XXVI SIC

Salão de iniciação científica

APRESENTADORA: Franciele Marciane Meinerz

ORIENTADOR: Artur Oscar Lopes

TEMÁTICA: CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA- Matemática- MATEMÁTICA PURA

Anéis que satisfazem $x^3=x$ são comutativos: várias demonstrações

O nosso trabalho é baseado na primeira parte do artigo "Variations on a Theme: Rings Satisfying $x^3=x$ Are Commutative", que apresenta uma variedade de demonstrações para o teorema: **Anéis que satisfazem $x^3=x$ são comutativos**.

A demonstração do teorema, é proposta como um exercício (19*, capítulo 3.4) do livro, que é um clássico no mundo da álgebra: Tópicos de Álgebra, de I. N. Herstein. Apresentaremos várias demonstrações para o teorema, utilizando diversas técnicas.

Salientamos que é importante demonstrar um mesmo teorema de diversas formas, pois algumas provas são mais simples que outras facilitando a compreensão das mesmas. Às vezes, simplesmente algumas são mais elegantes que outras. Ainda, podemos utilizar várias ferramentas que temos à disposição, colocando em prática nossas habilidades matemáticas.

Além do foco principal, que é apresentar as várias demonstrações do teorema citado, veremos alguns outros teoremas que servirão de auxílio para configurar a demonstração do principal, como por exemplo:

- Seja R um anel. Se $x^2+x\in Z(R)$ $\forall x\in R$, então R é comutativo. [$Z(R)$ é centro do anel R]
- Seja R um anel no qual $x^2=0$ implica $x=0$. Se $e\in R$ é um idempotente, então $e\in Z(R)$.
- Seja R um anel no qual $x^3=x, \forall x\in R$. Então $6x=0, \forall x\in R$.
- Seja R um anel no qual $x^3=x$, $\forall x\in R$. Então $x^2\in Z(R), \forall x\in R$.

Com o desenvolvimento desse trabalho, foi possível aprender muitos conceitos matemáticos ligados à Teoria de Anéis. Além disso, foi possível perceber que realmente algumas demonstrações são mais claras e belas em relação a outras.

Bibliografia: BUCKLEY, S. M.; MACHALE, D..Variations on a Theme: Rings Satisfying x³=x Are Commutative. American Mathematical , Monthly 120 (2013), 430-440.