



ciência desenvolvimento sociedade
**XXVI SALÃO DE
INICIAÇÃO CIENTÍFICA**

20 a 24 de outubro - Campus do Vale - UFRGS



Evento	Salão UFRGS 2014: SIC - XXVI SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
Ano	2014
Local	Porto Alegre
Título	Elementos Não-Lineares de Programação Linear
Autor	PEDRO HENRIQUE SALTON SCHLEDER
Orientador	CARLOS HOPPEN

Durante o período do programa Jovens Talentos para a Ciência pesquisei aspectos não-lineares de modelos lineares. Esta teoria foi proposta por Dorfman, Samuelson e Solow (1972) a partir do Modelo Estatístico de Leontief.

Os casos atingidos por estes modelos são do tipo em que queremos otimizar a produção de dois ou mais bens ao longo de um determinado período de tempo e temos a restrição de que os próprios bens são utilizados para a sua produção. Casos deste tipo não são compreendidos facilmente pelos métodos tradicionais de maximização/minimização da programação linear.

Dados dois ou mais bens que possuem uma relação de interdependência para sua produção, como otimizar a produção em cada período de tempo para que ao final de n períodos tenhamos uma quantidade ótima de cada bem? Para reduzir estes casos a programação linear precisamos fazer algumas considerações, a cada tempo t , temos um dado estoque de cada bem $S_1(t), S_2(t), \dots, S_n(t)$. Sempre haverá uma maneira ótima de alocar estes recursos que produzira o máximo de consumo $C_i(t+1)$ e o máximo de estoques $S_i(t+1)$ a serem reutilizados no próximo período. Estes máximos formam um locus de eficiência. Um ponto neste locus é passível de ser produzido pelos estoques iniciais e qualquer modificação nas configurações nos levam a sacrificar a produção de um ou mais bens. O encadeamento destes locus nos permitem utilizar o método Simplex para calcular as condições ótimas dos estoque em cada tempo t .

Como exemplo de problemas resolvidos por essa abordagem temos o caso clássico de uma fazenda e uma mina de carvão. Para produzirmos carvão precisamos da comida gerada na fazenda e de uma quantidade prévia de carvão (para gerar energia, etc.) enquanto que, para a produção de comida na fazenda precisamos de carvão e de uma quantidade prévia de comida (para alimentar trabalhadores, etc.). Como elemento que define o máximo a ser produzido consideramos unidades de mão-de-obra que serão divididas entre as duas produções – fazenda e mineração – de modo a atingir, depois de um determinado tempo T , as quantidades Q_1 e Q_2 requeridas pela população.

A cada período de tempo $t \in \mathbb{N}$ teremos um estoque dos produtos e , a partir deste estoque, é que iremos produzir os produtos do próximo período. Desta maneira vemos que a distribuição de mão-de-obra em cada período afeta a produção de carvão e comida dos próximos períodos e, conseqüentemente, do período T . Por isso precisamos definir qual a maneira ótima de distribuirmos a mão de obra a cada período para atingirmos os valores desejado no período T . Podemos calcular estes valores através do método Simplex considerando como dadas as quantidades iniciais de estoque de cada produto $S_1(0)$ e $S_2(0)$, os consumos desejados $C_i(t)$ de $t = 1$ a $t=T$ e encontrando o programa que maximiza $K_1S_1(t) + K_2S_2(t)$, K_1 e K_2 são constantes arbitrárias e não-negativas. Colocando o problema desta maneira buscamos no locus de eficiência do período T um ponto de tangência com a nossa “linha de orçamento” (no caso de coincidirem em uma reta, teremos vários pontos). Conforme variamos os valores de K_1 e K_2 (a inclinação da linha de orçamento), podemos percorrer o envelope de eficiência. Então para quaisquer K_1 e K_2 definimos o caminho de acumulo de $S_i(1), S_i(2), \dots$, levando aos níveis ótimos de $S_1(T)$ e $S_2(T)$, podendo ver não só estes valores como também todos os valores viáveis a partir de ponto inicial $P[S_1(0), S_2(0)]$.