SALÃO UFRGS 2014

XXVI Salão de Iniciação Científica da UFRGS

APRESENTADORA: Samanta Stein da Silva
ORIENTADOR: Eduardo Henrique de Mattos Brietzke
TEMÁTICA: CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA - Matemática – MATEMÁTICA PURA

Generalizações sobre um teorema: Anéis satisfazendo $x^3=x$ são comutativos

Introdução:

Nosso trabalho é baseado na segunda parte do artigo "Variations on a Theme: Rings Satisfying $x^3=x$ Are Commutative" que apresenta generalizações sobre o teorema: Anéis que satisfazem $x^3=x$, para todo x pertencente ao anel, são comutativos.

Algumas dessas generalizações são apresentadas e demonstradas nesse trabalho:

Teorema 1: Seja R um anel tal que $(xy)^3=xy$, para todo $x, y \in R$. Então R é comutativo.

Teorema 2: Um anel R é comutativo se e somente se $x^3 - x \in Z(R)$, para todo $x \in R$.

Teorema 3: Se R é um anel C(3), então:

- R não tem comutadores nilpotentes diferentes de zero ;
- se $xy = 0$ em R, então $yx = 0$ em R;
- Idempotentes em R são centrais. Em particular, $[x,y]^2$ é idempotente central.

Objetivos:

- Apresentar generalizações sobre o teorema: Anéis que satisfazem $x^3=x$, para todo x pertencente ao anel, são comutativos.;
- Apresentar contra-exemplos mostrando que certas variações das condições de comutatividade não implicam na comutatividade;
- Demonstrar os teoremas enunciados anteriormente.

Conclusão:

Concluímos o trabalho com contra-exemplos mostrando que certas variações das condições de comutatividade não implicam na comutatividade do anel:

Teorema 4: Existem anéis R não comutativos que satisfazem a equação $(xyz)^2= xyz$, para todo $x, y, z \in R$.

Teorema 5: Existem anéis R não comutativos tais que $xy \in Z(R)$, para todo $xy \in R$.

Bibliografia: BUCKLEY, S. M.; MACHALE, D..Variations on a Theme: Rings Satisfying $x^3=x$ Are Commutative. *American Mathematical Monthly,* 120 (2013), 430-440.