

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática

PAULA AGUIAR DA SILVA

CAMPO MULTIPLICATIVO DAS OPERAÇÕES – UMA INICIATIVA DE FORMAÇÃO
COM PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Porto Alegre
2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática

PAULA AGUIAR DA SILVA

CAMPO MULTIPLICATIVO DAS OPERAÇÕES – UMA INICIATIVA DE FORMAÇÃO
COM PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio grande do Sul como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Marcus Vinícius de Azevedo Basso

Porto Alegre
2014

CAMPO MULTIPLICATIVO DAS OPERAÇÕES – UMA INICIATIVA DE FORMAÇÃO
COM PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

PAULA AGUIAR DA SILVA

Banca Examinadora:

Dra. Circe Mary Silva da Silva Dynnikov

Dra. Daniela Stevanin Hoffmann

Dra. Elisabete Zardo Búrigo

Porto Alegre, abril de 2014.

“O mundo não é. O mundo está sendo. Como subjetividade curiosa, inteligente, interferidora na objetividade com que dialeticamente me relaciono, meu papel no mundo não é só o de quem constata o que ocorre mas também o de quem intervém como sujeito de ocorrências.” (FREIRE, 1996, p. 85)

RESUMO

Este trabalho apresenta investigação acerca das concepções de professores dos Anos Iniciais sobre o Campo Multiplicativo à luz da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. O campo multiplicativo foi escolhido como tema de estudo por permear todo o ensino básico, sendo assim de grande importância para a formação matemática escolar dos estudantes. A coleta de dados se dá em um curso de formação continuada, que se desenvolveu ao longo de 5 encontros de 4 horas, com 11 professoras da Escola Estadual de Ensino Médio Célia Flores Lavra Pinto localizada no município de Viamão/RS. Utilizou-se a pesquisa-ação como metodologia da pesquisa.

Ao final da pesquisa, concluímos que o grupo de professores pesquisado se mantém restrito ao trabalho voltado para o algoritmo de multiplicação e a memorização da tabuada, quando se trata do Campo Multiplicativo das Operações.

O produto desta pesquisa é um conjunto de atividades sobre o tema Campo Multiplicativo das Operações, dentre outros temas relacionados, que poderão auxiliar professores que ensinam matemática interessados em pensar sobre a prática docente e ampliar suas possibilidades de intervenção junto aos estudantes.

Palavras chave: Campo Multiplicativo; Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Ensino e Aprendizagem de Matemática; Campos Conceituais.

ABSTRACT

This paper presents the development of a training course for teachers of the early years in order to investigate teachers' conceptions about Multiplicative Field Operations to the Theory of Conceptual Fields Gérard Vergnaud. The multiplicative field was chosen as the subject of study not only because it permeates the whole basic education, but also because it has a great importance to the training school mathematics students. Data collection occurs in a continuing education course, which was developed in 5 meetings of 4 hours, with 11 teachers from State Preparatory School High School Celia Flores Lavra Pinto localized in Viamão/RS. We used the action research as the research methodology.

At the end of the paper, we conclude that the studied group of teachers remains restricted to the work facing the multiplication algorithm and memorizing multiplication tables when it comes to the field Multiplicative Operations .

The product of this research is a set of activities on the theme Multiplicative Field Operations. Among other issues, it may help teachers to teach mathematics for those who are interested in thinking about teaching practice and expand their possibilities of intervention with students.

Key words: Multiplicative Conceptual Field; Initial years of Elementary School; Teaching and Learning of Mathematics; Conceptual Fields

LISTA DE ABREVIações

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PPGEMAT – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

TCC – Teoria dos Campos Conceituais

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

CMO – Campo Multiplicativo das Operações

EEEMCFP – Escola Estadual de Ensino Médio Célia Flores Lavra Pinto

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Esquema com as três classes de problemas do campo multiplicativo segundo Vergnaud	29
Figura 2 - Exemplo de subclasses de problemas do campo multiplicativo	30
Figura 3 - Quadros de representação dos problemas	31
Figura 4 - Representação do exemplo 1 do campo multiplicativo	32
Figura 5 - Posicionamento da Professora “E” sobre matemática	44
Figura 6 - Posicionamento da Professora “B” sobre matemática	44
Figura 7 - Posicionamento da Professora “H” sobre matemática	45
Figura 8 - Algarismos de 1 a 13 no Sistema Maia de Numeração	48
Figura 9 - Exemplos de jogadas no Pifpaf Maia	48
Figura 10 - Relato da Professora “H”	56
Figura 11 - Relato da Professora “A”	58
Figura 12 - Construção de esquemas acerca do currículo escolar nos Anos Iniciais	62
Figura 13 - Esquema criado pela professora “L”	64
Figura 14 - Esquema criado pela Professora “H”	65
Figura 15 - Professoras explorando o baralho Maia	67
Figura 16 - Escrita da Professora “K” sobre iniciar um assunto em matemática	68
Figura 17 - Apresentação de hipótese formulada pela Professora “J”	70
Figura 18 - Soluções da Professora “K” para o triângulo mágico	73
Figura 19 - Continuação das soluções da Professora “K” para o triângulo mágico	74
Figura 20 - Professora “C” realizando a atividade do triângulo mágico	75
Figura 21 - Apresentação das soluções encontradas para o triângulo mágico	76
Figura 22 - Resolução da Professora “K” para a atividade de termo desconhecido	77
Figura 23 - Relato da Professora “E”	79
Figura 24 - Relato da Professora “I”	80
Figura 25 - Relato da Professora “H”	82
Figura 26 - Problema criado pela Professora “C”	85
Figura 27 - Problema criado pela Professora “K” e resolução da professora “I”	86
Figura 28 - Problema criado pela Professora “A”	87
Figura 29 - Resolução da Professora “D” para o problema da Figura 28	88
Figura 30 - Problema criado pela Professora “B”	88
Figura 31 - Problema criado pela Professora “D”	89
Figura 32 - Resolução da professora “A” para o problema da Figura 31	89
Figura 33 - Problema criado pela Professora “F”	90
Figura 34 - Resolução da Professora “G” para o problema da Figura 33	90
Figura 35 - Problema criado pela Professora “G” e resolvido pela professora “F”	91
Figura 36 - Resolução da professor “K” para a questão 1	94
Figura 37 - Resolução da Professora “K” para a questão 18	95
Figura 38 - Resolução do problema pela Professora “H”	96
Figura 39 - Disposição de dados do problema de Vergnaud, criado pela professora “B”	97
Figura 40 - Conjunto de perguntas relacionadas ao problema, criado pela Professora “H”	98
Figura 41 - Quadro de correspondência da pergunta “C”	99
Figura 42 - Resolução do problema pela Professora “C”	100
Figura 43 - Professoras trabalhando com Baralho das Frações	101
Figura 44 - Frações equivalentes sendo identificadas pelas professoras	102

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Questões usadas na Fase Exploratória	40
Quadro 2 - Recorte de falas presentes na primeira iniciativa de Curso em 2012	46
Quadro 3 - Instruções do Jogo Baralho de Frações	54
Quadro 4 - Transcrição da Figura 10	57
Quadro 5 - Transcrição da Figura 11	59
Quadro 6 - Relato verbal da Professora A sobre Formação acadêmica e insegurança em matemática	60
Quadro 7 - Relato verbal da Professora “J” sobre a minoração do valor da matemática frente ao letramento nos Anos Iniciais	60
Quadro 8 - Relato verbal da Professora “C” sobre a mecanização da matemática	60
Quadro 9 - Relato verbal da Professora “H” sobre a dificuldade de interpretação dos problemas pelos alunos	61
Quadro 10 - Relato verbal da Professora “H” sobre a resposta aos questionamentos nas diferentes áreas de ensino	61
Quadro 11 - Recorte das trocas entre professoras e formador sobre a construção dos mapas	63
Quadro 12 - Professora “A” sobre a ordem dos conteúdos no currículo	65
Quadro 13 - Participação da Professora “K” sobre currículo	66
Quadro 14 - Transcrição da Figura 17	68
Quadro 15 - Professora “G” sobre adaptações do material para seus alunos	68
Quadro 16 - Discussão sobre sistema de numeração Maia	69
Quadro 17 - Professora “A” sobre intervenções individuais	69
Quadro 18 - Professoras discutindo sobre como implementar uma prática pedagógica voltada para a resolução de problemas	70
Quadro 19 - Relato verbal da Professora “H” sobre hábitos dos alunos	71
Quadro 20 - Participação de Professora “C” e Professora “H” sobre multiplicação	71
Quadro 21 - Professora “K” sobre o triângulo mágico	73
Quadro 22 - Relato verbal da Professora “H” questionando aprendizagem da adição	76
Quadro 23 - Sobre a resolução da atividade com algarismo desconhecido	78
Quadro 24 - Relato verbal da Professora “H” reproduzindo enfrentamentos com pais	78
Quadro 25 - Transcrição da Figura 23	79
Quadro 26 - Transcrição da Figura 24	80
Quadro 27 - Diálogo das professoras sobre a tabuada e memória	81
Quadro 28 - Transcrição da Figura 25	82
Quadro 29 - Relato da Professora “H” sobre resolução de problemas	82
Quadro 30 - Relato da Professora “C” sobre avaliação a partir de tabuada	83
Quadro 31 - Relato da Professora “C” sobre postura do aluno com a tabuada	83
Quadro 32 - Reflexão da Professora “K” sobre o texto Multiplicação e Divisão a toda hora	83
Quadro 33 - Reflexão da Professora “J” sobre o texto Multiplicação e Divisão a toda hora	84
Quadro 34 - Reflexão da Professora “G” sobre o texto De vezes e de dividir	84
Quadro 35 - Reflexão da Professora “A” sobre o texto De vezes e de dividir	84
Quadro 36 - Transcrição da Figura 26	85
Quadro 37 - Transcrição da Figura 27	86
Quadro 38 - Transcrição da Figura 28	87
Quadro 39 - Transcrição da Figura 30	88
Quadro 40 - Transcrição da Figura 31	89
Quadro 41 - Transcrição da Figura 33	90
Quadro 42 - Relato da professora “H” sobre estratégias de divisão	91
Quadro 43 - Transcrição da Figura 35	91
Quadro 44 - Problema proposto por Vergnaud	96

Quadro 45 - Transcrição da Figura 40	98
Quadro 46 - Professora “G” sobre organização do baralho sobre a mesa	102
Quadro 47 - Explicação da professora “H” para as cartas que foram separadas por ela na Figura 44	102
Quadro 48 - Relato da Professora “K” avaliando o curso	107

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Síntese de trabalhos envolvendo o tema do presente estudo	37
Tabela 2 - Resultados da Prova Brasil da Escola Célia Flores em 2011.....	42
Tabela 3 – Idade e tempo de docência dos professores(anos)	43
Tabela 4 - Apresentação dos problemas criados pelas professoras	92

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
2. JUSTIFICATIVAS	16
2.1. MOTIVAÇÃO PARA A PESQUISA	16
2.2. POR QUE O CAMPO MULTIPLICATIVO COMO TEMA?	19
2.3. QUESTÃO NORTEADORA	20
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
3.1. ADAPTAÇÃO DIDÁTICA PARA O MÉTODO CLÍNICO PIAGETIANO	22
3.2. TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS	24
3.2.1. <i>Campo Aditivo</i>	26
3.2.2. <i>Campo Multiplicativo</i>	28
3.3. FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA E CONHECIMENTO PROFISSIONAL DOCENTE	33
3.4. FORMAÇÃO DE PROFESSORES E O CAMPO MULTIPLICATIVO – ALGUMAS LEITURAS ...	35
4. MÉTODO E PROPOSTA DE CURSO	39
4.1 METODOLOGIA DA PESQUISA	39
4.2. CARACTERIZAÇÃO	41
4.2.1. <i>Do Município</i>	41
4.2.2. <i>Da Escola</i>	41
4.2.3. <i>Dos sujeitos da pesquisa</i>	43
4.3 CONSTRUÇÃO DA PROPOSTA	45
4.4. DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS	46
4.3.1. <i>Primeiro encontro</i>	46
4.3.2. <i>Segundo encontro</i>	49
4.3.3. <i>Terceiro encontro</i>	50
4.3.4. <i>Quarto encontro</i>	51
4.3.5. <i>Quinto encontro</i>	52
5. RESULTADOS E ANÁLISES	55
5.1 O PROFESSOR, A MATEMÁTICA E O SABER DOCENTE	55

	13
5.2 REPENSANDO O CAMPO ADITIVO	72
5.3 A PRÁTICA DOCENTE COM O CAMPO MULTIPLICATIVO	79
5.4 CRIAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO	85
5.5. BREVE DISCUSSÃO SOBRE FRAÇÕES	100
6. CONCLUSÕES, PERSPECTIVAS E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	104
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	110
ANEXOS	112
ANEXO A – PLANOS DE ESTUDOS DA ESCOLA	113
ANEXO B – PLANEJAMENTOS ELABORADOS PELAS PROFESSORAS	118
ANEXO C – AUTORIZAÇÃO DA REVISTA NOVA ESCOLA PARA PUBLICAÇÃO DE TEXTOS..	122
APÊNDICES	123
APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO	124
APÊNDICE B – ATIVIDADES REALIZADAS NO CURSO DE FORMAÇÃO	125
<i>Atividades do Primeiro Encontro de formação</i>	<i>126</i>
<i>Atividades do Segundo Encontro de formação</i>	<i>134</i>
<i>Atividades do Terceiro encontro de formação.....</i>	<i>137</i>
<i>Atividades do Quarto encontro de formação.....</i>	<i>155</i>
<i>Atividades do Quinto encontro de formação</i>	<i>168</i>

1. INTRODUÇÃO

A proposta deste estudo é investigar como professores dos Anos Iniciais (1º ao 5º ano do ensino fundamental) realizam o trabalho com os conceitos do campo multiplicativo, descobrindo acerca de seu conhecimento prático. Ao longo de um curso de formação evidenciar o que pensam em alterar em suas práticas pedagógicas, incluindo aquilo que foram capazes de (re) conhecer, agora sob um ponto de vista teórico sobre a Teoria dos Campos Conceituais, dando atenção especial para o Campo Multiplicativo das Operações (CMO).

A investigação junto aos professores se dá acerca do conhecimento profissional docente adquirido ao longo das suas carreiras e das ações pedagógicas relacionadas ao tema de estudo. Trata-se de saber como os professores participantes de um curso de formação continuada buscam realizar seus trabalhos com multiplicação e divisão, evidenciando os problemas que encontram durante o processo ensino-aprendizagem destes temas e buscando soluções para os entraves pedagógicos encontrados.

Esse estudo ocorreu na Escola Estadual de Ensino Médio Célia Flores Lavra Pinto, localizada no município de Viamão, Rio Grande do Sul, através de um Curso de Extensão vinculado à Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Começamos este texto apresentando as motivações que levaram ao seu desenvolvimento e um breve relato sobre a iniciativa anterior ao presente trabalho que levou à reestruturação e planejamento do curso de Extensão, base de coleta de dados para este estudo.

O presente trabalho tem como embasamento teórico os estudos de Gerard Vergnaud sobre a Teoria dos Campos Conceituais, em especial sobre o Campo Multiplicativo, em associação com alguns textos de Adair Nacarato que tratam da formação de professores e o conhecimento profissional docente. A metodologia utilizada é a pesquisa-ação a partir de Michel Thiollent.

No capítulo 2 apresentaremos as razões pelas quais decidimos por abordar a formação dos professores dos Anos Iniciais com o campo multiplicativo. Além disso, traremos também as questões que nortearam a pesquisa. Em seguida, no capítulo 3, traremos para o texto todo o aporte teórico que serve de base para a análise. O

capítulo 4 busca mapear o município e a escola onde foi realizada a pesquisa, caracterizando-a de forma a auxiliar as análises a serem realizadas no capítulo 5.

O último capítulo se refere à apresentação das conclusões da pesquisa e perspectivas de continuidade.

2. JUSTIFICATIVAS

2.1. MOTIVAÇÃO PARA A PESQUISA

Ao ingressar na rede municipal de Alvorada (Rio Grande do Sul) como professora concursada em 2008 me deparei com uma situação até então estranha para mim na organização curricular de uma escola. Fui designada para lecionar matemática em uma escola que leva o nome de Paulo Freire que, desde sua criação, trabalhava a partir de um sistema ciclado¹ de ensino. Apesar de já conhecer o trabalho teórico do educador e filósofo que forneceu nome à escola, tal proposta de trabalho me era distante por não conhecer com profundidade do que se tratava. Com este desafio lançado, precisava me adaptar à proposta dos ciclos de formação nos âmbitos social e cognitivo. Alguns aspectos eram bem fortes na proposta, e demarcavam para mim a perspectiva de um fazer pedagógico diferente daquele seriado que foi minha vivência estudantil. Dentre estes aspectos, destacava-se a isonomia de carga horária nas disciplinas e o agrupamento dos alunos conforme sua idade.

“A cada idade corresponde uma forma de vida que tem calor, equilíbrio, coerência, que merece ser respeitada e levada a sério; a cada idade correspondem problemas e conflitos reais (...), pois o tempo todo, ela teve que enfrentar situações novas (...). Temos que incentivá-la a gostar da sua idade, a desfrutar do seu presente.”
(SNYDERS, 1993, p.29-30 in SMED Porto Alegre)

É sabido, como relata Ponte (1994), que é frequente o insucesso dos estudantes para com a disciplina de matemática, culturalmente aceita como difícil de ser compreendida. Além disso, em função deste insucesso, os processos avaliativos restritos e classificatórios acabam por excluir das classes escolares aqueles que porventura não atingirem os mínimos requisitos esperados na disciplina.

Na escola em que ingressava isto não existia. A avaliação era qualitativa, realizada com um parecer descritivo individual ao findar de cada trimestre. O avanço anual era automático, exceto ao final de cada ciclo de aprendizagem, composto por

¹ O ensino por Ciclos de Formação Humana caracteriza-se por um sistema de ensino que privilegia a evolução da aprendizagem do aluno conforme seu desenvolvimento humano. Destaca-se no sistema a progressão continuada do estudante de uma turma para outra e a enturmação por idade.

três anos. Neste contexto, era necessário conhecer com profundidade o que meu aluno aprendia, o que lhe faltava aprender e o que era preciso fazer para auxiliá-lo a alcançar o próximo nível de aprendizagem. Era descabido, na dada circunstância, exigir alguns conhecimentos prévios dos alunos em função do ano/série já concluído do estudante, visto que, independente da construção de determinado conceito, ele havia avançado para o ano seguinte. Desta forma, me sentia cada vez mais responsável pelos processos de aprendizagem dos alunos e sentia que não mais me bastava a constatação da aprendizagem de um conteúdo por um aluno. Passava a entender que o conteúdo era apenas a “ponta do iceberg cognitivo” pelo qual meus alunos transitavam.

Para que um dado conteúdo fosse aprendido outros tantos se apresentavam como necessários de forma antecipada. Acreditei que somente conhecendo o que estava por trás desse disfarce criado pelas grades curriculares dos livros didáticos, conseguiria alicerçar meu trabalho em algo sólido, com objetividade e tratando da singularidade cognitiva de cada estudante. Desta forma, me aproximei ainda mais da Psicologia Cognitiva, procurando resposta para minhas angústias do cotidiano escolar. Dentre elas, a razão pela qual os alunos dos anos finais do ensino fundamental ainda tinham tanta dificuldade de trabalhar com frações, números decimais, razão, proporção e porcentagem: todos conceitos relacionados com o Campo Multiplicativo das Operações de Gérard Vergnaud. Além disso, me provocava muito encontrar alunos no sétimo, oitavo ou até nono ano de escolaridade que resolviam operações de multiplicação realizando ainda exclusivamente soma de parcelas iguais. Também me deparava com situações em que o aluno preferia utilizar desenhos, como pequenos traços (correspondendo as unidades) para realizar uma divisão. Situações como essa me espantavam, pois acreditava que um aluno com esse tempo de escolaridade já tinha condições de aplicar com facilidade o algoritmo da multiplicação e da divisão, não precisando assim se valer de um recurso tão moroso para a realização dessas operações, mesmo que de forma mecânica. Precisava entender porque aquilo acontecia e o que poderia fazer para ajudar aqueles estudantes.

Foi estudando o Campo Conceitual Multiplicativo de Vergnaud que descobri que é preciso diversificar as situações-problema de um mesmo conceito para que este possa ser aprendido pelos estudantes. Além disso, é preciso saber como o estudante constrói conceitos de matemática para que se ofereça a ele a situação

problema mais adequada ao estágio cognitivo² em que se encontra, propiciando que ele desenvolva novas formas de operar e agir sobre o objeto dado. Nesse sentido, passei a observar e analisar os maiores conflitos encontrados pelos estudantes ao lidar com problemas do campo multiplicativo. Durante as observações, por vezes me incomodava com o pensamento simplista de algumas crianças e jovens de que os problemas da disciplina eram estritamente resolvidos pelos algoritmos conhecidos. No que concerne à multiplicação, bastava para eles a memorização da tabuada e conceituação de que multiplicação era a soma de parcelas iguais. No caso da divisão, a definição se restringia à distribuição de uma quantidade discreta em um determinado grupo de conjuntos com o mesmo número de elementos.

Se até então era dessa forma que aqueles estudantes viam as operações desse conjunto, passei a me questionar sobre o que meus colegas professores do ensino fundamental pensavam acerca do assunto. Será que para eles a multiplicação também era vista como ferramenta para resolver problemas de contagem? Ou para o contato com uma das mais poderosas ideias da matemática, a noção de proporcionalidade? Como esse assunto era discutido em sala de aula por eles? De que forma chegava aos alunos?

Foi buscando respostas para essas questões que afinei meus laços com os colegas da escola quando o assunto era didática da matemática. Tive oportunidade de realizar encontros de formação esporádicos, onde propunha atividades novas, reflexões sobre os entraves pedagógicos encontrados nos Anos Iniciais pelos professores e situações de ressignificação de conceitos com os quais o grupo se sentia desafiado. Com o passar do tempo, mais e mais tinha interesse pela formação de professores dos Anos Iniciais e pelas questões que eles trazem latentes acerca de seu conhecimento profissional docente. Foi nesse espírito que surgiu a ideia de oportunizar a um grupo de professores dos Anos Iniciais um curso de extensão que tratasse do tema, a ponto de conhecer com mais profundidade as dúvidas dos professores quando o assunto é o Campo Multiplicativo das Operações (CMO).

Trataremos aqui da formação de um grupo de professoras que já lecionam nas redes públicas de Viamão (Rio Grande do Sul), tentando identificar aprendizagens destes sujeitos da pesquisa a partir de relatórios escritos, dialogados

² A expressão “estágio cognitivo” aponta aqui a influência de Jean Piaget nos estudos realizados, em especial PIAGET, J. ()

e gravados da prática realizada. Buscando evidenciar também a modificação da prática pedagógica desses sujeitos em função das ressignificações provocadas pelo curso de formação. Tais evidências se apresentam a partir dos relatos dos professores durante o curso, que criaram atividades e problemas que foram aplicados em suas salas de aula. Apresentaremos os extratos destes relatos durante a análise de dados.

2.2. POR QUE O CAMPO MULTIPLICATIVO COMO TEMA?

Além das motivações internas expostas no capítulo anterior, cabe ressaltar aqui a necessidade do trabalho realizado com este campo conceitual nas escolas. O tema envolve conceitos que perpassam conteúdos desde o primeiro ano escolar dos alunos até o último ano do nível médio, quando tratamos de problemas de contagem e probabilidades³ (BRASIL, 1997).

Sendo assim, a vida escolar dos estudantes na área de matemática pode ser amplamente marcada por um sucesso ou por um fracasso, dependendo de suas construções acerca do tema. Sabemos também que a noção de proporcionalidade, incluída no Campo Multiplicativo é uma das ideais mais poderosas da matemática, cuja aplicação se dá desde a imagem que a criança faz de um objeto distante, imaginando seu tamanho real (noção qualitativa), até a compreensão de que se ela mede 1m de altura e a casa mede 3m, precisaria de três vezes a altura dela para chegar até o teto da casa (noção quantitativa).

Já os problemas de contagem, também pertencentes ao tema em questão, podem ser discutidos com os estudantes dos Anos Iniciais, a princípio, com o intuito de trazer familiaridade ao tema, sem a pretensão de que se formalize conceitos. Entretanto, esta familiaridade se faz necessária ao passo que, com ela, os alunos são capazes de intuir posteriormente padrões e construir, dessa forma, o pensamento combinatório necessário de nível operatório formal.

Tratando dos Parâmetros Curriculares Nacionais, notamos que boa parte dos objetivos expostos para o segundo ciclo do ensino fundamental no que tange a matemática, se refere ao campo multiplicativo das operações. Notemos em negrito as evidências da presença do campo multiplicativo:

³ Trataremos com maior profundidade o assunto no próximo capítulo, que se refere à teoria.

Construir o **significado do número racional** e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social.

Interpretar e produzir escritas numéricas, considerando as regras do sistema de numeração decimal e estendendo-as para a representação dos **números racionais** na forma decimal.

Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, **racionais**.

Identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, **ampliações e reduções**.

Identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e **probabilísticos**. (BRASIL, 1997, p.56, grifos do autor)

Ao nos referirmos a número racional, fica evidente aqui a presença de um trabalho que antevê relação parte-todo, quociente e razão, conceitos estes que são parte do campo multiplicativo. Além disso, quando tratamos de ampliação e redução em geometria, quantitativamente podemos nos referir a um fator de ampliação ou redução, afirmando que uma figura é semelhante à outra quando existe este fator.

2.3. QUESTÃO NORTEADORA

A partir das motivações até aqui expostas, uma pergunta toma conta do cenário investigativo: **Como conceitos do Campo Multiplicativo são abordados nos Anos Iniciais por professores de uma determinada escola?**

Sabendo que é nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que se dá a base da formação do indivíduo, que será primordial não apenas para a continuidade de seus estudos acadêmicos, mas para a formação de um cidadão capaz de interagir socialmente com perspicácia e desenvoltura frente aos desafios da vida cotidiana, temos também um conjunto de questões satélite que permeiam o presente estudo. São elas:

- Quais são as ferramentas/instrumentos adotadas pelos professores para desenvolver os conceitos relativos ao Campo Multiplicativo das Operações?
- De que forma professores interagem com o objeto de estudo durante um curso de formação?
- Quais são as estratégias mais utilizadas pelos professores para provocar aprendizagem do Campo Multiplicativo?

Embora pareçam gerais, as questões aqui apresentadas serão verificadas em uma escola apenas, o que, além de restringir o cenário investigativo evidencia a

ausência de qualquer pretensão em responder sobre o assunto de forma generalizada.

Entender como os professores trabalham com os conceitos do campo multiplicativo e o que permeia suas atividades docentes nos permite desenhar o cenário de ensino de matemática na escola estudada, visto que, como já relatamos, o CMO permeia todo o ensino de matemática escolar.

Para responder as perguntas que propomos, usaremos o cenário investigativo de um Curso de Formação continuada de professores em que o pesquisador foi também formador. No próximo capítulo apresentaremos a fundamentação teórica que serve de base para o presente estudo.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1. ADAPTAÇÃO DIDÁTICA PARA O MÉTODO CLÍNICO PIAGETIANO

Piaget estudou os processos de aprendizagem de bebês, crianças e jovens buscando descobrir sobre a formação de conceitos como tempo, espaço, lógica, número e outros. Entretanto, atualmente já é aceito que o ser humano se desenvolve em qualquer idade e, sendo assim, também o adulto desenvolve e aprimora sua maneira de enfrentar problemas, criando novos esquemas. Trataremos do conceito de esquema logo a seguir.

Segundo Piaget (1990), o sujeito só constrói conhecimento quando ao se deparar com uma situação-problema nova, utiliza-se dos esquemas que já possui no intuito de buscar solução para o problema. Chama de *desequilíbrio* a situação de enfrentamento com a nova situação problema. A organização destes esquemas que já possui para a nova situação chama de *assimilação*. A *acomodação* consiste então na adaptação dos esquemas a serem utilizados para o novo objeto de estudo, considerando suas particularidades, ou na construção de novo esquema, haja visto que talvez os já existentes sejam insuficientes. A estas duas etapas (*assimilação* e *acomodação*) Piaget denomina *adaptação* e é nela que o indivíduo caminha para o equilíbrio do novo esquema construído. A adaptação é caracterizada pelo balanço entre *assimilação* e *acomodação* e determinada pela ação do sujeito no objeto de *desequilíbrio*. Sendo assim, Piaget resume a construção da inteligência:

A inteligência não aparece, de modo algum, num dado momento do desenvolvimento mental, como um mecanismo completamente montado e radicalmente diferente dos que o precederam. Apresenta, pelo contrário, uma continuidade admirável com os processos adquiridos ou mesmo inatos respeitantes à associação habitual e ao reflexo, processos sobre os quais ela se baseia, ao mesmo tempo que os utiliza (PIAGET, 1986, p.23).

Com base nos escritos de Piaget (1986) sobre a inteligência humana, acreditamos que o sujeito aprende a partir da interação dele com o objeto e, portanto, em qualquer idade. É através da sua ação que se estabelecem hipóteses e estas são testadas, se fazem implicações, e relações são construídas. Foi também Piaget que desenvolveu o Método Clínico Experimental, usado frequentemente em seus estudos de investigação, em que, a partir de questionamentos, o pesquisador

busca descobrir quais as razões para os passos tomados pelo sujeito na interação deste com o objeto.

É um procedimento para investigar como as crianças pensam, percebem, agem e sentem, que procura descobrir o que não é evidente no que os sujeitos fazem ou dizem, o que está por trás da aparência de sua conduta, seja em ações ou palavras (DELVAL, 2002, p. 67).

Entretanto Piaget realizava suas experimentações com apenas um sujeito de cada vez, ou em grupos relativamente pequenos, de forma que pudesse observar e descrever com precisão as respostas dadas por eles e suas intervenções com cada sujeito, tal procedimento se mostra inviável para o professor atual, que possui turmas com em média 30 alunos. Neste caso, tentamos trazer alguns elementos do Método Clínico interessantes para a prática docente do professor do ensino básico que atua como um pesquisador do processo ensino-aprendizagem do seu estudante, preocupado com a evolução do seu conhecimento.

Creio que a essência do método, e aquilo que tem de mais específico, que o diferencia de outros métodos, consiste precisamente nessa intervenção sistemática do experimentador diante da atuação do sujeito e como resposta às suas ações e explicações. (DELVAL, 2002, p. 68).

Como apresenta Delval, é na “intervenção frequente do experimentador” que consiste a essência do método e sua principal diferença perante outros métodos de pesquisa. Sendo assim, buscamos nesta intervenção uma prática docente baseada no método clínico, que chamaremos aqui de Método Clínico Didático Piagetiano. Consiste assim na prática de intervenções durante a exploração de um material didático, um problema ou situação, a fim de provocar no sujeito um “pensar sobre” aquilo que está fazendo. Ainda destaca-se que estas intervenções são propositais no intuito de buscar a evidenciação deste pensar do sujeito. É a partir desse retorno dado pelo sujeito que o professor, mais embasado, realiza novas intervenções, a fim de conduzir o estudante ao aprendizado. Destacamos aqui a diferença de objetivo das intervenções realizadas. No Método Clínico de Piaget, temos o interesse em caracterizar o pensamento do indivíduo e suas etapas de desenvolvimento para a construção de um conceito. No caso do professor, já dotado das experiências e resultados adquiridos por Piaget, busca-se a intervenção com o objetivo do progresso do estudante no processo de ensino-aprendizagem.

Piaget observava a inteligência humana de um ponto de vista epistemológico, o que apesar de extremamente útil para um professor, não era suficiente do ponto de vista pedagógico, onde se busca saber não apenas como o aluno aprende, mas também como ensinar. Nesse sentido, buscamos em Gérard Vergnaud, discípulo de Piaget, o caráter pedagógico da teoria cognitivista de ensino-aprendizagem proposta.

3.2. TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) é apresentada como uma teoria cognitivista que busca estudar o desenvolvimento e aprendizagem de competências. É um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento conectados uns aos outros e, provavelmente entrelaçados durante o processo de aquisição. Segundo Vergnaud, ela é o resultado de muitas pesquisas com estudantes, que evidencia como os alunos constroem conceitos matemáticos. Torna-se fundamental para ensinar matemática quando permite prever formas mais eficientes de trabalhar com seus conteúdos.

Vergnaud trabalhou com a base da teoria Piagetiana de psicologia cognitiva, trazendo para sua teoria também as ideias de conceito e esquema, dando entretanto a estes termos significados mais amplos.

Descreveremos aqui um breve resumo teórico do que se trata a Teoria dos Campos Conceituais e daquilo que é de fundamental importância para desenvolvimento e análise deste trabalho.

Se Vergnaud, diferente de Piaget, estava preocupado em relacionar o desenvolvimento do sujeito com as tarefas escolares pelas quais ele deveria passar, parece bastante oportuno procurar aqui entender a partir de que ponto de vista se define conceito na Teoria dos Campos Conceituais.

Um conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente se nos interessamos por sua aprendizagem e seu ensino. É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança. (VERGNAUD, 1993, p.1)

Nesse sentido, conseguimos perceber que Vergnaud questiona a apresentação de conceitos matemáticos na escola a partir de uma definição. Frequentemente observamos nos livros didáticos uma postura pedagógica que

trabalha a partir da definição do conceito e da resolução de exercícios de fixação a partir da definição dada e de um exemplo modelo. É em contraponto a este tipo de proposta pedagógica que Vergnaud se coloca, apresentando a Teoria dos Campos Conceituais.

É também com esta definição breve de conceito que podemos perceber que, para Vergnaud, a conceitualização acontece de forma dependente das situações às quais o sujeito é exposto. Sendo assim, o conceito é então formado por três elementos.

S = O conjunto de Situações que dão sentido ao conceito.

I = Os Invariantes sobre os quais repousa a operacionalidade dos conceitos.

R = As representações simbólicas que podem ser utilizadas para indicar e representar os invariantes.

(...), pode-se dizer que o pensamento consiste, ao mesmo tempo, em operações conceituais e pré-conceituais sobre os significados, e em operações simbólicas sobre os significantes, significantes estes que formam vários sistemas simbólicos distintos, tendo elos entre si próprios e com o significado. (VERGNAUD, 2009, p.300)

Uma das importantes definições presentes nos estudos de Vergnaud é o de esquema. Através dele se entende esquema por um conjunto de informações ou situações apresentadas de forma sintética e que pode resumir um novo conjunto de ideias. Define ainda:

Chamemos esquema a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada. É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória. (VERGNAUD, 1993, p.2)

Sendo assim, o esquema aqui é apresentado não como uma síntese de informações e conteúdo, mas como estratégias tomadas pelo sujeito para a resolução de um determinado problema. Nesta definição conseguimos também destacar outro importante conceito usado em muitas teorias cognitivas: o invariante.

Os esquemas formam, no plano do significado, a articulação indispensável entre as situações de referências e os significantes simbólicos. São formados de invariantes, de inferências, de regras de ação e de predição. (VERGNAUD, 1985, p.245)

Neste trecho, podemos observar o destaque dos componentes de um esquema. Podemos já ressaltar aqui que, como regra de ação, temos o exemplo dos algoritmos, também considerados esquemas dentro da TCC. Os algoritmos são fundamentalmente importantes dentro da aprendizagem matemática por agregarem ao sujeito a possibilidade de otimizar o trabalho de resolução de um problema a partir de um procedimento já definido e compreendido. É nessa automatização que se apresenta a forma mais visível do caráter invariante da organização da ação.

O operador só é verdadeiramente um invariante operatório se ele é idêntico a si mesmo no interior destes cálculos relacionais e isto com um grau suficiente de evidência para a criança, senão ela é incapaz de aplica-lo na solução de problemas. (VERGNAUD, 1985 p.245)

Nos Anos Iniciais, a busca por este caráter invariante da ação em relação às operações aritméticas básicas, a saber, adição, subtração, multiplicação e divisão, são centrais do ensino de matemática.

Um ganho em se trabalhar com a Teoria dos Campos Conceituais no planejamento e análise de situações de ensino é que essa é uma teoria que lida com o desenvolvimento cognitivo e com a aprendizagem a partir dos próprios conteúdos do conhecimento e a análise conceitual do seu domínio. (MOREIRA, 2002).

Nesse sentido, temos que a Teoria dos Campos Conceituais aproxima com maior facilidade as teorias cognitivas de aprendizagem com o conteúdo específico de matemática escolar, apresentando para o professor aquilo que é de uso quase que imediato para o seu fazer pedagógico cotidiano. Esta análise conceitual possível a partir da TCC auxilia nas intervenções do professor em busca da qualificação do trabalho realizado e da aprendizagem dos estudantes.

3.2.1. Campo Aditivo

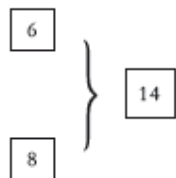
O campo aditivo engloba todas as relações aditivas resultantes da composição de medidas⁴. A partir daí, teremos vários tipos de adições e subtrações. Esse campo conceitual é definido portanto como um conjunto de problemas e situações que envolvem quaisquer soma ou subtração em sua resolução. Muito embora seja possível discernir estas duas operações, elas apresentam um invariante conceitual que as faz tornarem-se operações irmãs. Este invariante que relaciona parte e todo é definitivo para o campo aditivo.

⁴ explicar

Abaixo descreveremos as seis categorias de problemas apresentados por Vergnaud para o campo aditivo. (Vergnaud, 2009)

Primeira categoria: Composição de duas medidas que dão lugar a uma terceira medida.

Ex. Nice possui 6 blusas de algodão e 8 blusas de seda. Quantas blusas têm no total?



+ é a lei de composição que corresponde à adição de medidas, é decidir sobre a soma de dois números naturais.

Segunda categoria: Uma transformação opera sobre uma medida, resultando em outra medida.

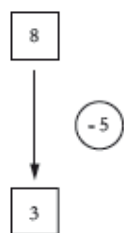
Ex. Antes de comprar novos quadros, Nice possuía 7 quadros. Em uma exposição no centro da cidade comprou 4 quadros. Com quantos quadros ficou?



+ é a lei de composição que corresponde à transformação sobre uma medida, é realizar a adição de um número natural (7) e de um número relativo (+4)

Terceira categoria: Uma relação une duas medidas.

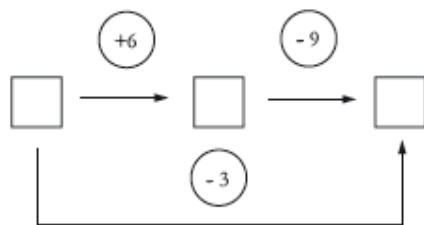
Ex. Nice possui 8 quadros. Já Mariana possui 5 menos que Nice. Quantos quadros possui Mariana?



Vergnaud lembra que esta é uma relação estática e não uma transformação.

Quarta categoria: Duas transformações se compõem para dar lugar a uma transformação.

Ex. Paulo ganhou ontem 6 bolinhas de gude e hoje perdeu 9 bolinhas. Em tudo, ele perdeu 3.



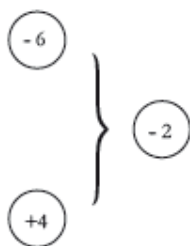
Quinta categoria: Uma transformação opera sobre uma relação para dar lugar a uma relação.

Ex. Paulo devia 6 bolinhas de gude para Henrique. Ele devolveu 4. Agora, ele lhe deve somente 2 bolinhas.



Sexta categoria: Dois estados relativos se compõe dando lugar a um outro estado relativo.

Ex. Paulo deve 6 bolinhas de gude para Henrique, mas Henrique lhe deve 4. Então, Paulo deve 2 bolinhas a Henrique.



+ Esta lei de transformação que corresponde à operação de uma transformação de um estado relativo a outro. Rigorosamente falando, é diferente da adição das transformações que acabamos de ver na quarta categoria, tanto num estado relativo como numa transformação são representados por números relativos. Esta lei de composição representa uma adição de estados relativos. Por causa disso não preciso utilizar símbolos diferentes

Sendo assim, notamos que o conhecimento da teoria do Campo Aditivo pode auxiliar as professoras dos Anos Iniciais na compreensão das dificuldades dos alunos para as operações de adição e subtração e o início da aritmética escolar.

3.2.2. Campo Multiplicativo

O Campo Multiplicativo é definido como um conjunto de problemas e situações que envolvem multiplicação ou divisão em sua resolução. Sabemos que usualmente o trabalho com a operação de multiplicação se inicia a partir da ideia de adição repetida de parcelas iguais. Entretanto tais operações são distintas e o uso

restrito desta ideia com os alunos limita o trabalho com os conceitos do Campo Multiplicativo.

Para Vergnaud (2009), existem dois grandes tipos de relações multiplicativas. Uma delas é uma relação quaternária entre quantidades e a outra uma relação ternária. Analisaremos neste capítulo, a partir da teoria, o que o autor relata sobre estas relações, com alguns exemplos dados por ele.

3.2.2.1. Isomorfismo⁵ de medidas

O Isomorfismo de medidas é a relação quaternária entre quantidades e se estabelece como a mais importante das relações multiplicativas. Ela é de fundamental importância para a introdução da ideia e multiplicação no ensino básico. Em seus problemas mais simples, uma dessas quantidades é igual a um e pode-se classificar os problemas desse tipo em 3 categorias, conforme cada uma das outras quantidades se torna incógnita do problema.

Figura 1 - Esquema com as três classes de problemas do campo multiplicativo segundo Vergnaud

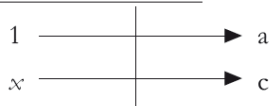
Multiplicação



Divisão: busca do valor unitário



Divisão: busca da quantidade de unidades

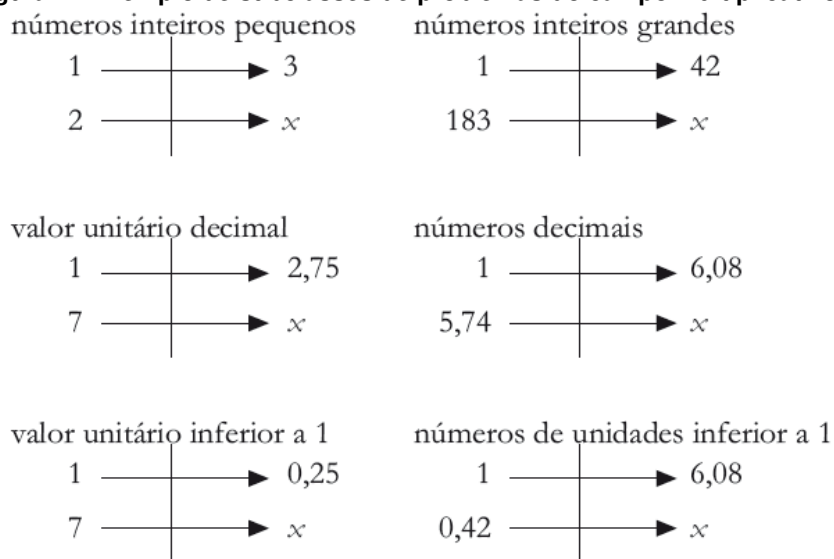


Fonte: Vergnaud, 2009.

Cada uma dessas três classes é dividida em outras subclasses, conforme o “tipo” de número utilizado. É possível observar estas subclasses a partir do esquema:

⁵ Seja uma categoria \mathbf{C} e objetos a e b desta categoria. Uma seta $h : a \rightarrow b$ é isomorfismo se e somente se existe $g : b \rightarrow a$ tal que $g \circ h = id_a$ e $h \circ g = id_b$.

Figura 2 - Exemplo de subclasses de problemas do campo multiplicativo



6

Fonte: Vergnaud, 2009, p. 261.

Tomemos então alguns exemplos:

Exemplo 1: Tenho 6 caixas de lápis. Há 4 lápis em cada caixa, quantos lápis tenho?

Exemplo 2: Minha mãe quer comprar um tecido que custa R\$16,80 o metro para fazer um vestido. Ela necessita de quatro metros e meio de tecido. Quanto deverá pagar?

Exemplo 3: Paguei R\$18,00 por 6 garrafas de suco. Quanto custa cada garrafa?

Exemplo 4: Pedro tem R\$12,00 e quer comprar alguns pacotes de caramelo que custam R\$ 4,00 cada. Quantos pacotes pode comprar?

Exemplo 5: Uma carreta cobre um trecho de 247.760km. Um carro consome 6.785 litros de álcool a cada 100 quilômetros. Quanto álcool consumirá este carro durante a carreta?

Exemplo 6: Comprei 12 garrafas de água, cada caixa de três garrafas custa R\$12,50. Quanto devo pagar?

⁶ Números pequenos e números grandes: Aqui se trata por número pequeno o numeral de apenas um algarismo, enquanto o grande possui dois algarismos ou mais.

Exemplo 7: Três novelos de lã pesam 400 gramas. São necessários 8 novelos para confeccionar um casaco. Quanto pesam os 8 novelos?

A partir dos exemplos, podemos observar que as operações de multiplicação e divisão estão correlacionadas, em que é a inversa da outra. Além disso, segundo Vergnaud, a representação $a \times b = c$ é insuficiente para representar as correspondências entre as quantidades envolvidas na multiplicação, pois nela não encontramos a possibilidade do uso de mais de três termos. Nesse caso, a representação adequada ficaria por conta do uso de tabelas.

Podemos então realizar uma tabela para representação de cada problema dado anteriormente, da seguinte forma:

Figura 3 - Quadros de representação dos problemas

Exemplo 1		Exemplo 2		Exemplo 3		Exemplo 4	
caixas	lápiz	metros	reais	garrafas	reais	pacotes	reais
1	→ 4	1	→ 16,80	1	→ x	1	→ 4
3	→ x	4,5	→ x	6	→ 18	x	→ 12

Exemplo 5		Exemplo 6		Exemplo 7	
quilômetros	litros	garrafas	reais	novelos	gramas
100	→ 6.785	3	→ 12,50	3	→ 400
247.760	→ x	12	→ x	8	→ x

Fonte: Modificações da Autora, com base em Vergnaud, 2009, p. 240.

Do ponto de vista do cálculo aritmético, os exemplos 1 e 2 são problemas cuja solução envolve a multiplicação. Já os exemplos 3 e 4 envolvem a divisão e os exemplos 5, 6 e 7 envolvem a proporcionalidade, usualmente resolvida a partir do algoritmo da regra de três.

É notado que temos diferenças do exemplo 1 para o exemplo 2. No exemplo 1 temos a presença de números inteiros e no exemplo 2 de números decimais, no exemplo 1 temos grandezas discretas enquanto no exemplo 2 tratamos de grandezas contínuas. A utilização da multiplicação como adição de parcelas iguais se faz mais viável com as grandezas discretas do exemplo 1.

Figura 4 - Representação do exemplo 1 do campo multiplicativo

pacotes	iogurtes
1	→ 4
2	→ 8
3	→ 12
4	→ 16
5	→ 20
etc..	...

Fonte: Modificações do Autor, com base em Vergnaud, 2009, p.241.

Os exemplos 3 e 4 tratam da divisão, entretanto tratam-se de problemas de níveis de dificuldade diferentes. No exemplo 3 procura-se encontrar um valor unitário enquanto no exemplo 4 se conhece o valor unitário e é necessário determinar o número de unidades do primeiro tipo correspondente a uma grandeza dada de outro tipo.

Nos exemplos 6 e 7 já nos deparamos com quantidades não inteiras racionais. A noção de número Racional, em especial em sua representação fracionária é usualmente introduzida nos Anos Iniciais.

No exemplo 7, temos que o operador apresentado é uma fração complexa, no sentido de que provém das operações sucessivas de dividir por 3 e multiplicação por 8, em contraponto com o exemplo 6, que resulta de um operador simples, resultado da composição de divisão por 3 e multiplicação por 12, que é equivalente à multiplicação por 4. Observamos que, no exemplo 7:

A noção de fração é aqui introduzida a partir da noção de operador, e corresponde à composição de dois operadores multiplicativos simples, uma divisão e uma multiplicação. (VERGNAUD, 2009, p. 248)

Desta forma, percebemos que o grau de complexidade do problema já é alterado, apresentando como operador a composição de dois operadores. Tal complexidade diferenciada é notada de forma empírica por professores e alunos, que relatam dificuldades no trabalho com números Racionais.

Não se deve subestimar a dificuldade de certas noções como as de relação, de proporção e de função que exigem precauções didáticas importantes bem depois do ensino elementar. Apesar disso, essas noções devem ser tratadas no ensino elementar. (VERGNAUD, 2009, p. 265)

A continuidade com o trabalho destes conceitos do campo multiplicativo deverá se dar até o final do Ensino Fundamental, sem “queimar” etapas e com prudência, no sentido de provocar a construção da noção de operador.

3.2.2.2. Produto de medidas

A relação que envolve produtos de medidas trata de uma relação ternária de três quantidades, onde uma é produto de duas outras, tanto no plano numérico quanto no plano bidimensional. Quando tratamos deste assunto no âmbito do ensino escolar básico dos Anos Iniciais, podemos explorar com os alunos conceitos e conteúdos contemplados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais como plano cartesiano, organização e localização espacial a partir de malha quadriculada, por exemplo. Entretanto, nosso foco neste estudo se dará basicamente no isomorfismo de medidas, visto que nos Anos Iniciais este conceito representa um entrave para os professores.

3.3. FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA E CONHECIMENTO PROFISSIONAL DOCENTE

Um processo de formação de um professor dos Anos Iniciais por vezes se dá em curso de formação inicial, seja este um curso superior ou curso técnico. Atualmente a maioria destes cursos são de nível superior, seja superior normal ou pedagogia, em função da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB 9394/96) em alteração ao artigo 62 feita em 2008, que define: “A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação”. Entretanto, por um longo tempo no país se estabeleceu a formação de professores dos Anos Iniciais a partir de um nível médio, como o que a pesquisadora realizou antes de se graduar em matemática, também conhecido como Magistério ou Curso Normal. De forma algumas queremos aqui analisar as qualidades ou deficiências de um ou de outro curso de formação. Evidenciamos apenas que a partir da medida de mudança na lei, o governo espera que a longo prazo, todos os professores nos Anos Iniciais tenham formação superior.

O assunto formação de professores dos Anos Iniciais já foi bastante discutido ao longo da história da educação no país. Por longo tempo, a alfabetização era o enfoque principal, quando novos métodos eram discutidos, bem como as propostas

pedagógicas aos quais serviam. Também passamos historicamente por reformas curriculares que de certa forma obrigaram os professores dos anos iniciais a se adaptarem a novas demandas curriculares nacionais. Segundo Nacarato (2009), “os cursos de formação inicial têm deixado de formar professoras que deem conta de acompanhar as reformas curriculares dos últimos anos”. Desta forma, retrata-se aqui que os cursos de formação de professores não possibilitam ao aluno futuro professor discutir e encarar as mudanças curriculares mais atuais que exigem destes professores um ensinar diferente daquele pelo qual foram ensinados. A autora ainda retrata:

“As lacunas nos processos formativos colocam essas professoras diante do desafio de ensinar conteúdos específicos de uma forma diferente da que aprenderam, além de precisarem romper com crenças cristalizadas sobre práticas de ensino de matemática pouco eficazes para aprendizagem dos alunos.” (NACARATO, 2009, p.10)

Outro ponto frequentemente discutido na formação dos professores dos Anos Iniciais é o papel dos algoritmos no aprendizado das crianças. O ensino centrado na compreensão de técnicas de resolução de exercícios, ainda é muito presente não apenas no nível fundamental I, mas também nos níveis fundamental II e médio.

“Muitas continuaram com suas aulas de matemática com as mesmas abordagens de décadas anteriores: ênfase em cálculos e algoritmos desprovidos de compreensão e de significado para os alunos; foco na aritmética, desconsiderando outros campos da matemática, como geometria e estatística.” (NACARATO, 2009, p. 18)

Dessa forma,

“...ainda predominava a grande ênfase em detalhamento dos conteúdos e nos algoritmos das operações, em detrimento dos conceitos, sem, no entanto, oferecer ao professor sugestões de abordagens metodológicas compatíveis com a filosofia anunciada na proposta.” (CARVALHO, 2000 in NACARATO, 2009, p.17)

Em contato com as docentes do ensino fundamental, percebemos também que as vivências escolares que tiveram ainda enquanto estudantes são extremamente significativas para o seu fazer pedagógico, servindo muitas vezes como base para as ações tomadas em seu cotidiano profissional.

“O modo como uma professora ensina traz subjacente a ele a concepção que ela tem de matemática, de ensino e de aprendizagem.” (NACARATO, 2009, p)

Infelizmente muitas destas professoras também possuem memórias negativas da disciplina, entendida como um conjunto de normas e regras que devem ser

decoradas e seguidas com extremo rigor e alto grau de exatidão. Muitas associam a estas características da disciplina a sua dificuldade de aproximação com a realidade, pouco exata e com muitas nuances de possibilidades para tomada de decisão.

“Romper com esses sistemas de crenças implica em criar estratégias de formação que possam (des)construir os saberes que foram apropriados durante a trajetória estudantil na escola básica.”
(NACARATO, 2009, p.28)

O trabalhar na formação continuada de professores que lecionam matemática, requer portanto esse ressignificar da disciplina a partir da reconstrução dos saberes apropriados durante toda a trajetória básica do professor, problematizando inclusive a necessidade e importância dos conhecimentos matemáticos para o cotidiano do cidadão, necessidade esta reivindicada pelos professores dos Anos Iniciais, que por vezes desconhecem aplicabilidade de conteúdos tratados nos demais anos da formação escolar de matemática.

Quando nos referimos a pesquisas em Educação Matemática, segundo Alencar (2012) apenas 4% das publicações da revista Zetétike (entre os anos de 1998 a 2008) se referem aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e Educação Infantil. Para atualizar os resultados encontrados por Alencar, buscamos verificar quais são as publicações associadas ao ensino de matemática dos anos iniciais nos anos de 2012 e 2013 no boletim BOLEMA. Com isso, percebemos que nos últimos dois anos, apenas 3% dos artigos apresentados neste período se referem ao ensino de matemática neste nível de escolaridade.

Diante deste fato, observamos a relevância de estudos e pesquisas que ampliem a área e possibilitem ao grupo de professores dos Anos Iniciais acesso à qualificação profissional a partir disto.

3.4. FORMAÇÃO DE PROFESSORES E O CAMPO MULTIPLICATIVO – ALGUMAS LEITURAS

Vamos buscar nesse espaço retratar algumas pesquisas sobre o nosso tema de estudo realizado por outros autores e desenhar uma cena nacional da formação de professores sobre o tema Campo Multiplicativo.

Silvia Swain Canoas (1997), realizou o estudo “O Campo Conceitual Multiplicativo na perspectiva dos professores dos Séries Iniciais”. Tal estudo buscava identificar as representações realizadas por um grupo de professores de São Paulo dentro do Campo Multiplicativo e que tipo de relações entre os termos

presentes no assunto eram realizadas por eles, além procurar perceber como os professores trabalham com o tema. A análise de resultados da autora apresentou duas conclusões:

- 1) As professoras tem uma visão estreita do campo conceitual multiplicativo, principalmente no que diz respeito a exploração das situações presentes nesse campo;
- 2) as professoras tendem a utilizar conceitos e procedimentos dentro de um domínio de validade que não são verdadeiros em outros domínios, sem contudo ter um entendimento claro do que é possível e do que não é possível ser conectado nesses domínios. (CANÓAS, 1997)

Amâncio (2012) publicou seus estudos acerca da (re)construção dos conhecimento sobre o Campo Aditivo das Operações de um grupo de professores dos anos iniciais expostos ao projeto *Educação Continuada em Matemática com Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Uma Investigação sobre Transformações da Prática Docente*. Desenvolvido na Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN) sob a orientação da Dra. Angélica Garcia da Fontoura Silva, o estudo apresenta o pesquisador no âmbito de observador de uma etapa do Projeto, oferecido e ministrado por um grupo de pesquisadores da referida Universidade. A etapa em que o pesquisador participou destinou-se a abordar o tema Números e Operações, em específico o campo aditivo, a partir de oito encontros realizados nas dependências da universidade com um grupo de 30 professores da escola básica e mais seis professores em efetivo exercício que trabalhavam em coordenação ou supervisão escolar na rede pública de São Paulo. O trabalho apresenta a partir de questionário de entrada e de saída e de entrevistas realizadas nove meses após a conclusão do curso de formação continuada, os resultados obtidos pela professoras com os conceitos abordados e evidenciando indícios de mudança de concepção.

Morais (2010) propõe um maneira diferenciada de trabalhar com os Números Inteiros no ensino fundamental a partir do uso de objeto de aprendizagem. No estudo “O campo multiplicativo a partir do fórmula (-1) : desenvolvendo objetos digitais de aprendizagem e estratégias para a aprendizagem das operações com números positivos e negativos”, estabelece a partir da Teoria dos Campos Conceituais uma sequência didática de exploração dos conceitos dos Campos Aditivo e Multiplicativo dentro dos Números Inteiros usando o objeto “Fórmula – 1” (leia-se fórmula menos).

Com o desenvolvimento deste conjunto de objetos, Moraes dispõe de subsídios teóricos e didáticos para que outros professores também utilizem-se da

proposta, apropriados do embasamento necessário para que as intervenções adequadas sejam realizadas.

Alencar (2012) traz em seu estudo o conhecimento profissional docente do professor dos Anos Iniciais sobre o campo multiplicativo e a influência do tema no progresso do ensino de matemática junto às avaliações sistêmicas no Estado de São Paulo. Em pesquisa realizada com professores do 5º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais, constatou a grande preocupação dos professores dos Anos Iniciais com o ensino dos algoritmos, apesar de aceitarem e apoiarem o uso de diferentes modos de resolução de problemas pelos alunos. Também verificou que o material didático criado pelo estado impulsiona os professores a buscarem novos saberes, balizando o trabalho e servindo como formação continuada não-formal.

Ferreira (2012) apresenta um trabalho voltado para a compreensão do conceito de divisão no 4º ano do ensino fundamental – Anos Iniciais. A motivação para a pesquisa se dá justamente nas dificuldades observadas pela autora nos anos finais do ensino fundamental quando o assunto é divisão ou o trato com números Racionais, em especial com as frações. Observam-se aqui as similaridades em termos de motivação com o presente estudo. Entretanto, no caso de Ferreira, se dedicou em trabalhar com as crianças e observar como acontece o desenvolvimento dos conceitos relativos ao campo multiplicativo das operações. Para esta, também foi fundamental a aplicação de duas sequências didáticas, com diferentes grupos, a fim de aprimorar o trabalho de pesquisa.

É importante ressaltar que a pesquisadora se preocupou em questionar também porque adolescentes e adultos apresentam dificuldades em realizar cálculos de divisão, depois de toda a sua formação escolar concluída inclusive.

Tabela 1 - Síntese de trabalhos envolvendo o tema do presente estudo

Trabalho / Autor	Tema Central	Fundamentação teórica / Metodologia	Resultados
O campo conceitual multiplicativo na perspectiva do Professor das Series Iniciais (1ª a 4ª série) Silvia Swain Canoas	Formação continuada de professores dos Anos Iniciais	Teoria dos Campos Conceituais /	Evidencia os tipos de dificuldades dos professores dos Anos Iniciais participantes do estudo com os conceitos do campo multiplicativo, em maioria herança da sua formação escolar.
Conhecimento Profissional Docente	Formação continuada de	Teoria dos Campos Conceituais/	Influência da formação continuada na prática

<p>Sobre o Campo Conceitual Aditivo: uma investigação em um processo formativo</p> <p>Valdir Amâncio</p>	<p>professores dos Anos Iniciais</p>	<p>Pesquisa Qualitativa de Bodgan e Biklen</p>	<p>pedagógica de participantes do curso, proporcionando reflexão e (re)construção de conceitos do Campo Aditivo</p>
<p>Fórmula (-1): Desenvolvendo Objetos Digitais de Aprendizagem para as operações com números positivos e negativos</p> <p>Anuar Daian Morais</p>	<p>Objeto Digital de aprendizagem como facilitador no ensino de Números Inteiros</p>	<p>Teoria dos Campos Conceituais /</p>	<p>O uso de TIC's podem auxiliar significativamente os estudantes na apropriação do conjunto dos números Inteiros. O texto propõe continuidade e ampliação para trabalho com questões do campo multiplicativo.</p>
<p>Conhecimento profissional docente: o caso das Estruturas Multiplicativas</p> <p>Edvonete Souza de Alencar Angélica Forntoura Garcia Silva</p>	<p>Investigação dos conhecimentos profissionais docentes acerca do Campo Multiplicativo</p>	<p>Teoria dos Campos Conceituais, Formação de Professores/ Pesquisa Qualitativa</p>	<p>Preocupação dos professores com o ensino das operações e principalmente dos algoritmos. Trabalho balizado por material didático criado pelo estado.</p>
<p>Marcas da Divisão - Uma análise sobre a aprendizagem da operação de divisão no 4º ano do Ensino Fundamental</p> <p>Michele dos Santos Ferreira</p>	<p>Construção do conceito de divisão por alunos do 4º do Ensino Fundamental - Anos Iniciais</p>	<p>Teoria dos Campos Conceituais/Estudo de Caso</p>	<p>Verificação da construção do pensamento matemático de divisão a partir das representações das crianças e da diversidade de problemas trabalhados.</p>

Desenhado o quadro que resume alguns estudos correlatos, apresentaremos no próximo capítulo o método utilizado para o desenvolvimento da pesquisa, uma breve caracterização do município e da escola estudada, além da proposta de curso que serviu de base para a coleta de dados.

4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

4.1 A PESQUISA

Buscando determinar como os professores dos Anos Iniciais trabalham com os conceitos do campo multiplicativo das operações, se fez necessária a presente pesquisa-ação, que se dedica a conhecer o grupo de professores da EEEM Célia Flores e o trabalho por ele desenvolvido a partir de um curso de formação. Tal estudo se propõe a caracterizar o trabalho das professoras sobre o tema Campo Multiplicativo das Operações a partir de seus relatos durante o curso oferecido e de atividades realizadas com elas enquanto discentes. A partir deste conhecer, espera-se de alguma forma interferir nos conhecimentos didáticos e metodológicos das professoras, provocando reflexão sobre a prática pedagógica.

Sabemos que,

(...) a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. (THIOLLENT, 1947, p.20)

Nesse sentido a pesquisa apresenta-se como um estudo desse tipo, por colocar a pesquisadora ora como formadora, ora como membro do grupo onde as discussões são realizadas, sendo parte da ação e da pesquisa. Da mesma forma, os docentes-discentes da escola, se colocam no espaço de aprendizagem do curso também como agentes formadores quando compartilham experiências e conhecimentos com seus pares. Sua interação privilegia não apenas a troca, mas a ressignificação daquilo que já é existente em sua prática pedagógica.

(...) a ideia de pesquisa ação encontra um contexto favorável quando os pesquisadores não querem limitar suas investigações aos aspectos acadêmicos e burocráticos da maioria das pesquisas convencionais. Querem pesquisas nas quais as pessoas implicadas tenham algo a “dizer” e a “fazer”. (THIOLLENT, 2011, p.22)

Entretanto o simples contato da pesquisadora com os membros da pesquisa não caracterizaria simplesmente a pesquisa-ação. O ato de organizar a ação de pesquisa em torno do objeto de estudo interfere diretamente no rumos do trabalho e qualificam a pesquisa dentro da metodologia. Além disso, é através da ação que se produz conhecimentos, se adquire experiências e se contribui para a discussão, avançando-se no debate acerca do assunto abordado. (Thiolent, 2011) A

fundamental relevância dos “dizeres” e “fazer” das docentes-discentes tornam a pesquisa única e não trivial, ajudando a aproximar os objetivos da pesquisa aos objetivos da ação.

Para compor a fase exploratória da pesquisa, se fez um conjunto de questionamentos a serem respondidos através de uma apresentação textual. Apresentamos aqui tais questões.

Quadro 1 - Questões usadas na Fase Exploratória

Escolha um tópico/assunto/conteúdo/conceito da disciplina de Matemática. Para este tópico busque desenvolver uma resposta para as questões propostas.

- Pra que/por que ensino? Como justifico seu ensino? Quais são meus argumentos?
- Este é o melhor momento para aprender este assunto? O que veio antes? O que virá depois? Existe alguma ideia de continuidade? O que é extremamente necessário de ser feito anteriormente para construção deste assunto ou conceito?
- Como ensino? De onde começo? Como introduzo e o que é fundamental para o desenvolvimento?
- Quais são as dificuldades que aparecem nos alunos quando ao assunto escolhido?
- Existe algo que eu não entendo/compreendo? O que? Que memórias eu tenho da minha vida escolar de matemática?

Tal iniciativa será reapresentada mais adiante, junto ao conjunto tomado como proposta de trabalho para o curso. Nesta fase, se buscou “detectar apoios e resistências, convergências e divergências, posições otimistas e céticas”, por parte dos interessados na pesquisa. (Thiollent, 2011, p.57) Dessa forma é possível evidenciar o caráter de exclusividade da pesquisa, sendo definidas as atividades e estratégias a partir do grupo específico sob o qual o estudo é realizado.

Sobre a definição do tema Thiollent fala:

Na pesquisa-ação, a concretização do tema e seu desdobramento em problemas a serem detalhadamente pesquisados são realizados a partir de um processo de discussão com os participantes. (THIOLLENT, 2011, p.59)

Desse modo, temos que retomar que a escolha do tema da pesquisa foi realizada em função das experiências docentes da pesquisadora, que se interessou pelo assunto e suas origens na formação escolar dos estudantes. Entretanto, foi de interesse da equipe diretiva da escola participar da pesquisa e cada membro

participante teve a oportunidade de optar por fazer parte do grupo ou não, o que caracteriza o interesse dos mesmos pelo tema abordado. Se faz evidente ainda, em resposta ao grupo de questionamentos apresentado no primeiro dia de formação, que houve tal discussão com os membros participantes, agregando a partir deste momento os seus anseios acerca do tema.

4.2. CARACTERIZAÇÃO

4.2.1. Do Município

Viamão é um município brasileiro do estado do Rio Grande do Sul. É o maior município em extensão territorial da mesorregião Metropolitana de Porto Alegre e da microrregião de Porto Alegre e o 7º mais populoso do estado, com 260.740 habitantes. Foi a primeira capital do estado e teve grande importância histórica como ponto de passagem entre Laguna e a Colônia do Sacramento.

A origem do nome Viamão é muito controversa. Uma das versões é a de que, a certa altura do Rio Guaíba, pode-se avistar cinco afluentes (rios Jacuí, Caí, Gravataí, Taquari e dos Sinos), que formam uma mão espalmada. Daí a frase: “Vi a mão”. Conforme alguns, seria originário do nome “ibiamon”, que significa “Terras de Ibias” (pássaros). Outros afirmam que seria uma passagem entre montes, o que chamavam de via-monte. E existe ainda o relato de que teria como origem o antigo nome da província de Guimarães, em Portugal: Viamara.⁷

4.2.2. Da Escola

A atual EEEM. Prof.^a Célia Flores Lavra Pinto foi criada em 18/08/1955, quando desenvolvia suas atividades próximas à localidade denominada Cruz, nas Trincheiras dos Farrapos, na Lomba da Tarumã. Nesta época, denominava-se Escola São Vicente, anexa à Escola Granja da Boa Vista.

Em 1972, devido a precariedade do prédio onde funcionava a Escola, o pároco da Comunidade, em contato com o prefeito da época, conseguiu que fosse construído um novo prédio, no local onde se situa atualmente a Escola.

Em 31/01/1973 autoridades inauguraram a nova Escola com a denominação de Escola Municipal Prof.^a Célia Flores Lavra Pinto.

⁷ As informações sobre o Município de Viamão foram retiradas do site oficial do município – www.viamao.rs.gov.br em 27/06/2013 e adaptadas pelo autor.

Em março de 1973a Escola passou a chamar-se Escola Boa Vista. De 1973 a 1979, a Escola, então chamada Boa Vista. Em 1979, a Escola passou a ser Escola Estadual, quando recebeu a denominação de Escola Estadual Prof.^a Célia Flores Lavra Pinto.

De 1980 a 1984 a Escola já atendia cerca de 370 alunos, de 1^a à 4^a série. Foram construídos módulos compostos por três salas de aula, um conjunto sanitário para alunos, um conjunto administrativo (sala de professores, direção, secretaria, sanitário e vestíbulo). E mais infra-estrutura com passagem coberta, torre de reservatório, cercas e mastros, numa área de 300 metros quadrados, sendo considerada a primeira Escola modulada do Rio Grande do Sul.

Através da portaria de designação do CEE, de nº 01134, de 09/10/1991, o Estabelecimento de Ensino passou a chamar-se EE de 1^o Grau Incompleto Prof.^a Célia Flores Lavra Pinto atendendo também 5^a e 6^a séries

Nos anos seguintes com a implementação da 7^a e 8^a séries, passou a se chamar EE de 1^o Grau Prof.^a Célia Flores Lavra Pinto, bem como passou a funcionar o turno da noite.

Em 1996 houve a primeira eleição de diretores pela comunidade escolar.

Em 2002 a passou a funcionar também com ensino médio, recebendo portanto o nome de Escola Estadual de Ensino Médio Prof.^a Célia Flores Lavra Pinto, que possui até os dias atuais

Uma das características marcantes da escola junto à comunidade viamonense é o considerado bom desempenho conquistado em avaliações externas como a Prova Brasil e o Enem. Tal fato orgulha professores e alunos e é marca divulgada como parâmetro de qualidade junto à sociedade. Logo abaixo, os resultados da Escola em comparação com resultados do município e estado do Rio Grande do Sul.

Tabela 2 - Resultados da Prova Brasil da Escola Célia Flores em 2011.

Dependência Administrativa/Localização	Anos Iniciais do Ensino Fundamental		Anos finais do Ensino Fundamental	
	Língua Portuguesa	Matemática	Língua Portuguesa	Matemática
Sua Escola	188,0	202,6	265,0	266,1
Municipal Rural	183,1	199,0	232,4	242,5

Municipal Urbana	178,8	194,6	231,7	235,6
Municipal Total	179,4	195,2	231,8	236,4
Estadual Rural	178,6	197,8	236,6	249,3
Estadual Urbana	196,6	214,2	248,2	258,4
Estadual Total	196,4	214,0	247,6	257,9

Observa-se que a escola se mantém com índices superiores às médias municipais nos Anos Iniciais, entretanto não se sobressai perante as médias estaduais. Nos anos finais do ensino fundamental, mantém médias superiores às médias estaduais tanto em Língua Portuguesa quanto em Matemática.

4.2.3. Dos sujeitos da pesquisa

Os sujeitos desta pesquisa são todos do sexo feminino, pertencentes ao quadro de professores do Ensino Fundamental da Escola Estadual de Ensino Médio Célia Flores Lavra Pinto. No total foram 12 professoras, sendo 11 delas professoras que trabalhavam exclusivamente com Anos Iniciais, na administração escolar ou em sala de aula, e apenas uma era professora nos anos finais na disciplina de matemática. Esta professora, nomeada aqui como Professora “C”, interessou-se pela formação por optar sempre em trabalhar com as turmas de 6º ano da escola. A tabela que segue apresenta o tempo de docência das professoras e idade.

Tabela 3 – Idade e tempo de docência dos professores (em anos)

“Pseudônimo”	Idade	Tempo de docência (anos)
Professora A	43	23
Professora B	42	23
Professora C	52	25
Professora D	26	6
Professora E	30	0,5
Professora F	48	20
Professora G	24	2
Professora H	27	1

Professora I	32	6
Professora J	23	4
Professora K	43	25
Professora L	31	2

Para que fosse possível conhecer um pouco do grupo e suas expectativas para com o curso oportunizado, foi realizado o pequeno conjunto de questionamentos utilizados na Fase Exploratória da pesquisa e apresentados na seção 4.1. Por se tratarem de respostas amplas em forma textual, conseguimos coletar dados que servem para a caracterização do grupo. Neste momento, podemos destacar a questão: “Quais são as suas memórias escolares com a disciplina de matemática?” Buscavam-se evidenciar as experiências anteriores das professoras com a disciplina enquanto ainda eram estudantes e os reflexos que poderia ter estas experiências poderiam ter sobre a sua prática docente. Em seguida, mostramos algumas das respostas encontradas.

Figura 5 - Posicionamento da Professora “E” sobre matemática

Particularmente, por ter tido muita dificuldade no conteúdo de matemática (área), sinto muita dificuldade em trabalhar qualquer conteúdo. Mas acredito que o mais complicado de trabalhar será a multiplicação, por ter semelhança à adição.

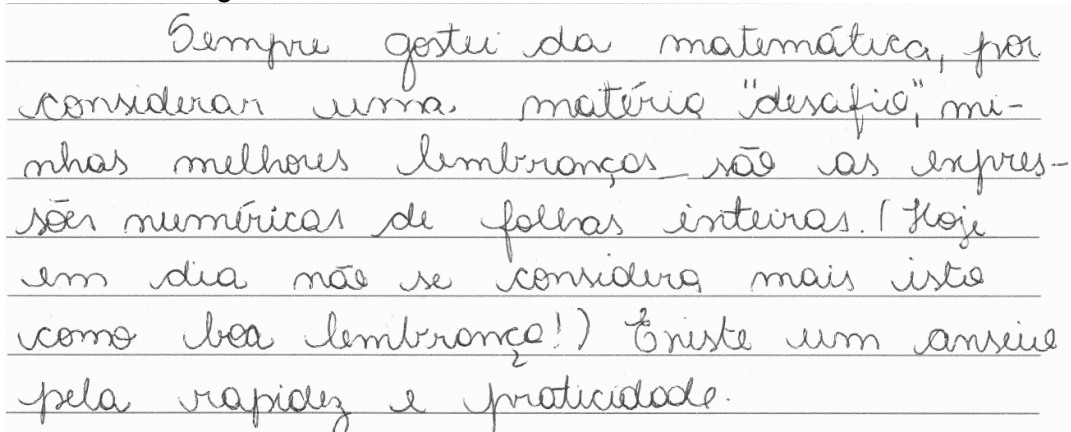
Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Figura 6 - Posicionamento da Professora “B” sobre matemática

Quanto a alguma lembrança da vida escolar, sempre gostei de matemática, tive professores maravilhosos, não tive “traumas”, tanto que fiz duas faculdades relacionadas a ela.

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Figura 7 - Posicionamento da Professora “H” sobre matemática



Sempre gostei da matemática, por considerar uma matéria "desafio", minhas melhores lembranças são as expressões numéricas de folhas inteiras. (Hoje em dia não se considera mais isto como boa lembrança!) Existe um anseio pela rapidez e praticidade.

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

A partir dos relatos apresentado nas figuras, constata-se a heterogeneidade do grupo quanto às experiências e visões acerca da disciplina de matemática. Enquanto alguns membros da pesquisa demonstram interesse pela área e até certa afeição por estes estudos, outros, apesar de reconhecerem sua significativa importância, a consideram não apenas de difícil compreensão, mas também de complicado ensino.

4.3 CONSTRUÇÃO DA PROPOSTA DO CURSO

A instrumentação que serviu como base para a construção da proposta aplicada na EEEM Célia Flores foi desenvolvida no ano de 2012, a partir do trabalho com outro grupo de professores, também do município de Viamão, porém da rede privada. Durante os meses de setembro a dezembro de 2012, um grupo de 18 pessoas desta escola se reuniu em encontros de duas horas, para trabalhar com o mesmo tema, o Campo Multiplicativo. Entretanto, sentiu-se a necessidade das professoras de conhecerem e discutirem outros temas durante os encontros, não nos dedicando exclusivamente com o trato do campo multiplicativo das operações. Ficou evidente que esse grupo de professores dos Anos Iniciais tinham muitas angústias e anseios com os quais por vezes não conseguiam lidar ou encontrar soluções, nem suporte pedagógico. Além disso, o imediatismo dessa necessidade de soluções é latente, visto que os alunos estão em suas salas de aula, com sede de aprendizado, comum entre crianças dessa faixa etária.

Entre as inquietações que mais aparecerem nesta primeira iniciativa de curso, destacam-se as seguintes falas:

Quadro 2 - Recorte de falas presentes na primeira iniciativa de Curso em 2012

Professora UM: “Eu tive três cadeiras de metodologia da matemática na faculdade, que estou há pouco tempo formada e não vi nada disso”.

Professora DOIS: “O que nós sabemos é o feijão com o arroz. E alguma coisa a mais que a gente aprende porque vai estudando, vai testando e nas trocas com outras colegas que chegam e dizem: ó eu fiz isso e deu certo”.

Professora TRÊS: “Não se faz isso. A gente não faz isso porque não fomos treinados pra isso. Quando nós aprendemos, não aprendemos dessa forma. Quando nós fizemos o fundamental, o nosso ensino médio, e mesmo o magistério, não aprendemos dessa forma. Isso a gente aprende nesses encontros que a gente tem. Nem os livros trazem isso.”

A partir de falas desse tipo evidenciou-se no grupo a importância das trocas entre as professoras como a maior influência externa em suas práticas pedagógicas e as discrepâncias entre formação inicial e exigências de sala de aula.

4.4. DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS

O curso Campo Multiplicativo das Operações 2013 ocorreu em 5 encontros de 4 horas aula, nas dependências da Escola Estadual de Ensino Médio Célia Flores Lavra Pinto nos meses de abril, maio e junho de 2013. Todas as atividades foram organizadas e ministradas pela pesquisadora. A coleta de dados se deu através da filmagem das aulas, bem como com gravação de áudio, para melhor registro das intervenções realizadas. Além disso, algumas fotos da realização das atividades foram tiradas a fim de ilustrar na pesquisa as situações ocorridas e apresentadas. Resoluções das atividades também foram coletadas e serão apresentadas aqui em sua forma reproduzida. Faremos neste capítulo a descrição de todas as atividades utilizadas no curso, numeradas na sequência cronológica em que ocorreram.

4.3.1. Primeiro encontro

Objetivos:

- Discutir sobre os estereótipos criados acerca da disciplina de matemática e dificuldades de aprendizagem
- Intuir padrão e regularidade na disposição de signos gráficos que representam sistema de numeração desconhecido
- Definir conceitos necessários para a construção de um sistema de numeração

- Identificar falhas cometidas pelos alunos em operar com o sistema de numeração decimal posicional.
- Conhecer um sistema de numeração diferente do decimal posicional, encontrando singularidades e similaridades na construção dos conceitos referentes a este sistema.

Atividades e encaminhamentos

- Abertura – recepção das professoras
 - Termo de consentimento livre informado
- 1) Pesquisa inicial – Concepções prévias, relatos e expectativas – Questionário de resposta livre
 - 2) Roda de discussão: Dificuldades de aprendizagem dos alunos e enfrentamentos de sala de aula
 - 3) Sistema de numeração decimal - Pife Maia – Deixar que os professores manipulem o material conforme sentirem necessidade, divididos em duplas. Na sequência provocar discussão sobre as associações feitas com o sistema de numeração decimal e convidar os professores a jogar PifPaf com o novo baralho.

ATIVIDADE 1

Escolha um tópico/assunto/conteúdo/conceito da disciplina de Matemática. Para este tópico busque desenvolver uma resposta para as questões propostas.

- Para que/por que ensino? Como justifico seu ensino? Quais são meus argumentos?
- Este é o melhor momento para aprender este assunto? O que veio antes? O que virá depois? Existe alguma ideia de continuidade? O que é necessário ser feito anteriormente para construção deste assunto ou conceito?
- Como ensino? De onde começo? Como introduzo e o que é fundamental para o desenvolvimento?
- Quais são as dificuldades que aparecem nos alunos quanto ao assunto escolhido?
- Existe algo que eu não entendo/compreendo? O quê? Que memórias eu tenho da minha vida escolar de matemática?

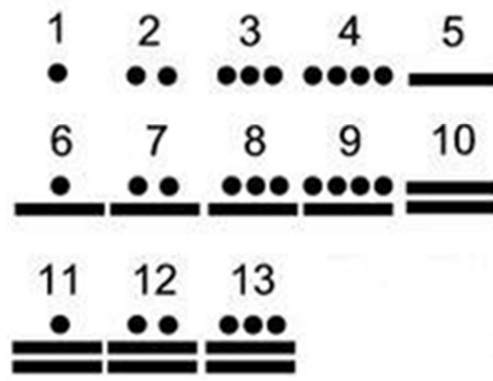
ATIVIDADE 2

Jogo Pifpaf Maia – Instruções de Jogo

As cartas deste baralho são uma combinação de quatro cores com números

representados no Sistema de Numeração Maia.

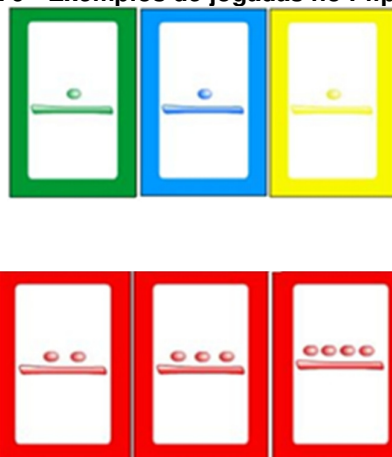
Figura 8 - Algarismos de 1 a 13 no Sistema Maia de Numeração



Fonte: MDMat/UFRGS – Mídias Digitais para Matemática

Tira-se a sorte para determinar quem distribuirá as cartas. O distribuidor embaralha e passa o maço de cartas ao jogador da esquerda para cortar. Após o corte, o distribuidor distribui as cartas. A sobra do baralho deve ser colocada ao lado do distribuidor para a “compra” de cartas. Cada jogador receberá nove cartas do distribuidor. Tanto a distribuição como o jogo obedecem ao sentido anti-horário, isto é, da direita para a esquerda. O jogador deve compor combinações de três cartas, em trincas (três cartas do mesmo valor e de cores diferentes) e seqüências (três cartas seguidas, da mesma cor).

Figura 9 - Exemplos de jogadas no Pifpaf Maia



Fonte: MDMat/UFRGS – Mídias Digitais para Matemática

Quem inicia o jogo é o jogador a direita do distribuidor, que comprará uma carta do baralho. Este tem o privilégio de não aceitá-la, caso não lhe seja útil,

descartá-la e comprar novamente. O jogador seguinte só poderá comprar após o descarte do jogador anterior. Este pode comprar a carta recém descartada no bagaço ou outra do baralho. Se lhe for útil a carta comprada, terá que descartar outra carta de seu jogo; caso contrário, descartará a mesma que comprou. Quando estiver faltando apenas UMA carta para bater, o jogador pode pegar a carta descartada por alguns dos jogadores fora da sua vez e bater.

4.3.2. Segundo encontro

Objetivos

- Planejar brevemente acerca de um assunto qualquer da disciplina de matemática;
- Expor dificuldades observadas nos estudantes;
- Relatar dificuldades suas com a disciplina de matemática;

Atividades e encaminhamentos

- 4) Criação de um mapa ou infográfico ou esquema que retrate os conceitos de matemática necessários no trabalho (na concepção dos grupos de professoras) com o Ensino Fundamental Anos Iniciais. Posteriormente, cada grupo vai apresentar a estrutura criada, mostrando de que forma pensa o todo do ensino de matemática no nível que trabalham. Apresentação dos mapas com estruturação de sentido, justificando escolhas dos itens.
- 5) Resolução da atividade “Descubra o algarismo” com tempo determinado de 5 minutos. Posterior discussão sobre as dificuldades e entraves encontrados.
- 6) Resolução da atividade “Triângulo Mágico”. Apresentação das resoluções encontradas e discussões.

ATIVIDADE 5

I - Descubra o algarismo desconhecido nas operações, sabendo que # representa, em cada operação, o mesmo algarismo.

$$\begin{array}{r}
 205 \\
 + \quad 4\# \\
 \hline
 251
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 189 \\
 + \quad \#5 \\
 \hline
 254
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 4\#1 \\
 + \quad 7\# \\
 \hline
 504
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 94\# \\
 + \quad \#\#9 \\
 \hline
 \#060
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1\#\#9 \\
 + \quad 5\#4 \\
 \hline
 1513
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 152 \\
 - \quad \quad \quad \\
 \hline
 \quad \quad \quad
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2\#6 \\
 - \quad \quad \quad \\
 \hline
 \quad \quad \quad
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3\#\# \\
 - \quad \quad \quad \\
 \hline
 \quad \quad \quad
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \#54 \\
 - \quad \quad \quad \\
 \hline
 \quad \quad \quad
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 21\#6 \\
 - \quad \quad \quad \\
 \hline
 \quad \quad \quad
 \end{array}$$

3#	87	20	393	1058
113	119	33#	2#1	1088

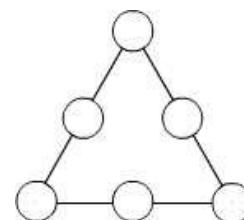
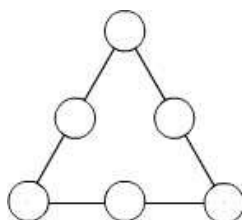
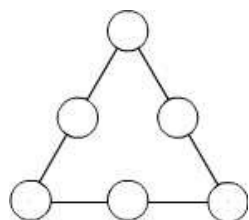
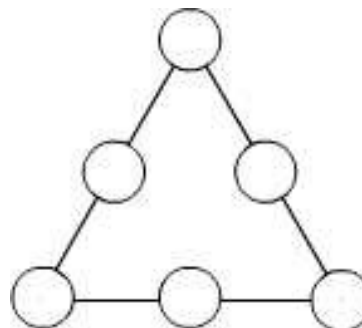
ATIVIDADE 6

Complete com os números de 1 a 6 de modo que a soma seja 9 em todos os lados do triângulo.

É possível fazer o mesmo para que a soma seja 10 em todos os lados do triângulo?

E 11?

E 12?



4.3.3. Terceiro encontro

Objetivos

- Refletir sobre provas sistêmicas, procurando encontrar correspondência entre descritores e questões da prova analisada.
- Analisar um exercício no intuito de explorar suas possibilidades de exploração e intervenção em sala de aula.

Atividades e encaminhamentos

- 7) Resolução de avaliação objetiva criada a partir de questões da Prova Brasil, direcionada para quinto ano do Ensino Fundamental, buscando identificar qual é o descritor correlato a cada questão proposta, se houver. Com isso, pretende-se identificar no grupo de professores em qual área da disciplina se possui mais dificuldades de identificar o está sendo exigido do aluno.
- 8) Descrição de problemas que envolvem o campo aditivo.
- 9) Leitura e discussão do texto “Operações Irmãs” da autora Thaís Gurgel publicada na revista Nova Escola – Encarte especial Matemática

ATIVIDADE 7

O conjunto de questões que segue é uma reorganização de questões propostas pela Prova Brasil (BRASIL, 2009) do Ministério da Educação, com o intuito de exemplificar aos professores dos Anos Iniciais o tipo de questões propostas para os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental na Prova. Foram reorganizadas com o objetivo de que os sujeitos da pesquisa se deparassem com o mesmo tipo de questões que seus alunos, ao findar de todo o trabalho realizado por eles, devem enfrentar. Por demonstrarem no início do curso que se interessavam pelos resultados obtidos nas avaliações externas do Governo Federal como parâmetro para a qualidade de ensino por eles oferecida, esperava-se que fosse significativa a proposta no sentido de que se criasse uma consciência crítica acerca das exigências que a prova faz em comparação com questões pontuais do trabalho que é realizado pela própria escola. Junto às questões, foi inserido o campo “Justificativa”, para que o professor realizasse uma escrita que justificasse a escolha da alternativa, tentando evitar a escolha aleatória e verificar processos elaborados para a solução das questões. A adaptação das questões com o item “Justificativa” foi elaborada pela colega de curso Viviane Hummes em um trabalho com seus alunos e aproveitada aqui para o fim antes citado.

Outra iniciativa importante com a atividade foi a tabela apresentada ao findar das questões. Na atividade, professor é convidado a relacionar as questões da prova com descritor. Com isso, espera-se verificar como os professores percebem a exigência conceitual das questões e seu objetivo de trabalho enquanto avaliação, proporcionando discussão sobre diversos conteúdos. Além disso, tal coleta de dados pode ser usada posteriormente para análise de outra área da educação matemática, que não o campo multiplicativo das operações, por não se restringir apenas a este tema.

4.3.4. Quarto encontro

Objetivos

- Criar um problema do campo multiplicativo (multiplicação ou divisão)
- Ler e discutir sobre o texto: De vezes e de dividir da autora Thaís Gurgel.
- Criar sequência didática introdutória da divisão ou da multiplicação no ensino fundamental séries iniciais;

Atividades e encaminhamentos

- 10) Cada professor irá criar um problema referente ao campo multiplicativo, com o intuito de que seja possível resolvê-lo sem o uso de algoritmo. A partir dessa premissa, espera-se que os professores busquem se desprender do procedimento de cálculo, buscando outras estratégias de resolução possíveis de serem adotadas pelos alunos.
- 11) Realizando a troca dos problemas criados, aos pares, os professores deverão solucionar o problema do colega e posteriormente apresentar problema e resolução ao demais, realizando comentários que julgarem pertinentes acerca dos mesmos.
- 12) Após o grupo realizar a leitura dos textos propostos, o formador irá intervir, requisitando que verbalizem no coletivo quais são os pontos que mais chamaram a atenção, retomando os conceitos abordados, as classes de problemas apresentados por Vergnaud e aproximando a teoria do contexto habitual de sala de aula. Essa aproximação será facilitada com o uso do vídeo da Revista Nova Escola – Divisão (2ª Série) da Coleção Matemática É D+.

4.3.5. Quinto encontro

Objetivos

- Concluir planejamento de sequência didática sobre o campo multiplicativo das operações.
- Resolver problema misto (campo aditivo e multiplicativo), buscando identificar processos de raciocínio possíveis, caminhos realizados e elaborando perguntas possível para o problema
- (Re)significar o conceito de fração, a partir do jogo Baralho de Frações, relacionando com a ideia de proporcionalidade.

Atividades e encaminhamentos

- Discussões sobre problemas matemáticos e o enfrentamento dos alunos com interpretação
- 13) Resolução do problema misto proposto por Vergnaud, com problematização dos caminhos de resolução do problema e iniciativas facilitadoras da aprendizagem com alunos. Além de serem convidados a resolver o problema proposto, os professores deverão criar todas as perguntas que julgarem

serem possíveis formular acerca do mesmo. Tal iniciativa busca incentivar o professor a refletir sobre as possibilidades de exploração de problemas do campo multiplicativo e também possibilitar que seus alunos façam o mesmo movimento, criando também suas perguntas. Cada professor também será convidado a expor os caminhos que utilizou para resolver o problema através de uma tabela e apresentação oral.

- Assistir vídeo da Revista Nova Escola – Divisão 1 (3ª Série) da Coleção Matemática É D+.
- 14) Números Racionais (Frações) - Jogo Baralho de Frações
- 15) Cada dupla de professores deve realizar o planejamento de uma sequência didática de introdução do tema multiplicação, ou divisão, conforme escolha. Este planejamento deve conter o ano/série de aplicação, o tempo médio de duração da proposta, objetivos e atividades a serem realizadas.

ATIVIDADE 13

Exemplo Misto Multiplicativo e Aditivo

“Um comerciante de camisas compra 3 dúzias de camisas a R\$ 360,00 a dúzia e revende-as a R\$ 40,00 à peça. Colocar as informações em uma tabela de correspondência fazendo a previsão de uma coluna para os lucros. Encontrar todas as perguntas que cabem nessa tabela e todos os caminhos que permitam encontrar apenas o lucro total do comerciante de camisas.”

ATIVIDADE 14

Para abordar o assunto Frações, foi escolhido um Baralho cujas cartas trazem a possibilidade de explorar a ideia de equivalência. O assunto frações, em sí, é bastante temido por boa parte dos professores dos Anos Iniciais. Além disso, ao tratar de frações com seus alunos, se valem muitas vezes da representação geométrica de uma fração. Nesse sentido, precisa-se provocar nos professores a reflexão sobre o que é a equivalência e o que ela representa dentro dos Números Racionais. Cabe neste momento representar geometricamente (a partir de desenhos) frações equivalentes no quadro negro de forma que possam perceber tal equivalência. Também cabe ao formador destacar esta mesma equivalência a partir do algoritmo da divisão apresentada nas duas frações utilizadas como exemplo. A razão e a proporção também são conceitos que devem ser trazidos pelo formador para o debate.

Quadro 3 - Instruções do Jogo Baralho de Frações

Como jogar:

Para jogar o baralho de frações, você tem quatro cartas contendo nas posições centrais 8 conjuntos de frações equivalentes, distribuídas em cinco naipes.

Para consulta em caso de dúvida, use as cartelas com os conjuntos de frações equivalentes representadas graficamente.

Para reconhecer suas cartas, observe o quadro abaixo:

Cada conjunto com cinco frações equivalentes tem a mesma cor;

Todas as frações com um mesmo numerador agrupam-se num mesmo naipe

Cada carta tem uma fração no centro, escrita dentro do símbolo do naipe, e uma fração de outro conjunto de equivalência escrita nos quatro cantos da carta.

Para jogar o baralho de frações você deverá estar atento tanto à fração central quanto à fração dos cantos.

Decide-se, no início, a ordem de cada jogador. Embaralham-se as cartas e distribuem-se quatro para cada jogador. As cartas restantes ficam numa pilha, viradas para baixo, para serem compradas.

O primeiro a jogar põe sobre a mesa uma carta qualquer das suas. O segundo jogador observa a fração central da carta jogada e verifica se tem uma carta em cujos cantos haja uma fração equivalente "a fração central da primeira carta posta. Tendo, joga. Caso não tenha, compra uma vez e vê se é possível jogar.. Se for possível, joga. Se não, passa a vez.

O terceiro jogador repete o procedimento do segundo e assim por diante.

Cada carta jogada deve ser posta ao lado da anterior, formando uma fileira. Lembramos que cada jogador deve observar sempre a última carta jogada. Assim, o segundo jogador joga em relação à carta do primeiro, o terceiro joga em relação a carta do segundo, etc.

Quando nenhum jogador tiver uma carta em cujos cantos haja uma fração equivalente à última jogada, os jogadores devem verificar se as cinco frações equivalentes daquele conjunto já saíram se de fato já saíram, deixa-se aquela fileira e começa outra, com o jogador da vez jogando uma carta qualquer e o jogo continuando do mesmo modo.

É vencedor aquele que terminar com suas cartas primeiro.

Fonte: REIS, F. Jogos – O prazer de aprender matemática. 1997. p,23

5. RESULTADOS E ANÁLISES

Para fins de análise dos dados, alguns membros da pesquisa foram tomados com prioridade em suas atividades e participação. O critério usado nesta escolha é a frequência completa nas 20 horas de formação oportunizadas, a participação ativa e efetiva durante as discussões propostas e interesse em tornar aquele momento significativo para sua formação docente.

Nossa análise dos dados começa com uma apresentação breve dos sujeitos da pesquisa e seus perfis individuais. O perfil do grupo de professores já foi apresentado no capítulo 4 deste trabalho.

Será de grande valia para esse estudo a apresentação das falas das professoras que foram gravadas e serão aqui transcritas.

5.1 O PROFESSOR, A MATEMÁTICA E O SABER DOCENTE

Em um primeiro momento, foi requisitado que as professoras se dedicassem a escolher um tema ou assunto da matemática escolar dos Anos Iniciais e sobre ele se debruçassem no sentido de apresentar como iniciam o desenvolvimento deste assunto com os alunos. Com o espaço definido e limitado, esperava-se aqui colher das professoras aquilo que pensavam ser fundamental para expor suas práticas docentes.

Segue o recorte do relato de dois dos participantes da pesquisa.

Figura 10 - Relato da Professora "H"

"Problemas matemáticos" (quatro operações) -
Credito que os problemas matemáticos são im-
portantíssimos, pois desenvolvem além da
prática matemática o raciocínio lógico, a
interpretação e a construção de soluções atra-
vés do próprio aluno. Os problemas são
trabalhados em todas as séries, com a-
bordagens diferenciadas (níveis de conteú-
do diferentes), adaptados. Trabalho com
situações e histórias do cotidiano escolar,
da comunidade e das vivências sociais
familiares, onde os alunos possam
se introduzir no problema para me-
lhor compreendê-lo.

A maior dificuldade dos alunos é,
na identificação, "do que fazer", "que cál-
culo", (multiplicar, dividir, somar, sub-
trair!), geralmente somam tudo que
aparece com valor numérico.

Trabalhar com problemas matemá-
ticos exige, sempre, uma ótima inter-
pretação do professor, para que possa
explicar de forma a não responder
ao aluno o que ele quer (a respos-
ta, o cálculo), e poder, diferentemente
dar visões alternadas para que eles
possam pensar.

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Quadro 4 - Transcrição da Figura 10

“Acredito que os problemas matemáticos são importantíssimos, pois desenvolvem além da prática matemática o raciocínio lógico, a interpretação e a construção de soluções através do próprio aluno. Os problemas são trabalhados em todas as séries, com abordagens diferenciadas (níveis de conteúdos diferentes), adaptados. Trabalho com situações e histórias do cotidiano escolar da comunidade e das vivências sociais familiares, onde os alunos possam se introduzir no problema para melhor compreendê-lo.

A maior dificuldade dos alunos é na identificação “do que fazer”, “que cálculo”, (multiplicar, dividir, somar, subtrair), geralmente somam tudo que aparece com valor numérico.

Trabalhar com problemas matemáticos exige, sempre, uma ótima interpretação do professor, para que possa explicar de forma a não responder ao aluno o que ele quer (a resposta, o cálculo) e poder, diferentemente dar visões alternadas para que eles possam pensar.”

No relato recém apresentado pela docente, observamos que a ideia de intervenção problematizada está presente quando ela evidencia que é fundamental não dar a resposta ao aluno, mas possibilitar que ele crie diferentes raciocínios sobre o que está sendo requisitado. Ao mesmo tempo, a professora expõe sua preocupação em que o aluno desenvolva a capacidade de conhecer a disciplina a ponto de ler um problema e ter suas próprias estratégias para resolvê-lo. Parece evidente, a partir do que foi exposto no relato, que atribui grande dificuldade de trabalho aos problemas matemáticos nos Anos Iniciais, destacando a dificuldade de interpretação dos alunos, que frequentemente não sabem o que fazer ou que operação usar.

Figura 11 - Relato da Professora "A"

↳ Início brincando/explorando o material dando-
 do, depois contando quantidades e mostrando a "troca"
 dos peguinhos cubinhos (unidades) pela barrinha (dezena).
 Sigo "montando" e "desmontando" numerais podendo-
 se usar outros materiais (tampas pequenas/grandes,
 conudinhos ou palitos de cores diferentes para estabele-
 cer a "troca" das unidades pela dezena. Os alunos pre-
 cisam pensar sobre o conteúdo de formas variadas na
 sala de aula (contando, escrevendo, lendo, brincando...)
 ↳ Acredito que por serem muito novinhos (6-7a)
 é difícil compreender este processo de "trocas" de
 grupos com 10 unidades virem 1 dezena e vice-versa,
 por isso necessitam material concreto sempre.
 ↳ Percebo que no fundamental inicial todos os con-
 teúdos, ou a maior parte, são para formação de con-
 ceitos com aplicabilidade na vida diária. Na fase do
 fundamental final e ensino médio questiono a apli-
 cabilidade dos conteúdos (ou quem sabe a forma co-
 mo são ensinados), já que em geral os alunos apre-
 sentam temor/dificuldades sérias de conceitos
 e raciocínio. Tenho lembranças positivas das minhas
 aulas de matemática, embora a disciplina não seja
 o meu "forte"! Claro que nunca esqueci da famosa
 regra dos sinais na 6ª série e da fórmula de Bási-
 kora na 8ª e ensino médio. Dos conteúdos do ensino
 médio, pouco lembro (parecem língua estrangeira!!!).
 Porque isto acontece? Falta de continuar estudando
 a disciplina? Pouca aplicabilidade? Muitas vezes
 já precisei estudar novamente algum conteúdo para
 ajudar a minha filha que hoje cursa a 8ª série. Creio
 que não me enviciei nos conteúdos posteriores.

Quadro 5 - Transcrição da Figura 11

“Início brincando/explorando o material dourado, depois contando quantidades e mostrando a troca dos pequenos cubinhos (unidades) pela barrinha (dezena). Sigo montando e desmontando numerais podendo-se usar outros materiais (tampas pequenas/grandes, canudinhos e palitos de cores diferentes para estabelecer a troca das unidades pela dezena. Os alunos precisam pensar sobre o conteúdo de formas variadas na sala de aula (contando, escrevendo, lendo, brincando...)”

Acredito que por serem muito novinhos (6-7anos) é difícil compreender este processo de trocas de grupos com 10 unidades virar 1 dezena e vice-versa, por isso necessitam material concreto sempre.

Percebo que no fundamental inicial todos os conteúdos, ou a maior parte, são para formação de conceitos com aplicabilidade na vida diária. Na fase do fundamental final e ensino médio questiono a aplicabilidade de conteúdos (ou quem sabe a forma como são ensinados), já que em geral os alunos apresentam temor/dificuldades sérias de conceitos e raciocínio. Tenho lembranças positivas das minhas aulas de matemática, embora a disciplina não seja o meu “forte!”! Claro que nunca esqueci da famosa regra dos sinais da 6ª série e da fórmula de Báskara na 8ª e ensino médio. Dos conteúdos do ensino médio, pouco lembro (parecem língua estrangeira!!!) Porque isto acontece? Falta de continuar estudando a disciplina? Pouca aplicabilidade? Muitas vezes já precisei estudar novamente algum conteúdo para ajudar a minha filha que hoje cursa a 8ª série. Creio que não me arriscarei nos conteúdos posteriores.”

A Professora A apresenta aqui uma estratégia de uso de material concreto como disparador da ideia que quer introduzir. Sobre o uso de material concreto, lembramos que para muitos professores ele é apresentado como apoio importante e muitas vezes considerado solução para os problemas didáticos encontrados em sala de aula. Segundo Nacarato:

Os professores utilizam o material didático para introduzir uma noção, mas uma vez se chegando a ela (cálculo, propriedade, algoritmo), já não interessa o contexto no qual o material foi utilizado e passa-se a trabalhar apenas no nível abstrato. (Nacarato, 2005)

A Professora “A” também se dedica a relatar a distância que acredita existir entre ensino de matemática dos Anos Iniciais e nos anos finais no que concerne à aplicabilidade dos conteúdos. Além disso, exprime a impressão de que geralmente os alunos, a partir dos Anos Iniciais, têm dificuldades na disciplina de matemática e que ela por sua vez, apesar de boas lembranças escolares, não se sente segura com os conhecimentos adquiridos ao dizer que não é “o seu forte!”! Essa insegurança é fortemente presente neste grupo de professores. Em outro momento a mesma professora A se expressa mais sobre o assunto, relacionando-o com sua formação acadêmica:

Quadro 6 - Relato verbal da Professora A sobre Formação acadêmica e insegurança em matemática

“Minha formação é Pedagogia – Orientação Educacional, a gente tem muito pouco da formação direcionada. A gente tem a noção da didática, das coisas, eu acho que a nossa intuição também funciona muito bem, a gente que escolhe a área do magistério, e a gente fala muito dessa coisa do dia-a-dia, da experiência, da troca com os colegas que é muito importante. As vezes eu fico pensando o que seria da gente se não tivesse os colegas. Porque é bem assim, eu já trabalho, tenho 23 anos de magistério, e tem gente no grupo com mesmo tempo de trabalho e outros começando. Mas o que a gente percebe, que sempre a gente tem dúvidas, dificuldades, as vezes a gente se pega se perguntando: ‘Mas como que eu vou ensinar tal coisa?’”

Neste pequeno trecho, podemos notar o quão valorado é, para este grupo dos professores dos Anos Iniciais, o trabalho coletivo de troca com os colegas. Os ensaios realizados em cada sala de aula são compartilhados no intuito de aumentar a quantidade de testes e poder repetir experiências que deram certo com outros colegas. É nesse saber compartilhado e oriundo das experiências cotidianas que a maioria dos professores relata apoiar-se nos momentos de dúvida e incerteza.

Quadro 7 - Relato verbal da Professora “J” sobre a minoração do valor da matemática frente ao letramento nos Anos Iniciais

“Às vezes a gente fica tão preocupada em alfabetizar e esquece da alfabetização matemática, deixa a matemática de lado. (...) Como os meus (alunos) são pequenos, estão conhecendo as letras, as palavras, eu tenho essa angústia comigo, de saber o que eu preciso fornecer para eles lá no início da formação deles o que eles precisam para depois poder fazer as operações e as coisas mais complicadas. Eu espero poder vencer essa minha angústia de saber ‘Como eu vou fazer com que eles tenham bem construído o início?’”

Podemos aqui perceber que, por mais que o desejo do grupo de professoras fosse realizar um trabalho mais desprendido do uso de algoritmos, não é isto que acontece. Como relata a Professora “C”, segundo a percepção dela, os alunos chegam ao sexto ano sem conseguir explicar as razões pelas quais aplicam os algoritmos. Além disso, a forma mecânica como realizam impede inclusive que percebam seus erros.

Quadro 8 - Relato verbal da Professora “C” sobre a mecanização da matemática

“Eles vão chegar pra mim já prontinhos (ao sexto ano). Já trabalharam as quatro operações. Mas eles estão chegando sem o raciocínio. É aquela coisa mecânica. Por exemplo: $12 \times 11 = 22$. Eles não estão pensando. O que eu vou fazer com aquele 12? O que é o 11? Como fazer a multiplicação? Parece que eles ainda precisam do concreto. De contar. Eu não sei. Mas quando chegamos aos problemas, eles não querem resolver, nem pensar. Não conseguem! A operação mental também não sai. Eles querem saber qual é o cálculo. É tudo muito mecânico. Às vezes acho que eles precisam do concreto ainda. Que eles precisam contar. Acho que é o nosso método que não está legal.”

Apesar do diagnóstico por ela definido e compartilhado no grupo, fica evidente que não consegue identificar quais as razões para tal acontecimento e nem o que fazer para superar a dada dificuldade.

Podemos questionar ainda na participação da Professora “C”, como ela afirma que os alunos chegam “prontos” para ela, se ao mesmo tempo cometem erros de multiplicação como o que por ela mesmo foi citado. É possível analisarmos que a afirmação de que os alunos chegam prontos, se refere ao fato de terem trabalhado nos anos anteriores (ensino fundamental Anos Iniciais) com as quatro operações (operações aritméticas básicas) e que nesse caso, teoricamente já sabem operar. Entretanto fica evidente, que ainda no sexto ano do ensino fundamental, muitos problemas não são solucionados pelos alunos e que muitas falhas ainda ocorrem no uso dos algoritmos. A conclusão que chega durante seu comentário se refere ao às estratégias de ensino utilizadas e a possível falha dessas estratégias. Sua inquietação com o grande número de tentativas realizado pelos alunos ao buscar a descoberta do algoritmo correto para resolução de um problema é reforçada pelas outras professoras do grupo, que entendem ser de difícil ensino a resolução de problemas em matemática, como podemos observar em seguida com a participação da Professora “H”.

Quadro 9 - Relato verbal da Professora “H” sobre a dificuldade de interpretação dos problemas pelos alunos

*“O que eu vejo é que eles paralisam, eles não tem reação. Esses dias eu dei um problema e eu não sei como, hoje eu perguntei para a Professora “D” como é que eu faço as criaturas entenderem que eles tem que dividir, que é uma divisão, que eles tem que distribuir alguma coisa, ou dividir ou somar, para chegar no resultado. Porque eles **tentam tudo menos o que vai dar para eles o resultado.**”*

No trecho apresentado conseguimos evidenciar o quanto é desgastante para o professor titubear perante o entrave pedagógico vivenciado. A Professora “H” relata, com pesar, que os alunos buscam desesperadamente um resultado através de todos os recursos que possuem, porém sem a compreensão do que está sendo solicitado. Fica claro que querem cumprir a tarefa que lhes foi proposta, mas os meios que possuem para isso ainda são insuficientes para que obtenha êxito.

Quadro 10 - Relato verbal da Professora “H” sobre a resposta aos questionamentos nas diferentes áreas de ensino

“Se eu fizer uma pergunta só: O que tu “aprendeu” sobre determinada coisa. E eles vão ter que escrever. Se eu fizer isso, independente do assunto, eles não vão saber fazer. Foi essa a conclusão que eu cheguei. Eles não sabem escrever por eles próprios. Se eu fizer uma pergunta

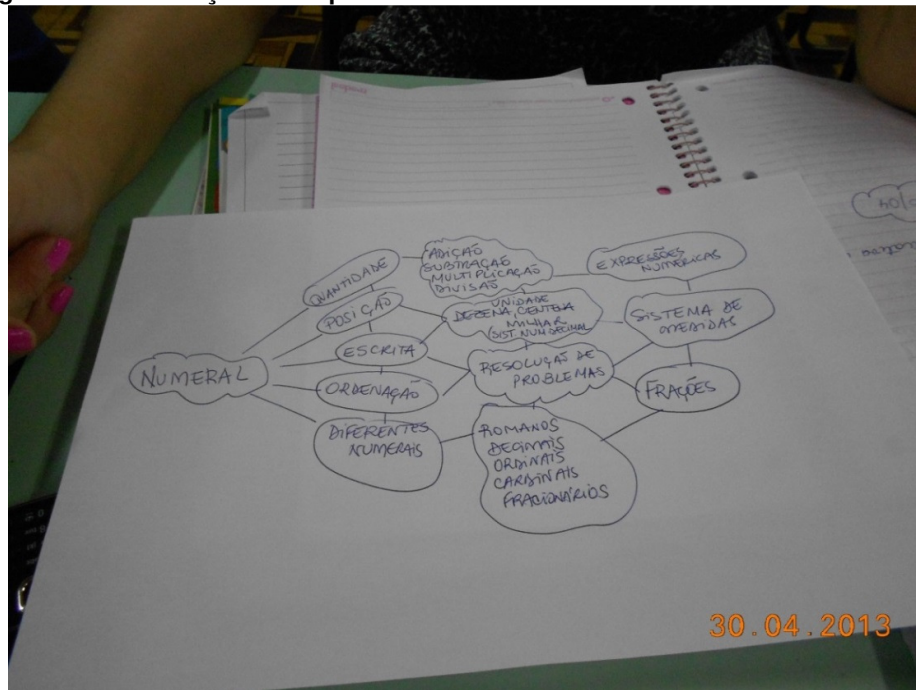
(específica), eles vão e respondem, mas se eu deixar livre eles não conseguem. Eu percebo que eles paralisam porque eles tem medo de errar.”

A Professora “H” ainda relata que independente da área de ensino, quando a exigência é mais ampla e exige do aluno certo posicionamento ou produção própria, na maioria das vezes eles bloqueiam, não conseguindo responder o que é solicitado.

Já nessa primeira discussão com o grupo de professores, percebemos que boa parte de suas angústias quando ao ensino de matemática se refere ao trabalho com problemas nos Anos Iniciais. Desta forma, a escolha do tema da pesquisa se encaixa perfeitamente com os anseios do grupo em termos de formação continuada.

Em seguida, na construção dos esquemas que generalizam o ensino de matemática nos Anos Iniciais, praticamente todos os professores retrataram “Problemas” ou “Resolução de problemas” como um item que retoma e engloba todas as operações aritméticas elementares, como podemos observar a seguir.

Figura 12 - Construção de esquemas acerca do currículo escolar nos Anos Iniciais



Fonte: Foto retirada pelo autor.

Quando solicitado às professoras que realizassem um mapa ou esquema que resumisse o fazer pedagógico delas em sala de aula, do primeiro ao quinto ano do ensino fundamental (Atividade 4), seja usando grade de conteúdos, seja usando conceitos ou assuntos que percebem ser primordiais à formação do estudante na

dita faixa escolar, surgiu uma divergência entre os participantes do curso. Mostramos aqui estas divergências que aparecem no grupo de professores integrados ao trabalho, mas que ao mesmo tempo não se sentem completamente de posse do planejamento elaborado pela escola, nesse caso, dos planos de estudos que norteiam sua prática cotidiana.

Algumas intervenções se fizeram necessárias, para que as professoras compreendessem o que estava sendo solicitado. Percebeu-se alguma dificuldade em resumir o currículo dos Anos Iniciais de forma que este não se apresentasse de forma linear, como aparece nos livros didáticos ou nos planos de estudos das escolas. A professora “A” precisou buscar um exemplo para interagir com o formador e prosseguir realizando a atividade.

Quadro 11 - Recorte das trocas entre professoras e formador sobre a construção dos mapas

Professora “A”: “Tá’ vamos pegar um exemplo meu aqui no segundo ano Eu estou me encaminhando para trabalhar dezena”. Estou no conceito dos números e vou trabalhar dezena. Até coloquei isso no meu planejamento.

Como chamamos unidade, dezena, centena em matemática?

Formador: Sistema de numeração decimal. Que trabalha com...?

Professora “A”: Ordem.

Formador: Isso! Ordem, Classe! Olha aí, estamos conseguindo conceitos.

Professora “A”: Aí desse sistema de numeração decimal eu vou perpassar do primeiro do quinto ano, é isso?

Formador: Sim. E aí tu vais colocar outras coisas que saem daí, por exemplo, do sistema de numeração decimal, ele é o único sistema com o qual trabalhamos nos Anos Iniciais?”

Em seguida, a partir desta troca entre formador e a professora A, os docentes-discentes foram compondo seus esquemas e mapas, apresentando, através de organização própria, os conceitos e conteúdos que consideravam de suma importância ao decorrer do trabalho com os Anos Iniciais.

Figura 13 - Esquema criado pela professora “L”



Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

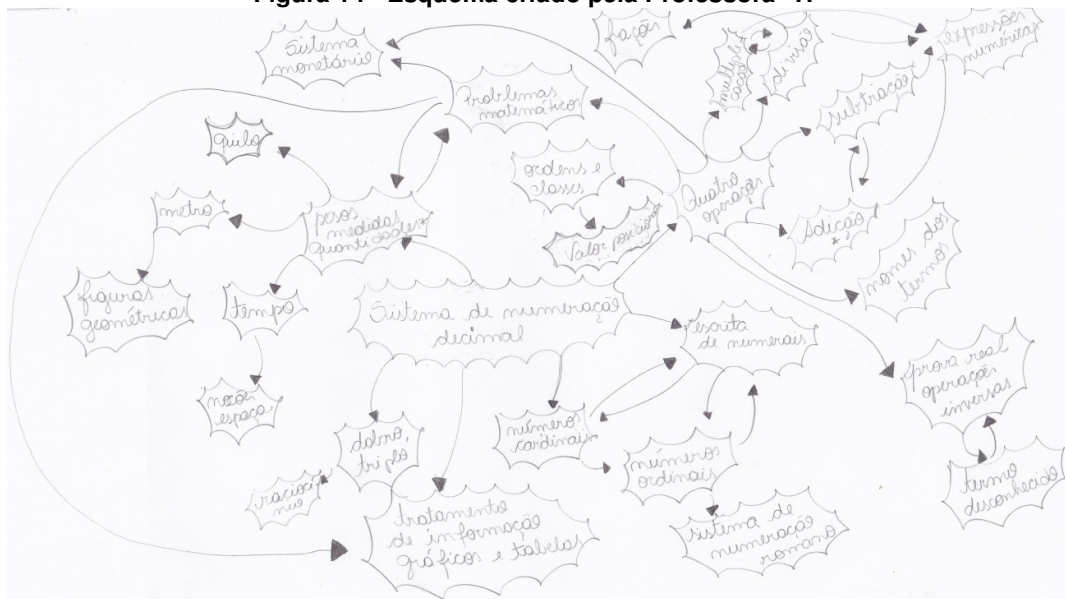
Observando o esquema da Professora “L”, podemos perceber que o termo “Cálculo” aparece no centro da estrutura. Como o solicitado foi que a professora retratasse tudo que é necessário ser trabalhado no ensino fundamental, ela demonstra aqui a importância dada aos cálculos em termos de disposição curricular, centralizando e deixando em destaque aquilo que considera mais importante no ensino, a aritmética. A partir dali, as noções de ordem, quantidade, número e sequência lógica são incluídas no esquema, como uma leitura de que são noções necessárias à construção da aritmética. Segundo Nacarato (2009), boa parte dos professores do ensino fundamental tem na aritmética o pilar máximo do ensino nos Anos Iniciais. É usual ouvirmos em grupos de professores desse nível a máxima: “Se eles (alunos) aprenderem as quatro operações, estou satisfeita” ou “se eles aprenderem as quatro operações poderão prosseguir seus estudos”. Também observamos histórias matemáticas apresentadas a partir do cálculo e para o cálculo, interligadas com interpretação, leitura e escrita.

Outro fator que preocupa as professoras nesse sentido é a disposição dos conteúdos, sua ordem de “apresentação” aos alunos, e o fato de sentirem os planos de estudos externos à sua prática pedagógica, de forma que parece previamente definido por outros e que eles precisam apenas seguir. Podemos observar esse tipo de pensamento a partir da fala da professora A.

Quadro 12 - Professora "A" sobre a ordem dos conteúdos no currículo

"Tem uma coisa que eu sempre questione e já discutimos aqui na escola: a ordem de pensamento para que o aluno possa desenvolver. Por que às vezes, nos meus tempos de quarta série, muitos e muitos anos se trabalhavam certos conteúdos no segundo bimestre e eu pensava: 'Bah' mais isso aqui não ficou bom aqui! Nós tínhamos o planejamento da escola todo ali. Daí tem professor que segue aquilo ali à risca. Daí eu fazia, mas depois me dava conta de que aquele conteúdo não estava bom ali, que não foi bom para os alunos. Daí no outro ano eu mudava, tentava fazer diferente, mudava a ordem dos conteúdos, porque no meu entendimento era melhor para a compreensão do meu aluno. Daí eu pergunto, existe ordem? Tem que ter algumas coisas muito primordiais que devem vir primeiro."

Fica evidente na fala da professora "A" que não se percebe distinção entre conceito e conteúdo, e mesmo que se questione por vezes a disposição do currículo escolar, poucas são as iniciativas para mudar isso dentro da instituição, visto que segundo afirmação das professoras, os planos de estudos não são alterados a pelo menos cinco anos. Altera-se na sala de aula o trabalho, mas não se questiona dentro da instituição escolar o alterar do currículo ou dos planos de estudos da escola, como descreve a professora "A". A partir de Nacarato (2003,p.17) os professores muitas vezes não são chamados a participar das decisões que lhes dizem respeito e ficam impotentes para interferir nas determinações que são externas a escola, apoiando-se nos saberes experienciados durante sua vida estudiantil.

Figura 14 - Esquema criado pela Professora "H"

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Já no esquema apresentado pela Professora “H”, observamos que o item centralizador do esquema é “sistema de numeração decimal”, mas aparecem relacionados ao sistema de numeração os itens pesos, medidas, quantidades e a partir destes a noção de tempo, de espaço e figuras geométricas, conceitos relacionados à Espaço e Forma, área definida pelos PCN’s. Vale destacar também as setas que vão e vêm nos termos “Adição” e “Subtração”. O mesmo ocorre com “Multiplicação” e “Divisão” na tentativa de demonstrar essa conexão entre as operações apresentadas.

Apresentando os mapas e discutindo a organização realizada por elas, surge o seguinte comentário:

Quadro 13 - Participação da Professora “K” sobre currículo

“Mas sabe qual é o problema. Nós não temos nenhuma proposta. Qual é a nossa proposta do currículo? Que linha? Cada um faz o que quer. Eu só trabalho com folhinha, ela trabalha só com figura, o outro só copia do quadro, o outro só trabalha a partir do concreto. Então todo mundo tem que trabalhar com desafio, com problemas que exijam desenhos, pra ter continuidade, mas claro, cada um no seu nível. Mas aí se chegar no fundamental II, vai ter continuidade?”

O relato da coordenadora pedagógica do grupo, professora “K”, nos faz refletir sobre a necessidade dos professores se apoderarem do seu papel enquanto formadores a ponto de fazerem parte de todo o processo pedagógico, principalmente o de planejamento das ações adotadas enquanto equipe. Que uma linha de trabalho seja adotada enquanto grupo, mas que esta esteja em sintonia com os anseios de cada um. Surge ao final uma pergunta que fica por ora no ar e há troca de olhares entre os membros participantes da pesquisa. “Mas aí, se chegar no (ensino) fundamental II vai ter continuidade?” Tal preocupação se refere ao fato de que o grupo demonstrou perceber que o ensino de matemática nos anos finais daquela escola são apenas voltados para a resolução de listas de exercícios de fixação.

Ao realizar a atividade com um sistema de numeração diferente daquele que temos com padrão, buscou-se oportunizar aos docentes-discentes se colocarem no lugar dos estudantes ao terem que compreender o funcionamento de um sistema de numeração e operar com ele. Aprender a trabalhar com o sistema de numeração decimal posicional é cerne e objetivo maior dos primeiros anos da formação escolar dos estudantes. Neste trabalho, inclusive, já trouxemos relatos de professores que demonstram sua preocupação com a construção do número. Entretanto, para qualquer pessoa é extremamente difícil se recordar de como foi seu ensino

enquanto aprendia este assunto, visto que este processo acontece no início de nossa formação escolar. Além de provocar os docentes-discentes no sentido de se depararem com as dificuldades que os estudantes encontram, tal atividade também foi proposta como exemplo de uso de material concreto a partir do Método Clínico Didático Piagetiano.

Em grupos, os docentes-discentes receberam o material e receberam como instrução apenas manipular o material a ponto de conhecê-lo e defini-lo. Rapidamente os grupos foram dispendo o material sobre as classes, organizando por cores e criando hipóteses acerca da ordem em que se disporiam as cartas, como podemos ver na imagem que segue.

Figura 15 - Professoras explorando o baralho Maia



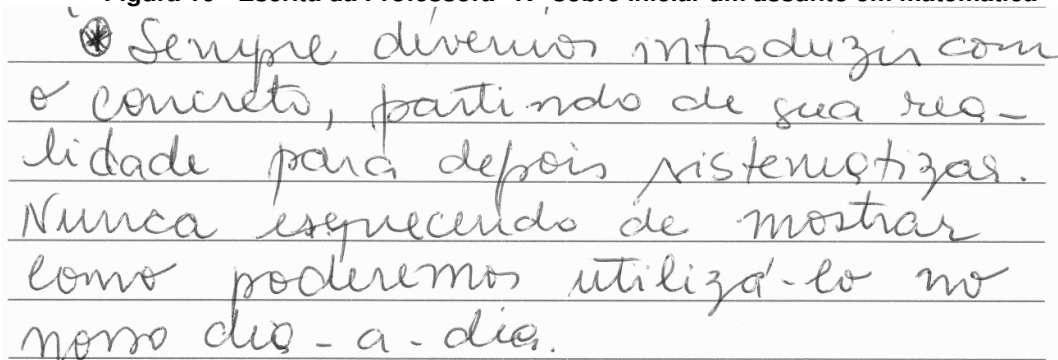
Fonte: Foto retirada pelo autor.

Segundo Nacarato, o uso de material ‘concreto’ (manipulável) nas aulas de matemática dos Anos Iniciais muitas vezes é enaltecido de forma a se crer que “a manipulação de material concreto garantiria a aprendizagem de matemática” (SCHILIEMANN; SANTOS e COSTA, 1992, p. 99 in NACARATO 2004-2005). Entretanto, as mesmas autoras verificaram que, da forma como eram utilizados,

estes materiais pouco auxiliavam a aprendizagem de matemática. Coube ao formador, no curto espaço de tempo oferecido para este programa de formação continuada, também buscar provocar, mesmo que brevemente, sobre este questionamento.

Ao longo da formação, algumas vezes as professoras se referiram ao uso de material manipulável, como já podemos perceber no Quadro 5 da Professora “A”, afirmando que inicia um dado conteúdo com material dourado, seguindo com outros materiais de contagem. Podemos destacar também outras contribuições nesse sentido, que evidenciam a importância dada a este tipo de material na prática pedagógica do grupo de professoras.

Figura 16 - Escrita da Professora “K” sobre iniciar um assunto em matemática



⊗ Sempre devemos introduzir com o concreto, partindo de sua realidade para depois sistematizar. Nunca esquecendo de mostrar como poderemos utilizá-lo no nosso dia-a-dia.

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Quadro 14 - Transcrição da Figura 17

Sempre devemos introduzir com o concreto, partindo de sua realidade para depois sistematizar. Nunca esquecendo de mostrar como poderemos utilizá-lo no nosso dia-a-dia.

Como podemos perceber a partir deste e de outros relatos dos sujeitos da pesquisa, para o grupo se mostra muito importante o trabalho com material concreto, utilizado principalmente como disparador de ideias para posterior sistematização de um conteúdo ou assunto. Com a utilização, no primeiro encontro, de um material manipulável, uma das professoras já pensou em adaptar o que foi apresentado para utilizar com seus alunos.

Quadro 15 - Professora “G” sobre adaptações do material para seus alunos

“Eu estou pensando em fazer esse mesmo jogo mas com os números “usuais”, lá no primeiro ano. Como para eles que estão recém começando.”

Durante a realização do jogo PifPaf Maia, foi possível coletar uma interação entre os sujeitos da pesquisa que relata um pouco como se sentem em relação ao desconhecido por ele proposto e que estratégias criam para fugir do entrave apresentado.

Quadro 16 - Discussão sobre sistema de numeração Maia

Professora "A": Eu tenho que olhar a cartinha e pensar. Parece que é difícil. Difícil esse raciocínio. É impressionante o que o cérebro precisa pensar. No sistema decimal a gente faz a leitura e já sabe o que fazer, agora isso aqui, cada um (conjunto) que eu fecho eu tenho que pensar, será que fiz a sequência certa? Quanto vale mesmo essa carta?

Professora "G": Pra nós é muito fácil o que a gente faz com os alunos. A gente fala até que é óbvio para o aluno. Ele fica ali com uma cara, pensando: "Óbvio como?" E agora eu me sinto igual. Estou vendo que é óbvio pra nós que já aprendemos.

Professora "G": Eu estou fugindo de fazer as sequências. Estou optando por fazer trincas, porque daí não preciso pensar tanto.

Professora "G": Eu estou pensando em fazer esse mesmo jogo mas com os números "usuais", lá no primeiro ano. Como para eles que estão recém começando.

A iniciativa se mostrou eficaz em desestabilizar o grupo, ao colocá-lo em situação similar à dos estudantes do ensino fundamental. De fato, ao longo do tempo de docência, percebe-se que os professores em geral acabam por internalizar que boa parcela dos temas trabalhados em sala de aula é de acessível compreensão por parte dos estudantes, independente da faixa etária. O fazer cotidiano e repetido acaba por provocar este entrave pedagógico, que é deixar de perceber as dificuldades pelas quais os estudantes possam passar ao buscar a construção de um conceito ou compreensão de determinado assunto lecionado. Manter a atenção nessas dificuldades possíveis, torna o professor mais próximo de um ensino eficaz.

Mas a proposta também provocou um receio para alguns. Como percebemos na participação da professora A, ela tem dificuldades de se imaginar no lugar do formador, utilizando a mesma proposta dialógica, a ponto de intervir com um grupo grande de alunos em sua sala de aula e parece evidenciar que um trabalho baseado em questionamentos e intervenções individuais demanda do professor um esforço grande.

Quadro 17 - Professora "A" sobre intervenções individuais

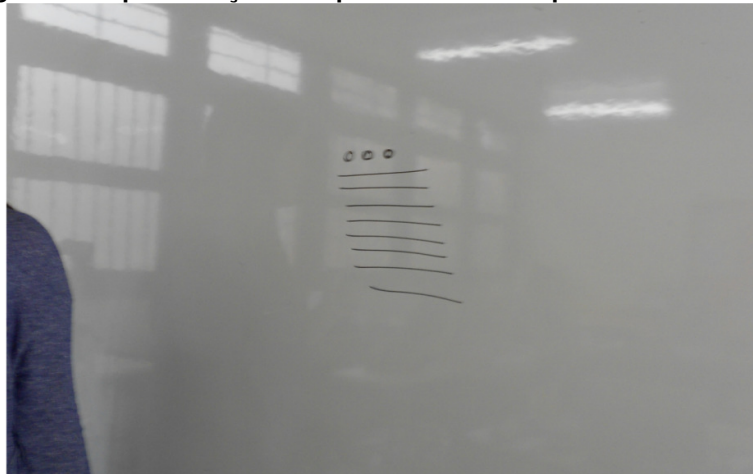
"Eu me coloquei no lugar assim, como é que a gente ia coordenar um jogo como esse numa sala de aula de quase 30, olhando e interferindo para o raciocínio deles acontecer? Eu não sei se conseguiria."

A insegurança da Professora “A” se apresenta ao perceber, que ao mudar a lógica das suas aulas, valorizando o raciocínio de cada educando e intervindo para o desenvolvimento deste, sua demanda de trabalho será ampliada, em comparação com uma aula expositiva em que as intervenções são coletivas. A mudança de uma proposta para outra diversa daquela a que está habituado, pode ser assustadora para o professor que não se encontra disposto a enfrentar o novo.

No campo da educação, minha maior fonte inspiradora é Paulo Freire. Dele tenho me apropriado de algumas ideias que considero essenciais a qualquer professor. Uma delas diz respeito à dialogicidade. Nela não como pensar o ato de ensinar e de aprender que não seja baseado no diálogo. Diálogo que possibilita conhecer o outro, saber ouvir o que o outro tem a dizer e considerar que a voz do aluno tem sentido e precisa ser valorizada. Dessa forma, por meio do diálogo, pode-se respeitar o saber do educando e promover sua autonomia intelectual. (NACARATO, 2013, p. 21)

No sentido de colocar em prática aqui que estávamos propondo enquanto proposta dialógica de construção do conhecimento, as professoras seguiram apresentando suas hipóteses sobre a escrita do número 43 no sistema maia de numeração, desafio proposto para que se questionasse sobre diferenças e possível semelhanças com o sistema decimal posicional.

Figura 17 - Apresentação de hipótese formulada pela Professora “J”



Fonte: Foto retirada pelo autor.

Quadro 18 - Professoras discutindo sobre como implementar uma prática pedagógica voltada para a resolução de problemas

Professora “K”: A gente não sabe nem o que fazer com esse aluno que já sabe mais, que já está além. A gente até tem vontade mas não dá conta. É muita coisa!

Professora “J”: É um sonho muito longe, a gente pensar em implementar isso com todas as turmas assim? Ser uma escola diferente e fazer isso desde o primeiro ano, já de cara.

Professora “K”: Não, não acho impossível. Vontade a gente tem. Só que às vezes a gente não tem perna. Eu acho que a gente pode sentar e começar a se organizar. Tem que botar no papel e estudar. Talvez falte estudo e conhecimento pra gente, mas o grupo é muito bom. Todo mundo está aberto a aprender, a trocar com o outro. Sempre podemos partilhar atividades que deram certo e o outro está disposto a tentar.

Surgiu a discussão acerca da implementação de um proposta didática que levasse em consideração a resolução de problemas como foco do trabalho. Aparentemente, a necessidade que se exprime do grupo de professoras do curso emerge de uma dificuldade em descobrir uma forma de trabalho que privilegie a interpretação pelo estudante dos problemas dados e sua autonomia na resolução. Algo que, como já foi mostrado aqui, é retratado como grande dificuldade de trabalho nos Anos Iniciais.

Quadro 19 - Relato verbal da Professora “H” sobre hábitos dos alunos

“Eu estava falando com as gurias esses dias, que eu acho que a gente erra já, quando a gente dá exercício e folha e alguma coisa, em explicar para os alunos o que eles têm que fazer. Ainda dá exemplo. E daí eles fazem. Eu não explico mais. Porque os meus alunos estão com a folha na mão e tá escrito ali e ele levanta do lugar pra me perguntar. O que é pra fazer aqui? Daí eu respondo, lê? Acaba que eles pegam esse hábito de esperar por nós pra saberem o que fazer. Agora eles já estão se acostumando a sentar Agora eu dou a folha e digo pra eles, ‘agora eu quero 5 minutos pra vocês lerem sozinhos e tentarem. E eu quero esses 5 minutos sem ninguém aqui do meu lado’. Eu não explico mais.”

A professora retrata assim sua iniciativa criada pelo entrave pedagógico que é resultado das próprias pedagogias adotadas na escola, pelo grupo de professoras. Em contrapartida ao fato de todos do grupo se mostrarem interessados nos progressos da escola em termos de qualidade do ensino ofertado, as iniciativas individuais de busca desse progresso não se mostram uniformes e com um foco comum em termos de didática.

Quando o assunto são dificuldades de ensino e aprendizagem, surgem algumas colocações oportunas frente ao tema central desta pesquisa. Ao falar de multiplicação e entraves pedagógicos, surge na discussão a participação conjunta de duas professoras sobre o tema:

Quadro 20 - Participação de Professora “C” e Professora “H” sobre multiplicação

Professora “C”: Sabe o que está acontecendo, como o problema deles está na tabuada deles não entenderem, né Josi, eles não sabem a tabuada.
Professora “H”: Mas é que eles não sabem somar. Essa construção falta. Por isso que com os meus ‘to’ fazendo tabuada da adição agora, estou perguntando agora no meio da aula quanto é $7 + 8$ e eles não sabem responder. Eu pedi para fazer a tabuada da adição e me disseram: “Ai que frescura, professora.” Mas logo em seguida não souberam me responder uma pergunta simples.

*Professora "C": Sabe o que está acontecendo? Tu vai e coloca uma expressão numérica, bem simples (no quadro). daí tem ali a multiplicação e a divisão, eles não fazem.! Eles deixam em branco porque eles não sabem a tabuada. Não é que eles não sabem o desenvolvimento ou o que tem que mostrar. Não! Eles enxergam ali a multiplicação e não fazem.
O que eu penso é que também, tudo bem que eles não decorem, mas que eles saibam que tem que somar, somar, somar, somar! Porque somar todo mundo sabe!*

O destaque aqui fica por conta da concepção da multiplicação pelos professores e pela inquietação por eles expressa quando o assunto é a memorização da tabuada. Uma das professoras consegue expor a ideia de que, apesar de aceitar que alguns alunos não consigam realizar esta memorização, não aceita que mesmo a partir da soma de parcelas iguais de forma sucessiva os alunos não resolvam um problema simples de multiplicação. A Professora "C" já traz em sua fala as dificuldades consequentes de um não-saber multiplicar pelo aluno, que é a resolução de expressões numéricas. Entre o grupo de professores, é consensual iniciar a multiplicação a partir da soma de parcelas iguais. Não foi possível verificar se os professores conseguem conceber a multiplicação, neste primeiro momento, a partir da relação entre quantidades ou da composição de operadores. A visão exclusiva de que a operação de multiplicação se restringe a somar parcelas iguais limita o processo ensino aprendizagem do campo multiplicativo.

Continuamos nossa pesquisa conhecendo um pouco sobre como as professoras pensam o campo aditivo e problematizando a partir de algumas atividades.

5.2 REPENSANDO O CAMPO ADITIVO

Para problematizar o campo aditivo das operações e discutir sobre os conceitos presentes nesse campo, utilizamos algumas atividades conforme expostas na sequência didática apresentada. As professoras mais uma vez foram desafiadas a se colocar no lugar dos alunos e resolverem alguns problemas, expondo sempre suas impressões, descobertas e conflitos.

Algumas participações são interessantes de serem destacadas, ao passo que mostram o desequilíbrio das professoras em lidar com problemas cujo conhecimento dos algoritmos da adição e subtração não são suficientes para se encontrar a solução.

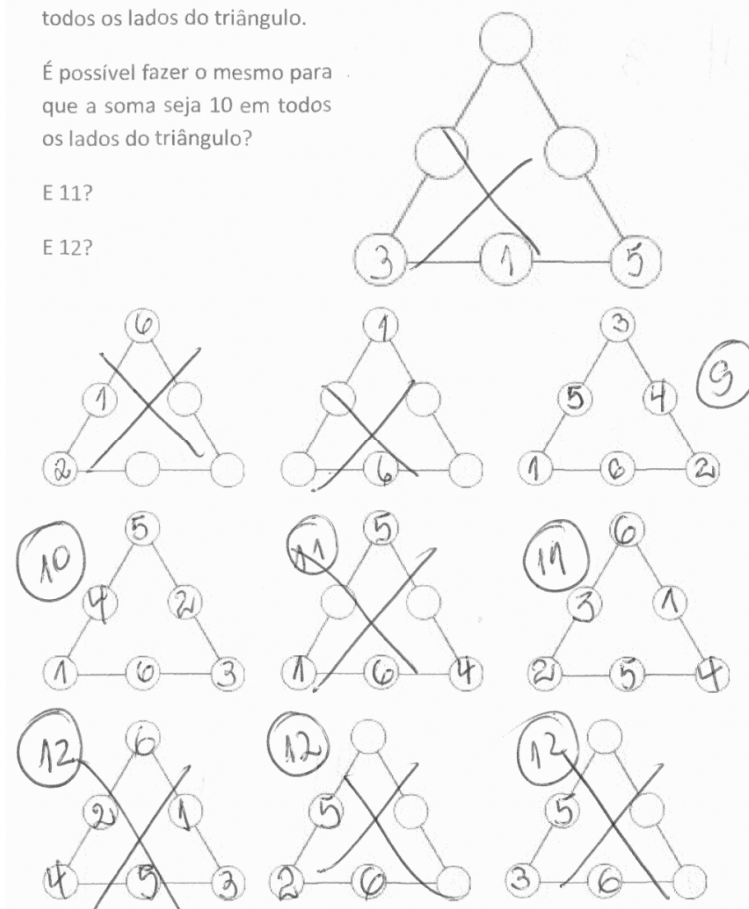
Figura 18 - Soluções da Professora "K" para o triângulo mágico

Complete com os números de 1 a 6 de modo que a soma seja 9 em todos os lados do triângulo.

É possível fazer o mesmo para .
que a soma seja 10 em todos
os lados do triângulo?

E 11?

E 12?



Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Observamos que as três primeiras tentativas da professora foram em seguida abortadas, sem a necessidade de uso de mais de três algarismos. Tal fato se deve à percepção da professora de que um “número grande” não poderia ficar na ponta, pois iam faltar “pequenos” para completar. Relata:

Quadro 21 - Professora “K” sobre o triângulo mágico

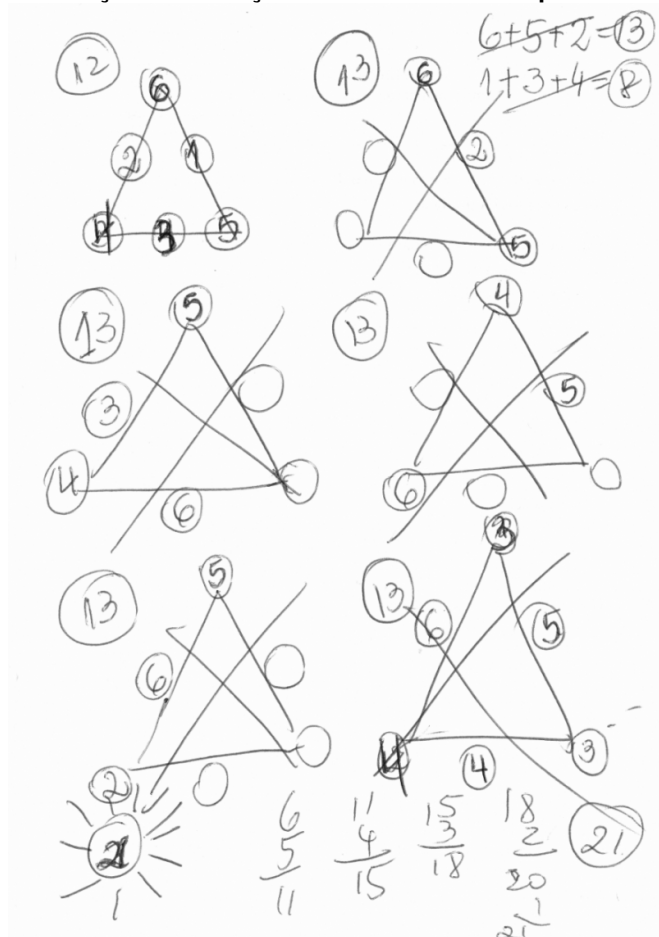
“Não dá pra usar o cinco nem o seis na ponta, porque não fecha. Teria que poder repetir ou o um ou o dois para fechar. Mas não pode repetir, ‘né?’”

A observação da professora já evidencia que as tentativas realizadas buscam uma certa regularidade ou regra que facilite a resolução. Se repetir um algarismo não é uma regra possível no problema, algo se supõe acerca da disposição numérica. Sem clareza de requisitos para o preenchimento dos vértices do triângulo,

mas supondo que algo ali teria de ter uma regra, a professora continua a realizar suas tentativas.

O que podemos ressaltar é que o triângulo mágico, além de ser um problema não trivial do campo aditivo, requer que o aluno se depare com todas as três classes de problemas aditivos propostos por Vergnaud, ao passo que é resolvido. Idas e vindas são realizadas, no sentido de que adições e subtrações aparecem juntas, complementares para a soma requisitada em cada uma das situações dada.

Figura 19 - Continuação das soluções da Professora "K" para o triângulo mágico



Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Ao realizar a resolução para o problema até a soma 12, a professora prossegue tentando completar o triângulo com soma 13.

Na parte inferior notamos que os números de 1 a 6 são somados, chegando ao total 21. A professora busca descobrir, depois de várias tentativas frustradas, se

seria possível que o triângulo fosse completado com a soma 13 a partir dessa soma 21.

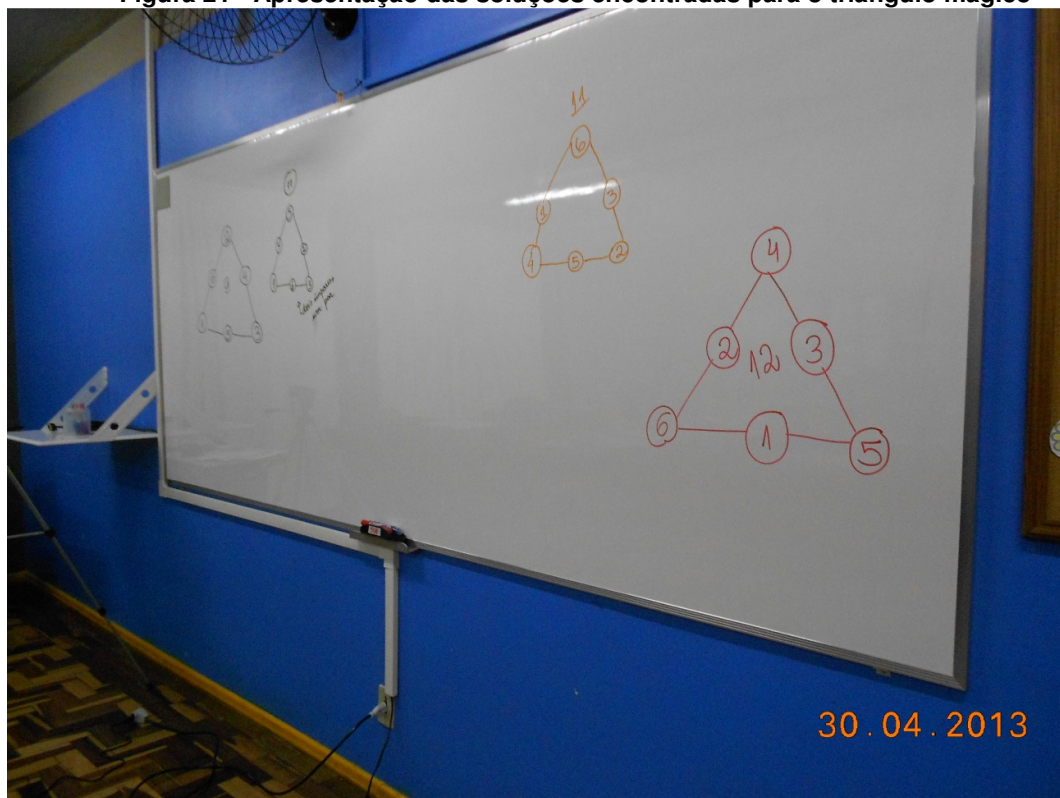
Figura 20 - Professora “C” realizando a atividade do triângulo mágico



Fonte: Foto retirada pelo autor.

A Professora “C” preferiu usar a estratégia de resolver o desafio em um outro espaço antes de transcrever a resposta para a folha entregue pelo formador, mesmo que este tenha solicitado que todas as iniciativas de resolução fossem realizadas na própria folha e à caneta, para que fosse possível acompanhar cada uma das etapas da busca pela solução do problema.

Figura 21 - Apresentação das soluções encontradas para o triângulo mágico



Fonte: Foto retirada pelo autor.

Ao findar da atividade, as professoras foram convidadas a apresentarem suas hipóteses construídas e soluções encontradas para cada uma das situações requisitadas pelo problema. Durante a discussão das resoluções e principalmente do agir individual sobre o problema, na perspectiva de não ser um problema fechado em si como a aplicação simples do algoritmo de adição e subtração, a Professora “H” questionou a postura dos alunos frente a resoluções de exercícios do tipo “Calcule”, onde apenas o uso dos algoritmos das operações aritméticas básicas são requisitados.

Quadro 22 - Relato verbal da Professora “H” questionando aprendizagem da adição

“Mas será que ele sabe mesmo ou ele aprendeu mecanicamente? Daí ele já sabe que dois mais dois são quatro, mas ele não sabe que são dois coraçõezinhos mais dois coraçõezinhos.”

Uma colocação desse tipo no processo formativo demonstra os questionamentos que a discussão provoca nos indivíduos. Os processos internos de ensino são questionados e o trabalho de todo o grupo se coloca em “cheque” em

função do que percebem como resultado do ensino nos estudantes. Ao mesmo tempo, o grupo aparentou não saber como reagir ao fato de perceber dificuldades dos alunos na compreensão daquilo sobre o qual operam. O grupo parece constatar que aplicar os algoritmos parece não ser suficiente para a aprendizagem matemática dos estudantes, se estes não conseguem refletir sobre o erro e compreender quantidades ao operarem.

Em seguida foi requisitado que os professores resolvessem a atividade do termo desconhecido, presente no planejamento, em apenas alguns minutos marcados no relógio. Novamente, as professoras foram colocadas no lugar dos alunos, usando o atributo tempo como dificultador na aplicação de um conhecimento já adquirido. Resolver operações de adição e subtração com termo desconhecido é atividade facilmente encontrada em muitos livros didáticos do ensino fundamental. Boa parte deles apresenta tal atividade nos quartos e quintos anos, como algo já preparatório para a ideia de equação, presente nos livros didáticos de sextos e sétimos anos do ensino fundamental de matemática.

Figura 22 - Resolução da Professora "K" para a atividade de termo desconhecido

Descubra o algarismo desconhecido nas operações, sabendo que # representa, em cada operação, o mesmo algarismo.

NÃO PRESTEI ATENÇÃO NA ORDEM DO EXERCÍCIO!

$\begin{array}{r} 205 \\ + 4\# \\ \hline 251 \end{array}$	$\begin{array}{r} 189 \\ + \#5 \\ \hline 254 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4\#1 \\ + 7\# \\ \hline 504 \end{array}$	$\begin{array}{r} 94\# \\ + \#\#9 \\ \hline \#060 \end{array}$	$\begin{array}{r} 49 \\ + 1\#9 \\ \hline 5\#4 \\ \hline 1513 \end{array}$
6	6	3	1	0
$\begin{array}{r} 152 \\ - 3\# \\ \hline 113 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2\#6 \\ - 87 \\ \hline 119 \end{array}$	$\begin{array}{r} 50 \\ 3\#\#5 \\ 20 \\ \hline 33\# \\ \hline 555 \\ \hline 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} \#54 \\ - 393 \\ \hline 2\#1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 21\#6 \\ - 1058 \\ \hline 1088 \end{array}$
9	9	5	6	4

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

O tempo limitado de resolução causou nos professores grande ansiedade. Além disso, por se tratar de operações consideradas simples pelos professores, se notou grande angústia em realizar com êxito e brevidade todos os itens dispostos na atividade. O relato que segue retrata a experiência vivida por uma das professoras.

Quadro 23 - Sobre a resolução da atividade com algarismo desconhecido

Isso aqui é simples, mas é tão diferente que eu estou tendo que pensar pra fazer. Tem algumas que eu tentei a prova real, mas não dá, porque não tem o número todo.

Na semana seguinte à atividade, a Professora “H” relatou como foi a experiência de levar a atividade experienciada para seus alunos do quinto ano do ensino fundamental.

Quadro 24 - Relato verbal da Professora “H” reproduzindo enfrentamentos com pais

Professora “H”: Esses dias eu dei a questão aquela do termo desconhecido, da hashtag, pra eles fazerem e não deu tempo de terminarem em aula e eles levaram pra casa. Daí no dia do diálogo uma mãe veio reclamar.

Mãe: Porque a minha filha chegou em casa, e ela não entendeu e ela não sabia, eu cheguei em casa meia noite e ela estava desesperada porque não conseguia.

Professora “H”: Mãe, estava escrito lá em cima que era um desafio e se era um desafio é porque ela tinha que pensar.

Mãe: Mas ela não tá mal então? Eu achei que ela estava mal, porque ela não tinha entendido o que tu “explicou” em sala de aula.

Professora “H”: Eu não expliquei mesmo, era um desafio.

Fica constatado que o posicionamento dos pais perante uma atividade tida até então como desafio e diferente do que é hábito na escola causa desconforto e desconfiança. Socialmente aceita como uma disciplina difícil de ser compreendida, a matemática aparece aqui como preocupação para esta mãe, que considera que ao deixar de realizar uma tarefa solicitada pela professora, a filha não está bem na disciplina. O fato de ser um desafio proposto pela professora é recebido com estranheza pela mãe.

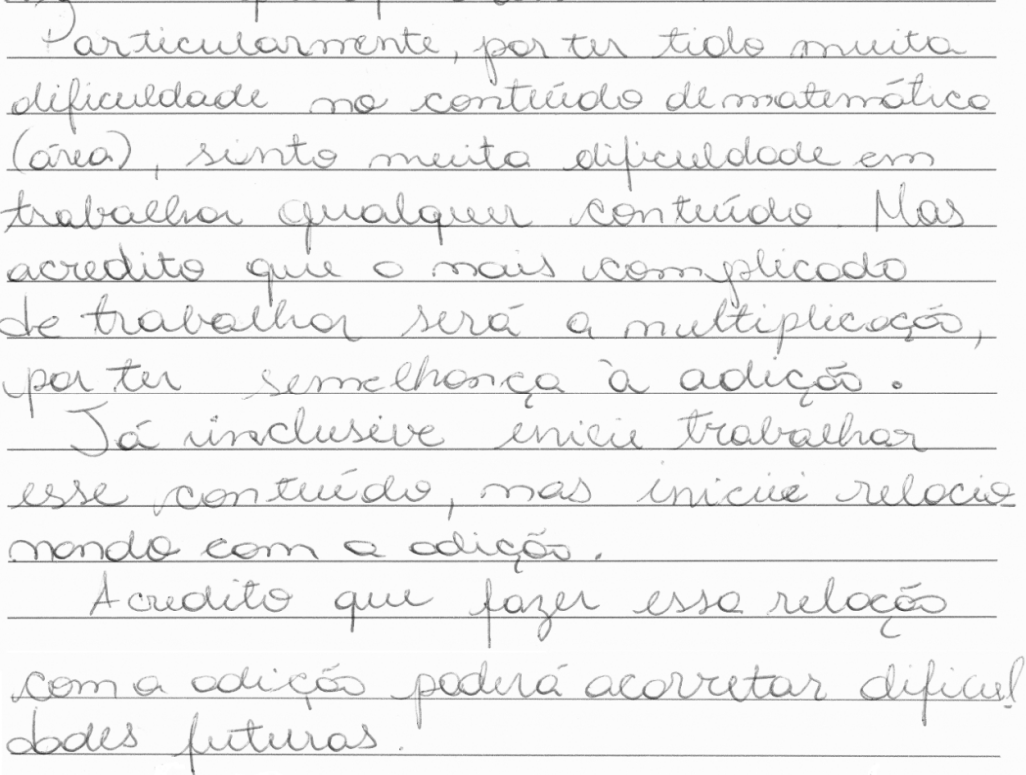
Provocar a comunidade escolar a repensar a educação matemática não é tarefa fácil. Muitos são os estereótipos que a disciplina carrega, socialmente aceita como tarefaira, cheia de regras, repleta de listas de exercícios. Quando esta se apresenta de forma mais dinâmica, com o uso de desafios, considerando o raciocínio e o desenvolvimento dos alunos em contrapartida aos “exercícios modelo”, ou “siga o exemplo”, é comum encontrar enfrentamento de alguns pais ou responsáveis que tiveram como experiência escolar esse tipo de fazer pedagógico.

5.3 A PRÁTICA DOCENTE COM O CAMPO MULTIPLICATIVO

Neste capítulo apresentaremos as observações feitas pelo formador sobre a prática dos professores com os conceitos do campo multiplicativo, a partir das atividades e discussões realizadas pelo grupo de pesquisa.

Voltemos às respostas das professoras quanto às questões propostas inicialmente. Dentre elas, encontrava-se a seguinte questão: “Como ensino? De onde começo? Como introduzo e o que é fundamental para o desenvolvimento?”. Apesar de não restringirmos o tema - ao qual essas questões se referem - ao campo multiplicativo, observamos a resposta da Professora “I”.

Figura 23 - Relato da Professora “E”



Particularmente, por ter tido muita dificuldade no conteúdo de matemática (área), sinto muita dificuldade em trabalhar qualquer conteúdo. Mas acredito que o mais complicado de trabalhar será a multiplicação, por ter semelhança à adição. Já inclusive iniciei trabalhar esse conteúdo, mas iniciei relacionando com a adição. Acredito que fazer essa relação com a adição poderá acarretar dificuldades futuras.

Quadro 25 - Transcrição da Figura 23

Particularmente, por ter tido muita dificuldade no conteúdo de matemática (área), sinto muita dificuldade em trabalhar qualquer conteúdo. Mas acredito que o mais complicado de trabalhar será a multiplicação, por ter semelhança à adição.

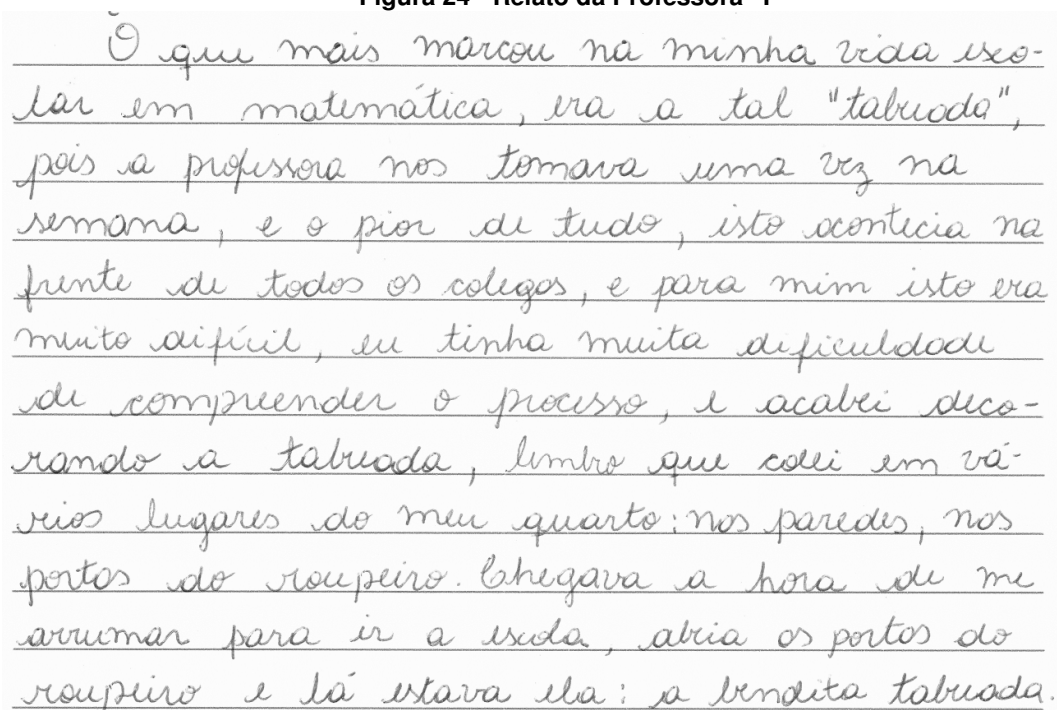
Já inclusive iniciei trabalhar esse conteúdo, mas iniciei relacionando com a adição.

Acredito que fazer essa relação com a adição poderá acarretar dificuldades futuras.

Destacamos na escrita apresentada que a professora, apesar de ensinar a multiplicação a partir da adição (de parcelas iguais), acredita que a maneira por ela adotada pode trazer dificuldades futuras aos alunos. Em seguida, reforça a insegurança que sente não apenas em trabalhar este, mas outros conteúdos de matemática.

Em outro relato, podemos destacar as marcas deixadas pela experiência escolar de uma das professoras com a multiplicação, caracterizada através da tabuada.

Figura 24 - Relato da Professora "I"



O que mais marcou na minha vida escolar em matemática, era a tal "tabuada", pois a professora nos tomava uma vez na semana, e o pior de tudo, isto acontecia na frente de todos os colegas, e para mim isto era muito difícil, eu tinha muita dificuldade de compreender o processo, e acabei decorando a tabuada, lembro que coleí em vários lugares do meu quarto: nas paredes, nas portas do roupeiro. Chegava a hora de me arrumar para ir a escola, abria as portas do roupeiro e lá estava ela: a bendita tabuada.

Quadro 26 - Transcrição da Figura 24

O que mais me marcou na minha vida escolar em matemática era a tal "tabuada", pois a professora nos tomava uma vez na semana, e o pior de tudo, isto acontecia na frente de todos os colegas, e pra mim isto era muito difícil, eu tinha muita dificuldade de compreender o processo, e acabei decorando a tabuada, lembro que coleí em vários lugares no meu quarto: nas paredes, nas portas do roupeiro. Chegava a hora de me arrumar para ir a escola abria as portas do roupeiro e lá estava ela: a bendita da tabuada.

Segundo Nacarato (2009), as experiências obtidas na vida escolar do professor são a primeira base para a prática pedagógica dos professores dos Anos Iniciais. Em geral, quando se sentem ameaçados ou inseguros, é a estas experiências que os professores recorrem, rememorando aquilo que vivenciaram em suas salas de aula e aplicando com seus alunos.

Quadro 27 - Diálogo das professoras sobre a tabuada e memória

Professora “H”: Mas é que eles não sabem somar. Essa construção falta. Por isso que com os meus ‘to’ fazendo tabuada da adição agora, estou perguntando agora no meio da aula quanto é $7 + 8$ e eles não sabem responder. Eu pedi para fazer a tabuada da adição e me disseram: “Ai que frescura, professora.” Mas logo em seguida não souberam me responder uma pergunta simples. Mandeí fazer a tabuada da adição na hora!

Professora “C”: Como o problema deles está na tabuada, eles não resolvem as expressões numéricas. Tu coloca uma bem simples. Daí tem lá multiplicação e a divisão. Eles não fazem, eles deixam em branco porque eles não sabem. A tabuada! Não é que eles não saibam o desenvolvimento, da expressão, **eles vão até onde chega na multiplicação e na divisão e param.**

Professora “H”: A geração futura a Professora “D” está cuidando disso. Ela me mostrou hoje as provinhas, tá tudo bem estruturado.

Professora “D”: Fiquei bem feliz hoje.

Professora “H”: É o que eu penso assim. Tudo bem que tu não decore, mas que tu saiba que tu tem que somar, somar, somar – porque somar todo mundo sabe - até chegar no resultado.

Professora “D”: Os meus primeiros foram na soma com tracinhos e hoje eu fiz um ditado de tabuada com eles, do 1 ao 5, que eles tinham que saber decorado, tinha que ter estudado em casa. Mas eles sabem o processo, é a mesma turma que trabalhei no ano passado. Até mostrei pra Professora “H”, o resultado era assim: 30 segundos no relógio que eu dava, tinha que colocar no ditado o resultado e partir pra próxima. E assim, acho que uns 80% da turma foram muito bem, erraram 3 de 16 e muitos gabaritaram. Eu vi que muitos contavam nos dedinhos, mas eles sabiam o processo de contagem.

Com a participação da professora na discussão sobre o ensino de multiplicação e a evidência da Professora “H” sobre a qualificação do trabalho a partir do trabalho da colega, se desenha na escola o cenário de que a prática do ensino da multiplicação prioriza no quarto ano do ensino fundamental a memorização da tabuada, ano com a qual a professora “D” trabalha atualmente, sendo a professora “H” professora do ano seguinte, quinto ano.

Em contrapartida, a Professora “H” deixa claro que não é no uso dos algoritmos das operações aritméticas básicas que identifica o maior problema dos alunos. Na sua concepção, a interpretação do problema e a tomada de decisão sobre qual algoritmo usar é o maior problema dos alunos e a também um desafio para o professor provocar esta aprendizagem. O que ela descreve como “interpretação do professor”, rotulamos aqui como capacidade de intervenção problematizadora.

Figura 25 - Relato da Professora "H"

Trabalhar com problemas matemáticos exige, sempre, uma ótima interpretação de professor, para que possa explicar de forma a não responder ao aluno o que ele quer (a resposta, o cálculo), e poder, diferentemente dar visões alternadas para que eles possam pensar.

Quadro 28 - Transcrição da Figura 25

Trabalhar com problemas matemáticos exige, sempre, uma ótima interpretação do professor, para que possa explicar de forma a não responder ao aluno o que ele quer (a resposta, o cálculo), e poder, diferentemente dar visões alternadas para que eles possam pensar.

A Professora "H" vê na atividade de memorização da tabuada empregada pela Professora "D" bons resultados e acredita que, a partir desses resultados, no ano seguinte conseguirá realizar um bom trabalho, em função da menor dificuldade com a tabuada que os alunos supostamente terão.

Quadro 29 - Relato da Professora "H" sobre resolução de problemas

"O que eu vejo é que eles paralisam, eles não têm reação. Esses dias eu dei uns problemas lá, e eu não sei como, hoje eu até perguntei para a Professora "D" como é que eu faço para as criaturas entenderem que elas tem que dividir, que é uma divisão, que eles precisam distribuir algumas coisas, ou dividir ou somar pra chegar no resultado, porque eles tentam de tudo menos aquilo que vá dá pra eles o resultado. Era um valor total por uma quantidade de camisas, e daí uma outra tinha comprado uma quantidade menor e queria saber quanto que a outra tinha gasto. **Eles fizeram tudo, eles somaram as duas camisas, eles multiplicaram as duas camisas, eles multiplicaram um valor com outro valor, mas eles não conseguiam entender, nem desenhando, que era pra distribuir.** Mesmo eu desenhando assim... Eu desenhei as nove camisas assim em um conjunto e esse conjunto vale tanto. O que tu 'precisa' fazer? Aí as vezes eles somavam o valor com a quantidade de camisas. Aí eu perguntei: Só um pouquinho tu estás somando o valor dinheiro, com o produto? Como é que eu faço para eles entenderem isso? Eu não sabia o que fazer. No final, a gente acabou caindo no cálculo, porque na interpretação não deu pra fazer."

A partir destas participações, conseguimos evidenciar que, para o grupo de professoras, o maior problema não está na internalização do algoritmo de multiplicação e aplicação dele, mas sim na memorização da tabuada. Percebe-se a preocupação que expõem muitas vezes ao longo do curso, não sendo de nenhuma forma contestadas pelas demais professoras que, no momento das discussões, nada verbalizaram.

Quadro 30 - Relato da Professora “C” sobre avaliação a partir de tabuada

“Nessa turma juntou vários probleminhas, todos alí. Daí eu dei um ditado, rapidinho, já que a coisa ‘tava’ complicada. Número um: tanto! Eu dava a operação e eles tinham que colocar a resposta. Mas vários não conseguiram, deixaram várias em branco. A número um, depois a número cinco, tudo em branco! Mas tem que dar um susto...”

Nesse caso, a Professora “C” aparece tentando reverter uma situação de comportamento da turma a partir de uma atividade avaliativa. Emprega uso de ditado de operações para conter os “ânimos exaltados” dos alunos em sala de aula e pondera que muitos dos alunos acabaram deixando questões em branco. Alguns até mesmo “zeraram”, como ela mesma pontua na continuidade.

Quadro 31 - Relato da Professora “C” sobre postura do aluno com a tabuada

*“Fiz um **ditado da tabuada** esses dias com eles. Teve um menino que pegou a tabuada deles e foi copiando. **Porque eles tem uma pra consulta, né, no caderno.** Eu deixei, fiquei esperando e olhando. Pensei: Será que ele vai me dizer alguma coisa? Ele olhou pra mim e disse: Haha! Eu usei a tabuada! Na maior assim... Ele não ‘tá’ nem aí. Já tinha zerado a prova. Tá mal, não sabe e nem se importa.”*

Com as falas, destacamos que a preocupação da professora com a aprendizagem do aluno se reforça a partir do não resultado numérico “nota”. Para ela, o retorno negativo na tabuada exigida a partir de um ditado seria suficiente para determinar se o aluno sabe ou não multiplicar.

Comparando a experiência escolar da Professora “I” na aprendizagem da multiplicação e a prática pedagógica relatada pela professora “C”, observamos que as vivências escolares dos professores acabam por ser reprisadas nos dias de hoje em suas salas de aula.

Quanto à leitura dos textos propostos ao longo do curso, algumas reflexões realizadas pelos professores se mostraram interessantes de serem destacadas em função da sua relevância perante as questões investigadas. A professora “K” relata ter percebido uma inversão na ordem usual, para ela, de trabalho em sala de aula.

Quadro 32 - Reflexão da Professora “K” sobre o texto Multiplicação e Divisão a toda hora

“Eu li o texto e vi que o trabalho dos professores começava sempre pela questão assim, ou a partir da realidade, a teoria junto com a prática, do dia a dia, ou a partir do desafio. A professora lançava e a partir dali fazia-se o jogo ou a brincadeira, o que fosse, e depois é que socializava que aquilo era divisão ou multiplicação com o aluno. Então a prática vem antes da teoria, lá atrás.”

Em sequência ao tema em discussão e ao texto proposto, a professora “J” participa, afirmando ter notado que a proposta é conseguir trabalhar com os

problemas sem a necessidade do uso dos algoritmos escolares das operações aritméticas básicas de forma antecipada. Afirma ainda que tal medida provoca o aluno a pensar.

Quadro 33 - Reflexão da Professora “J” sobre o texto Multiplicação e Divisão a toda hora

“Vi que não é preciso começar a trabalhar com as contas direto, mas dá pra trabalhar com os problemas sem as contas no início. E ir ensinando eles a pensar.”

A afirmação da professora “J” demonstra que a prática proposta pelo texto não é aplicada por ela, e nem usual dentro daquilo que considera rotina em sua prática docente. A discussão seguiu no sentido de provocar os participantes da pesquisa sobre como essa alteração interfere no desenvolvimento do aluno com o campo multiplicativo.

Quadro 34 - Reflexão da Professora “G” sobre o texto De vezes e de dividir

“O texto falou da importância da gente conseguir fazer as relações entre multiplicação e divisão quando se ‘tá’ ensinando adição e subtração. Geralmente a gente faz o contrário. Depois que **a criança já sabe bem, bem, bem adição e subtração daí que a gente entra com a multiplicação e divisão.** Ele tem que saber muito bem, ‘tá’ bem afinado com a adição e a subtração pra gente começar o resto. E que na verdade elas estão integradas. Ele já faz isso no dia a dia, quando tu diz: ‘Divide com o teu coleguinha’. Ele já está pensando nisso. Já está no linguajar e nas vivências deles o multiplicar e o dividir.”

A professora “G” faz, na reflexão apresentada, um retrato de como o ensino dos conceitos relacionados às operações são trabalhados na escola. Ela atribui ordem no ensino das operações e restringe o ensino de multiplicação e divisão ao conhecimento prévio de adição e subtração pelo aluno. Também evidencia que na escola, o trabalho segue essa sequência e as outras professoras presentes no grupo em nenhum momento apresentam contraponto ao que foi apresentado. Mas em seguida, reitera que a partir do texto, refletiu que realmente as operações de multiplicação e divisão já fazem parte do cotidiano do aluno tanto quanto a adição e a subtração e, sendo assim, podem ser trabalhadas em conjunto.

Quadro 35 - Reflexão da Professora “A” sobre o texto De vezes e de dividir

“Fala aqui na questão de desenvolver a questão dos conceitos, que é o que estamos falando ‘né’. Acho que essa forma que a gente está fazendo, de resolver os problemas desenhando é o melhor jeito, principalmente quando eles são pequenininhos. Pra quem sabe quando chegar no quinto ano eles consigam ter a compreensão da tabuada, que é aquele cálculo mais rápido, que não precise mais contar no palitinho. Porque se a gente ataca na tabuada direto, ou no cálculo direto, aquele que é mais rápido vai compreender, mas aqueles que não tem isso, vão ficar ‘boiando’. E daí a gente vai avançando vai agregando e aí mais eles ‘boiam’, porque menos ele compreende. Mais difícil fica. Eu gostei dessa parte. Tá bem escrito aqui: Desenvolver a compreensão dos conceitos por trás das operações. É claro que as operações vão continuar aparecendo e vão existir e em algum momento a

gente vai trabalhar com elas. Mas acho que se a gente fizer um trabalho assim nos primeiros anos, onde o aluno possa resolver e estruturar com desenhos, depois melhora.”

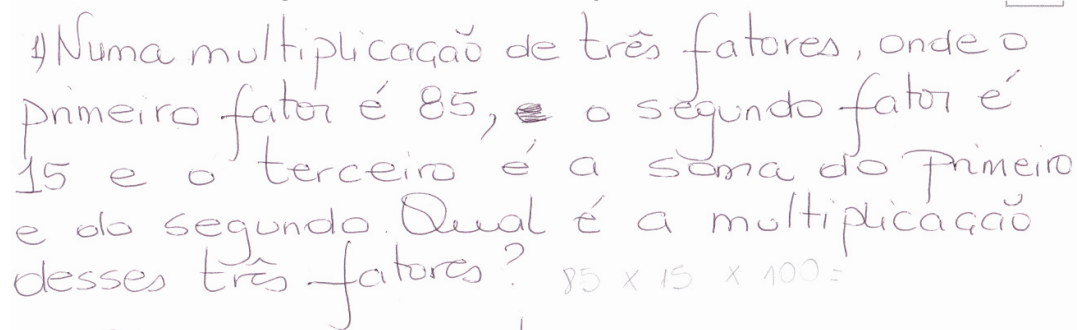
Verificamos na reflexão da Professora “A” que o ensino e memorização da tabuada são as primeiras iniciativas pedagógicas do grupo de professoras para o ensino de multiplicação. Afirmamos isso ao passo que a professora constata que com esse fazer, alguns alunos avançam mas outros ficam para trás no conhecimento matemática exigido. Ela também prevê que, trabalhando com a resolução de problemas do campo multiplicativo a partir dos esquemas que o aluno tem, este mesmo aluno posteriormente pode ter maior facilidade no uso da tabuada e do algoritmo de multiplicação, citado por ela como meio mais rápido na resolução de um problema.

Em seguida vamos observar a criação de problemas do campo multiplicativo pelas professoras em busca de outros retratos da prática pedagógica.

5.4 CRIAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO

Mostraremos aqui as produções dos sujeitos da pesquisa no que tange a elaboração de problemas envolvendo o campo multiplicativo. Estas produções também se encontram aqui transcritas para facilitar a leitura.

Figura 26 - Problema criado pela Professora “C”



1) Numa multiplicação de três fatores, onde o primeiro fator é 85, e o segundo fator é 15 e o terceiro é a soma do primeiro e do segundo. Qual é a multiplicação desses três fatores? $85 \times 15 \times 100 =$

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Quadro 36 - Transcrição da Figura 26

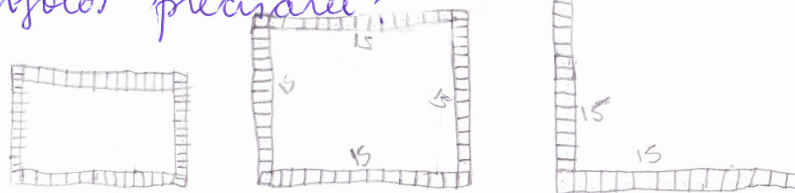
Numa multiplicação de três fatores, onde o primeiro fator é 85, o segundo fator é 15 e o terceiro é a soma do primeiro e do segundo. Qual é a multiplicação dos três fatores?

A Professora “C”, como professora dos anos finais do ensino fundamental, apresenta uma linguagem mais rebuscada quando trata de fatores. Usualmente livros didáticos apresentam o termo “fator” apenas em problemas dos Anos Finais.

Além disso, podemos perceber que o problema por ela criado é de resolução através de aritmética básica, em que a principal dificuldade se encontra na compreensão do problema, para posterior aplicação de algoritmos.

Figura 27 - Problema criado pela Professora “K” e resolução da professora “I”

① Cada parede do quarto tem 5 metros, precisamos de 15 tijolos para cada parede. Quantos tijolos utilizarei para cada parede? Quantos tijolos utilizarei no quarto todo? Se eu fizer duas paredes quantos tijolos precisarei?



- * Utilizei 15 tijolos para cada parede
- * 60 tijolos
- * 30 tijolos

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

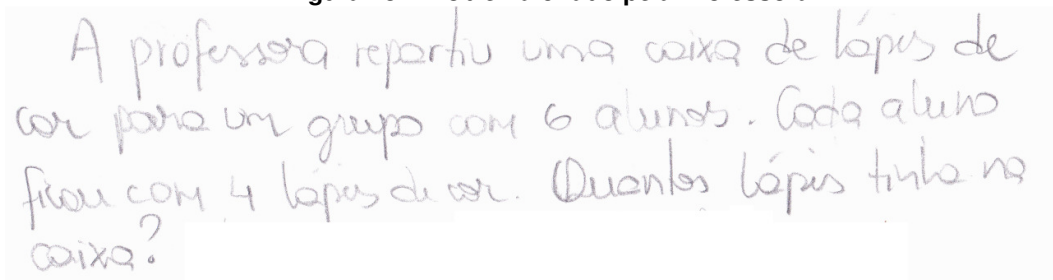
Quadro 37 - Transcrição da Figura 27

Cada parede do quarto tem 5 metros, precisamos de 15 tijolos para cada parede. Quantos tijolos utilizarei para cada parede? Quantos tijolos utilizarei no quarto todo? Se eu fizer duas paredes quantos tijolos precisarei?

A Professora “K” resolveu abordar em seu problema a ideia geométrica de multiplicação usando de organização retangular. Aparentemente é esta a proposta quando tratamos de uma medida de área definida pela parede. Entretanto analisando com detalhe, sua parede aparece no problema com apenas uma medida linear, o que não caracterizaria uma parede de tijolos, mas apenas uma fileira deles. Seria necessário que a segunda medida linear fosse definida, para que assim fosse possível determinar a medida de cada tijolo a partir da quantidade utilizada. Fica impossível responder as perguntas que seguem baseadas apenas nas informações dadas. A Professora “I”, que pegou o problema para solucionar parece não ter tido problemas com a ausência de dados. Seu desenho demonstra a vista superior das paredes construídas e o raciocínio utilizado para resolução do problema se restringe

ao campo aditivo. Além disso, a ausência da segunda dimensão também não se tornou problema no desenho apresentado, visto que os 15 tijolos supostamente usados para construir a parede foram dispostos lado a lado do esquema por ela criado.

Figura 28 - Problema criado pela Professora "A"



A professora repartiu uma caixa de lápis de cor para um grupo com 6 alunos. Cada aluno ficou com 4 lápis de cor. Quantos lápis tinha na caixa?

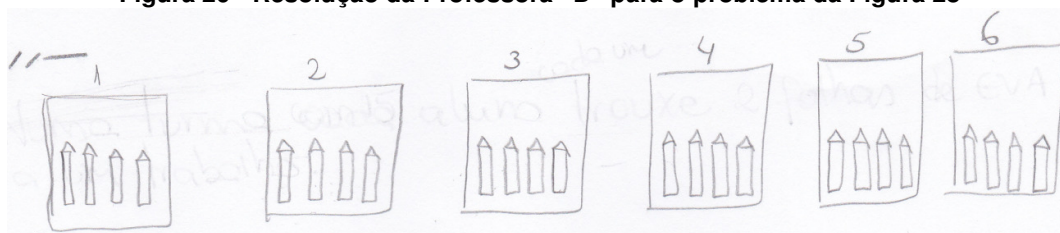
Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Quadro 38 - Transcrição da Figura 28

A professora repartiu uma caixa de lápis de cor para um grupo com 6 alunos. Cada aluno ficou com 4 lápis de cor. Quantos lápis tinha na caixa?
--

O problema apresentado pela Professora "A" traz uma relação proporcional, com dados expostos de forma não convencional. Fazemos esta afirmação ao notar que a apresentação do problema traz dificuldades interpretativas. Um problema similar, com menor entrave seria: "Uma professora repartiu uma caixa de lápis de cor entre um grupo de alunos. Cada aluno deste grupo recebeu de sua professora 4 lápis de cor. No grupo haviam 6 alunos. Quantos lápis foram distribuídos?" O próprio grupo de docentes-discentes do curso expõe que uma das grandes dificuldades na resolução de problemas dos estudantes é a interpretação. Sendo assim, nos cabe a reflexão sobre a forma que se escolhe para se redigir um problema em matemática. Por vezes observa-se que as dificuldades na resolução de um problema se restringem apenas na interpretação do mesmo e não no ente matemático envolvido. Cabe ao professor decidir qual o seu objetivo principal no momento da criação do problema.

Figura 29 - Resolução da Professora “D” para o problema da Figura 28



Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Aqui a resolução da professora “D” utiliza-se da representação de distribuição dos objetos para resolver o problema. Entretanto, não se trata de um problema de divisão, visto que a informação requisitada é justamente o resultado da multiplicação de 4 por 6, sendo nesse caso necessária a contagem dos 6 conjuntos de 4 lápis de cor. Trata-se da categoria mais simples de isomorfismo de medidas, onde é dada a quantidade de lápis que um aluno recebeu e se questiona quantos lápis foram distribuídos ao todo, sendo 6 o número de alunos contemplados na partilha. Porém a escrita “uma caixa de lápis” pode provocar confusão em muitos alunos, aparentando se tratar de um problema de divisão.

A professora “B” já apresenta uma escrita mais objetiva para um problema do mesmo tipo.

Figura 30 - Problema criado pela Professora “B”

Lucia tem 4 cartelas de pulseiras.
Cada cartela tem 3 pulseiras.
Quantas pulseiras tem Lucia?

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

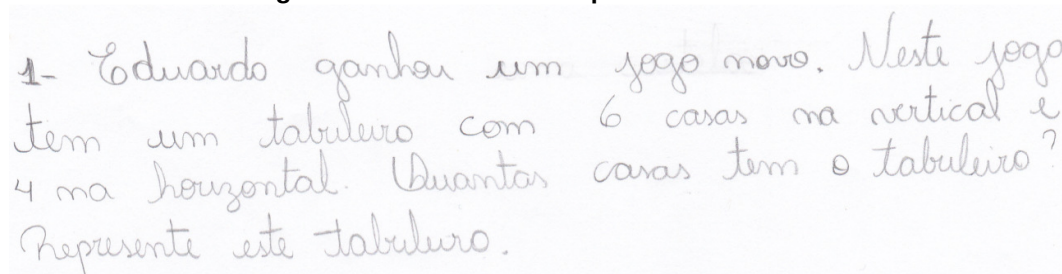
Quadro 39 – Transcrição da Figura 30

Lúcia tem 4 cartelas de pulseiras.
Cada cartela tem 3 pulseiras.
Quantas pulseiras tem Lúcia?

O problema criado pela Professora “B” é típico da classe multiplicativa de isomorfismo de medidas exposta por Vergnaud (2009), sendo o caso mais simples,

facilmente resolvido pelas crianças a partir da soma reiterada de parcelas iguais. Chama a atenção que os dados foram expostos de forma clara, minorando dificuldades para o aluno na hora de interpretar.

Figura 31 - Problema criado pela Professora “D”



1- Eduardo ganhou um jogo novo. Neste jogo tem um tabuleiro com 6 casas na vertical e 4 na horizontal. Quantas casas tem o tabuleiro? Represente este tabuleiro.

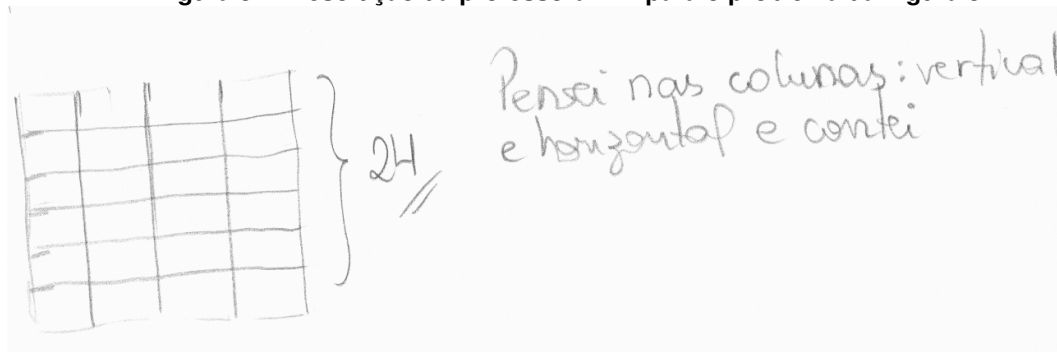
Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Quadro 40 - Transcrição da Figura 31

Eduardo ganhou um jogo novo. Neste jogo tem um tabuleiro com 6 casas na vertical e 4 na horizontal. Quantas casas tem o tabuleiro? Represente este tabuleiro.

O problema aqui apresentado pela professora “A” se refere à multiplicação a partir da organização retangular, oportunizando inclusive que o estudante construa uma representação do tabuleiro do jogo de Eduardo e a partir daí solucione o problema.

Figura 32 - Resolução da professora “A” para o problema da Figura 31



Pensei nas colunas: vertical e horizontal e contei

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

A professora “D” apresenta sua resolução a partir do desenho do tabuleiro e em nenhum momento se refere à multiplicação, nem mesmo à adição de parcelas iguais. Apenas apresenta o resultado como contagem de todas as “casas” do tabuleiro apresentado no desenho.

No problema que segue, criado pela Professora "A", apresenta-se uma divisão a partir da partição da turma de alunos em grupos.

Figura 33 - Problema criado pela Professora "F"

Na sala de aula tem 25 alunos. A professora pediu que a turma fizesse grupos de cinco alunos. Quantos grupos foram formados?

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Quadro 41 - Transcrição da Figura 33

Na sala de aula tem 25 alunos. A professora pediu que a turma fizesse grupos de cinco alunos. Quantos grupos foram formados?

Usualmente os problemas do tipo divisão são tratados no ensino fundamental inicialmente de forma a não apresentar resto. O problema apresentado pela professora "F" é uma divisão por quotas. Eventualmente as situações cotidianas se apresentam de forma similar, pois estatisticamente as situações em que o resto zero não ocorre existem em maior número.

Figura 34 - Resolução da Professora "G" para o problema da Figura 33

Eu dividi mentalmente o número 25 por 5, onde o resultado dá 5. E consequentemente 5 vezes o número 5 será 25.

GRUPO 1 + GRUPO 2 + GRUPO 3 + GRUPO 4 + GRUPO 5 = 25

EU SOU UM GENIO!

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

O problema apresentado pela professora "F" se apresenta resolvido pela Professora "G" da forma mais usual entre os alunos: fazendo uso de representação pictórica, que distribui objetos (bolinhas ou tracinhos) em campos fechados. Identificando o divisor, o professor segue distribuindo o total de objetos na quantidade de campos fechados, delimitados por uma linha, que representam esse

divisor. Segue realizando contagem dos elementos distribuídos um a um até chegar ao total. A partir da quantidade de elementos representada dentro de cada campo fechado se determina o resultado de divisão. Entretanto, quando se trata da discussão do tema com o grupo de professoras, surgem comentários desse tipo:

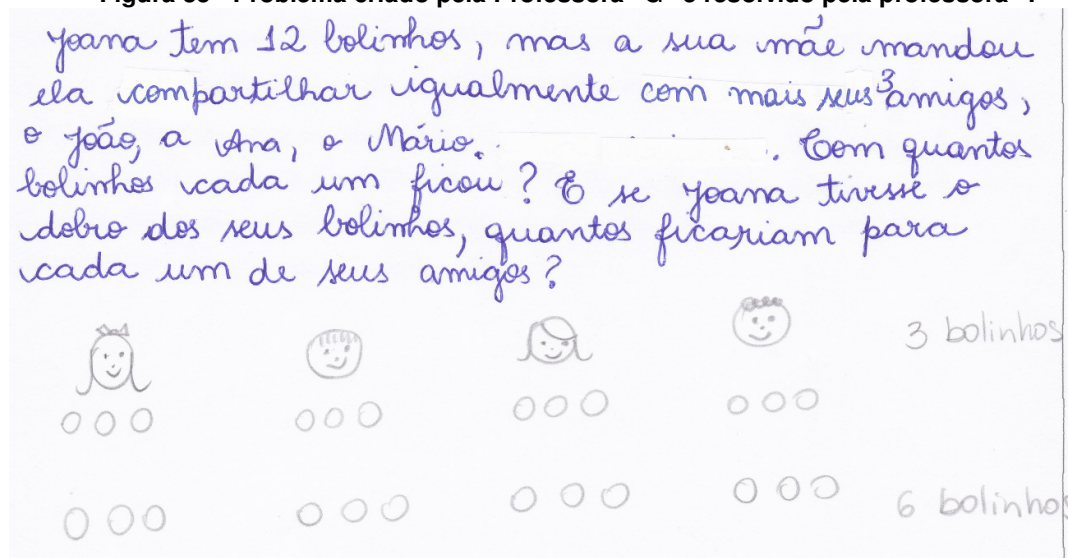
Quadro 42 - Relato da professora “H” sobre estratégias de divisão

“O problema é que os alunos não deixam de usar os tracinhos. Eles preenchem uma folha inteira de tracinhos querendo fazer divisão de 210 por 15 e aí erram no meio, na hora de contar. Eles não saem do concreto.”

O relato representa a ansiedade da professora em perceber que as estratégias de resolução dos problemas de divisão se mantêm as mesmas pelos alunos, apesar do ensino do algoritmo de divisão. Para ela, a permanência desse tipo de uso pictórico, demonstra a imaturidade cognitiva do aluno em não utilizar de um processo mais rápido, no caso, o algoritmo escolar da divisão.

Observemos um outro problema, criado pela professora “G” que trata também da divisão, cuja resolução se fez de forma parecida pela Professora “F”.

Figura 35 - Problema criado pela Professora “G” e resolvido pela professora “F”



Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Quadro 43 - Transcrição da Figura 35

Joana tem 12 bolinhos, mas a sua mãe mandou ela compartilhar igualmente com mais seus 3 amiguinhos, o João, a Ana, o Mário. Com quantos bolinhos cada um ficou? E se Joana tivesse o dobro de seus bolinhos, quantos ficariam para cada um de seus amigos?

Nota-se aqui o cuidado da professora ao utilizar a palavra “igualmente” para caracterizar a operação de divisão. É sabido que o simples ato de compartilhar algo com alguém não necessariamente se traduziria com a operação de dividir, visto que compartilhar não necessariamente exige que se o faça de forma igualitária. Ao usar a palavra igualmente, a professora restringe as possibilidades de argumentação diversas daquela em que ela tem interesse, sendo obrigatório ao estudante compartilhar de forma igual, entre os diferentes grupos a quantidade dada.

Na resolução, a preocupação da professora “F” foi distribuir os bolos, representados ali por bolinhas entre Joana e seus amigos. Observamos que repetiu a distribuição quando teve de responder a segunda pergunta, que se refere a dobrar a quantidade total, tendo ainda de dividir entre todos os amigos a nova quantidade. Em evidência o novo resultado, que é o dobro do anterior, aparece no canto inferior direito da imagem.

Após realizarmos estas observações específicas sobre alguns dos problemas apresentados pelas professoras, apresentamos aqui o conjunto de problemas criados, realizando uma análise mais geral dos mesmos.

Tabela 4 - Apresentação dos problemas criados pelas professoras

Professora	Problema	Observações
A	A professora repartiu uma caixa de lápis de cor para um grupo com 6 alunos. Cada aluno ficou com 4 lápis de cor. Quantos lápis tinham na caixa?	Problema da classe de Multiplicação Subclasse números inteiros pequenos.
B	Lucia tem 4 cartelas de pulseiras. Cada cartela tem 3 pulseiras. Quantas pulseiras tem Lúcia?	Problema da classe de Multiplicação Subclasse números inteiros pequenos.
C	Numa multiplicação de três fatores, onde o primeiro fator é 85, o segundo fator é 15 e o terceiro é a soma do primeiro e do segundo. Qual é a multiplicação dos três fatores?	Problema misto por necessitar da adição para determinação do terceiro fator presente no problema. Quanto ao Campo Multiplicativo trata-se de Problema da classe de Multiplicação Subclasse números inteiros grandes, com duas multiplicações consecutivas que determinarão o resultado.
D	Eduardo ganhou um jogo novo. Neste jogo tem um tabuleiro com 6 casas na vertical e 4 na horizontal. Quantas casas tem o tabuleiro? Represente este tabuleiro.	Problema da classe de Multiplicação Subclasse números inteiros pequenos que se utiliza de organização retangular para resolução.
F	Na sala de aula tem 25 alunos. A professora pediu que a turma fizesse grupos de cinco alunos. Quantos grupos foram formados?	Problema de Divisão, onde a busca é pela quantidade de pessoas em cada grupo.
G	Joana tem 12 bolinhos, mas a sua mãe mandou ela	Problema de Divisão, onde o que se procura é o valor unitário.

	compartilhar igualmente com mais 3 amigos seus, o João, a Ana e o Mário. Com quantos bolinhos cada um ficou? E se Joana tivesse o dobro de bolinhos, quantos ficariam para cada um deles?	
H	Josi, Denise e Keith foram ao mercado comprar bolacha que custava R\$1,50, porém a Keith resolveu levar um pedaço de bolo da índia que custou R\$6,00. Sabendo que elas pagaram valores iguais na compra, quanto cada uma pagou? Qual foi o total que gastaram? Se a conta fosse paga com uma nota de R\$20,00 sobraria troco? Quanto?	Problema Misto que envolve campo aditivo e multiplicativo, com várias perguntas. Proporciona maior número de caminhos para resolução. Trata-se de um problema de Divisão, onde o que se procura é o valor unitário gasto por cada amiga, com o diferencial de apresentar com números decimais.
I	Ana comprou uma caixa de quindim, nela tem 12 doces, quantos doces tem em 3 caixas?	Problema da classe de Multiplicação Subclasse números inteiros pequenos.
J	Pedrinho ganhou uma caixa de bombons de sua mãe. Dividiu igualmente com sua irmã, ficando com 10 bombons, Quantos bombons sua irmã ganhou? Quantos bombons havia na caixa antes de ser dividido?	Problema da classe de Multiplicação Subclasse números inteiros pequenos.
K	Cada parede do quarto tem 5 metros, precisamos de 15 tijolos para cada parede. Quantos tijolos utilizarei para cada parede? Quantos tijolos utilizarei no quarto todo? Se eu fizer duas paredes quantos tijolos precisarei?	Problema da classe de Multiplicação Subclasse números inteiros pequenos.

Realizando um olhar abrangente sobre os problemas propostos, notamos que a maioria dos problemas apresentados se refere a uma multiplicação da subclasse primeira do campo multiplicativo, aquela realizada com números pequenos. De forma propositada, se fez o pedido aos professores que criassem um problema em que vissem a possibilidade de o aluno resolver sem a necessidade de uso de algoritmo. Por este motivo, acredita-se que o maior número de problemas criados tenha sido do tipo operador multiplicativo simples, fazendo referência à crença do grupo de professores de que quanto mais complexo o problema, maior a necessidade que o aluno deveria ter de utilizar os algoritmos escolares de multiplicação e divisão. Tal pedido deixou desconfortável a professora “C”, que demorou a iniciar a atividade e ainda assim, desenvolveu um problema que se refere às parcelas da multiplicação, o que remete ao uso do algoritmo.

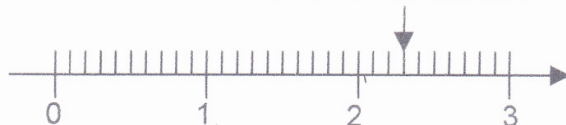
Prosseguimos nosso estudo a partir da análise de questões da Prova Brasil (2008) e de um problema proposto pelo formador.

Com o intuito de aproximar o curso da realidade de sala de aula dos sujeitos da pesquisa e de tratar também das inquietações referentes às avaliações externas, buscamos propor a resolução de questões da Prova Brasil indicadas para o quinto ano do ensino fundamental, como apresentado no planejamento da aula 2 no capítulo 4 deste texto. Vamos apresentar aqui questões que, segundo os documentos da Prova Brasil, são destinados a verificar a compreensão dos estudantes deste nível de ensino no que tange ao Campo Multiplicativo.

Estas questões são as de número 7, 18, 19 e 21. Iremos apresentar algumas soluções de professoras para algumas destas questões, analisando suas justificativas e comentários durante e após a resolução.

Figura 36 - Resolução da professor "K" para a questão 1

1) Qual é o número decimal correspondente ao ponto assinalado na reta numérica abaixo?



(A) 0,3 (B) 0,23 (C) 2,3 (D) 2,03

Justificativa:

Cada fração assinalada na reta acima entre os números naturais equivale a 0,1, assim 3 frações depois do algarismo "2" equivale 2,3.

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

A questão 1 apresenta a representação de uma reta numérica e requisita que se determine qual a quantidade é indicada pelo ponto localizado através da seta na imagem. Como referência ao descritor "Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica", temos a explicação de


resolução da professora apresentado através da parte do segmento de reta que corresponde a 0,1, fazendo a composição do inteiro 2 com as três partes de comprimento 0,1. Outra questão que trata do tema números racionais é a questão 18, associada ao descritor "Identificar diferentes representações de um mesmo número racional".

Figura 37 - Resolução da Professora "K" para a questão 18

18) A professora de 4^a série, corrigindo as avaliações da classe, viu que Pedro acertou $\frac{2}{10}$ das questões. De que outra forma a professora poderia representar essa fração?

(A) 0,02 (B) 0,10 (C) 0,2 (D) 2,10

Justificativa:



Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

A questão 18 exige do estudante a transposição da quantidade racional dois décimos em sua representação fracionária para a decimal. A Professora "K" realizou desenho que representasse a fração. Segundo ela, esta é a maneira como as professoras da escola usualmente introduzem o assunto nos Anos Iniciais, como a parte de um todo. Notemos que em seu desenho, metade da circunferência é dividida em 4 partes enquanto a outra metade é seccionada em 6 partes, o que mostra uma divisão desigual da circunferência. Tal desenho não poderia servir de representação geométrica para a fração dois décimos. Esse equívoco pode representar uma falha presente na concepção de frações como parte de um todo. Ao não haver cuidado nas representações gráficas ou geométricas para que cada parte representada tenha exatamente a mesma área, se perde o sentido da fração.

Para discutir o tema do campo multiplicativo a partir das leituras realizadas, se introduziu o seguinte problema, apresentado por Vergnaud (2009):

Quadro 44 - Problema proposto por Vergnaud (2009)

Um comerciante de camisas compra 3 dúzias de camisas por R\$360,00 a dúzia e revende-as a R\$40,00 à peça. Qual é o lucro total do comerciante?

Foi escolhido um exemplo misto (multiplicativo e aditivo) e simples de Vergnaud (2009), para concentrarmos os esforços em realizar análise dos caminhos de resolução feitos pelos membros da pesquisa. O problema apresenta correspondência entre quantidades e relações do tipo aditivo quando tratamos do lucro (preço de venda – preço de compra). Vergnaud (2009) apresenta uma representação das informações e problematiza quais são as perguntas possíveis nessa representação. O mesmo foi feito com o grupo de professoras. Deveriam, após resolver o problema, criar todas as perguntas que consideravam possíveis de serem realizadas a partir do problema. Além disso, cada professora foi convidada posteriormente a analisar os caminhos de resolução que elas mesmas realizaram para solucionar o problema. Vamos observar primeiramente a resolução de uma das professoras.

Figura 38 - Resolução do problema pela Professora "H"

Um comerciante de camisas compra 3 dúzias de camisas por R\$360,00 a dúzia e revende-as a R\$40,00 à peça. Qual é o lucro total do comerciante?

Handwritten calculations by Professor H:

- $$\begin{array}{r} 360 \overline{) 36} \\ \times 10 \end{array}$$
 (crossed out)
- $$\begin{array}{r} 36 \\ \times 3 \\ \hline 108 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 360 \\ \times 3 \\ \hline 1080 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 1080 \overline{) 36} \\ 108 \quad 30 \\ \hline 000 \end{array}$$
- $$R\$ 360,00$$
- $$\begin{array}{r} 480 \\ \times 3 \\ \hline 1440 \end{array}$$
 (circled)

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Notamos aqui algumas iniciativas de cálculo frustradas, assinaladas com uma cruz. Analisando os cálculos apresentados pela professora e suas iniciativas, tentamos observar quais foram as hipóteses por ela criadas na resolução do problema. Observamos que a professora primeiramente realizou a divisão do gasto

total do comerciante pelo número de camisas adquirido. Esta divisão encontra-se mais à esquerda da página.

Buscar a compreensão dos caminhos que um aluno levou para resolver determinado problema, auxilia perceber onde podem estar suas dificuldades. Essa análise sobre as resoluções foi ensaiada com os professores de forma que construíssem uma tabela com os dados que tinham sobre o problema e com aqueles que tiveram que obter durante a resolução do mesmo. A tabela que segue é uma dessas organizações feitas pela professora "B".

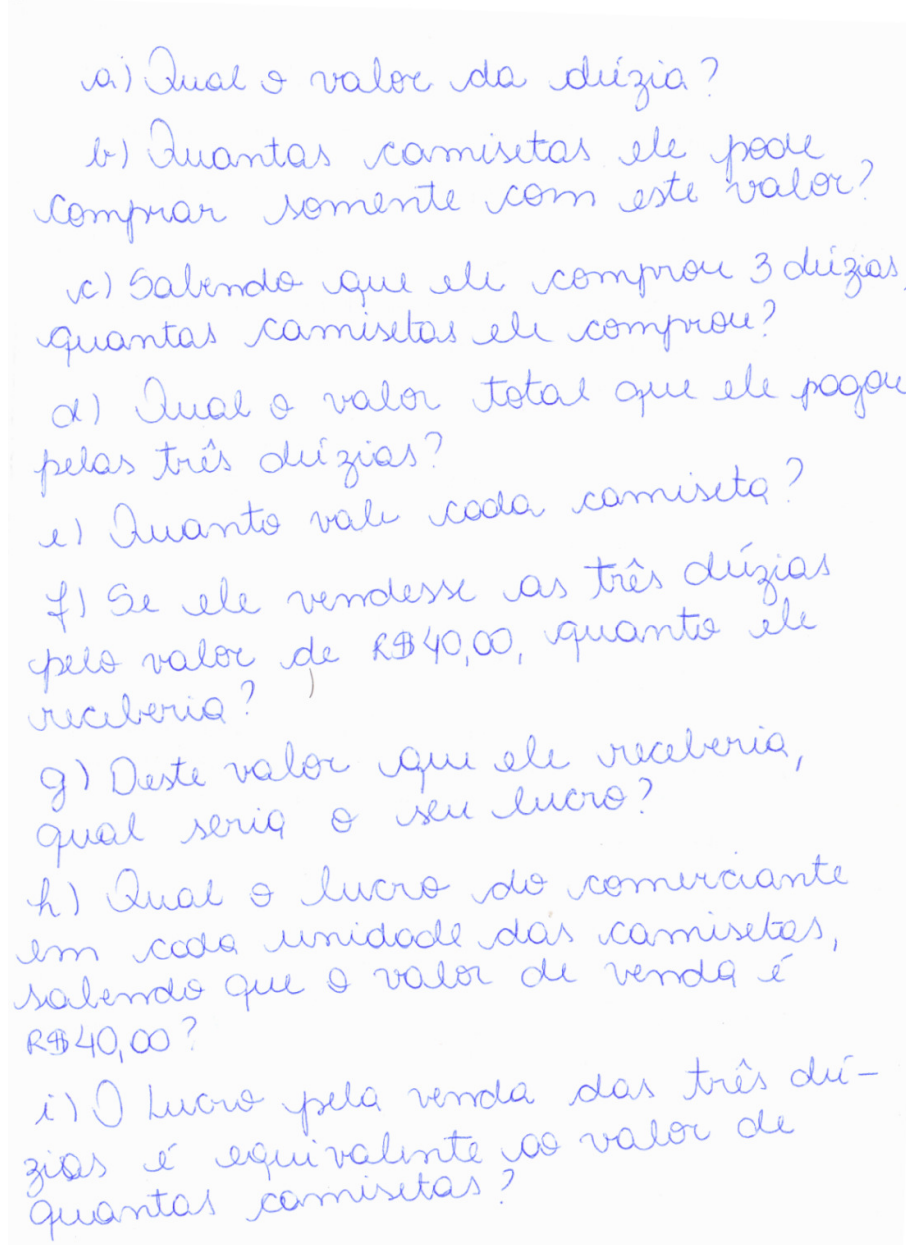
Figura 39 - Disposição de dados do problema de Vergnaud, criado pela professora "B"

dózia	\$ compra	\$ venda	quantidade	lucro
1	360,00	480,00	12	120,00
2	720,00	960,00	24	240,00
3	1080,00	1.440,00	36	360,00

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Nela podemos observar as operações realizadas e os resultados obtidos. O grupo relata que nunca havia realizado esse tipo de análise e que ele facilita muito na composição de perguntas intermediárias. Em seguida foi solicitado que cada um escrevesse as perguntas que julgavam possíveis de serem realizadas para os alunos, a partir do mesmo problema. Na Figura 40 apresentamos um dos conjuntos elaborados.

Figura 40 - Conjunto de perguntas relacionadas ao problema, criado pela Professora "H"



Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

Quadro 45 - Transcrição da Figura 40

- a) Qual o valor da dúzia?
- b) Quantas camisetas ele pode comprar somente com este valor?
- c) Sabendo que ele comprou 3 dúzias, quantas camisetas ele comprou?
- d) Qual o valor total que ele pagou pelas três dúzias?
- e) Quanto vale cada camiseta?
- f) Se ele vendesse as três dúzias pelo valor de R\$ 40,00, quanto ele receberia?
- g) Deste valor que ele receberia, qual seria o seu lucro?
- h) Qual o lucro do comerciante em cada unidade das camisetas, sabendo que o valor de venda é R\$40,00?
- i) O lucro pela venda das três dúzias é equivalente ao valor de quantas camisetas?

As perguntas propostas pela Professora “H” evidenciam os tipos de questionamentos que ela vê possíveis em função do problema proposto. Também indicam caminhos diferentes de raciocínios que podem ser tomados para a resolução do problema e a quantidade de informações a serem gerenciadas pelos alunos ante a complexidade do que for exigido. Cabe evidenciar aqui que, ao se tratar de lucro, gasto, ganho, tais termos podem se tornar um entrave pedagógico dependendo da experiência do aluno na vida em sociedade. Isso porque este aluno pode simplesmente desconhecer os termos apresentados pelo problema. Nesse caso, fica a cargo do professor esclarecer e compartilhar este saber cotidiano, facilitando a compreensão do problema. Esta situação em nada pode desmerecer, neste caso, a interpretação realizada pelo estudante acerca do problema.

Analisamos na tabela que segue os caminhos de resolução para cada uma das perguntas propostas pela professora. Observemos que na pergunta “a” a professora coloca em questão o valor da dúzia de camisetas, sendo nesse caso questionado o valor unitário dúzia, da classe divisão. Nas questões “c” e “f” se evidencia a presença da correspondência simples entre medidas, objetivamente respondidas através de multiplicação. Nos dois casos, pode-se construir um quadro destas correspondências relacionando uma e outra quantidades. Por exemplo, teríamos em “c”:

Figura 41 - Quadro de correspondência da pergunta “C”

dúzias	camisetas
1	→ 12
2	→ 24
3	→ 36
4	→ 48
5	→ 60
etc..	...

Fonte: Vergnaud (2009)

Provocar o grupo de professoras com esse tipo de representação e resolução das questões foi papel do formador, problematizando que a construção deve ser realizada com os alunos, e pode ser feita até mesmo de forma antecipada ao ensino do algoritmo de multiplicação, incentivando o raciocínio proporcional dos estudantes,

que podem neste caso se apropriar da contagem e da adição reiterada na resolução do problema.

Seguimos observando outra resolução do mesmo problema.

Figura 42 - Resolução do problema pela Professora "C"

Um comerciante de camisas compra 3 dúzias de camisas por R\$360,00 a dúzia e revende-as a R\$40,00 à peça. Qual é o lucro total do comerciante?

Handwritten calculations:

$$360 \times 30 = 1080,00$$

$$40 \times 12 = 480$$

$$480 \times 3 = 1440,00$$

$$1440,00 - 1080,00 = 360,00$$

→ (10,00 em cada peça)

360,00 lucro

Fonte: Elaboração de participante da pesquisa.

A partir da resolução apresentada, podemos buscar entender os caminhos realizados pela professora no caminho da resolução do problema. Aparentemente a professora primeiro define o preço gasto na compra das três dúzias de camisetas, realizando a operação 360×3 . Em seguida, calcula quanto será cobrado pela revenda de uma dúzia de camisetas, realizando 40×12 , e posteriormente o total das três dúzias, com 480×3 , seguido da operação de subtração entre os dois totais.

Seguimos discutindo conceitos do campo multiplicativo a partir do uso do Baralho de Frações, na próxima sessão.

5.5. BREVE DISCUSSÃO SOBRE FRAÇÕES

Com o Baralho de Frações foi possível discutir sobre a relação de parte-todo que o campo multiplicativo abrange. No que tange ao conhecimento matemático envolvido, observamos que as professoras possuem certo receio em lidar com frações e aproximam sua prática ao concreto com a partição de figuras geométricas, normalmente círculos, como podemos observar na solução da questão 18 da Prova Brasil apresentada pela professora "K" na Figura 37 deste estudo. Tal iniciativa

utilizando áreas é explicada por Piaget, Inhelder e Szeminska (1960), quando define que a construção do conceito de fração na quantificação de áreas é aquisição do estágio das operações concretas, estágio esse em que se encontram os alunos dos Anos Iniciais em sua maioria.

Figura 43 - Professoras trabalhando com Baralho das Frações



Fonte: Foto retirada pelo autor.

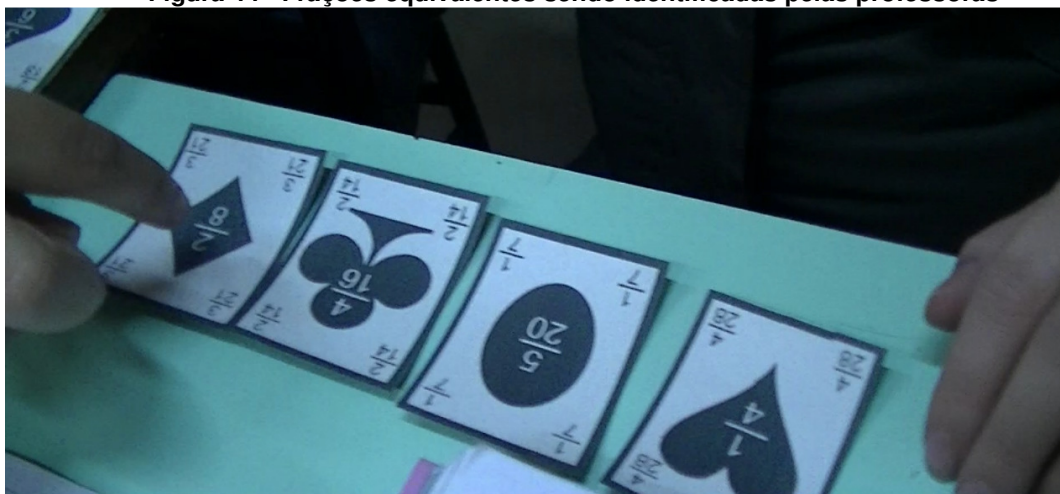
Na imagem temos as professoras explorando o baralho, organizando-o e classificando-o conforme o naipe e posteriormente imprimindo relação de ordem a partir dos denominadores. Logo descobriram que, dentro de um mesmo naipe, os denominadores se alteravam conforme a quantidade apresentada no numerador. Se a primeira fração fosse $\frac{1}{2}$ por exemplo, a segunda seria $\frac{1}{3}$, pois o numerador 1 era mantido, e também a quantidade 1 seria acrescentada ao 2, formando o 3. Desta forma, explicaram a elaboração do material e a sequência apresentada como organização, que aparece na imagem. Se a primeira fração da sequência fosse $\frac{2}{4}$, a segunda seria $\frac{2}{6}$.

Quadro 46 - Professora “G” sobre organização do baralho sobre a mesa

“Tá, olha. Se separar por desenho(naipes), as cartas ficam com todos os (números) de cima iguais. Essa fileira aqui é de dois em dois. Depois é de três em três e assim vai.”

Com o baralho todo aberto e exposto, foram surgindo questionamentos sobre a relação que poderia se encontrar entre as diferentes cartas. A imagem que segue apresenta uma hipótese das professoras “H” e “L”

Figura 44 - Frações equivalentes sendo identificadas pelas professoras



Fonte: Foto retirada pelo autor.

Quadro 47 - Explicação da professora “H” para as cartas que foram separadas por ela na Figura 44

Professora “H”: Olha só. Dividindo em todas elas o resultado dá quatro.

Formador: Como assim?

Professora “H”: Quatro dividido por um dá quatro. Vinte dividido por cinco dá quatro. Dezesesseis dividido por dois dá quatro. E oito dividido por dois dá quatro. E na borda a mesma coisa, todas essas frações tem resultado igual a 7. **Elas têm a mesma relação de resultados, mas porque eu não sei. São frações que tem o mesmo resultado? Acho que na verdade elas se simplificam. Elas se equivalem?**

O relato aponta para o início da problematização sobre aquilo que supostamente já está construído com pessoas que já passaram por toda a escolaridade básica. Entretanto percebe-se o quanto ainda é distante dos professores o trato com o assunto em questão. O conceito de fração equivalente não aparece aqui completamente formalizado, como observamos a partir do trecho em negrito do Quadro 47.

Foi necessário retomar o conceito de fração equivalente com o grupo de professoras para que fosse possível realizar o jogo. Essa retomada ocorreu de duas formas. A primeira delas, verbal, foi a utilização da ideia de proporcionalidade sendo mantida. Se a professora está com uma carta do baralho que se refere à fração $\frac{1}{2}$, por exemplo, uma fração equivalente a esta será aquela que mantiver esta mesma proporção: Um para dois. Então, é possível associar a esta fração a fração dois para quatro, ou três para seis e assim sucessivamente. A segunda, escrita, foi apresentada no quadro negro, e é a transformação da escrita fracionária do número racional em escrita decimal através do algoritmo de divisão e posterior comparação entre as quantidades apresentadas em sua forma decimal.

Para o grupo de professoras, tal atividade suscitou interesse pela continuidade do processo formativo, visto que ali se encerravam as atividades.

6. PERSPECTIVAS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

A experiência docente desta pesquisadora motivou a presente pesquisa. Buscando soluções para entraves pedagógicos no ensino dos Números Racionais e as dificuldades de aprendizagem dos estudantes, encontrou na Teoria dos Campos Conceituais um olhar pedagógico para as situações vivenciadas pelos alunos junto ao Campo Multiplicativo das operações.

“...qualquer filosofia da matemática (incluindo filosofias pessoais) tem muitas consequências educacionais e pedagógicas quando incorporada na crença de desenvolvimento curricular dos professores, ou sistemas de avaliação” (ERNEST, 1996, p.1 in GARCIA, 2009, tradução do autor)

Foi neste olhar para o seu fazer pedagógico que encontrou a conexão necessária para aquilo que é trabalhado nos Anos Iniciais. Sendo o Campo Multiplicativo extremamente amplo em termos de uso dos seus conceitos no fazer escolar, ficou evidente para a pesquisadora a necessidade de uma visão cada vez mais ampla do seu estudo, incluindo aí a grande relevância deste estudo nos primeiros anos da formação escolar de um estudante. O interesse pela formação de professores se deve às lembranças e experiências docentes da própria pesquisadora, enquanto Normalista⁸. Por se distanciar do fazer pedagógico cotidiano dos Anos Iniciais ao longo da sua formação em matemática, foi de interesse da pesquisadora retomar seus estudos nesta área, buscando agora um olhar mais específico que outrora.

Dentre as perguntas que rodeavam a pesquisadora, se evidencia prioritariamente um conhecer acerca de como os professores dos Anos Iniciais trabalhavam com o campo multiplicativo das operações. Dentro disto, que importância era dada ao uso de algoritmos e ao não uso deles na resolução de problemas, que experiências consideravam exitosas ou não na área, quais eram angústias, anseios e necessidades por elas observadas.

A partir da primeira experiência de pesquisadora realizada em 2012, em escola particular do município de Viamão/RS, pôde constatar que a apreensão dos algoritmos das operações aritméticas básicas nos Anos Iniciais era foco principal

⁸ Pessoa que realizou o Curso Normal, também conhecido como Magistério, curso técnico que forma professores dos anos iniciais.

dos professores daquele grupo no ato de educar em matemática. Prioritariamente definem que ali se encontram as maiores entraves, mas também o cerne da avaliação em termos de progresso ou não dos alunos nesse período escolar. Entretanto, relataram, durante esta formação, que também percebiam falhas sistemáticas no uso dos algoritmos e enormes dificuldades na compreensão e resolução de problemas pelos alunos. Esta percepção instigou a pesquisadora na realização de novo estudo, que não apenas conhecesse como o trabalho é desenvolvido pelos professores dos Anos Iniciais, mas também que provocasse reflexão dos membros da pesquisa sobre o seu fazer pedagógico. Buscar a compreensão do erro do aluno a partir de um embasamento teórico poderia ser um recurso relevante na experiência didática daqueles professores.

Fez-se então este presente estudo, agora realizado em uma escola estadual do mesmo município, buscando ver quais as estratégias criadas pelos professores para solucionar os problemas por eles mesmos encontrados no campo multiplicativos das operações. Isso se fez, colocando o grupo de professores no lugar de estudantes, problematizando situações não usuais em seu cotidiano docente e propondo ideias diversas de trabalho. Observou-se prioritariamente a participação dos membros da pesquisa nas atividades propostas, suas resoluções para os problemas e os relatos que compõem esta teia de saberes docentes presentes no cotidiano escolar do grupo pesquisado.

Foi importante também para o pesquisador, problematizar o papel docente enquanto pesquisador de sua própria prática. Para isto, os professores foram desafiados não apenas a se colocarem no lugar de estudantes durante a pesquisa, mas também, em um segundo momento, buscar a compreensão de suas atuações e interpretar seus resultados, como alguém que investiga o seu próprio fazer. Uma postura de pesquisa perante o trabalho realizado possibilita um aprimoramento da prática. Articular o fazer pedagógico com as investigações científicas é uma necessidade latente nos processos de ensino aprendizagem dos docentes no mundo atual, visto que cada realidade de sala de aula possui uma demanda e cada professor encontra seus próprios entraves a solucionar.

“A pesquisa do professor busca o conhecimento da realidade, para transformá-la, visando à melhoria das práticas pedagógicas e à autonomia do professor. Em relação ao rigor, o professor pesquisa sua própria prática e encontra-se, portanto, envolvido, diferentemente do pesquisador teórico. Em relação aos objetivos, a pesquisa do

professor tem caráter instrumental e utilitário, enquanto a pesquisa acadêmica em educação em geral está conectada com objetivos sociais e políticos mais amplos.” (GARCIA, 2009)

É nesta especificidade que se encontra o valor real da pesquisa docente, pois é instrumento direto de melhoria da qualidade de ensino ofertada por ele. Além disso, os resultados são evidenciados pelo próprio pesquisador ao longo da sua caminhada.

É necessário lembrar aqui, que a educação no Brasil atualmente pouco possibilita que o profissional professor se dedique em pesquisas, visto que essas demandam tempo e energia que este emprega em jornadas de trabalho extremamente longas e desgastantes para um sustento digno de sua família. Entretanto, muitos são os profissionais dedicados e interessados em qualificação profissional, que apesar do contexto apresentado se dispõem a buscar qualificar sua prática a partir de propostas como esta apresentada.

A iniciativa do presente trabalho se apresenta então como uma possibilidade de apropriação de conceitos, a partir de processo de formação continuada ao qual o professor que apenas leciona cotidianamente não tem acesso. Entretanto, ficou constatado que o grupo de professores sujeitos da pesquisa possui anseios e preocupações quanto à qualidade do serviço prestado a sociedade, tendo interesse em conhecer mais meios para possibilitar uma aprendizagem significativa para seus estudantes. Porém, nem sempre é acessível ao professor imbuído nesse fazer pedagógico cotidiano de grandes jornadas de trabalho, discussões pedagógicas enriquecedoras à sua formação dentro dos espaços escolares.

O grupo de professoras se mostrou interessado em descobrir mais acerca das avaliações sistêmicas e responder as questões propostas pela Prova Brasil. Tal interesse foi demonstrado em função da necessidade de propiciar aos seus estudantes aquilo que percebem necessário para a solução da prova com êxito. Apesar disto, por momentos o grupo também demonstrou estranheza para muitas das questões apresentadas, pelo tipo de exigência feita e a distância dessa exigência com o tipo de trabalho desenvolvido por ele em sala de aula. É necessário que o professor se aproprie não apenas do modelo de questões que compõe as avaliações externas, mas da teoria que as constrói. Desta forma, conhecedor da teoria e imbuído da prática cotidiana é possível reconstruir o fazer pedagógico em torno não simplesmente da busca de melhores resultados nas avaliações externas,

mas da busca constante de aprendizagem ampla para os estudantes, com diversidade e ampliação da sua rede de saberes.

Percebemos que o grupo de professores pesquisado tem interesse e motivação para estudos na área da Educação Matemática. Vê necessidade na ampliação das estratégias e das possibilidades de intervenção junto aos estudantes, por identificar relevância para a aprendizagem dos mesmos. Demonstra-se tais afirmações a partir da contribuição da Professora “K” ao findar do curso.

Quadro 48 - Relato da Professora “K” avaliando o curso

“Tudo que desacomoda a gente eu acho que é importante. Eu gosto de formação porque desacomoda. No momento que desacomodou, quer dizer que ‘aquilo que ‘tu’ acreditava não estava tão certo e tão bom e ‘tu’ passa a busca e acaba utilizando. É muito bom!”

Cabe frisar que o Curso não foi realizado exclusivamente para suprir a demanda de estudos do pesquisador, mas prioritariamente para construir possibilidades de práticas docentes a um grupo interessado em formação continuada em educação matemática. Nesse caso, muitas são as necessidades apontadas pelo grupo em termos de formação e várias foram as participações, questionamentos e perguntas que se referem ao grande arcabouço de saberes da Educação Matemática nos Anos Iniciais, não se restringindo apenas as discussões do Campo Multiplicativo. Verificamos que a carga horária do Curso oportunizada foi insuficiente para suprir as necessidades do grupo, que requisitou maior carga horária e continuidade nessa parceria de formação e discussão. Apesar desta característica da pesquisa-ação apresentada, retomamos agora a questão norteadora da pesquisa, evidenciando os resultados obtidos com esta.

Verificamos, a partir dos relatos e atividades realizadas, que o grupo prioriza o ensino de multiplicação a partir da memorização da tabuada, sendo esta sua principal ferramenta para o desenvolvimento da multiplicação e da divisão. Mesmo que em vários momentos o grupo relate a necessidade de outras estratégias de resolução e da importância dos problemas no ensino de matemática, poucas foram as falas apresentadas que evidenciassem um trabalho voltado para esta necessidade constatada. Ao contrário, muitas foram as dificuldades apresentados pelo grupo ao se trabalhar com problemas em matemática, o que sugere certa resistência do professor ao trabalhar com o tema, visto que este se apresenta como moroso e árduo para a maioria dos sujeitos da pesquisa.

Percebe-se uma certa dificuldade do professor em provocar no aluno o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas que ele não possui. Por isto, é colocando o professor no lugar de aluno, desafiado e questionado, que podemos provocar ressignificação daquilo que por ele ainda não está bem construído.

Também se verificou, através das resoluções do campo multiplicativo apresentadas e dos problemas criados pelas professoras, que muitas vezes elas se prendem à definição de multiplicação como a soma de parcelas iguais, restringindo seu raciocínio às ideias aditivas.

A partir do relato exposto pela Professora “J” no Quadro 33 durante as discussões sobre os textos da Revista Nova Escola, verificamos que nem sempre é óbvio para as professoras que é possível resolver com os alunos problemas sem que eles obrigatoriamente já dominem todos os algoritmos escolares das operações aritméticas básicas. Em nenhum momento aqui queremos negar sua relevância para o ensino de matemática. Entretanto, muitas vezes o trabalho com problemas é protelado no currículo escolar, em função da crença que os professores possuem acerca da necessidade do conhecimento total dos algoritmos de forma antecipada ao trabalho com problemas, deixando este aparecer apenas então nos quartos e quintos anos do ensino fundamental ou restringindo o uso de problemas apenas às operações cujos algoritmos os alunos já dominam. Essa exigência de ordem no trabalho com as operações também é verificada no Quadro 34. Tratamos nesta oportunidade de formação de repensar essa prática, provocando uma reflexão sobre o que já é realizado na escola pelo grupo de professoras.

Conseguimos definir então, a partir das análises e resultados aqui apresentados, três ações didáticas específicas que definem e centralizam o trabalho com o campo multiplicativo na escola pesquisada:

- *Compreensão do conceito de multiplicação a partir da soma reiterada de parcelas;*
- *Memorização da tabuada;*
- *Compreensão do conceito de divisão a partir da distribuição igualitária de elementos em conjuntos ou quotização.*

Não podemos afirmar aqui que não há outras ações didáticas diferentes destas apresentadas, em iniciativas individuais das professoras em suas salas de aula. Entretanto, em função das afirmações apresentadas ao decorrer do espaço de

formação, evidenciamos que nestas ações se concentra maior energia das professoras no que tange ao ensino de matemática nos Anos Iniciais da referida escola.

Há no grupo um grande interesse por momentos de formação. Tal afirmação é constatada desde o momento da proposta do curso, onde todas as professoras dos Anos Iniciais da escola e até mesmo uma professora dos anos finais se dispuseram a participar da proposta, sendo que a maioria dos encontros ocorreu fora do seu horário de trabalho. Sendo assim, além do interesse apresentado pelo tema, o grupo interagiu com o tema deste estudo com desprendimento, muitas vezes posicionando-se enquanto constante aprendiz em um processo dialético de troca de experiências. Esta característica proporcionou um amplo aproveitamento dos momentos de discussão, com vários questionamentos ricos para o grupo.

Concordamos que,

(...) a matemática precisa ser vista como situações de resolução de problemas, e os alunos apontam direções, formulam questões, tomam decisões; o professor tem papel central não como transmissor de conhecimento, mas como um ator sempre atento ao processo, problematizando as situações, fazendo intervenções adequadas, possibilitando que os alunos avancem na produção do conhecimento matemático. (NACARATO, 2013, p. 22)

Buscando servir de exemplo de proposta dialógica e problematizadora nas aulas de matemática, o curso de formação verificou que é nesse cotidiano escolar repetido que o professor vai descobrindo os caminhos do seu melhor ensinar, no diálogo com seu par, na pergunta seu aluno, na busca por materiais que sejam adequados para seus objetivos. São os conceitos construídos pelo professor e as relações que ele possuem que vão nortear a sua prática.

É nossa meta continuar a pesquisa apresentada, oferecendo espaços de discussão e formação para professores dos Anos Iniciais, onde estes possam refletir sobre a sua prática, apropriando-se de embasamento teórico que facilite o seu cotidiano escolar. Não é nossa pretensão esgotar quaisquer dos temas aqui apresentados, mas sim propor mais e mais discussões que possibilitem a reflexão das práticas pedagógicas dos professores sem qualquer tom inquisitório, sem culpas ou culpados. Seguimos na lógica de Paulo Freire, que afirma que: “É pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática.” (FREIRE, 1996, p. 39).

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMÂNCIO, V. **Conhecimento Profissional Docente Sobre o Campo Conceitual Aditivo**: uma investigação em um processo formativo. UNIBAN, 2012.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Prova Brasil**: Exemplos de Questões do 5º Ano do Ensino Fundamental. Brasília: INEP, 2008. Disponível em <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/menu_do_gestor/exemplos_questoes/M04_Saeb_Site_FP.pdf>. Acesso em: 12/03/2012

CANÔAS, S. S. **O Campo Conceitual Multiplicativo na Perspectiva do Professor das Séries Iniciais** (1ª a 4ª série). USP, 1997.

COSTA, C. Operações irmãs. In: **Revista Nova Escola**. Encarte Especial – Matemática 3. Editora Abril. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/especial/campo-aditivo/teoria.pdf>> Acesso em: 13/04/2013

DIVISÃO (2ª série). Revista Nova Escola. Editora Abril. Produção: Fundação Victor Chivita. Educativo, 5'30". Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=0WQN4aeprl8>> . Acesso em maio de 2013.

DIVISÃO 1 (3ª série). Revista Nova Escola. Editora Abril. Produção: Fundação Victor Chivita. Educativo, 5'11". Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=wMX7n4P0Qkk>> . Acesso em maio de 2013.

DELVAL, J. **Introdução à prática do Método Clínico**: descobrindo o pensamento das crianças. Porto Alegre: Artmed, 2002.

FERREIRA, M. dos S. **Marcas da Divisão** - Uma análise sobre a aprendizagem da operação de divisão no 4º ano do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2012

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia, saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996

GARCIA, V. C. G. Fundamentação teórica para as perguntas primárias: O que é Matemática? Porque Ensinar? Como se ensina e como se aprende? In: **Revista Educação**. Vol. 32. N. 2. Porto Alegre, 2009.

GURGEL, T. De vezes e de dividir. In: **Revista Nova Escola**. Encarte Especial – Matemática 4. Editora Abril. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/especial/campo-multiplicativo/teoria.pdf>> Acesso em: 13/04/2013

MORAIS, A. D. **Fórmula (-1)**: Desenvolvendo Objetos Digitais de Aprendizagem para as operações com números positivos e negativos. Dissertação de Mestrado do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2012

NACARATO, A. M. **A matemática nos Anos Iniciais do ensino fundamental – Tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**. Publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo. v. 9. n. 9. p. 1-6, 2004-2005.

NACARATO, A. M. **O professor que ensina matemática**: desafios e possibilidades no atual contexto. Revista Espaço Pedagógico. Publicação da Universidade de Passo Fundo. v. 20. n. 1, 2013.

PIAGET, J. **O nascimento da inteligência da criança**. São Paulo, Editora Crítica. 1986.

PIAGET, Jean. **Epistemologia genética**. São Paulo: Martins Fontes, 1990

PONTE, J. P. **Matemática: Uma disciplina condenada ao insucesso?** Universidade de Lisboa, 1994.

REIS, F. **Jogos – O prazer de aprender matemática**. Rio de Janeiro. Editora do Brasil. 1997.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**. Tradução de: MORO, M. L. F. Curitiba: Editora UFPR, 2009

VERGNAUD, G. **Conceitos e esquemas numa teoria operatória da representação**. Trad. Anna Franchi e Dioni Luchesi de Carvalho. Revista Psychologie Française, n.30-3/4, 1985.

VERGNAUD, G. Multiplicative conceptual field: What and why? In: Guershon, H. and Confrey, J. **The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics** Albany, N.Y.: State University of New York Press. 1994. p. 41-59.

VERGNAUD, G. **Teoria dos Campos Conceituais**. In. Nasser, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1993. p. 1-26

THIOLLENT, J. M. M. **Metodologia da pesquisa-ação**

ANEXOS

ANEXO A – PLANOS DE ESTUDOS DA ESCOLA

Escola Estadual de Ensino Médio Célia Flores Lavra Pinto
Currículo por Atividades da Disciplina de Matemática

1º ano – Anos Iniciais do Ensino Fundamental

I Trimestre

Numerais até 9 (quantidade e escrita);
Conjuntos;
Combinações Binárias;
Sequência e classificação (construção);
Figuras Geométricas Planas;
Sequência Lógica;
Semelhanças e diferenças;
Percepção Visual;
Noções de tempo, espaço e medida;
Leitura de Gráficos.

II Trimestre

Numerais até 20 (quantidade e escrita);
Conjuntos;
Adição Simples;
Linha aberta e fechada;
Interpretação oral de histórias matemáticas;
Noção de tempo, espaço e medida;
Leitura de Gráficos.

III Trimestre

Numerais até 30 (quantidade e escrita);
Unidade e dezena;
Subtração Simples;
Sistema Monetário (material concreto);
Noções de tempo, espaço e medida;

Interpretação oral e escrita de histórias matemáticas;
Leitura de Gráficos.

2º ano – Anos Iniciais do Ensino Fundamental

I Trimestre

Histórias Matemáticas Simples;
Adição Simples;
Subtração Simples;
Numerais até 30;
Serição;
Classificação;
Sequência Lógica;
Dúzia;
Leitura de Gráficos;
Noções de tempo, espaço e medida

II Trimestre

Numerais até 60;
Adição Simples com dezena;
Histórias Matemáticas;
Noção de Numerais;
Leitura de Gráficos;
Noções de tempo, espaço e medida.

III Trimestre

Numerais até 100;
Histórias matemáticas;
Adição com transporte (unidade, dezena);
Subtração Simples (unidade, dezena);
Formas geométricas planas;
Noção de hora;
Noção de centena;
Sistema Monetário (leitura).

3º ano – Anos Iniciais do Ensino Fundamental**I Trimestre**

Unidade, dezena, centena;
Numerais até 399;
Adição com dezena e centena;
Adição com transporte (dezena e centena);
Subtração com dezena e centena;
Resolução de problemas;
Hora exata e meia hora;
Numerais ordinais;
Gráficos (noção);
Histórias matemáticas.

II Trimestre

Unidade, dezena e centena;
Numerais até 699;
Adição com transporte (unidade, dezena, centena);
Subtração com retorno (unidade, dezena, centena);
Sistema Monetário (adição e subtração);
Formas geométricas planas e não planas;
Histórias Matemáticas;
Noções de tempo, espaço e medida.

III Trimestre

Unidade, dezena e centena;
Numerais até 999;
Resolução de problemas;
Adição com transporte;
Subtração com retorno;
Multiplicação até 5;
Numerais romanos até 30;
Histórias matemáticas;
Noções de tempo, espaço e medida.

4º ano – Anos Iniciais do Ensino Fundamental**I Trimestre**

Adição com transporte;

Subtração com retorno;

Multiplicação até 5;

Histórias e problemas matemáticos;

Construção da divisão;

Prova real (adição e subtração);

Sistema de numeração decima (unidade, dezena, centena, unidade de milhar);

Valor absoluto e valor relativo;

Numerais (até 4000);

Dúzia;

Leitura e construção de gráficos.

II Trimestre

Adição com transporte;

Subtração com retorno;

Multiplicação até 8;

Divisão até 8;

Termos das quatro operações;

Numerais (até 8000);

Sequência Numérica

Numerais Romanos (até 50);

Histórias e problemas matemáticos;

Noções de tempo, espaço e medida.

III Trimestre

Adição com transporte;

Subtração com retorno;

Multiplicação e divisão (até 9);

Histórias e problemas matemáticos;

Figuras geométricas não planas;

Numerais (até 9999);

Prova Real das quatro operações;
Sistema Monetário (problemas).

5º ano – Anos Iniciais do Ensino Fundamental

I Trimestre

Sistema de numeração decimal (até 3ª classe: milhões);
Quatro operações (nome dos termos e prova real)
Histórias e problemas matemáticos;
Valor absoluto e valor relativo;
Numerais Cardinais, ordinais e romanos

II Trimestre

Quatro operações (multiplicação e divisão com dois algarismos);
Multiplicação e divisão por 10, 100 e 1000;
Dobro, triplo, quádruplo;
Termo desconhecido;
Expressões numéricas simples;
Tratamento da Informação (Gráfico e tabelas)

III Trimestre

Histórias Matemáticas
Quatro operações;
Multiplicação e divisão com dois algarismos;
Expressões (), [], { };
Frações (noção);
Figuras geométricas não planas (arestas, vértices, faces e perímetro);
Noções de tempo, espaço e medida.

ANEXO B – PLANEJAMENTOS ELABORADOS PELAS PROFESSORAS

Nome:

Sequência Didática:
Multiplicação: Ano: 3º ano.

Conteúdo: coleta de dados e registro, elaboração e entendimento de tabela, gráfico simples, adição e multiplicação.

Objetivo: * Desenvolver habilidades relacionadas ao tratamento da informação, tais como: coletar dados, organizá-los em tabelas simples, fazer leituras e interpretação das mesmas.

- * Relacionar as operações: multiplicação e adição.
- * Desenvolver o raciocínio lógico.
- * Estimular a atenção e a observação
- * Socializar.
- * Obedecer regras.
- * Memorizar números.

Tempo estimado: 1 semana.

1ª etapa: Proponha a seguinte atividade, todos os dias contar e anotar a quantidade de alunos e registrar no caderno.
 Mostrar a multiplicação através da adição: dobro e triplo

meninos							
meninas							
Total de alunos presentes.							

Questione todos os dias:

- Tem mais meninos ou mais meninas hoje?
- O dobro de meninos? O dobro de meninas?
- Quantos meninos tem a mais que meninas?

2ª etapa:

Na sexta-feira, explique aos alunos que eles vão preencher uma tabela, e para isso deverão consultar as informações coletadas durante a semana sobre a quantidade de alunos presentes, e para esta tabela precisamos dar um nome:

Dias da semana	Alunos Presentes
2ª feira	
3ª feira	
4ª feira	
5ª feira	
6ª feira	

No nº par (quantas vezes o nº 2 está presente)
 Quantas vezes posso somar o nº 2 para chegar neste nº par.
 Quando for nº ímpar, determinar o seu triplo.

3ª etapa

Depois de consultarem e anotarem os dados na tabela, explique que agora vão preencher estes dados no gráfico, pintando a quantidade de espaços referente a quantidade de alunos presentes a cada dia, uma cor para cada dia.



Qual foi o dia que vieram mais alunos?
 Qual o dia que vieram menos alunos?
 Teve algum dia que vieram o mesmo tanto de alunos?

4ª etapa

Jogos matemáticos: dominó, memória.

Objetivo

Material

Preparação

Confecionar vinte retângulos (fazer uma linha no meio) e escrever em um dos lados números e do outro lado a tabuada do nº 2 e também a tabuada do 3.

Desenvolvimento

Distribuir as cartelas entre os participantes, um dos jogadores iniciará a brincadeira, colocando uma peça no centro e os demais deverão observar o numeral e a quantidade que se encaixa corretamente, passando a vez para o colega do lado.

Jogo da Memória

Objetivo

Material

Preparação

Elaborar fichas com os nomes dos dias da semana e os numerais de um a sete.

Organizar os participantes sentados no chão em círculo.

Avaliação:

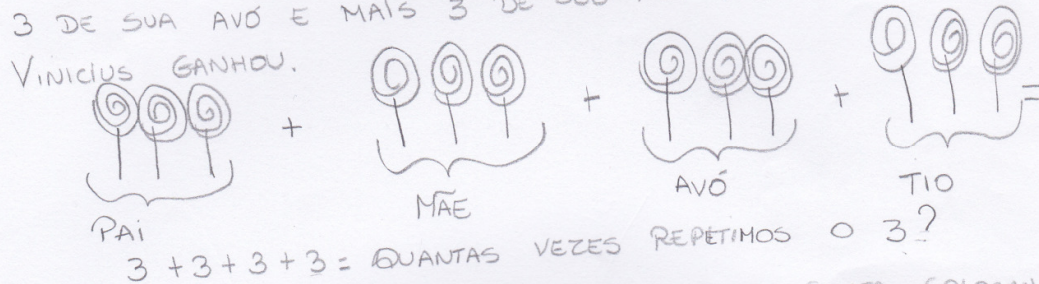
Durante a elaboração da atividade e na roda de conversa, deve-se observar o aluno conseguiu consultar, anotar e transferir dados para a tabela e depois para o gráfico e se respondeu os questionamentos. Servirá como base para elaborar novas aulas.

8 horas: MULTIPLICAÇÃO 3º ANO

- INICIAÇÃO DA MULTIPLICAÇÃO COM REPRESENTAÇÃO GRÁFICA ATRAVÉS DA ADIÇÃO EM UM DESAFIO

DESAFIO

VINICIUS GANHOU 3 PIRULITOS DE SEU PAI, 3 DE SUA MÃE, 3 DE SUA AVÓ E MAIS 3 DE SEU TIO. QUANTOS PIRULITOS VINICIUS GANHOU.



PODEMOS FAZER DE OUTRA FORMA ESSA CONTA COLLOCANDO $4 \times 3 =$

2 - FAZER UMA TABELA CONTAS DE ADIÇÃO E MULTIPLICAÇÃO

0 = 0	0	0	0
$1 \times 0 = 0$	$2 \times 0 = 0$	$3 \times 0 = 0$	$4 \times 0 = 0$
1	2	3	4
$1 \times _ = 1$	$2 \times _ = 2$	$3 \times _ = 3$	$4 \times _ = 4$
$1 + 1 = 2$	$2 + 2 = 4$	$3 + 3 = 6$	$4 + 4 = 8$
$1 \times _ = 2$	$2 \times _ = 4$	$3 \times _ = 6$	$4 \times _ = 8$
$1 + 1 + 1 = 3$	$2 + 2 + 2 = 6$	$3 + 3 + 3 = 9$	$4 + 4 + 4 = 12$
$1 \times _ = 3$	$2 \times _ = 6$	$3 \times _ = 9$	$4 \times _ = 12$
$1 + 1 + 1 + 1 = 4$	$2 + 2 + 2 + 2 = 8$	$3 + 3 + 3 + 3 = 12$	$4 + 4 + 4 + 4 = 16$
$1 \times _ = 4$	$2 \times _ = 8$	$3 \times _ = 12$	$4 \times _ = 16$

3. CONFECCIONAR UM BINGO COM A TABUADA DO 1 AO 3.

$2 \times 3 = 6$	$2 \times 2 = 4$	$3 \times 3 = 9$
$1 \times 1 = 1$	$3 \times 1 = 3$	$3 \times 6 = 18$

$$2 + 2 + 2 = 6$$

$$2 + 2 = 4$$

$$3 + 3 + 3 = 9$$

$$1 = 1$$

$$3 = 3$$

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$$

ANEXO C – AUTORIZAÇÃO DA REVISTA NOVA ESCOLA PARA PUBLICAÇÃO DE TEXTOS.

Srs. Editores da Revista Nova Escola

Venho através deste, solicitar autorização para publicação dos textos da Revista Nova Escola citados logo abaixo em minha dissertação de mestrado intitulada “Campo Multiplicativo das Operações – Alternativas para o trabalho docente”, vinculada ao Programa de Pós graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. A iniciativa teve por objetivo investigar quais as estratégias adotadas pelos professores dos anos iniciais de uma escola estadual de Viamão/RS no ensino do campo multiplicativo. Os textos foram usados como aporte teórico para introdução da Teoria dos Campos Conceituais juntos aos docentes-discentes do curso.

Somar e subtrair – Operações Irmãs

<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/somar-subtrair-operacoes-irmas-500497.shtml>

De vezes e de dividir

<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/multiplicacao-divisao-428281.shtml>

Multiplicação a toda hora

<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/multiplicar-dividir-tempo-todo-500574.shtml>

Desde já, gratos pela atenção e à disposição para quaisquer esclarecimentos.

Paula Aguiar da Silva - Mestranda

Marcus Vinícius de Azevedo Basso - Orientador

Nova Escola FVC

15 de Jan

Para Eu



Paula ,

Agradecemos seu contato com a revista NOVA ESCOLA.

Os textos podem ser publicados, citando a fonte.

Um abraço,

Atendimento ao Leitor
Revista NOVA ESCOLA
Tel.: (11) 3037-4553
E-mail: novaescola@fvc.org.br

APÊNDICES

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO
TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, R.G. _____, professor (a) da turma _____, _____ ano, da Escola Estadual de Ensino Médio Professora Célia Flores Lavra Pinto – Viamão/RS, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada Campo Multiplicativo das Operações(CMO), desenvolvida pela pesquisadora Paula Aguiar da Silva. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Marcus Vinícius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone (51) 33086198 ou e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a minha participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Analisar e discutir os procedimentos adotados habitualmente na escola para construção dos conceitos referentes ao CMO
- Determinar os processos de construção dos conceitos pertencentes ao CMO
- Identificar os diferentes tipos de problemas pertencentes ao CMO
- Construir materiais que auxiliem os alunos na construção dos conceitos referentes ao CMO

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas por mim será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A minha colaboração se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra/curso, em que serei observado(a) e minha produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a minha participação, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A minha colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço Instituto de Matemática - Av. Bento Gonçalves, 9500 – Porto Alegre/ e-mail paulaasmini@yahoo.com.br.

Fui ainda informado(a) de que posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Viamão, _____ de _____ de _____.

Assinatura do Participante:

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa:

APÊNDICE B – ATIVIDADES REALIZADAS NO CURSO DE FORMAÇÃO

Nessa seção estão apresentadas todas as atividades elaboradas para aplicação no Curso de Formação de Professoras sobre o Campo Multiplicativo das Operações. Neste material didático incluem-se atividades que foram elaboradas no intuito de discutir outras questões dos professores dos Anos Iniciais em sua prática docente. As atividades aqui expostas podem ser utilizadas na elaboração de uma nova proposta de formação de professores a até mesmo para utilização de professores dos Anos Iniciais que buscam materiais para trabalhar com os conceitos do campo multiplicativo e suas salas de aula. Ela podem ser utilizadas no seu formato original ou modificadas conforme o interesse e necessidade do professor/formador que as utiliza.

Ao final de cada atividade ou material didático, exponho algumas formas de como utilizar, exemplos de intervenções realizadas e sugestões de como o material pode ser ampliado e modificado.

Atividades do Primeiro Encontro de formação

Objetivos:

- Discutir sobre a imagem que a matemática tem perante os alunos e para nós professores, além das dificuldades de aprendizagem da disciplina;
- Intuir padrão e regularidade na disposição de signos gráficos que representam sistema de numeração desconhecido;
- Definir conceitos necessários para a construção de um sistema de numeração;
- Evidenciar falhas cometidas pelos alunos em operar com o sistema de numeração decimal posicional;
- Conhecer um sistema de numeração diferente do decimal posicional, encontrando singularidades e similaridades na construção dos conceitos referentes a este sistema.

Atividades e encaminhamentos

- Abertura – recepção das professoras
 - Termo de consentimento livre informado
- 1) Pesquisa inicial – Concepções prévias, relatos e expectativas – Questionário de resposta livre
 - 2) Roda de discussão: Dificuldades de aprendizagem dos alunos e enfrentamentos de sala de aula
 - 3) Sistema de numeração decimal - Pife Maia

ATIVIDADE 1

O questionário que apresentamos serve como motivador do grupo para com a pesquisa. Realizando uma reflexão sobre a sua prática pedagógica e coletando esta reflexão, se possibilita ao professor se sentir presente em um processo de formação onde sua fala será ouvida e servirá como base para o processo. Deseja-se também que o professor possa expor quais são suas experiências em sala de aula e suas expectativas com o curso, além de problematizar sua vivência enquanto estudante do ensino básico junto à disciplina. Para que a escrita se apresentasse da forma mais fiel possível ao pensamento dos professores, se pôs as perguntas todas em

conjunto e requisitou que respondessem a elas de forma livre, como melhor conviesse a cada um dos participantes.

Escolha um tópico/assunto/conteúdo/conceito da disciplina de Matemática. Para este tópico busque desenvolver uma resposta para as questões propostas.

- Pra que/por que ensino? Como justifico seu ensino? Quais são meus argumentos?
- Este é o melhor momento para aprender este assunto? O que veio antes? O que virá depois? Existe alguma ideia de continuidade? O que é extremamente necessário de ser feito anteriormente para construção deste assunto ou conceito?
- Como ensino? De onde começo? Como introduzo e o que é fundamental para o desenvolvimento?
- Quais são as dificuldades que aparecem nos alunos quando ao assunto escolhido?
- Existe algo que eu não entendo/compreendo? O que? Que memórias eu tenho da minha vida escolar de matemática?

ATIVIDADE 2

Ao criar o espaço de debate que trás as questões da atividade 1 como motivação, buscamos coletar experiências para além do que está escrito. O espaço serve para nortear o pesquisador sobre os anseios do grupo quanto ao trabalho a ser realizado e planejamento das próximas aulas. Vale realizar anotações sobre as inquietações apresentadas pelo grupo e verificar a partir das falas quais são as concepções prévias que os professores carregam sobre o tema a ser pesquisado.

ATIVIDADE 3

O Baralho Maia se apresenta como uma possibilidade de discussão sobre sistemas de numeração. Esta medida foi tomada, por se perceber a necessidade de discussão do tema junto ao grupo de professores, que toma como simples e de fácil compreensão o sistema de numeração decimal posicional que utilizamos. De fato, com o tempo de uso, acabamos por tomar que a compreensão do nosso sistema de

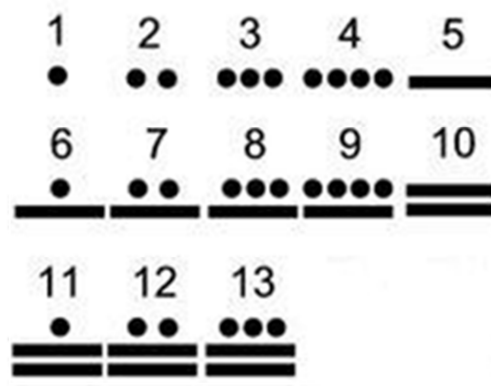
numeração é processo simplificado para o estudante, o que não é verdade. Para a construção do número e do sistema de numeração é necessário um arcabouço grande de saberes e conceitos, que precisam ser construídos pelas crianças. Colocar os professores no mesmo “pé de igualdade” com as crianças, perante um sistema de numeração totalmente novo e desconhecido é o primeiro passo para que compreendam o nível de dificuldade exigido aos estudantes quando se deseja por exemplo, que operem com o sistema de numeração decimal. Por este motivo, aconselha-se que o material não seja apresentado, mas apenas entregue para os professores para que seja explorado. É a partir desta exploração que o formador pode evidenciar junto aos professores, quais os conceitos que julgaram em ação na apropriação do novo material. Por possuir cores e formas, o baralho muito provavelmente será explorado de forma a se realizar uma classificação, como na imagem que segue, de primeiro contato dos professores com o material. Aproveite para explorar da mesma forma com o seu grupo e pedir que eles mesmos verifiquem o que foram usando. Há a possibilidade de aparecer: classificação, seriação, inclusão, ordenação, dentre outros.

Note que ao trabalhar com o Baralho Maia, nada necessariamente precisa ser dito ao grupo de professores de forma antecipada a respeito do material. A proposta deve ser que os docentes-discentes explorem o material de forma intuitiva a partir de seus próprios esquemas. A mesma medida pode ser tomada com os alunos dos Anos Iniciais, visto que o baralho possui naipes em cores e que os algarismos são formas. Usando classificação é possível separar formas iguais ou cores iguais. Dentre as cores iguais, é possível criar uma dada sequência e por aí vai. Realizando intervenções que problematizem a classificação criada pelos estudantes, busca-se associar os algarismos do sistema maia de numeração com o sistema decimal posicional que usamos.

O principal objetivo da atividade é desequilibrar os professores quanto a suposta facilidade que as crianças deveriam possuir em construir o sistema de numeração decimal posicional e retomar com estes conceitos necessários para a construção de um sistema de numeração.

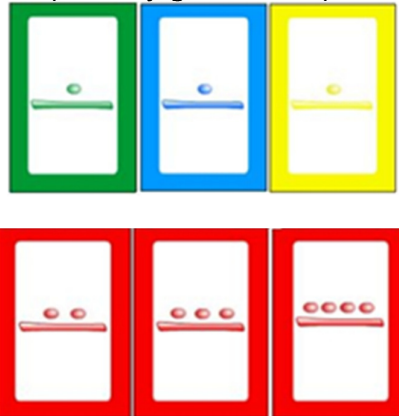
As cartas deste baralho são uma combinação de quatro cores com números representados no Sistema de Numeração Maia.

Algarismos de 1 a 13 no Sistema Maia de Numeração



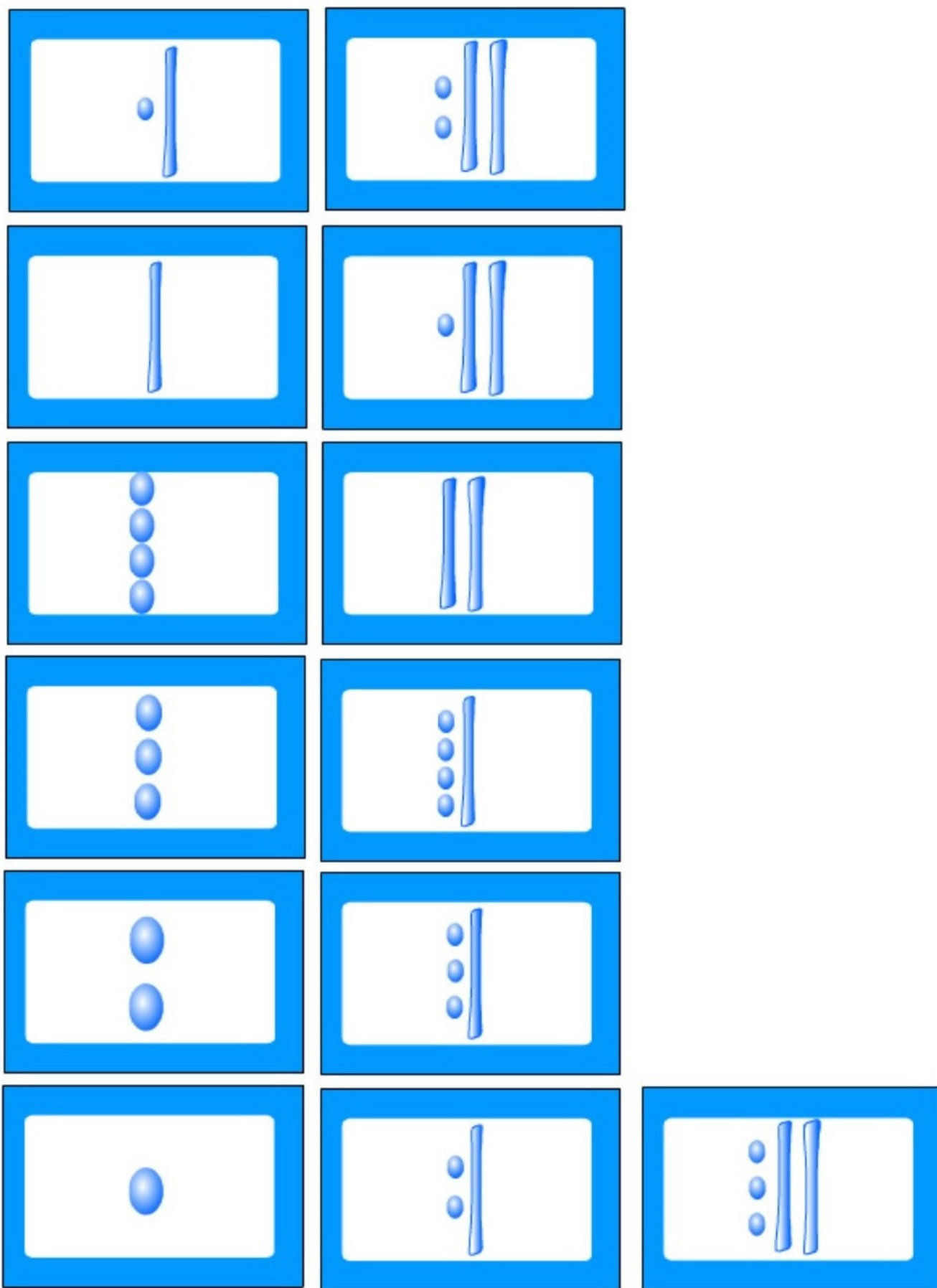
Tira-se a sorte para determinar quem distribuirá as cartas. O distribuidor embaralha e passa o maço de cartas ao jogador da esquerda para cortar. Após o corte, o distribuidor distribui as cartas. A sobra do baralho deve ser colocada ao lado do distribuidor para a “compra” de cartas. Cada jogador receberá nove cartas do distribuidor. Tanto a distribuição como o jogo obedecem ao sentido anti-horário, isto é, da direita para a esquerda. Compor combinações de três cartas, em trincas (três cartas do mesmo valor e de cores diferentes) e sequências (três cartas seguidas, da mesma cor).

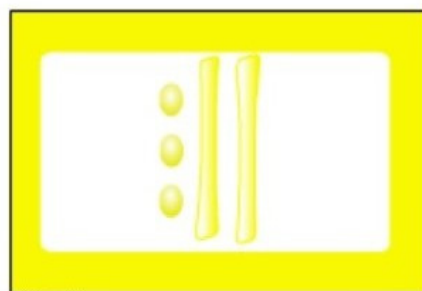
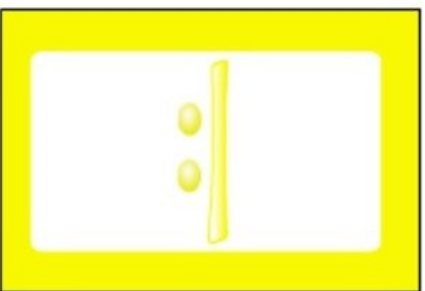
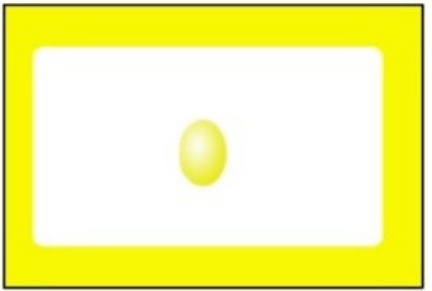
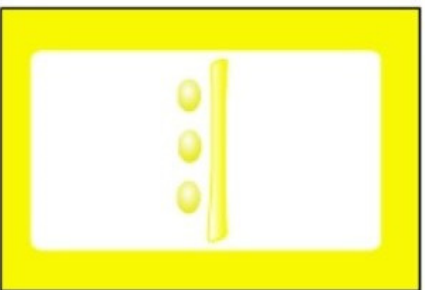
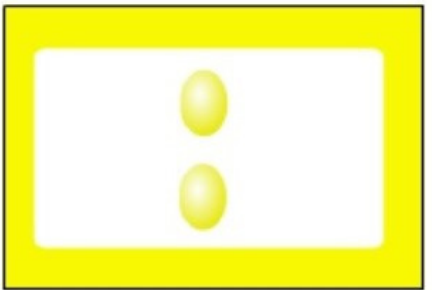
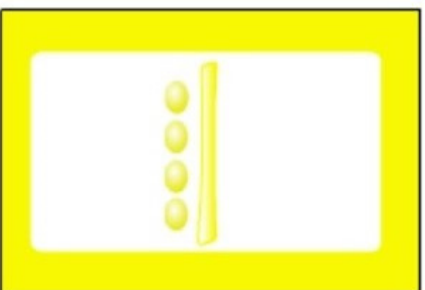
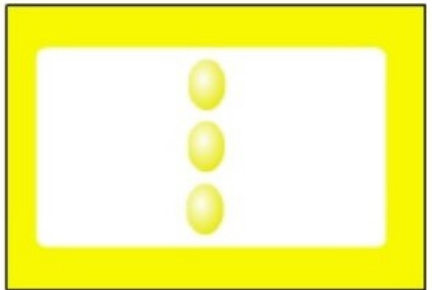
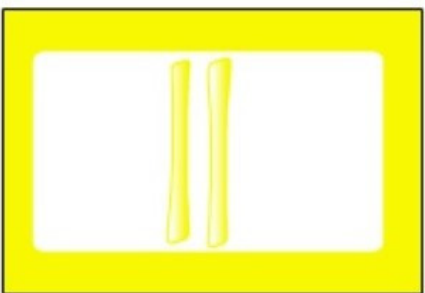
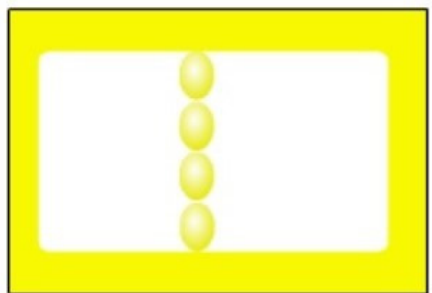
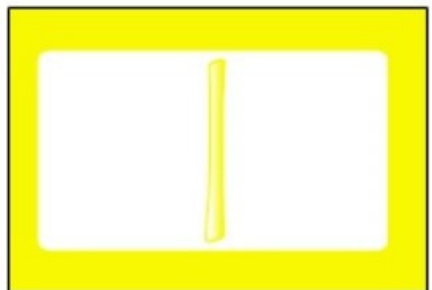
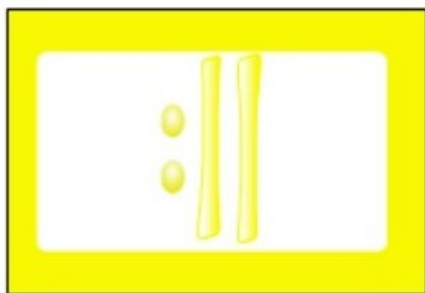
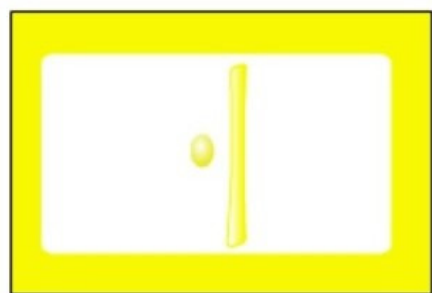
Exemplos de jogadas no Pifpaf Maia

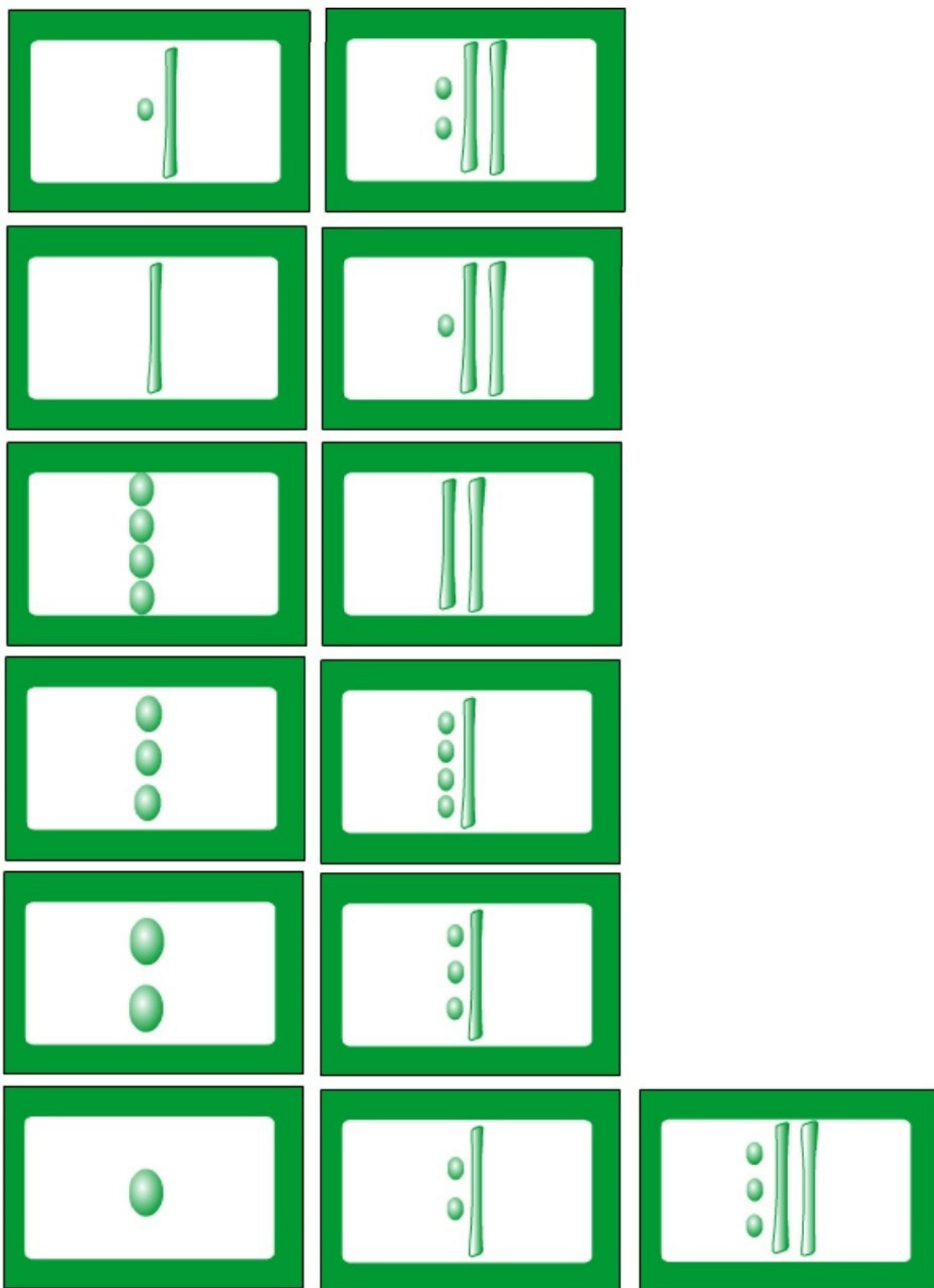


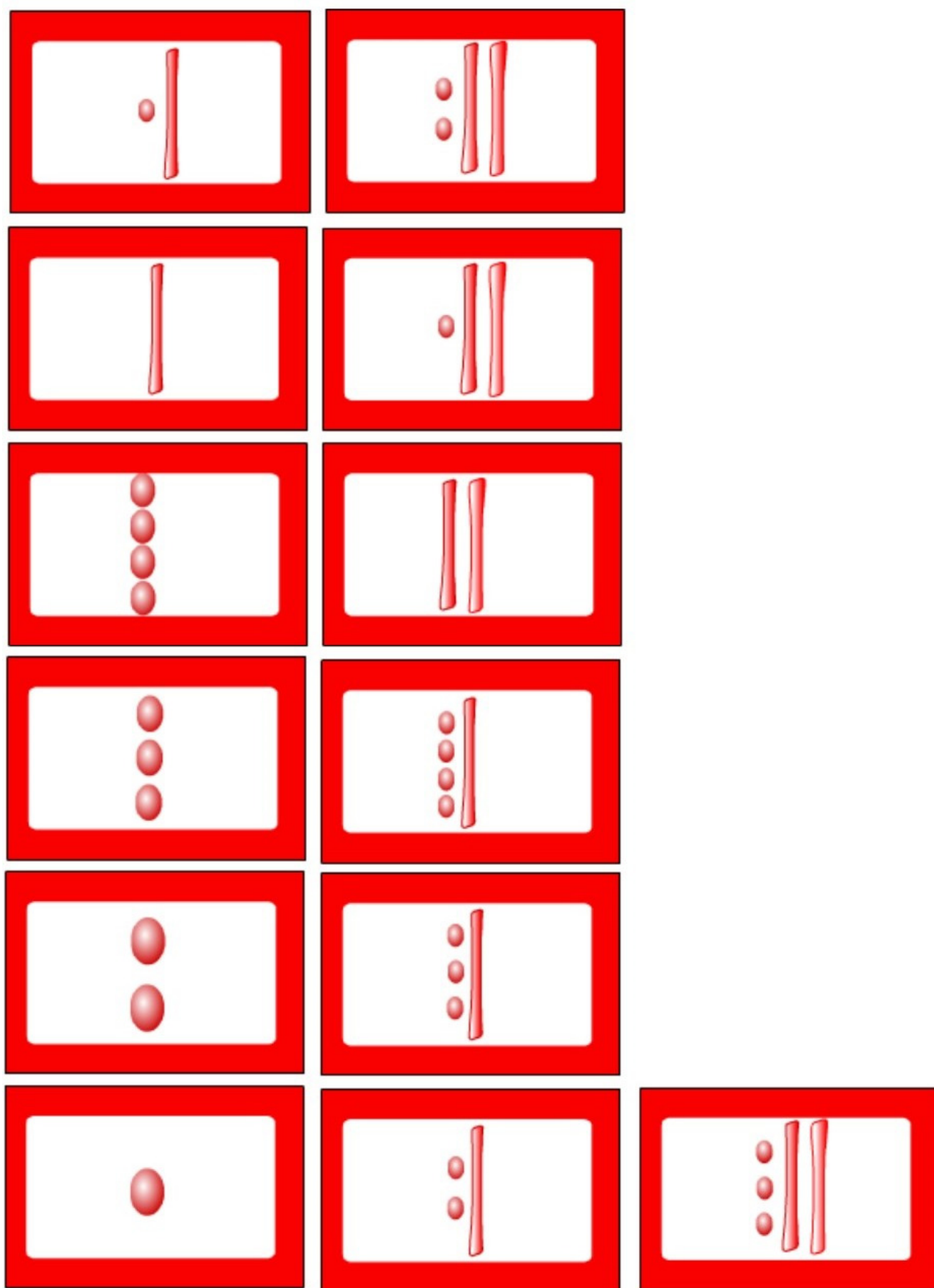
Quem inicia o jogo é o jogador a direita do distribuidor, que comprará uma carta do baralho. Este tem o privilégio de não aceita-la, caso não lhe seja útil, descarta-la e comprar novamente. O jogador seguinte só poderá comprar após o descarte do jogador anterior. Este pode comprar a carta recém descartada no bagaço ou outra do baralho. Se lhe for útil a carta comprada, terá que descartar outra carta de seu jogo; caso contrário, descartará a mesma que comprou. Quando estiver faltando apenas UMA carta para bater, o jogador pode pegar a carta descartada por alguns dos jogadores fora da sua vez e bater.

Fonte - http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/









Atividades do Segundo Encontro de formação

Objetivos

- Planejar brevemente acerca de um assunto qualquer da disciplina de matemática;
- Expor dificuldades observadas nos estudantes;
- Relatar dificuldades suas com a disciplina de matemática;

Atividades e encaminhamentos

- 4) Criação de um mapa ou infográfico ou esquema que retrate os conceitos de matemática necessários no trabalho (na concepção dos grupos de professoras) com o Ensino Fundamental Anos Iniciais. Posteriormente cada grupo vai apresentar a estrutura criada, mostrando de que forma pensa o todo do ensino de matemática no nível que trabalham. Apresentação dos mapas com estruturação de sentido, justificando escolhas dos itens.
- 5) Resolução da atividade “Descubra o algarismo” com tempo determinado de 5 minutos. Posterior discussão sobre as dificuldades e entraves encontrados e o papel
- 6) Resolução da atividade “Triângulo Mágico”. Apresentação das resoluções encontradas e discussões.

ATIVIDADE 4

O mapa conceitual se presta nesse caso para identificar quais são as prioridades de trabalho do professor em uma visão ampla do currículo dos Anos Iniciais. Cabe aqui ressaltar que muitas vezes os professores dos Anos Iniciais não são consultados sobre o currículo e acabam por seguir o que já está estabelecido como “normal” ou “natural” no seu meio pedagógico, sem problematizar uma possível mobilidade curricular. O próprio currículo apresentado pela escola em que esta proposta foi utilizada, já existia há 6 anos, com poucas mudanças realizadas.

Quando se trata de currículo escolar de matemática nos Anos Iniciais, muitas questões pairam o ar. Portanto, ao requisitar um mapa, esquema ou infográfico que sintetize o que o professor considera necessário para a formação do seu aluno, algumas conclusões acerca do seu pensamento de currículo podem ser retiradas.

Observa-se suas prioridades, em que conteúdos sua prática pedagógica é centralizada e quais são aqueles temas que mesmo periféricos, são lembrados e considerados importantes. Pedir que os professores façam relatos sobre as suas escolhas pode ajudar no esclarecimento de dúvidas e na interpretação do mapa por eles realizado.

ATIVIDADE 5

Descubra o algarismo desconhecido nas operações, sabendo que # representa, em cada operação, o mesmo algarismo.

$$\begin{array}{r}
 205 \\
 + \quad 4\# \\
 \hline
 251
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 189 \\
 + \quad \#5 \\
 \hline
 254
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 4\#1 \\
 + \quad 7\# \\
 \hline
 504
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 94\# \\
 + \quad \#\#9 \\
 \hline
 \#060
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1\#\#9 \\
 + \quad 5\#4 \\
 \hline
 1513
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 152 \\
 - \quad 3\# \\
 \hline
 113
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2\#6 \\
 - \quad 87 \\
 \hline
 119
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3\#\# \\
 - \quad 20 \\
 \hline
 33\#
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \#54 \\
 - \quad 393 \\
 \hline
 2\#1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 21\#6 \\
 - \quad 1058 \\
 \hline
 1088
 \end{array}$$

O uso de tempo limitado para realizar os exercícios serve como dificultador para algo que é considerado fácil para os professores. Apropriados dos algoritmos de adição e subtração, eles precisam refletir de forma reversa para encontrar os algoritmos de cada exercício. Propositadamente se determina um tempo reduzido, de forma que não possa refazer as operações. Além disso, se requisita que utilizem caneta, para que seja possível evidenciar posteriormente seus erros e fazer com que eles também reflitam sobre os passos tomados e os raciocínios desenvolvidos.

ATIVIDADE 6

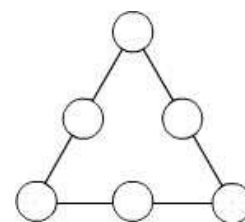
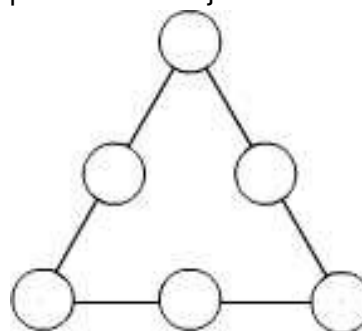
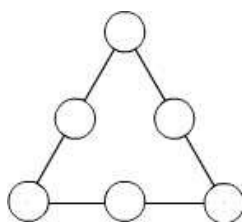
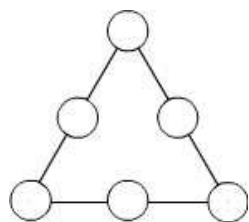
A atividade consiste em preencher o triângulo mágico com os algarismos de 1 a 6, sem repetição, de forma que todos os lados do triângulo tenham soma constante. Quatro situações são expostas: Que se some 9, 10, 11 e 12 nos lados do triângulo.

Complete com os números de 1 a 6 de modo que a soma seja 9 em todos os lados do triângulo.

É possível fazer o mesmo para que a soma seja 10 em todos os lados do triângulo?

E 11?

E 12?



A variação mais simples do Quadrado Mágico se propõe a verificar o trato dos professores no campo aditivo a partir do desafio. Para resolver o problema o professor pode usar de composição e comparação, sendo necessária a exploração da adição e da subtração de forma paralela. Além da resolução a partir de tentativa e erro, é possível problematizar paridade na soma de números inteiros, questionando o grupo quanto aos resultados da soma de dois números inteiros pares e dois números inteiros ímpares. Nesse sentido, buscamos questionar a partir dos resultados encontrados nos vértices após solucionado o problema e que relação se estabelece entre uma e outra solução. Além disso, podemos também investigar quais são todas as adições possíveis entre 3 parcelas com os algarismos de 1 a 6. Relacionando estas possibilidades separamos aquelas que possuem um mesmo algarismo em duas adições. Este será um número a ser posto no vértice.

O triângulo mágico é um problema resolvível através a álgebra usando sistemas lineares, mas que provoca estudantes dos Anos Iniciais a pensarem usando os esquemas que já construíram.

Atividades do Terceiro encontro de formação

Objetivos

- Refletir sobre provas sistêmicas, buscando atribuir cada descritor a uma questão da prova.
- Analisar um exercício no intuito de explorar suas possibilidades de exploração e intervenção em sala de aula.

Atividades e encaminhamentos

- 7) Resolução de avaliação objetiva criada a partir de questões da Prova Brasil, direcionada para quinto ano do Ensino Fundamental, buscando identificar qual é o descritor correlato a cada questão proposta. Com isso, pretende-se identificar no grupo de professores em qual área da disciplina se possui mais dificuldades de identificar o que está sendo exigido do aluno.
- 8) Descrição de problemas que envolvem o campo aditivo.
- 9) Leitura e discussão do texto “Operações Irmãs” da autora Thaís Gurgel publicada na revista Nova Escola – Encarte especial Matemática

ATIVIDADE 7

O conjunto de questões que segue é uma reorganização de questões propostas pela Prova Brasil (BRASIL, 2009) do Ministério da Educação, com o intuito de exemplificar aos professores dos Anos Iniciais o tipo de questões propostas para os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental na Prova. Foram reorganizadas com o objetivo de que os sujeitos da pesquisa se deparassem com o mesmo tipo de questões com os quais seus alunos ao final de todo o trabalho realizado por eles, devem enfrentar. Por demonstrarem no início do curso que se interessavam pelos resultados obtidos nas avaliações externas do Governo Federal como parâmetro para a qualidade de ensino por eles oferecida, foi significativa a proposta no sentido de que se criasse uma consciência crítica acerca das exigências que a prova faz em comparação com questões pontuais do trabalho que é realizado pela própria escola. Junto às questões, foi inserido campo “Justificativa”, para que o professor realizasse uma escrita que justificasse a escolha da alternativa, tentando evitar a escolha aleatória e verificar processos elaborados para a solução das questões. A adaptação

das questões com o item “Justificativa” foi elaborada pela colega de curso Viviane Hummes em uma outra iniciativa de pesquisa e aproveitada aqui para o fim antes citado.

Outra iniciativa importante com a atividade foi a tabela apresentada ao findar das questões. Nela cada professor é convidado a relacionar as questões da prova ao seu descritor. Com isso, espera-se verificar como os professores percebem a exigência conceitual das questões e seu objetivo de trabalho enquanto avaliação, proporcionando discussão sobre diversos conteúdos. Além disso, tal coleta de dados pode ser usada posteriormente para análise de outra área da educação matemática, que não o campo multiplicativo das operações, por não se restringir apenas a este tema.

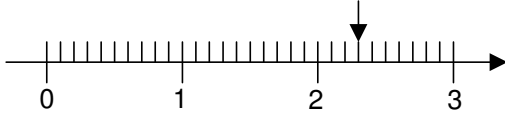
Após a resolução das questões e a associação da tabela questão x descritor, o formador pode problematizar com os professores do grupo, quais são as divergências encontradas e em que consistem. Essa discussão é rica de saberes do cotidiano dos professores, visto que cada sujeito aproxima a questão daquilo que é mais presente em sua prática. Algumas das questões trazem como “pano de fundo” mais de um descritor, o que provavelmente provará diferenças e debates sobre qual objetivo principal da questão em termos de avaliação.

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO PROFESSORA CÉLIA FLORES LAVRA PINTO
Campo Multiplicativo das Operações - Prof^ª. Paula Aguiar

NOME: _____

Marque a alternativa que você considerar correta em cada um das questões abaixo. Justifique com palavras, com cálculos ou indicando no desenho sempre que tiver a palavra “justificativa” na questão.

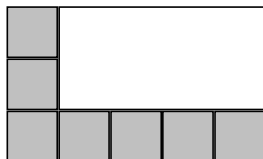
1) Qual é o número decimal correspondente ao ponto assinalado na reta numérica abaixo?



- (A) 0,3 (B) 0,23 (C) 2,3 (D) 2,03

Justificativa:

2) O piso de uma sala está sendo coberto por cerâmica quadrada. Já foram colocadas 7 cerâmicas, como mostra a figura:



Quantas cerâmicas faltam para cobrir o piso?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 15

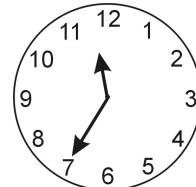
Justificativa:

3) O carro de João consome 1 litro de gasolina a cada 10 quilômetros percorridos. Para ir da sua casa ao sítio, que fica distante 63 quilômetros, quanta gasolina o carro consome?

- (A) 5,3 l (B) 6 l (C) 6,3 l (D) 7 l

Justificativa:

4) Quando Maria colocou um bolo para assar, o relógio marcava:



O bolo ficou pronto em 30 minutos. Que horário o relógio estava marcando quando o bolo ficou pronto?

- (A) 11 horas e 50 minutos
(B) 12 horas
(C) 12 horas e 5 minutos
(D) 12 horas e 10 minutos

Justificativa:

5) Uma escola recebeu a doação de 3 caixas de 1.000 livros, mais 8 caixas de 100 livros, mais 5 pacotes de 10 livros, mais 9 livros. Quantos livros ao todo esta escola recebeu?

(A) 3589 (B) 3859 (C) 30859 (D) 38590

Justificativa:

6) Qual é o MAIOR número que você pode escrever usando os algarismos 8, 9, 1, 5 e 7 sem repeti-los?

(A) 91875 (B) 98715 (C) 98751 (D) 97851

Justificativa:

7) Carlos fez esta multiplicação, mas apagou o resultado.

$$\begin{array}{r} 425 \\ \times \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

Faça você também a conta. Qual deve ser o resultado?

(A) 1265 (B) 1275 (C) 1295 (D) 1375

Justificativa:

8) Faltam 31 dias para o aniversário de João. Quantas semanas completas faltam para o aniversário dele?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

Justificativa:

9) Numa fazenda, havia 524 bois. Na feira de gado, o fazendeiro vendeu 183 de seus bois e comprou mais 266 bois. Quantos bois há agora na fazenda?

(A) 507 (B) 607 (C) 707 (D) 727

Justificativa:

10) Adriana vai fazer esta subtração: $679 - 38$. Qual será o resultado desta operação?

(A) 299 (B) 399 (C) 631 (D) 641

Justificativa:

11) Fernando tem, no seu cofrinho, cinco moedas de R\$ 0,05, oito moedas de R\$ 0,10 e três moedas de R\$ 0,25. Que quantia Fernando tem no cofrinho?

(A) R\$ 1,55 (B) R\$ 1,80
(C) R\$ 2,05 (D) R\$ 4,05

Justificativa:

12) A turma de Joana resolveu fazer uma pesquisa sobre o tipo de filme que as crianças mais gostavam. Cada criança podia votar em um só tipo de filme. A tabela abaixo mostra o resultado da pesquisa com as meninas e com os meninos:

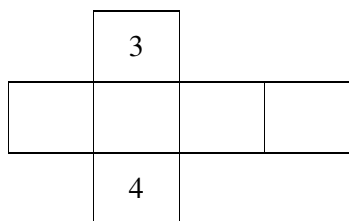
Tipo de filme	Número de votos	
	Meninas	Meninos
Aventura	8	10
Comédia	7	2
Desenho animado	5	5
Terror	2	4

Qual o tipo de filme preferido pelos MENINOS?

- (A) Aventura
 (B) Comédia
 (C) Desenho Animado
 (D) Terror

Justificativa:

13) Os alunos da 4ª série estão montando um cubo para fazer um dado para a aula de matemática. Eles utilizam o molde abaixo, onde os números 3 e 4 representam duas de suas faces paralelas.



Sabendo que no dado a soma dos números em duas faces paralelas quaisquer totaliza sempre 7, que algarismos deverão estar escritos nas faces vazias?

- (A)

1	2	5	6
---	---	---	---

 (B)

2	1	6	5
---	---	---	---

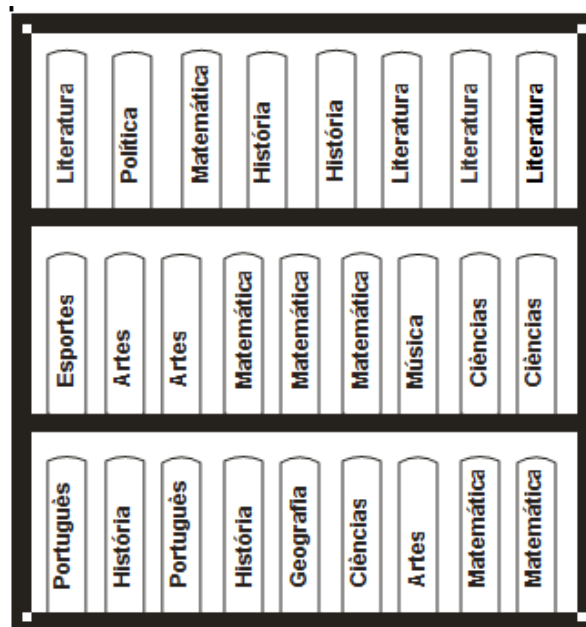
 (C)

2	5	1	6
---	---	---	---

 (D)

1	2	6	5
---	---	---	---

14) Considere no desenho abaixo, as posições dos livros numa estante:



Você está de frente para essa estante. O livro de Música é o terceiro a partir da sua

- (A) esquerda na prateleira do meio.
 (B) direita na prateleira de cima.
 (C) esquerda na prateleira de cima.
 (D) direita na prateleira do meio.

15) Em Belo Horizonte, ontem a temperatura máxima foi de 28,3 graus e, hoje, é de 26,7 graus. De quantos graus é a diferença entre as duas temperaturas?

- (A) 1,4 (B) 1,6 (C) 2,4 (D) 2,6

Justificativa:

16) Ao usar uma régua de 20 cm para medir uma mesa, Henrique observou que ela cabia 27 vezes no comprimento da mesa. Ele multiplicou esses valores e encontrou 540 cm. Quanto equivale o comprimento da mesa em metros?
(A) 0,54m (B) 5,4m (C) 54m (D) 540m

Justificativa:

17) Sara fez um bolo e o repartiu com seus quatro filhos. João comeu 3 pedaços, Pedro comeu 4, Marta comeu 5 e Jorge não comeu nenhum pedaço. Sabendo-se que o bolo foi dividido em 24 pedaços iguais, que parte do bolo foi consumida?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{24}$

Justificativa:

18) A professora de 4ª série, corrigindo as avaliações da classe, viu que Pedro acertou $\frac{2}{10}$ das questões. De que outra forma a professora poderia representar essa fração?

(A) 0,02 (B) 0,10 (C) 0,2 (D) 2,10

Justificativa:

19) Uma professora ganhou ingressos para levar 50% de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela poderá levar?
(A) 9 (B) 18 (C) 24 (D) 36

Justificativa:

20) Maria, limpando a sua bolsa, encontrou as seguintes notas e moedas:



Quantos reais ela tinha na sua bolsa?

(A) R\$ 9,00
(B) R\$ 9,90
(C) R\$ 10,10
(D) R\$ 10,15

Justificativa:

21) Numa gincana, as equipes deveriam recolher latinhas de alumínio. Uma equipe recolheu 5 sacos de 100 latinhas cada e outra equipe recolheu 3 sacos de 50 latinhas cada. Quantas latinhas foram recolhidas ao todo?

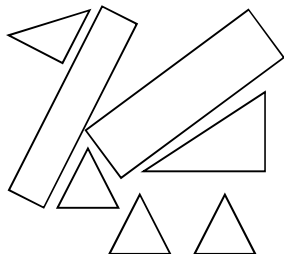
- (A) 100 (B) 150 (C) 500 (D) 650

Justificativa:

22) No número 10.060, o algarismo 6 ocupa a ordem da

- (A) Centena simples
 (B) Dezena simples
 (C) Unidade simples
 (D) Dezena de milhar

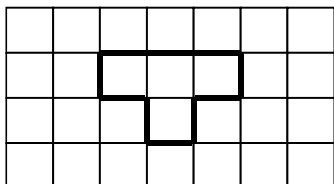
23) Sheila usou linhas retas fechadas para fazer este desenho.



Quantas figuras de quatro lados foram desenhadas? **(Indique quais são elas)**

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

24) A parte destacada na malha quadriculada abaixo representa uma figura na bandeira da escola de João. Cada lado do quadradinho mede 1 metro.

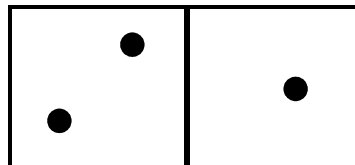


Quantos metros de fita serão necessários para contornar essa figura?

- (A) 4m (B) 6m (C) 8m (D) 10m

Justificativa:

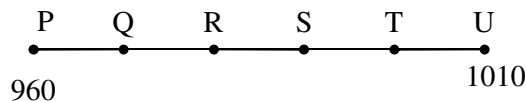
25) A face superior das peças de um jogo de dominó tem formato de um quadrilátero. Observe um exemplo:



Qual o quadrilátero que melhor caracteriza a face superior da peça de um jogo de dominó?

- (A) Trapézio
 (B) Quadrado
 (C) Retângulo
 (D) Losango

26) Na reta numérica a seguir, o ponto P representa o número 960 e o ponto U representa o número 1010.

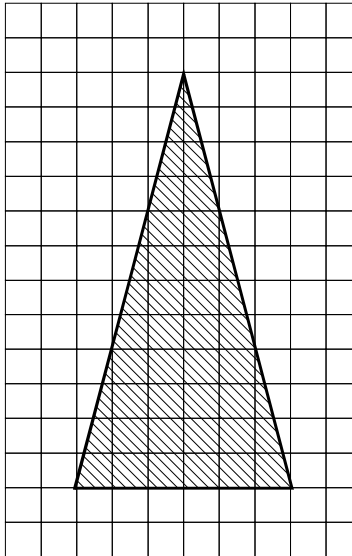


Em qual ponto está localizado o número 990, sabendo que a diferença entre o valor de um ponto e o valor de outro ponto consecutivo é de 10 unidades?

- (A) Q (B) R (C) S (D) T

Justificativa:

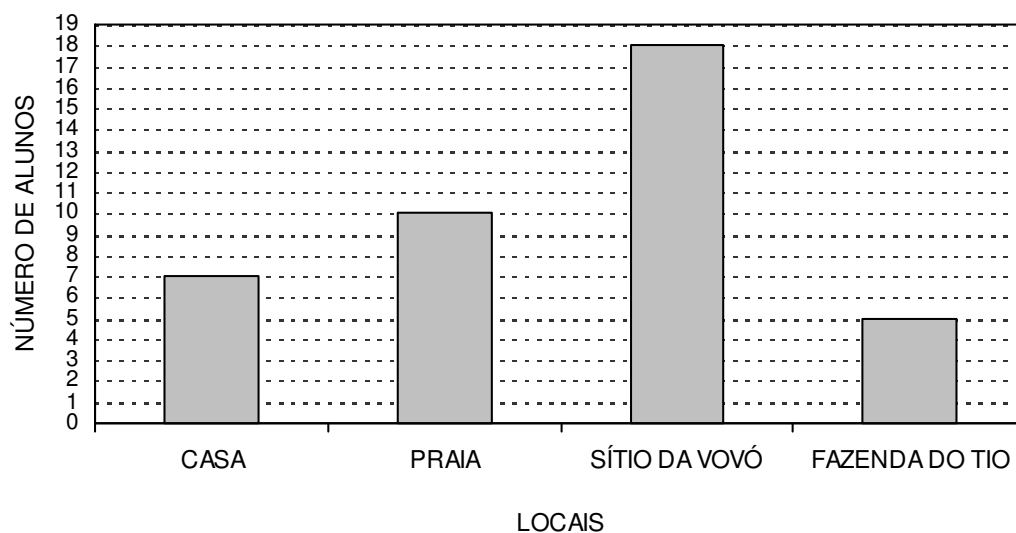
27) A figura mostra um triângulo desenhado em uma malha quadriculada. Deseja-se desenhar um triângulo com dimensão 2 vezes menor.



As dimensões do novo triângulo ficarão

- (A) multiplicadas por 2.
- (B) divididas por 2.
- (C) subtraídas em duas unidades.
- (D) divididas por 4.

28) No final do ano, os alunos de D. Célia fizeram uma pesquisa na sala, para saber onde cada um ia passar as férias. Cada aluno podia escolher um só lugar. Este gráfico mostra o resultado da pesquisa:



Qual dos locais foi o MENOS escolhido pelos alunos para passarem as férias?

- (A) Casa
- (B) Fazenda do tio
- (C) Praia
- (D) Sítio da vovó

NOME: _____

Que tal associar cada descritor à sua questão da Prova?

Descritores do Tema I. Espaço e Forma	Questão
D1 - Identificar a localização /movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.	
D2 - Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.	
D3 - Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados, pelos tipos de ângulos.	
D4 - Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares).	
D5 - Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e /ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	
Descritores do Tema II. Grandezas e Medidas	
D6 - Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não.	
D7 - Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml.	
D8 - Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.	
D9 - Estabelecer relações entre o horário de início e término e /ou o intervalo da duração de um evento ou acontecimento.	
D10 - Num problema, estabelecer trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores.	
D11 - Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.	
D12 - Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.	
Descritores do Tema III. Números e Operações /Álgebra e Funções	
D13 - Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.	
D14 - Identificar a localização de números naturais na reta numérica.	
D15 - Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.	
D16 - Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.	
D17 - Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.	
D18 - Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.	
D19 - Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).	
D20 - Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, idéia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.	
D21 - Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.	
D22 - Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.	
D23 - Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.	
D24 - Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.	
D25 - Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.	
D26 - Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).	
Descritores do Tema IV. Tratamento da Informação	
D27 - Ler informações e dados apresentados em tabelas.	
D28 - Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).	

ATIVIDADE 8

A partir das atividades do campo aditivo realizadas pelas professoras, buscou-se junto a elas sistematizar algumas noções conhecidas através das experiências vivenciadas na resolução dos problemas.

ATIVIDADE 9

Na escolha de algum texto teórico acessível e pertinente dentro da carga horária oferecida por esta proposta de formação, decidimos pelo uso dos textos da Revista Nova Escola, da Editora Abril. Tais textos são de fácil acesso quando se apresentam disponíveis online no site da Revista. Entretanto a simples realização da leitura não garante a apropriação das ideias por ele trazidas para o grupo de estudos. Essa apropriação precisa ser conquistada através da discussão de ideias, da socialização de experiências e fundamentalmente pela intervenção do formador questionador. Vamos pontuar em seguida questionamentos que foram realizados e outros que julgamos pertinentes para a execução de uma interação formador – professores em prol do melhor aproveitamento possível do momento. Cabe ressaltar aqui, que para nós foi de fundamental importância ouvir também as experiências de sucesso e fracasso expostas pelas professoras, em seus relatos sobre a prática cotidiana de ensinar.

O importante aqui é problematizar com os professores a necessidade das discussões com o grupo de alunos sobre os tipos de resolução encontradas. O quadro apresentado no texto resume um pouco do que se espera acerca da proposta da TCC. Além disso, perceber a adição e a subtração como operações que trabalham juntas, relacionadas na resolução de um problema são primordiais para ampliação do número de estratégias que o aluno pode dispor posteriormente.

Operações irmãs – Texto da Revista Nova Escola

Teoria do campo aditivo estimula o aluno a pensar na complexidade da adição da subtração e a entendê-las como operações complementares
CAROLINA COSTA - novaescola.abril@atleitor.com.br

- João tinha 14 carrinhos, ganhou 5. Com quantos ficou?
- É de mais ou de menos?
- Ué, se ele ganhou, então só pode ser de mais!
- Maria tem 7 bonecas. Quando ela mudou de casa, 3 sumiram. Com quantas bonecas ela ficou?
- Esse é de menos porque ela perdeu as bonecas...

Quantas vezes você já ouviu comentários como esse ao formular um problema matemático para a turma? Os alunos ficam aflitos para saber qual operação usar e chegar ao resultado final e você, muitas vezes, precisa domar a tentação de dar a dica. Quando as operações são assim apresentadas, há a tendência de a turma acreditar que ambas são opostas e conflitantes, quando na verdade elas podem ser consideradas “irmãs gêmeas”. “É possível resolver o mesmo problema usando uma ou outra porque há vários caminhos que levam à resolução”, diz Priscila Monteiro, formadora do programa Matemática É D+, da Fundação Victor Civita.

Um dos primeiros pesquisadores a relacionar esses cálculos como sendo as duas faces de uma mesma moeda foi o psicólogo francês Gérard Vergnaud, em 1977, ao elaborar a teoria dos campos conceituais (leia entrevista na pág.71). Preocupado com as dificuldades das crianças no aprendizado de operações elementares, o pesquisador procurou conhecer os procedimentos mais utilizados por elas. “Dentro e fora da escola, os pequenos já lidam com situações que envolvem ganhar, perder, tirar, acrescentar, juntar e comparar. Elas costumam compreender com mais facilidade quando os problemas estão relacionados a essas noções”, observa Milou Sequerra, coordenadora pedagógica de 1º e 2º anos do Colégio Santa Cruz e estudiosa do assunto. Assim, Vergnaud formulou a ideia de campos conceituais, que pode ser utilizada em qualquer área das ciências. Em Matemática, ela engloba, entre outras, as noções de campo aditivo e campo multiplicativo, tema do encarte da edição de junho de NOVA ESCOLA.

Um novo jeito de fazer contas

Ao lidar com o conceito de campo aditivo, você perceberá que as diferenças de abordagem em relação à maneira tradicional não se restringem ao enunciado: os caminhos que o aluno usa para resolver o desafio do enunciado são importantes e devem ser valorizados na discussão em grupo.

	PERSPECTIVA ANTERIOR	PERSPECTIVA DO CAMPO ADITIVO
ENUNCIADO	A incógnita está sempre no fim do enunciado ($5 + 5 = ?$; $16 - 3 = ?$)	A incógnita pode estar em qualquer parte do enunciado ($? + 5 = 10$; $16 - ? = 13$)
PALAVRA-CHAVE	Palavras como “ganhar” e “perder” dão certeza ao aluno sobre a operação a ser usada	Não se estimula o uso. As crianças precisam analisar os dados do problema para decidir a melhor estratégia a ser utilizada
COMO O ALUNO PENSA	Para chegar ao resultado, é preciso saber qual operação usar (soma ou subtração)	Com várias possibilidades de chegar ao valor final, o aluno tem mais autonomia e o pensamento fica menos engessado
RESOLUÇÃO	Está diretamente ligada à operação proposta no enunciado	Está atrelada à análise das informações e à criação de procedimentos próprios
INTERAÇÃO COM O ALUNO	Cabe ao professor validar ou não a resposta encontrada	O professor propõe discussões em grupo e o aluno tem recursos para justificar seus procedimentos
REGISTRO	Conta armada	O percurso do raciocínio é valorizado, seja ele feito com contas parciais, armadas ou não, desenho de pauzinho ou outra estratégia

Fontes: Lúcia Mesquita e Virgínia Villaça, professoras do Ensino Fundamental do Colégio Santa Cruz, em São Paulo

Pistas do problema

Vergnaud divide o campo aditivo em cinco classes. As características de cada uma delas podem ser percebidas pela forma como é elaborado o enunciado (leia exemplos no quadro da pág. 70).

São elas:

- Transformação – Alteração do estado inicial por meio de uma situação positiva ou negativa que interfere no resultado final;
- Combinação de medidas – Junção de conjuntos de quantidades preestabelecidas;
- Comparação – Confronto de duas quantidades para achar a diferença;
- Composição de transformações – Alterações sucessivas do estado inicial;

■ Estados relativos – Transformação de um estado relativo em outro estado relativo (essa categoria não é abordada nos Parâmetros Curriculares Nacionais de 1ª a 4ª série por ser de maior complexidade e, por isso, não trataremos de problemas referentes a ela).

Além de identificar essas situações para elaborar o enunciado do problema, é preciso ficar atento para oferecer ao aluno a possibilidade de realizar várias operações, positivas ou negativas. É importante variar o lugar em que a incógnita é colocada. “A alteração do X da questão possibilita raciocínios diferentes, ajudando o estudante a entender o sentido das operações e ampliando as opções de resolução”, observa Priscila Monteiro (você encontra mais no quadro abaixo).

Dá para perceber que essas novas concepções mudam totalmente a maneira de ensinar problemas de adição e subtração, certo? Se antes a conta armada era a única opção disponível, agora o aluno tem variados caminhos para chegar ao fim, assim como registrar esse percurso.

Da mesma forma como há um leque de situações matemáticas, também o aluno pode buscar variados caminhos para encontrar o resultado.

Vamos entender como isso funciona com a ajuda de um exemplo: “Numa gincana escolar, a turma B fez 48 pontos, e a A, 29. Quantos pontos a turma A precisa fazer para ficar igual à B?” Colocar um número em cima do outro e fazer a conta armada é apenas uma forma de resolver essa questão – mas não é a única.

Um aluno pode partir do 29 e ir contando de um em um até chegar ao 48, encontrando o resultado por meio do complemento. Outro jeito é começar do 48 e ir subtraindo até alcançar o 29. Há a possibilidade de escolher um número qualquer e ir ajustando as hipóteses até chegar ao 48, obtendo o valor final através de sucessivas adições. Não é difícil que os menos experientes nessas operações optem por desenhar pauzinhos, contar nos dedos ou ainda procurem os números com a ajuda de uma tabela.




“As crianças não resolvem problemas só quando já têm um modelo pronto”, lembra Célia Maria Carolino Pires, coordenadora do curso de licenciatura em Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. As estratégias encontradas, a maneira como defendem ou validam o que fizeram e a comparação com as soluções dos colegas têm tanto ou mais valor que o resultado certo. Célia ressalta a importância de o professor socializar com a classe as soluções encontradas pelos alunos. “Essa prática ajuda as crianças a perceber as diferentes

formas de encontrar a solução e permite que elas façam as escolhas dos procedimentos mais práticos e econômicos.”

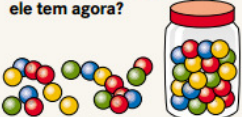
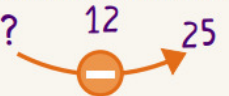

Os diferentes caminhos para a resolução de problemas

Você pode usar a teoria do campo conceitual – da qual o campo aditivo faz parte – para melhor organizar as práticas em sala de aula: nos problemas apresentados, observe se os significados envolvidos estão sendo explorados. Dessa forma, as crianças percebem que diferentes situações podem ser resolvidas pelo uso de uma mesma operação. Acompanhe a seguir alguns exemplos de problemas.


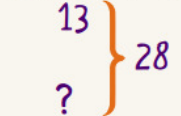
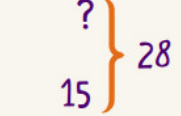
TRANSFORMAÇÃO POSITIVA DE UM ESTADO INICIAL

EXEMPLO	OBSERVAÇÃO	VARIÇÕES	
<p>Marina tinha 20 figurinhas e ganhou 15 num jogo. Quantas figurinhas ela tem agora?</p> 	<p>acrescentar</p>	<p>Marina tinha algumas figurinhas, ganhou 15 num jogo e ficou com 35. Quantas figurinhas ela tinha?</p> 	<p>Marina tinha 20 figurinhas. Ganhou algumas e ficou com 35. Quantas figurinhas ela ganhou?</p> 




TRANSFORMAÇÃO NEGATIVA DE UM ESTADO INICIAL

<p>Pedro tinha 37 bolinhas, mas perdeu 12. Quantas bolinhas ele tem agora?</p> 	<p>tirar</p>	<p>Pedro tinha várias bolinhas, perdeu 12 e agora tem 25. Quantas bolinhas ele tinha antes?</p> 	<p>Na semana passada, Pedro tinha 37 bolinhas. Hoje tem 25. O que aconteceu no decorrer da semana?</p> 
--	---------------------	---	--


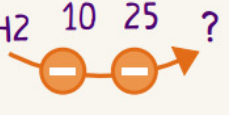
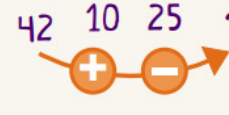
COMBINAÇÃO DE MEDIDAS

<p>Numa classe, há 15 meninos e 13 meninas. Quantas crianças há ao todo?</p> 	<p>juntar</p>	<p>Em uma classe de 28 alunos, há alguns meninos e 13 meninas. Quantos são os meninos?</p> 	<p>Em uma classe de 28 alunos, 15 são meninos. Quantas são as meninas?</p> 
--	----------------------	--	--

COMPARAÇÃO

<p>Paulo tem 13 carrinhos e Carlos tem 7 a mais que ele. Quantos carrinhos tem Carlos?</p> 	<p>comparar</p>	<p>Paulo tem 13 carrinhos, e Carlos, 20. Quantos carrinhos a mais Paulo precisa para ter o mesmo que Carlos?</p> 	<p>Carlos tem 20 carrinhos. Paulo tem 7 a menos que ele. Quantos carrinhos tem Paulo?</p> 
--	------------------------	--	---

COMPOSIÇÃO DE TRANSFORMAÇÕES

<p>No início do jogo, Flávia tinha 42 pontos. Ela ganhou 10 pontos e, em seguida, mais 25. O que aconteceu com seus pontos no fim?</p> 	<p>acrescentar/ acrescentar</p> <p>tirar/tirar</p> <p>acrescentar/ tirar</p>	<p>No início do jogo, Flávia tinha 42 pontos. Ela perdeu 10 pontos e, em seguida, perdeu mais 25. O que aconteceu com seus pontos no fim?</p> 	<p>No início do jogo, Flávia tinha 42 pontos. Ela ganhou 10 pontos e, em seguida, perdeu 25. O que aconteceu com seus pontos no fim?</p> 
--	---	---	--

Fonte: Célia Maria Carolino Pires, professora titular do Departamento de Matemática, coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática e professora do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP

Atividades do Quarto encontro de formação

Objetivos

- Criar um problema do campo multiplicativo
- Criar sequência didática introdutória da divisão ou da multiplicação no ensino fundamental séries iniciais;
- Discutir sobre o texto: De vezes e de dividir da autora Thaís Gurgel.

Atividades e encaminhamentos

- 10) Cada professor irá criar um problema referente ao campo multiplicativo, com o intuito de que seja possível resolvê-lo sem o uso de algoritmo. A partir dessa premissa, espera-se que os professores busquem se desprender do procedimento de cálculo, refletindo em outras estratégias de resolução possíveis de serem adotadas pelos alunos.
- 11) Realizando a troca dos problemas criados, aos pares, os professores deverão solucionar o problema do colega e posteriormente apresentar problema e resolução ao demais, realizando comentários que julgarem pertinentes acerca dos mesmos.
- 12) Após o grupo realizar a leitura dos textos propostos, o formador irá intervir, requisitando que verbalizem no coletivo quais são os pontos que mais chamaram a atenção, retomando os conceitos abordados, as classes de problemas apresentados por Vergnaud e aproximando a teoria do contexto habitual de sala de aula. Essa aproximação será facilitada com o uso do vídeo da Revista Nova Escola – Divisão (2ª Série) da Coleção Matemática É D+

ATIVIDADE 10

Após realizadas a leitura, o grupo de professores é desafiado a criar problemas do campo multiplicativo. Um entrave aqui pode ser criado, no sentido de provocar que pensem em problemas que não necessariamente devam ser resolvidos através do uso de algoritmo da multiplicação e/ou divisão. Considerando que os algoritmos são centralizadores da aprendizagem do Campo Multiplicativo, na visão de boa parte dos professores, a situação criada desestabiliza e provoca um pouco mais de reflexão na elaboração da atividade.

ATIVIDADE 11

Resolver o problema criado por um colega discente é medida valorosa para que avaliem um conjunto de situações que são necessárias na elaboração de problemas. Ao criar um problema o professor precisa de clareza quanto ao seu objetivo, quando a possibilidade ou não de sua resolução, quanto a qualificação da escrita e o entrave ou não criado pela linguagem e também sobre caminhos possíveis de resolução. Em princípio, solicita-se que apenas resolvam o problema do colega. Em seguida, a pessoa que resolveu ganha o espaço de verbalizar quais as dificuldades que encontrou e como resolveu o problema recebido. Posteriormente o problema retorna ao criador, que pode verificar os caminhos de resolução e as decisões tomadas para encontrar a solução do problema. Essa discussão didático-pedagógica auxilia os professores a visualizar, a partir da fala adulta e embasada de outro professor, como foi visto o seu processo criativo e quais as correções ou cuidados que pode tomar em uma nova iniciativa de criação.

Atividade 12

A leitura do texto trás a teoria do Campos Conceituais referente ao Campo Multiplicativo de forma leve e descomplicada. Cabe ao formador problematizar e colocar em pauta na roda de discussão aquilo que de mais importante aparece no texto, aproximando sempre que possível da prática dos professores. Por se tratar de resumo e bastante visual, é interessante desprender um tempo discutindo o quadro que se propõe a apresentar a classificação dos problemas de multiplicação e divisão segundo Vergnaud. Conseguir relacionar um problema dado com a classe a que ele pertence é o primeiro passo para qualificar a intervenção com o estudante. Além disso, visualizando um maior número de problemas dentro de cada classe o professor pode proporcionar ao aluno uma diversidade ampla de problemas que se utilizam das mesmas operações que ele está habituado a trabalhar. Resolver estes problemas se despreendendo do uso do algoritmo deve ser algo a ser proposto, pois desta forma o aluno desenvolve outras estratégias que não apenas o uso de algoritmos.

Uma possibilidade é requisitar que o grupo de professores aproprie-se da classificação usada por Vergnaud para separar as questões da Prova Brasil que resolveram, ou aqueles apresentados pelo livro didático utilizado na escola.

O uso do vídeo da Revista Nova Escola – Divisão (2ª Série) da Coleção Matemática É D+, auxilia como disparador de ideias e aproximação da teoria com a prática na discussão dos textos. Além disso, é importante para o grupo de professores, observar um outro professor atuando acerca daquilo que estão lendo. Serve também de incentivador da implementação da proposta.

De vezes e de Dividir - Texto da Revista Nova Escola

Por serem consideradas complicadas, a divisão e a subtração só apareciam no currículo depois que as crianças dominassem bem a adição e a subtração. Mas os alunos só têm a ganhar quando aprendem todos os conceitos desde o início da escolaridade.
THAÍS GURGEL - novaescola.abril@atleitor.com.br

A partir de quando é possível abordar a multiplicação e a divisão na escola? A resposta é de ouriçar os educadores mais conservadores: elas já podem aparecer nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Problemas envolvendo ambas as situações devem ser explorados em um trabalho continuado que percorra toda a escolaridade. Outra visão que se modificou nos últimos anos diz respeito à segregação do multiplicar e do dividir. Por que tratá-los como etapas diferentes se a ligação entre eles é tão estreita? A ideia defendida por especialistas é buscar cada vez mais evidenciar as relações existentes entre as operações, mesmo antes da sistematização de seus algoritmos.

Desenvolver a compreensão dos conceitos por trás das operações e dar condições às turmas para que joguem com as estruturas multiplicativas amplia a visão sobre a Matemática. Resultado? O aluno avança de forma autônoma na resolução dos problemas e o que parecia indecifrável começa a fazer sentido.

A possibilidade de mudança no ensino se baseia principalmente na Teoria dos Campos Conceituais, do psicólogo francês Gérard Vergnaud, que teve suas primeiras inserções no Brasil no fim dos anos 1980. O pesquisador diferencia campo aditivo (tema do encarte de Matemática de NOVA ESCOLA em maio) de campo multiplicativo, identificando as particularidades de cada uma das áreas, mas também ressaltando o que elas têm em comum: as operações não são estanques – não se pode descolar a adição da subtração, assim como não se separa a multiplicação da divisão, e não há somente um caminho para solucionar os problemas.

Com tantas negativas em seus pontos-chave, a teoria de Vergnaud se coloca em contraposição ao ensino convencional. “Trabalhar com campos conceituais é romper o contrato didático estabelecido tradicionalmente”, explica Lilian Ceile Marciano, orientadora pedagógica e formadora de professores da Escola da Vila, em

São Paulo. “Primeiro você apresenta a situação-problema. Só depois de ela ser elaborada pelos alunos é possível começar a discussão sobre as possíveis estratégias para resolvê-la.” O aluno pode não ter familiaridade com o algoritmo nem perceber que a adição repetida faz parte do caminho para a multiplicação, mas vai se apropriando da operação com as ferramentas que já possui.

Diferentes enunciados

A divisão traz, desde o início, um fator de complexidade quando comparada às operações do campo aditivo: ela trabalha com quatro termos – dividendo, divisor, quociente e resto –, em vez de apenas os três da adição e da subtração. A diversidade de tipos de problemas exige o domínio das diversas relações matemáticas para ser resolvida.

Assim, pode-se ter várias modalidades de enunciados que partam dos mesmos elementos, como no exemplo: “Dezessete balas são divididas entre 5 crianças. Quantas balas ganha cada uma se os doces forem distribuídos igualmente?” De formas variadas, os pequenos devem chegar ao resultado: 3 balas para cada uma e sobram 2. A questão pode ser alterada sem modificar os termos: e se as balas forem distribuídas uma a uma até acabarem? Nesse caso, formam-se dois grupos com quantidades diferentes, e o aluno verificará – por contagem, subtração repetida ou multiplicando números por 5 até chegar ao mais próximo de 17 (3×5), entre outras estratégias – que cada criança recebe 3 balas e 2 ficam com 1 bala a mais.

Há também como alterar o local da incógnita na operação, usando sempre os mesmos termos: 17 balas foram distribuídas igualmente entre um número de crianças, cada uma ficou com 3 e sobraram 2. Quantas crianças havia? Neste caso, a relação de inverso entre multiplicação e divisão é o destaque. Quanto mais tipos de problema as turmas conhecerem, mais elas ampliarão a compreensão das operações e aumentarão o repertório de estratégias.

Percebe-se também que relações referentes ao campo aditivo, como a composição e a decomposição de números, servem de base para progredir no campo multiplicativo, assim como a compreensão do valor posicional e real dos algoritmos.

Classificação dos problemas

Até o 5º ano do Ensino Fundamental, é importante trabalhar com três conceitos do campo multiplicativo: a proporcionalidade, a organização retangular e a combinatória (veja atividades entre as páginas 78 e 81). Com a proporcionalidade, a criança percebe a regularidade entre elementos de uma tabela – se um pacote tem 5 figurinhas, 2 pacotes têm 10, 3 pacotes têm 15 etc.– e deve também ter oportunidade de constatar a idéia da proporcionalidade inversa (fenômeno da diminuição proporcional de um dos elementos com o aumento do outro. Exemplo: uma caixa-d'água tem seu volume diminuído pela metade a cada semana. Quanto tempo levará para chegar a $\frac{1}{8}$ de sua capacidade total? Nessa lógica, quanto maior o tempo, menor é o resultado obtido).

A organização retangular – também conhecida como análise dimensional ou produto de medidas – pode ter mais questões de seu potencial de complexidade tratadas nas séries iniciais. Algumas propostas envolvem o desafio de descobrir a área de uma superfície, quantas peças cabem em um tabuleiro, o número de casas ou de uma casa específica em jogos com tabelas numéricas. “É comum a criança não entender de início que um retângulo de três fileiras e quatro linhas tenha o mesmo número de casas que um de quatro fileira se três linhas”, explica Ana Ruth Starepravo, educadora e pesquisadora da Universidade de São Paulo. “Familiarizar-se com essa noção é importante para o campo multiplicativo e para a geometria e a percepção do espaço.”



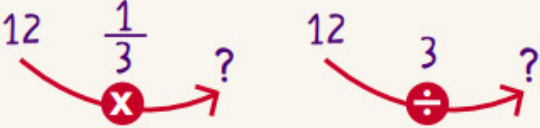
A análise combinatória – conteúdo antes reservado às turmas do Ensino Médio – ganha lugar nas séries iniciais. Os desafios que desenvolvem combinação são adaptados para ficar ao alcance do entendimento dos alunos menores. No início, a garotada geralmente faz representações usando desenhos ou identificando, com outras notações, elemento por elemento no papel, e somente depois faz a contagem. Essa estratégia é útil e importante para a compreensão da operação, mas, quando diferentes maneiras de calcular são discutidas pelo grupo, validadas pelo professor, e a grandeza dos números envolvidos cresce, é hora de sistematizar o conhecimento. “É preciso dar conta das ideias que estão por trás do concreto”, explica Esther Pillar Grossi, doutora em Psicologia da Inteligência e coordenadora do Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia da Pesquisa e Ação (Geempa), em Porto Alegre. “É importante ter algo que possa ser generalizado, um

conhecimento que já foi incorporado e que possa ser usado sem ser preciso inventar uma estratégia a cada problema.”


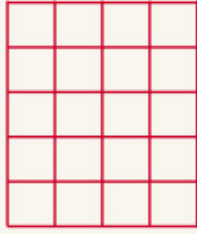
A classificação da multiplicação e da divisão

Assim como no campo aditivo, os problemas do campo multiplicativo foram divididos em categorias pelo psicólogo francês Gérard Vergnaud. Com essa organização, é possível trabalhar os conceitos de multiplicação e divisão já nos primeiros anos do Ensino Fundamental.



PROPORCIONALIDADE

EXEMPLO	OBSERVAÇÃO	VARIAÇÕES
<p>Na festa de aniversário de Carolina, cada criança levou 2 refrigerantes. Ao todo, 8 crianças compareceram à festa. Quantos refrigerantes havia?</p> 	<p>Regularidade</p> <p>A está para B na mesma medida em que C está para D</p>	<ul style="list-style-type: none"> 8 crianças levaram 16 refrigerantes ao aniversário de Carolina. Se todas as crianças levaram a mesma quantidade de bebida, quantas garrafas levou cada uma? Numa festa foram levados 16 refrigerantes pelas crianças e cada uma delas levou 2 garrafas. Quantas crianças havia? 4 crianças levaram 8 refrigerantes à festa. Supondo que todas levaram o mesmo número de garrafas, quantos refrigerantes haveria se 8 crianças fossem à festa?
<p>Marta tem 4 selos. João tem 3 vezes mais do que ela. Quantos selos tem João?</p> 	<p>Regularidade</p> $A \times B = C$ $A = \frac{C}{B}$ $B = \frac{C}{A}$	<ul style="list-style-type: none"> João tem 12 selos e Marta tem a terça parte da quantidade do amigo. Quantos selos tem Marta? 

ORGANIZAÇÃO RETANGULAR

<p>Um salão tem 5 fileiras com 4 cadeiras em cada uma. Quantas cadeiras há nesse salão?</p> 	<p>Análise dimensional</p> 	<ul style="list-style-type: none"> Um salão tem 20 cadeiras, com 4 delas em cada fileira. Quantas fileiras há no total? Um salão tem 20 cadeiras distribuídas em colunas e fileiras. Como elas podem ser organizadas?
---	---	---

COMBINATÓRIA

<p>Uma menina tem 2 saias e 3 blusas de cores diferentes. De quantas maneiras ela pode se arrumar combinando as saias e as blusas?</p> 	<p>Formação de subconjuntos</p> 	<ul style="list-style-type: none"> Uma menina pode combinar suas saias e blusas de 6 maneiras diferentes. Sabendo que ela tem apenas 2 saias, quantas blusas ela tem? Uma menina pode combinar suas saias e blusas de 6 maneiras diferentes. Sabendo que ela tem apenas 3 blusas, quantas saias ela tem?
--	--	--

Aglomerado de saberes

A ideia de que dispomos de um aglomerado de saberes – espécie de rede maleável e aberta que se reorganiza a cada novo conhecimento adquirido, criando novas relações – trabalhada por seguidores de Vergnaud, remete à ideia de que não há sentido em separar o aprendizado das operações, mas sim aproveitar as relações estabelecidas para avançar no estudo da Matemática.

O campo aditivo e o multiplicativo podem ser ensinados paralelamente e de maneira não linear. As relações entre adição e multiplicação e entre subtração e divisão devem ser explicitadas, como explica Esther: “O ensino da disciplina nas séries iniciais caminha em três pistas: desenvolver as estruturas numéricas, aditivas e multiplicativas”. Uma vez ativa em todas essas áreas, por mais que não as domine de imediato, a criança vai gradualmente tecendo as relações entre os conceitos das operações, e o posterior aprendizado do algoritmo ganhará significado.

Sob esse enfoque, saber armar uma conta sem entender o porquê da escolha da operação não faz sentido. Um termômetro disso é a necessidade de a criança perguntar qual operação deve ser utilizada em cada problema. “Pode-se estabelecer uma analogia com a informática”, diz Jorge Falcão, da Universidade Federal de Pernambuco. “Qualquer programador faz o computador calcular. O desafio é conseguir que a máquina interprete o problema e decida qual operação realizar.”

De todo modo, o algoritmo não deve ser desprezado, mas é crucial que a criança compreenda o que é o resto, por exemplo, sem a ideia de que seja simplesmente um dos elementos dos quais tem de dar conta para executar o algoritmo da divisão. Aquela que enxergar além disso nas séries iniciais sairá em vantagem no percurso de compreensão da Matemática.

Divisibilidade sem decoreba

Todo número par é divisível por 2. Um número é divisível por 3 se a soma dos algarismos que o compõem for divisível por 3. Regras como essas talvez pareçam práticas no trabalho com a divisibilidade, mas o seu uso pode incorrer na mesma questão dos algoritmos: ele perde o sentido se não for revestido de significação para a garotada. Ao decorar a “fórmula mágica”, que verifica se um número é divisível por outro sem fazer a conta armada, é possível ofuscar a maior riqueza desse tipo de atividade: que a criança perceba as regularidades da divisão. “Em problemas de máximo divisor comum (MDC), por exemplo, os alunos costumam começar

simplesmente testando o maior número”, diz Priscila Monteiro, formadora do programa Matemática É D+, da Fundação Victor Civita. “Essa estratégia é positiva e deve ser validada pelo professor.” Ela destaca que o interessante do trabalho com atividades que envolvem divisibilidade é o potencial de discutir estratégias e, em conjunto, elaborar hipóteses de generalização de fenômenos – o que mais tarde as turmas verificarão serem propriedades da divisão.

Mudança de Verdade

Romper com a educação matemática tradicional é válido desde que a mudança seja construída com consistência. “O que mais ouço em formações de professores são discursos estereotipados e vazios, como o clichê de desenvolver o raciocínio lógico e de estimular que as crianças ‘vivenciem’ os problemas”, conta Silvia Swain Canoas, docente da Universidade do Estado de Minas Gerais e especialista em campo multiplicativo. “Quando pergunto que tipo de prática propicia esses objetivos, eles repetem o velho esquema linear de trabalho com as operações.” Para ela, uma das maiores dificuldades dos professores é o fato de não compreenderem realmente o que se busca com o uso do campo multiplicativo.

É preciso ter clareza de que trabalhar nessa linha é oferecer oportunidades de estabelecer mais relações matemáticas com as mesmas operações que são trabalhadas no ensino tradicional. Primeiro, o professor deve saber quais delas podem ser trabalhadas nas séries iniciais – a proporcionalidade (direta e inversa), a organização espacial e a combinatória. Quanto mais amplo for o conhecimento do professor sobre elas, maior facilidade ele terá para reconhecer os tipos de problema. Assim, a tendência é que a diversidade de questões e de resoluções cresça, assim como a rede de saberes do próprio aluno.

Multiplicação e divisão a toda hora – Texto da Revista Nova Escola

Professoras de São Paulo e Recife usam situações do cotidiano e diversidade de atividades para que as crianças entendam o que está por trás das operações de vezes e de dividir

Quantas duplas diferentes podemos formar na nossa turma?” É com desafios como esse que a professora Beta Costa, da Escola Ágora, em Cotia, município da Grande São Paulo, começou o trabalho de combinatória com os estudantes de 2º ano. Muito antes de ter contato com os algoritmos de multiplicação e divisão, eles descobriram várias maneiras de chegar ao resultado. Na abordagem dos campos conceituais, teoria que embasa o trabalho de Beta, a compreensão do que está em jogo na resolução de um problema vem antes da sistematização de um procedimento para solucioná-lo. A inversão dos fatores nesse caso, em relação ao método da escola tradicional, altera sim o produto: a criança percebe com maior clareza as propriedades das operações matemáticas.

O desconhecimento do algoritmo frente a problemas de campo multiplicativo faz com que a garotada recorra aos conceitos que já domina para encarar o desafio. Na turma de Beta, os pequenos desenharam cada uma das 12 crianças da sala ou anotaram os nomes. Para montar as duplas, foram usados traços para unir os personagens. Só depois é que eles partiram para a contagem. Nessa etapa, é comum haver dificuldade para controlar as duplas já contabilizadas – afinal, “Pedro e Luísa” e “Luísa e Pedro” são o mesmo par, certo? A professora os orientava a atentar para questões como essa no momento da discussão das estratégias.

Multiplicação das telhas

O que está ao redor também se transforma em situações para explorar conceitos de multiplicação e de divisão. No início do ano, o telhado do refeitório foi reformado e a turma de Beta se encantou com a obra dos pedreiros. A professora resolveu reverter o interesse em problema matemático: quantas telhas são necessárias para cobrir uma das águas do telhado? O primeiro impulso da garotada foi usar a contagem para resolver a questão, mas foi muito fácil perder a conta, já que a quantidade envolvida era grande.

Beta já havia trabalhado enunciados que continham produtos de medidas usando tabelas quadriculadas. Nelas, é preciso descobrir o número total de casas de uma superfície. “No caso do telhado, alguns estudantes até tentaram registrar as telhas uma a uma, mas logo desistiram. Outros quiseram somar fileira por fileira”, lembra a professora. Também aí muitos se perderam na apuração e pediram ajuda para controlar o cálculo. Beta sugeriu que anotassem os resultados parciais ao lado da tabela. Aos poucos, com a intervenção da professora e a troca entre os colegas, eles mesmos encontraram caminhos para simplificar a contagem. “Houve quem percebesse que o número se repetia em cada fileira e, a partir da terceira ou da quarta, já anotava diretamente o número de casinhas”, conta Beta. “Depois as crianças descobriram outras maneiras para juntar os números calculados: somando um por um, de dois em dois etc.”

Decidir pela multiplicação do número de fileiras pelo de colunas não foi imediato, mas a turma chegou muito perto desse raciocínio. Quando o problema do telhado foi lançado, as crianças já tinham um pequeno repertório de estratégias. “É interessante perceber que, embora ainda não utilizassem a notação de um número ‘vezes’ o outro, alguns alunos já verbalizam a expressão ‘vezes’ para explicar o raciocínio”, disse Beta.

O inteiro e a parte

Na Escola Polichinelo, em Recife, as professoras usam continuamente as noções de multiplicação e divisão e, quando os estudantes chegam ao 5º ano, já têm o campo multiplicativo bem consolidado. Nem por isso, deixam de aparecer aqueles desafios que fazem os alunos recorrerem às estratégias mais elementares para compreendê-los melhor. Na classe de 5º ano da professora Josely Kühner Câmara, por exemplo, uma atividade ajuda a lidar com a noção de proporcionalidade das frações, que costuma confundir as turmas.

Em pequenos grupos, as crianças recebem diferentes peças de EVA coloridas, em que cada cor representa a fração ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/8$ etc.) de um círculo. A professora coloca o problema: quantas peças amarelas são necessárias para formar uma figura inteira? É hora de descobrir que com três peças é possível fazer uma bolacha e que cada uma delas corresponde à terça parte de um inteiro. “Um dos conceitos mais difíceis de entender é que a fração diz respeito a uma

quantidade de um número inteiro e que essas quantidades são proporcionais”, diz Josely.

Com o material de apoio, fica mais fácil visualizar essa relação também com outras frações, e novos desafios podem ser lançados: com quantas peças azuis ($1/12$) se forma meio círculo? A questão já pressupõe a melhor compreensão do conceito de fração e, embora de início não seja possível responder à questão ($? \times 1/12 = 1/2$), as crianças se apropriam empiricamente da operação para depois trabalhar a representação matemática. Para que esse percurso se complete, Josely propõe um trabalho com grãos de feijão, em que o aluno terá de descobrir a proporcionalidade entre as diferentes quantidades. Se cada peça de $1/4$ receber 3 feijões, os alunos têm de calcular quantos grãos terá o círculo inteiro. “O próximo passo é descobrir quantos têm em $3/4$, ou seja, $3/4$ de 12”, diz a professora. “É assim que eles começam a adquirir a noção de quantidade da fração. Tudo sem precisar de regras prontas.”

Josely diversifica ao máximo os enunciados, variando o local da incógnita nas questões para trabalhar toda a diversidade do campo multiplicativo: “Os problemas precisam ser bem interpretados para não haver dúvidas sobre quais são as informações solicitadas. Como os estudantes já sabem que não existe apenas uma maneira de resolver, eles brincam de achar jeitos diferentes de concluir o raciocínio”.

Nessa turma de 5º ano, Josely introduziu outros aspectos do campo multiplicativo para que a garotada ampliasse a visão sobre as relações que podem ser estabelecidas entre as propriedades das operações. Além do trabalho com a multiplicação e a divisão de frações, a professora propõe problemas sobre o reflorestamento de áreas (produto de medidas), combinação de lanches (combinatória entre sucos e sanduíches diversos) e de proporcionalidade com números inteiros (receita de cuscuz). “Com 2 xícaras de farinha de milho e 1 xícara de água e sal, eu preparo cuscuz para 4 pessoas. Que quantidade eu preciso de cada ingrediente para preparar o prato para os 20 alunos de nossa classe?” As cinco medidas necessárias para servir a todos são calculadas com ainda mais vontade para que a hora de experimentar a iguaria chegue rápido.

Sempre é possível começar

Ana Ruth Starepravo hoje é doutoranda em Psicologia pela Universidade de São Paulo e especialista em campo multiplicativo. Mas, quando começou a dar aulas para o 1o ano, no início da carreira, ela seguia a linha didática da escola

tradicional. “Eu sentia que aquela maneira de separar as operações deixava os pequenos amarrados”, conta a pesquisadora. Ela começou então a fazer um trabalho especial com um grupo de 3o ano para saber se a experiência dava resultado: uma vez por semana, a professora realizava uma atividade diferente, geralmente com jogos que exigiam conceitos que as crianças ainda não dominavam.

“Eu queria saber se era possível desenvolver a autonomia matemática da criança por meio da abordagem dos campos conceituais no meio da escolaridade.” Ela percebeu que, mesmo marcados pelo *modus operandi* do ensino tradicional, os alunos estabeleciam conexões entre o que já sabiam e as novas propostas. Porém é preciso retomar certas questões para que as relações entre as operações sejam compreendidas de fato. “Muitas crianças repetem bem os procedimentos que aprendem, mas não têm compreensão do conceito”, diz. O jogo é uma atividade propícia para introduzir o trabalho com campos conceituais com os mais velhos, pois nele a criança geralmente está livre das exigências habituais e pode se valer de todo tipo de procedimento. Ana Ruth relata que aquele 3o ano, mesmo usando algoritmos, se valia do desenho para organizar o raciocínio durante as partidas.

Atividades do Quinto encontro de formação

Objetivos

- Concluir planejamento de sequência didática sobre o campo multiplicativo das operações.
- Resolver problema misto (campo aditivo e multiplicativo), buscando identificar processos de raciocínio possíveis, caminhos realizados e elaborando perguntas possível para o problema
- (Re)significar o conceito de fração, a partir do jogo Baralho de Frações, relacionando com a ideia de proporcionalidade.

Atividades e encaminhamentos

- Discussões sobre problemas matemáticos e o enfrentamento dos alunos com interpretação
- 13) Resolução do problema misto proposto por Vergnaud, com problematização dos caminhos de resolução do problema e iniciativas facilitadoras da aprendizagem com alunos. Além de ser convidado a resolver o problema proposto, os professores deverão criar todas as perguntas que julgarem serem possíveis acerca do mesmo. Tal iniciativa busca incentivar o professor a refletir sobre as possibilidades de exploração de problemas do campo multiplicativo e também em possibilitar que seus alunos façam o mesmo movimento, criando também suas perguntas. Cada professor também será convidado a expor os caminhos que utilizou para resolver o problema através de uma tabela e apresentação oral.
 - Assistir vídeo da Revista Nova Escola – Divisão 1 (3ª Série) da Coleção Matemática É D+
 - 14) Números Racionais (Frações) - Jogo Baralho de Frações
 - 15) Cada dupla de professores deve realizar o planejamento de uma sequência didática de introdução do tema multiplicação, ou divisão, conforme escolha. Este planejamento deve conter o ano/série de aplicação, o tempo médio de duração da proposta, objetivos e atividades a serem realizadas.

ATIVIDADE 13

O problema escolhido é do tipo misto, aditivo e multiplicativo, para que possamos realizar análise ampla junto aos professores dos passos de resolução que podem ser tomados no problema de forma abrangente, envolvendo os conceitos que foram verificados nos textos lidos e discutidos. É interessante indagar o grupo sobre a possibilidade de resolução sem o uso dos algoritmos escolares das operações aritméticas básicas. Isso porque para o adulto já apropriado dos algoritmos pode ser interessante refletir como um estudante que ainda não os internalizou resolveria o problema e se seria possível tal feito. Nisso já se estabelece uma discussão sobre o que foi estudado da teoria a partir dos textos.

Exemplo Misto Multiplicativo e Aditivo

“Um comerciante de camisas compra 3 dúzias de camisas a R\$360,00 a dúzia e revende-as a R\$40,00 à peça. Colocar as informações em uma tabela de correspondência fazendo a previsão de uma coluna para os lucros. Encontrar todas as perguntas que cabem nessa tabela e todos os caminhos que permitam encontrar apenas o lucro total do comerciante de camisas.”

Após a resolução do problema é possível requisitar aos professores que criem esquema que demonstre qual o caminho tomado para a solução do problema. A análise dos caminhos de solução é importante, pois provoca o professor a refletir sobre todas as possibilidades que irão aparecer em sua sala de aula e entender o que cada uma representa em termos de desenvolvimento de estratégias e relações elaborados pelos alunos.

Ainda é interessante explorar perguntas sobre o problema apresentado, Pedindo que os professores elaborem todas as perguntas que considerem possíveis em torno do problema. Tal medida visa observar se conseguem organizar os dados e perguntar ao aluno etapas intermediárias a solução ou até mesmo propor perguntas que não são possíveis de serem respondidas a partir dos dados fornecidos.

ATIVIDADE 14

Para abordar o assunto Frações, foi escolhido um Baralho cujas cartas trazem a possibilidade de explorar a ideia de equivalência. O assunto frações em si é bastante temido por boa parte dos professores dos Anos Iniciais. Além disso, ao tratar de frações com seus alunos, se valem muitas vezes da representação geométrica de uma fração. Nesse sentido, precisa-se provocar nos professores a reflexão sobre o que é a equivalência e o que ela representa dentro dos Números Racionais. Cabe neste momento representar geometricamente (a partir de desenhos) frações equivalentes no quadro negro de forma que possam perceber tal equivalência. Também cabe ao formador apresentar esta mesma equivalência a partir do algoritmo da divisão apresentada nas duas frações utilizadas como exemplo. A razão e a proporção também são conceitos que devem ser trazidos pelo formador para o debate. Como exemplo:

“A fração $\frac{1}{2}$ representa 1 para 2, então uma fração equivalente a esta seria manter a mesma razão, por exemplo 2 para 4, que seria a fração $\frac{2}{4}$, ou 3 para 6, que seria a fração $\frac{3}{6}$ e assim por diante. A razão destas frações será a mesma.”

Para auxiliar durante o jogo, seja com crianças ou com professores, o formador pode criar representações geométricas para as frações presentes no baralho, que sirvam como suporte no início da atividade. Posteriormente estas representações podem ser abandonadas.

Em seguida apresentamos uma possibilidade:

Instruções do Jogo Baralho de Frações

Como jogar:

Para jogar o baralho de frações, você tem quatro cartas contendo nas posições centrais 8 conjuntos de frações equivalentes, distribuídas em cinco naipes.

Para consulta em caso de dúvida, use as cartelas com os conjuntos de frações equivalentes representadas graficamente.

Para reconhecer suas cartas, observe o quadro abaixo:

Cada conjunto com cinco frações equivalentes tem a mesma cor;

Todas as frações com um mesmo numerador agrupam-se num mesmo naipe

Cada carta tem uma fração no centro, escrita dentro do símbolo do naipe, e uma fração de outro conjunto de equivalência escrita nos quatro cantos da carta.

Para jogar o baralho de frações você deverá estar atento tanto à fração central quanto à fração dos cantos.

Decide-se, no início, a ordem de cada jogador. Embaralham-se as cartas e distribuem-se quatro para cada jogador. As cartas restantes ficam numa pilha, viradas para baixo, para serem compradas.

O primeiro a jogar põe sobre a mesa uma carta qualquer das suas. O segundo jogador observa a fração central da carta jogada e verifica se tem uma carta em cujos cantos haja uma fração equivalente “a fração central da primeira carta posta. Tendo, joga. Caso não tenha, compra uma vez e vê se é possível jogar.. Se for possível, joga. Se não, passa a vez.

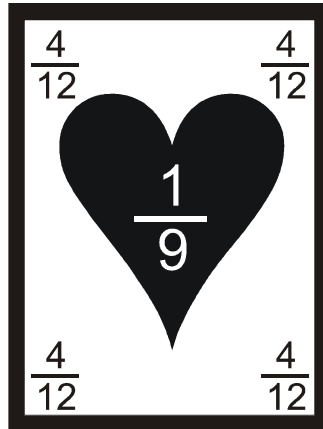
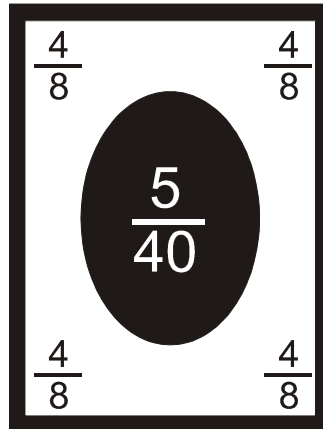
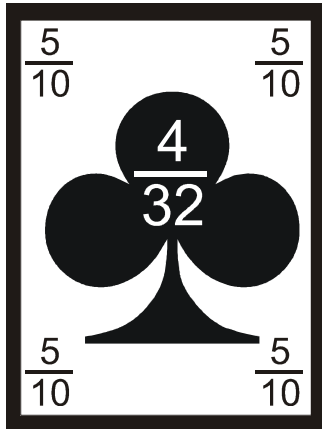
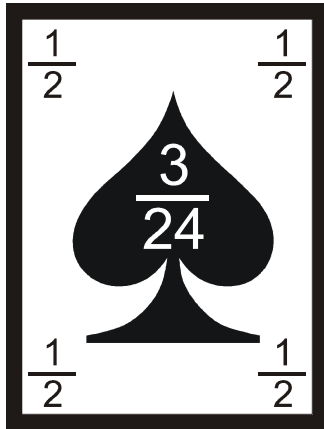
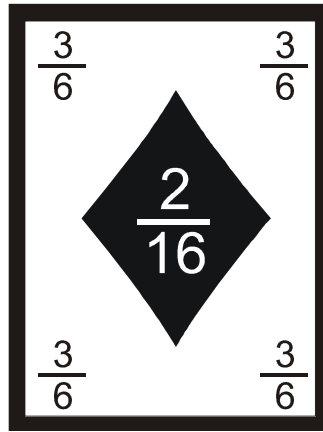
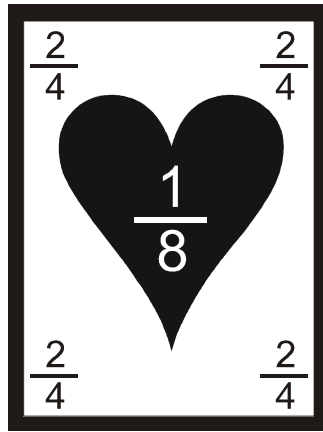
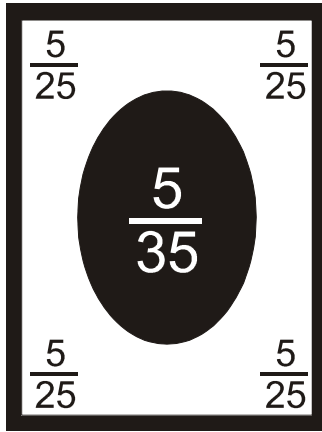
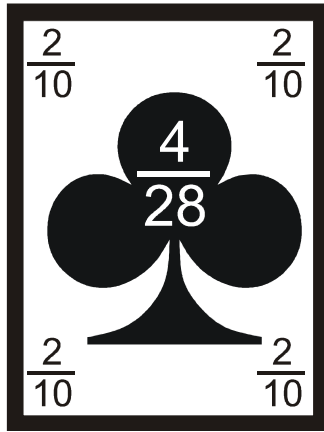
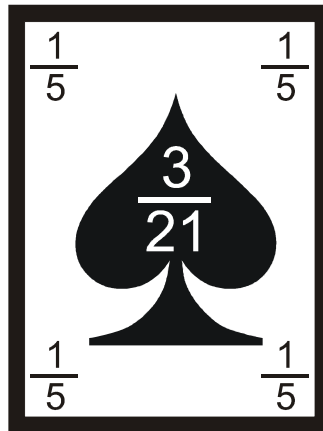
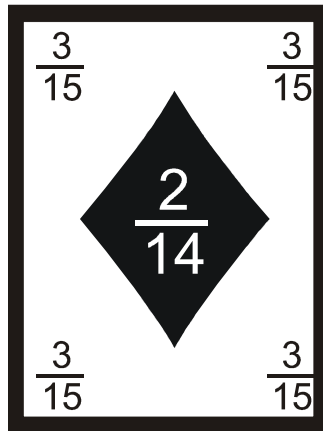
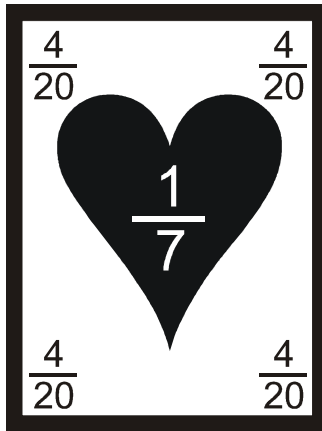
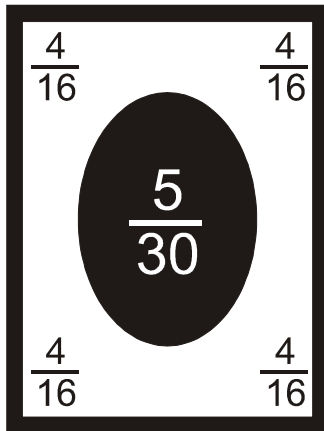
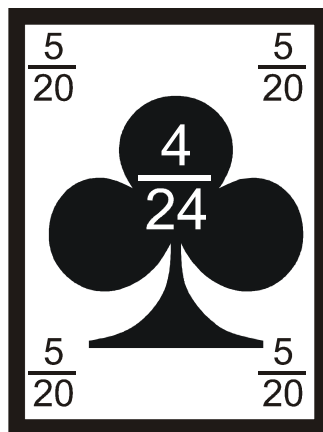
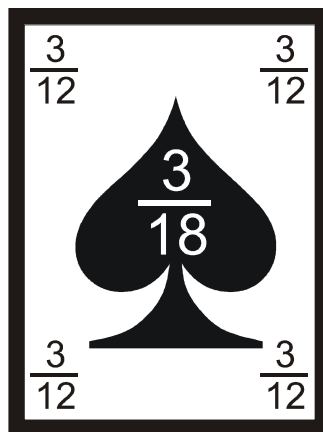
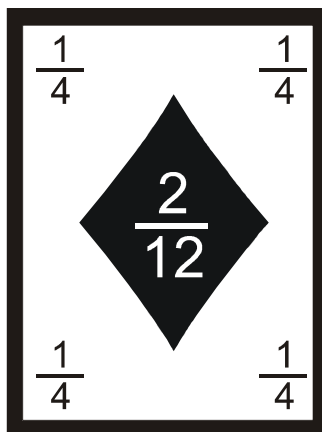
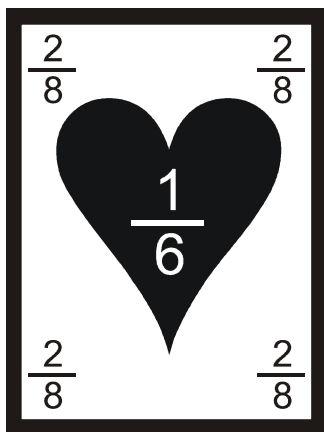
O terceiro jogador repete o procedimento do segundo e assim por diante.

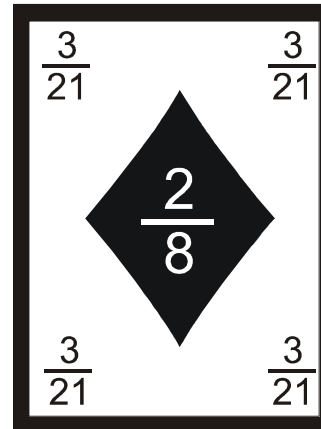
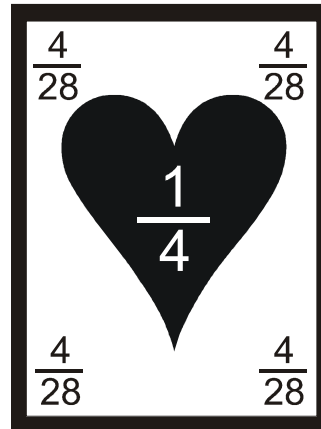
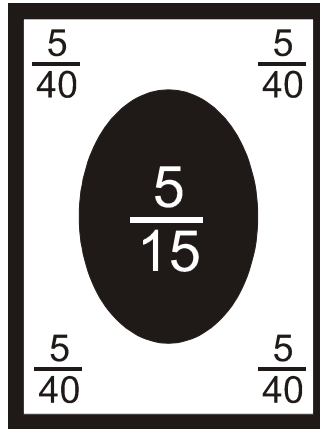
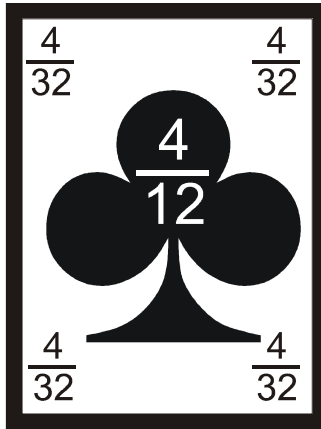
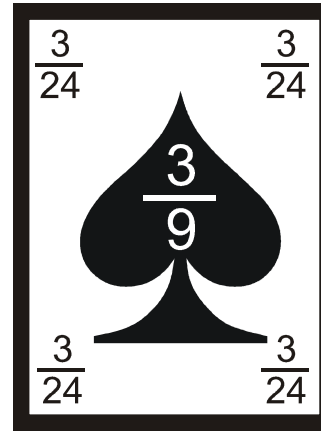
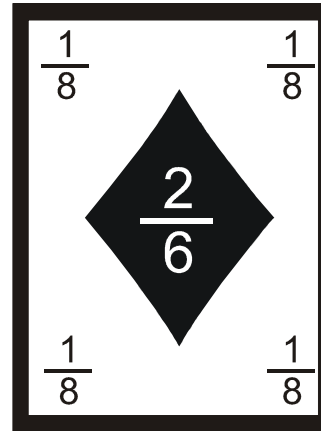
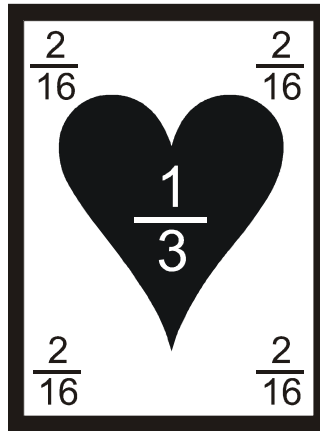
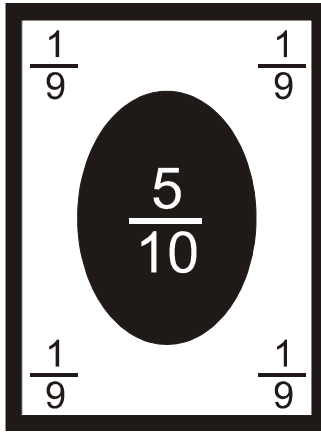
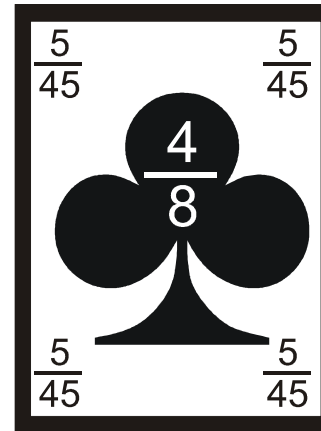
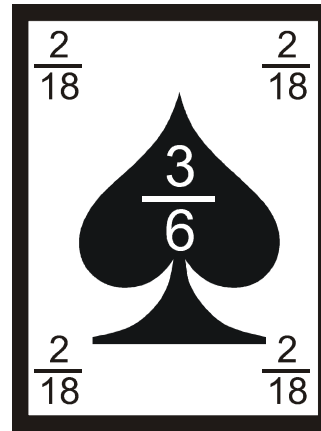
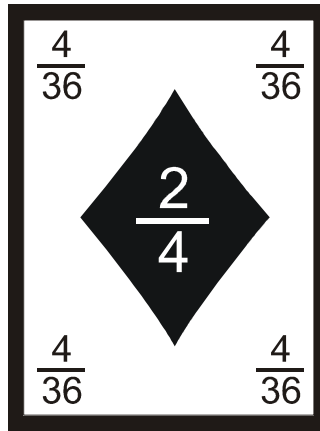
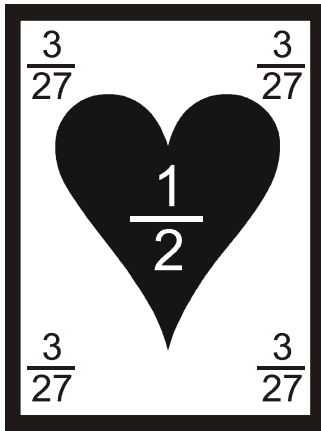
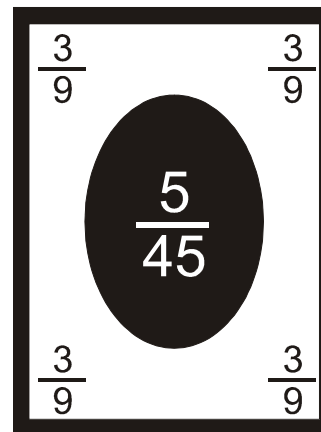
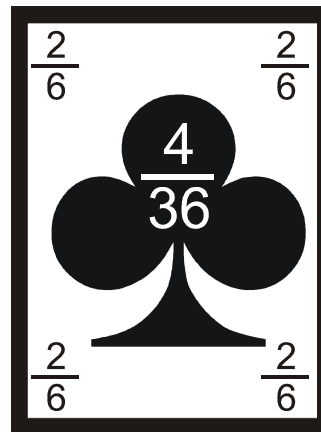
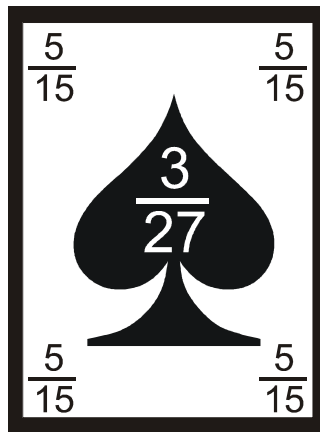
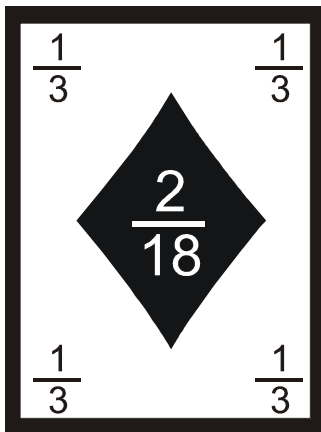
Cada carta jogada deve ser posta ao lado da anterior, formando uma fileira. Lembramos que cada jogador deve observar sempre a última carta jogada. Assim, o segundo jogador joga em relação à carta do primeiro, o terceiro joga em relação a carta do segundo, etc.

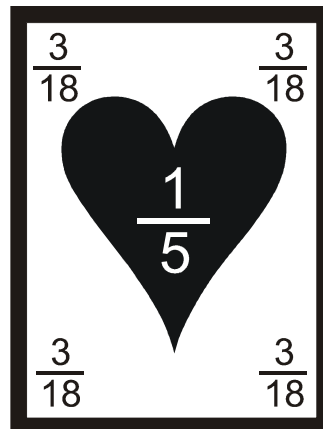
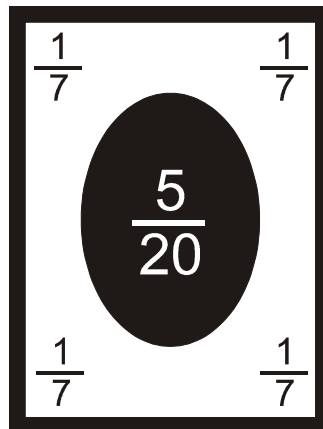
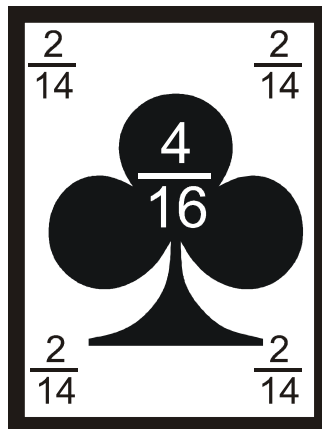
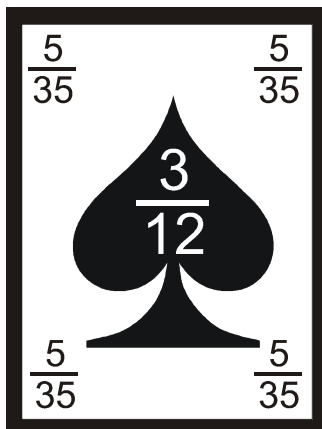
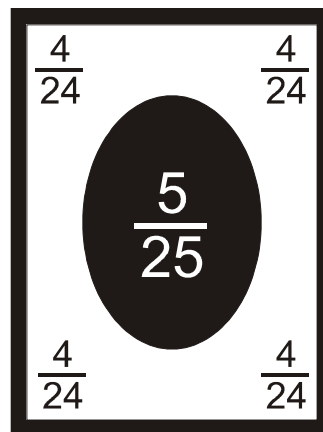
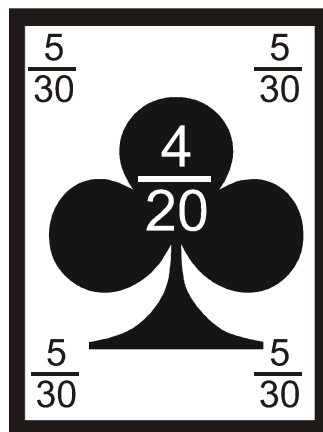
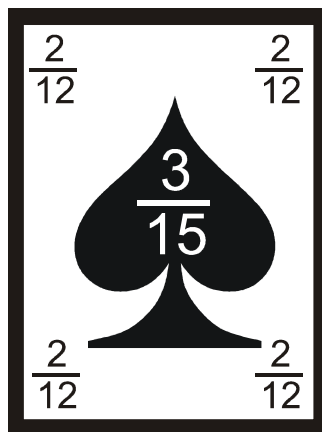
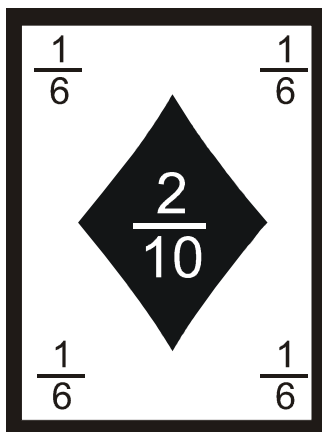
Quando nenhum jogador tiver uma carta em cujos cantos haja uma fração equivalente à última jogada, os jogadores devem verificar se as cinco frações equivalentes daquele conjunto já saíram se de fato já saíram, deixa-se aquela fileira e começa outra, com o jogador da vez jogando uma carta qualquer e o jogo continuando do mesmo modo.

É vencedor aquele que terminar com suas cartas primeiro.

Fonte: REIS, F. Jogos – O prazer de aprender matemática. 1997. p,23







ATIVIDADE 15

O objetivo de se requisitar o planejamento de uma sequência didática e visualizar neste planejamento dos professores algum indício de resultado dos encontros de formação. Tratamos por resultado aqui, a iniciativa de modificação de alguma prática pedagógica relacionada com o tema Campo Multiplicativo, que possa refletir posteriormente nas salas de aula em aprendizagem para os estudantes. Cabe ao formador problematizar o material apresentado pelos docentes-discentes, trazendo ao palco principal possibilidades novas acerca do que já foi criado.

Exemplo de proposta apresentada:

Proposta- Sequência didática Professoras "C" e "B"

Assunto: Multiplicação

Ano: 3º ano

Conteúdo: Coleta de dados e registro, elaboração e entendimento de tabela, gráfico simples, adição e multiplicação

Objetivo: Desenvolver habilidades relacionadas ao tratamento da informação, tais como: coletar dados, organizá-los em tabelas simples, fazendo leituras e interpretação das mesmas.

- * Relacionar as operações: multiplicação e adição
- * Desenvolver o raciocínio lógico
- * Estimular a atenção e a observação
- * Socializar
- * Obedecer a regras
- * Memorizar números

Duração: Tempo estimado uma semana

1ª etapa: Proponha a seguinte atividade, todos os dias contar e anotar a quantidade de alunos e registrar no caderno.

Mostrar a multiplicação através da adição: dobro e triplo.

meninos							
meninas							
Total de alunos presentes.							

Questione todos os dias:

- Tema mais meninos ou mais meninas hoje?
- O dobro de meninos? O dobro de meninas?
- Quantos meninos tem a mais que meninas?

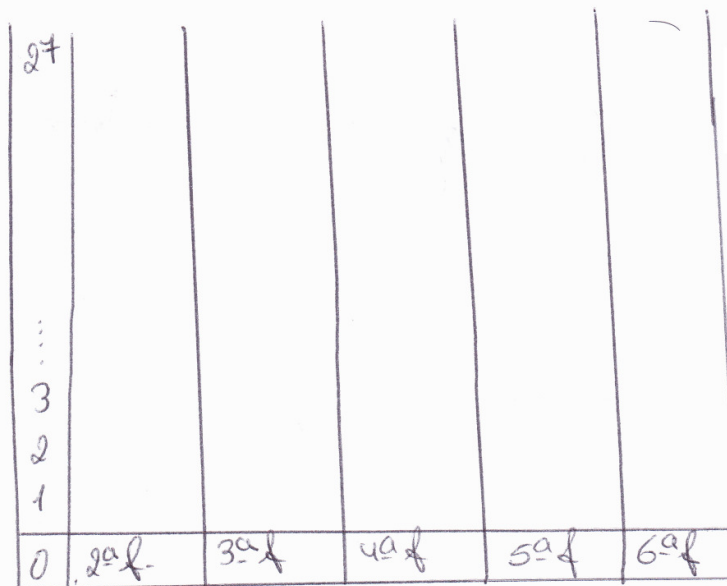
2ª etapa: Na sexta feira, explique aos alunos que eles vão preencher uma tabela, e para isso deverão consultar as informações coletadas durante a semana

sobre a quantidade de alunos presentes, e para esta tabela precisamos dar um nome;

Dias da semana	Alunos Presentes
2ª feira	
3ª feira	
4ª feira	
5ª feira	
6ª feira	

No número par (quantas vezes o número 2 está presente). Quantas vezes posso somar o número 2 para chegar nesse número par. Quanto for número ímpar, determinar o seu triplo.

3ª etapa? Depois de consultarem e anotarem os dados na tabela, explique que agora vão preencher estes dados no gráfico, pintando a quantidade de espaços referente a quantidade de alunos presentes a cada dia, uma cor para cada dia.



Qual foi o dia que vieram mais alunos?

Qual o dia que vieram menos alunos?

Teve algum dia que vieram o mesmo tanto de alunos?

4ª etapa Jogos matemáticos: Dominó e memória

Dominó

Preparação: Confeccionar vinte retângulos (fazer uma linha no meio) e escrever em um dos lados números e do outro lado a tabuada do nº 2 e também a tabuada do 3.

Desenvolvimento: Distribuir as cartelas entre os participantes, um dos jogadores iniciava a brincadeira, colocando uma peça no centro e os demais deverão observar o numeral e a quantidade que se encaixa corretamente, passando a vez para o colega do lado.

Memória

Preparação: Elaborar fichas com os nomes dos dias da semana e os numerais de uma semana Organizar os participantes sentados no chão em círculo.

5ª Etapa: Avaliação

Durante a elaboração da atividade e na roda de conversa, deve-se observar se o aluno conseguiu consultar, anotar e transferir dados para a tabela e depois para o gráfico e se respondeu os questionamentos. Servirá como base para elaborar novas aulas.