a fim de criar possibilidades para o aluno desenvolver a visualização tridimensional.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.


Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço Rua Carlos Superti, 84 Bairro: Vila Nova – CEP 91750-020 – Porto Alegre – RS - Telefone: 32464659 E-mail: [wbernardes@yahoo.com.br](mailto:wbernardes@yahoo.com.br).

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, 01 de outubro de 2013.

Assinatura do Responsável:

Assinatura do(a) pesquisador(a): 

Assinatura do Orientador da pesquisa: 

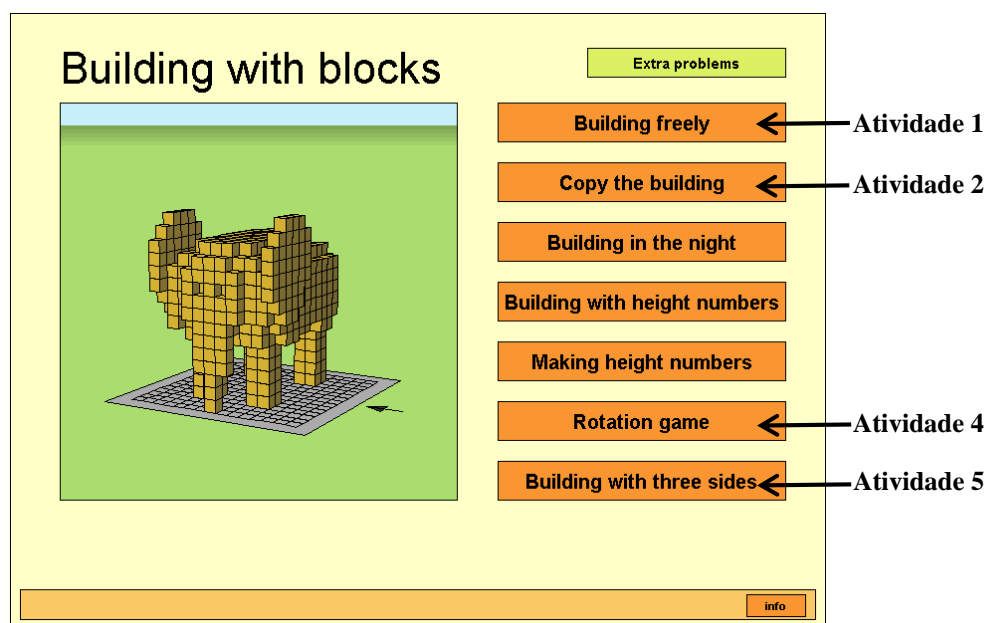
## DESENVOLVENDO HABILIDADES ESPACIAIS NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Caro professor,

neste espaço dedicamo-nos a trazer a sequência didática desenvolvida no trabalho, a fim de contribuir em seu planejamento de aula. Este produto didático foi elaborado com base em algumas atividades dos livros didáticos analisados e também à luz da teoria estudada ao longo da pesquisa. A proposta integra atividades com e sem a manipulação de objetos digitais de aprendizagem. Apesar da redação dos objetos digitais de aprendizagem ser em Inglês, eles são bastante intuitivos e a língua inglesa não prejudicou sua utilização em sala de aula.

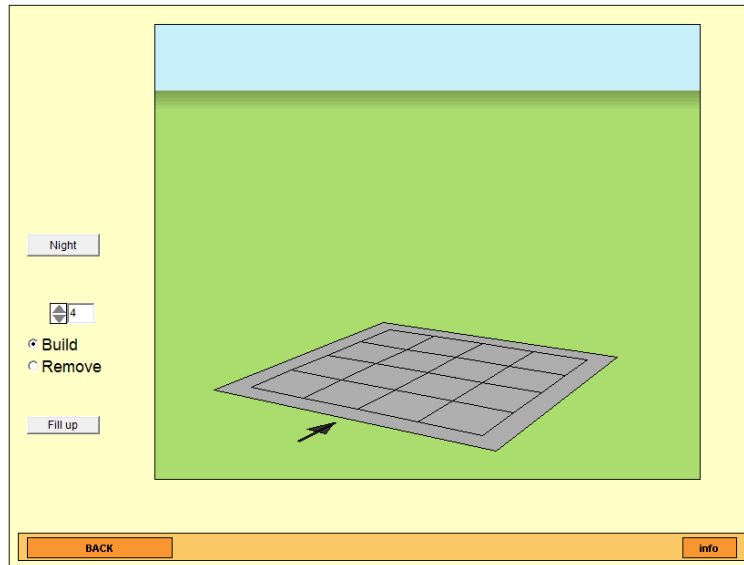
As atividades que envolvem os objetos digitais de aprendizagem estão disponíveis em <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00724/> (atividades 1, 2, 4 e 5) e [http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00198/toepassing\\_wisweb.en.html](http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00198/toepassing_wisweb.en.html) (atividade 7). As demais atividades (3, 6 e 8), estão nesse próprio material, que pode ser utilizado para reprodução e aplicação das respectivas atividades.

Menu referente às atividades 1, 2, 4 e 5 da sequência didática



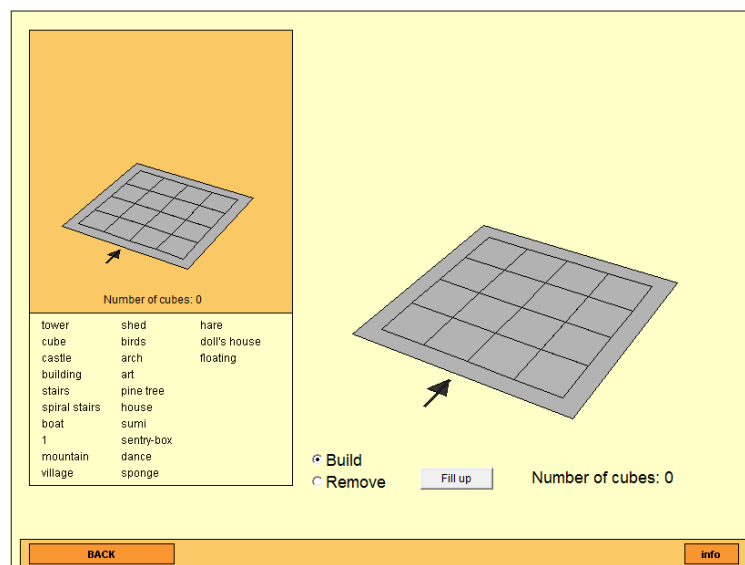
**Sugestão:** Visite e explore os outros objetos digitais disponíveis neste website. Caso julgue interessante e agregador ao seu trabalho, inclua-os em seu planejamento.

### Atividade 1: *Building freely*



Utilizando o ODA *Building freely*, construa dois móveis de sua casa e, em seguida, conte o número de cubos utilizados na construção. Capture o menor número de telas suficientes para a contagem dos cubinhos da construção, colando estas capturas de telas em um arquivo de texto para entregar.

### Atividade 2: *Copy the building*

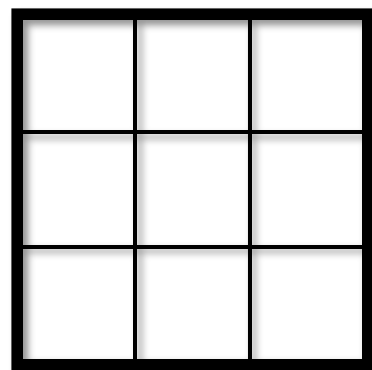
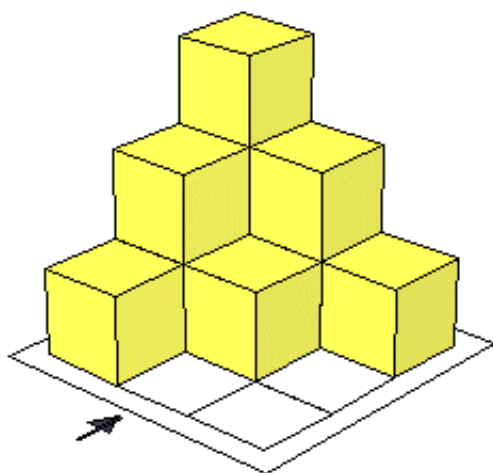
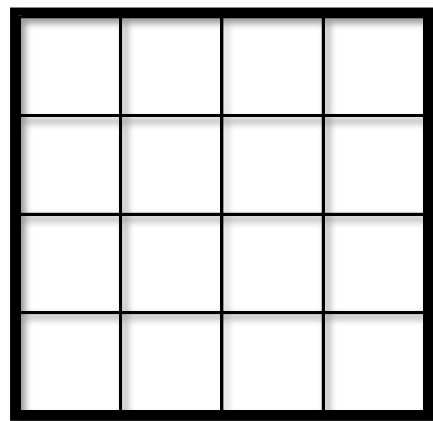
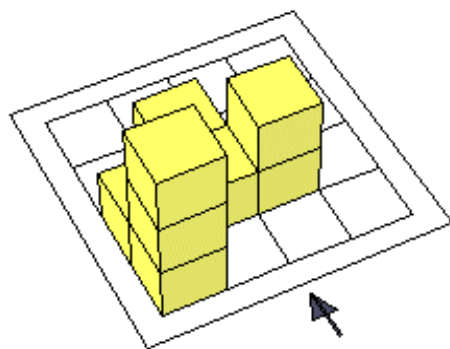
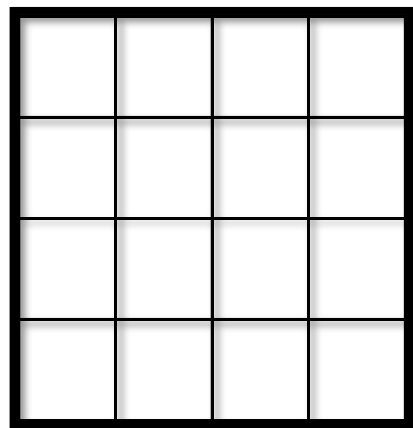
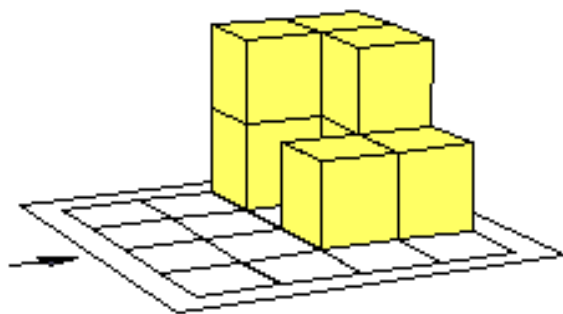


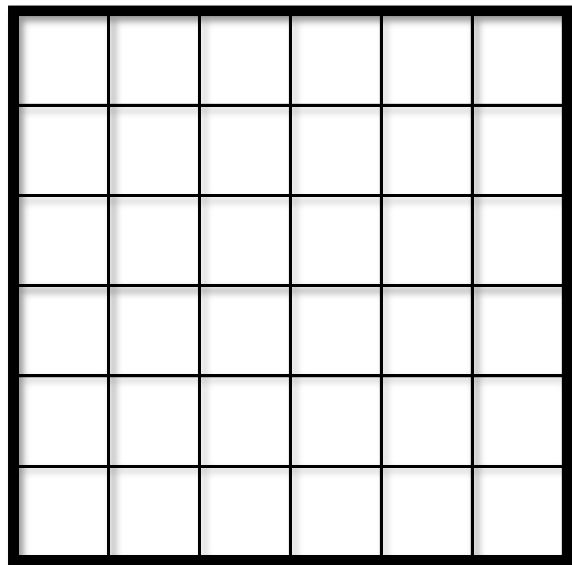
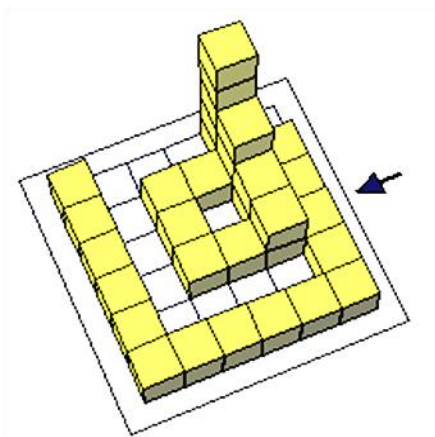
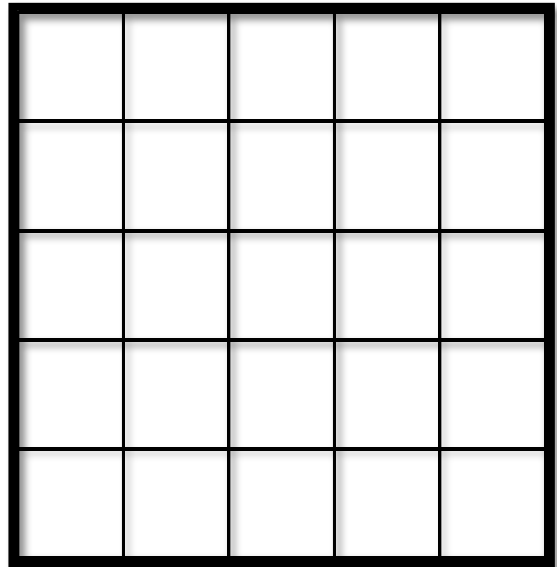
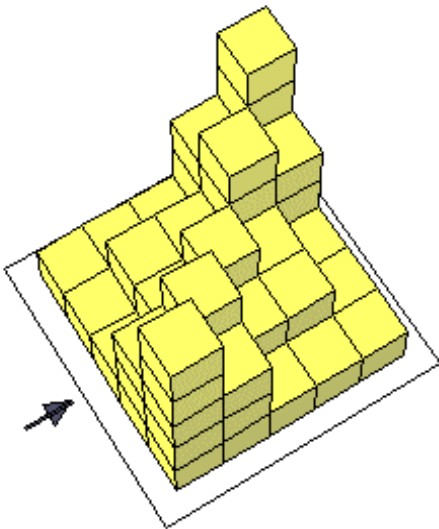
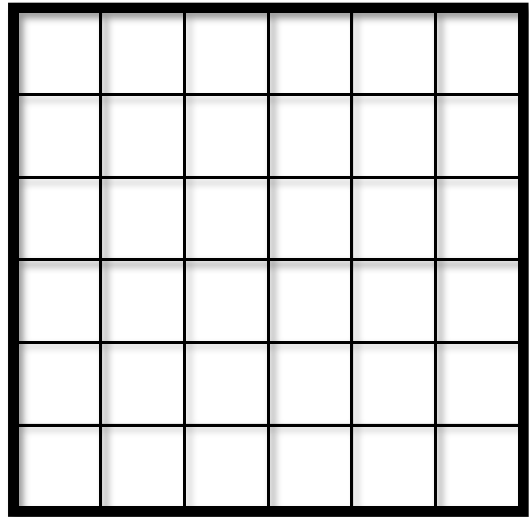
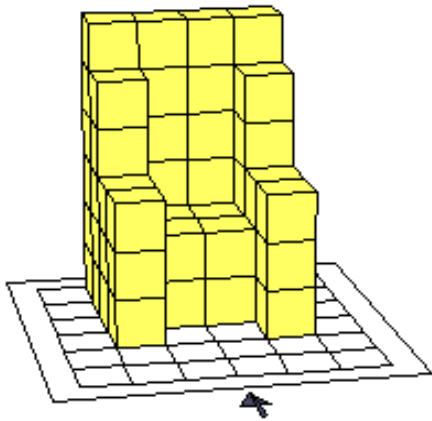
Reproduza as figuras *building*, *stairs*, *pine tree* e *dance* disponibilizadas pelo ODA *Copy the building*. Determine o número de cubos utilizados em cada construção. Capture o menor número de telas suficientes para a contagem dos cubinhos da construção, colando estas capturas de tela em um arquivo de texto para entregar.

**Atividade 3:** Representação da vista ortogonal codificada (sem a utilização de um ODA)

Com o auxílio da malha quadriculada disponibilizada a seguir, represente a vista superior de cada objeto e o número de cubinhos utilizados em cada construção (as folhas de atividades encontram-se nas páginas 4 e 5).

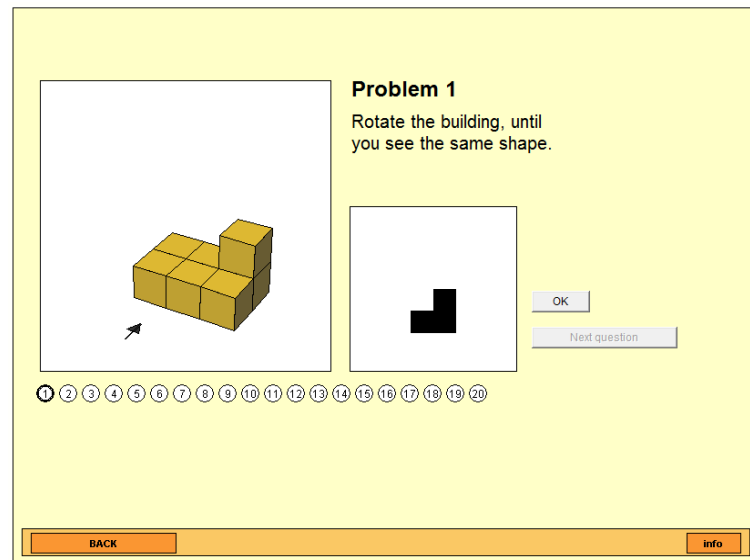
**Nota:** Importante ressaltar aos alunos que os cubinhos estão sobrepostos, ou seja, para haverem cubinhos no segundo nível, necessariamente, há um cubinho no primeiro nível para apoiá-lo. E assim, sucessivamente.





### Atividade 4 - Rotation game

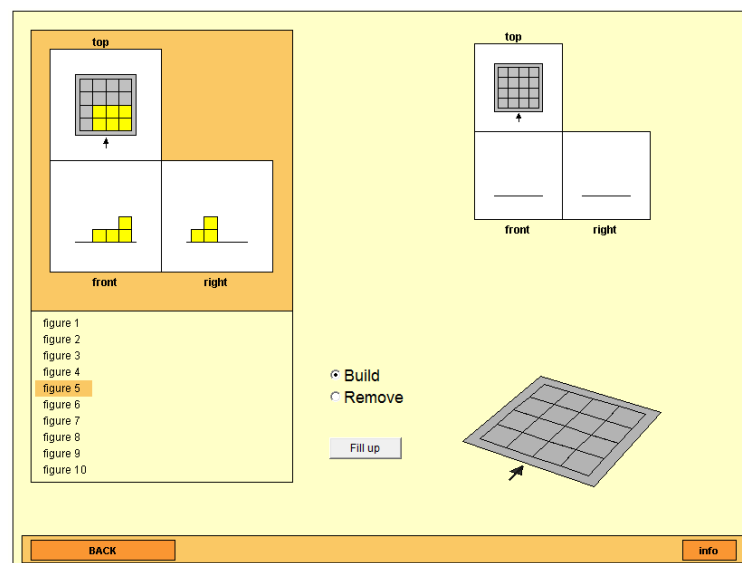
Utilizando o ODA *Rotation game*, rotacione cada objeto a fim de corresponder à vista indicada pela sombra.



**Nota:** Caso o aluno responda de forma incorreta, terá uma segunda chance para acertar a resposta. Se errar novamente, o ODA o conduzirá para a próxima construção.

### Atividade 5 - Building with three sides

Construa os sólidos disponíveis pelo ODA *Building with three sides*, dada a respectiva vista ortogonal.

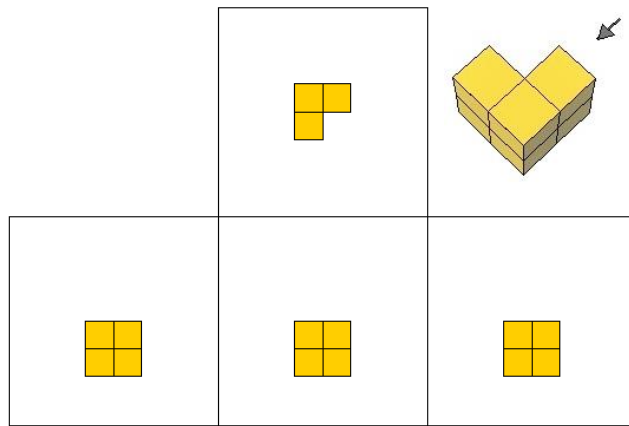
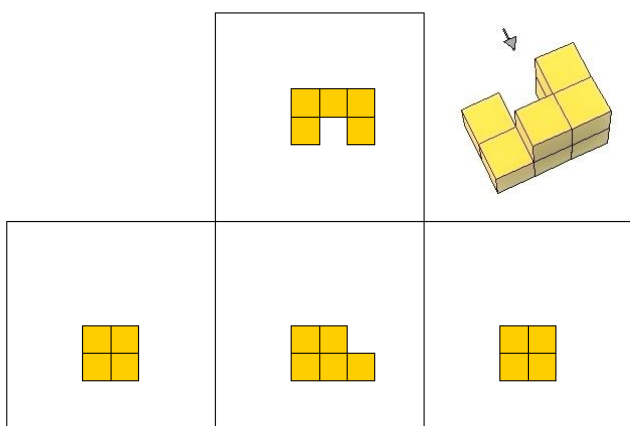
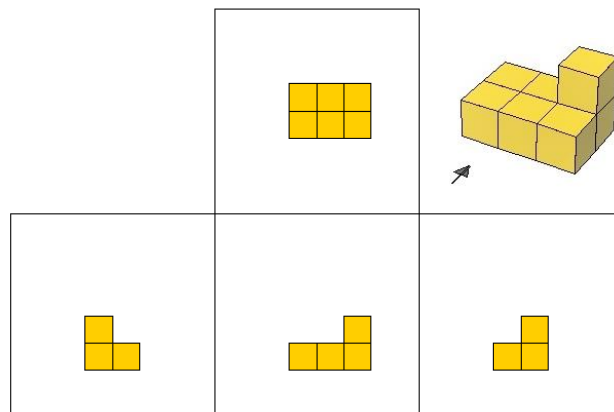
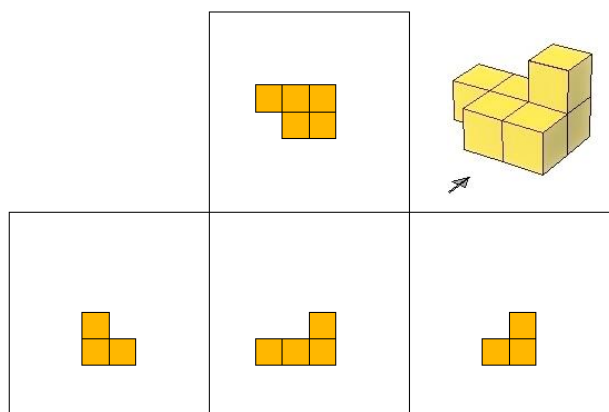


**Nota:** Quando o aluno constrói corretamente a figura, um círculo verde aparece ao lado do número da figura correspondente.



**Atividade 6 – Classificação das vistas (sem a utilização de um ODA)**

Observe as figuras a seguir e classifique cada representação em visão: frontal (F), superior (S), lateral esquerda (E) e lateral direita (D):



### Atividade 7 - *Guess the view*

Manipule cada sólido disponibilizado pelo ODA *Guess the view* e descubra qual é a vista indicada ao lado, marcando a alternativa correspondente.

**Guess the view**

About

What side view do you see?

Highscore: 0

**Question 1**

Which view is shown?

Front View **visão frontal**  
 Right Side View **visão lateral direita**  
 Left Side View **visão lateral esquerda**  
 Top View **vista superior**  
 Bottom View **visão inferior**  
 Back View **visão traseira**

OK

Next question

© wisweb.nl 2003 - 2012

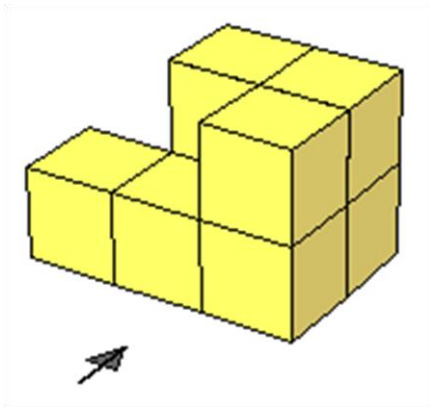
**Nota 1:** Lembre-se que o ODA *Guess the view* está disponível em outro endereço eletrônico: [http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00198/toepassing\\_wisweb.en.html](http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/00198/toepassing_wisweb.en.html).

**Nota 2:** Caso o aluno responda de forma incorreta, terá uma segunda chance para acertar a resposta. Se errar novamente, o ODA o conduzirá para a próxima construção.

### Atividade 8: Representação de todas as vistas

Observe as figuras a seguir e represente as seguintes posições no papel quadriculado: frontal (F), superior (S), inferior (I), traseira (T), lateral esquerda (E), lateral direita (D) (pág. 9).

**Nota:** Nessa atividade, é importante ressaltar aos alunos que tenham atenção na seta, para a correta representação das figuras.



F				



S				



D				



E				

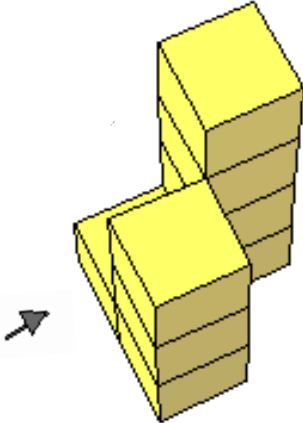


T				



I				





F				



S				



D				



E				

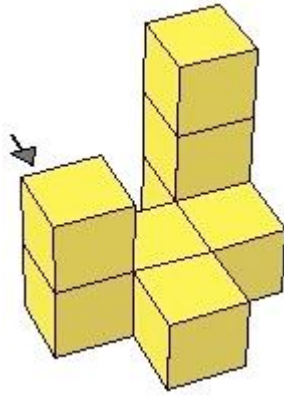


T				



I				





F				



S				



D				



E				

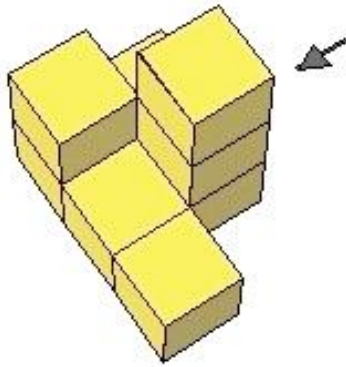


T				



I				





F				



S				



D				



E				



T				



I				

