

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DINÂMICA E OTIMIZAÇÃO DO CONTROLE DE VIBRAÇÕES PELO  
ALGORITMO DO REGULADOR QUADRÁTICO LINEAR EM UM MODELO  
VEÍCULAR COMPLETO SOB A AÇÃO DE PERFIS DE PISTA

por

Leonardo Valero Pereira

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, 2013

ANÁLISE DINÂMICA E OTIMIZAÇÃO DO CONTROLE DE VIBRAÇÕES PELO  
ALGORITMO DO REGULADOR QUADRÁTICO LINEAR EM UM MODELO  
VEÍCULAR COMPLETO SOB A AÇÃO DE PERFIS DE PISTA

por

Leonardo Valero Pereira  
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de:

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Co-Orientador: Prof. Dr. Herbert Martins Gomes

Aprovada por:

Prof. Dr. Rafael Antônio Comparsi Laranja UFRGS/LAMECC

Prof. Dr. Alexandre Molter UFPEL/IFM

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Carla Diniz Lopes Becker UFPEL/CENG

Prof. Dr. Rogério José Marckzac  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 2013

## DEDICATÓRIA

*À minha família.  
Aos meus amigos.*

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas e ao Prof. Dr. Herbert Martins Gomes pela competência, dedicação e amizade.

A todos os professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Aos colegas do GMAP pela ajuda e amizade cultivada.

A Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

## RESUMO

O presente trabalho implementa a otimização dos ganhos de um controle ativo com regulador linear quadrático (*LQR*), em um modelo veicular completo sujeito a um perfil de estrada proposto pela ISO 8608, para atenuação das acelerações RMS transmitidas para a carroceria e o assento do motorista. Dado que o ganho do controle *LQR* é formulado a partir das matrizes **Q** e **R**, o procedimento determina as matrizes ótimas do controle para a minimização das acelerações RMS transmitidas. O modelo é analisado no domínio do tempo por meio da formulação de espaço-estado, e o procedimento de otimização é avaliado pelo método dos algoritmos genéticos. Os parâmetros **Q** e **R**, que fornecem o melhor ganho para minimização do problema de otimização, reduzem em até 1000 vezes as acelerações RMS quando comparadas à situação sem atuação do controle. Após otimizar **Q** e **R**, são analisadas a influência nos demais graus de liberdade e as forças necessárias para os resultados obtidos.

Palavras-chave: Dinâmica veicular; Controle *LQR*, Parâmetros **Q** e **R**.

## **ABSTRACT**

This work aims to optimize the gains of an active control with linear quadratic regulator (LQR), applied in a full vehicle model subject to a random road surface profile proposed by ISO 8608, for reduction of RMS accelerations transmitted to the driver's seat and the vehicle body. Since the gain of LQR control is formulated from the matrices **Q** and **R**, the procedure determines the optimal control matrices that minimize the RMS accelerations transmitted. The model is analyzed in the time domain through state-space formulation, and the optimization process evaluated by the method of genetic algorithms. The parameters **Q** and **R**, which provide the best gain for minimizing the optimization problem, reduce by up to 1000 times the RMS accelerations when compared to the situation without active control. Finally, after optimizing **Q** e **R**, are analyzed the influence to the other degrees of freedom and the forces necessary for the results obtained.

Keywords: Vehicle dynamics, LQR control, Q and R weight matrix.

# ÍNDICE

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>ix</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>xi</b>
<b>LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS</b>	<b>xii</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>xiii</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Sistemas ativos e semi-ativos	4
1.2 Objetivos do trabalho	8
1.3 Metodologia e organização do trabalho	9
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>10</b>
2.1 Controle ativo em sistemas dinâmicos	10
<b>3. CONTROLE DA SUSPENSÃO ATIVA DE UM MODELO VEICULAR COMPLETO</b>	<b>19</b>
3.1 Considerações e hipóteses	19
3.2 Modelo de sistema de suspensão de veículo completo de 8 GDL	20
3.3 Modelo do sistema de controle de vibrações	26
3.4 Condição de descolamento	33
3.5 Otimização dos parâmetros Q e R	35
3.5.1 Consideração das restrições ao problema de otimização	39
<b>4. PERFIL DE PISTA</b>	<b>49</b>
4.1 Generalidades	49
4.2 Modelagem da estrada	51
<b>5. RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>56</b>
5.1 Simulação para 2 GDL sujeito a perturbação senoidal	56
5.2 Simulação para 8 GDL	62
5.2.1 Simulação para 8 GDL para perfil senoidal	62
5.2.2 Simulação para perfil de irregularidades segundo ISO 8608.	76
<b>6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</b>	<b>90</b>

<b>7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>92</b>
<b>8. ANEXO I – MODELO DO PERFIL DE IRREGULARIDADES</b>	<b>97</b>



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Proposta de controle completo proposto pela Michelin (esquerda) e Siemens (direita).	3
Figura 1.2 – Banda de Controle das diferentes suspensões eletrônicas e faixa de trabalho da carroceria e roda.	6
Figura 1.3 – Suspensão hidráulica com variação contínua do coeficiente de amortecimento.	7
Figura 1.4 – Atuador magnetoreológico.	8
Figura 2.1 – Diagrama do processo de otimização proposto por Robandi et al. (2001).	16
Figura 3.1 – Modelo do veículo proposto de oito graus de liberdade.	21
Figura 3.2 – Suspensão automotiva ativa.	27
Figura 3.3 – Diagrama ilustrativo do formato espaço de estados.	28
Figura 3.4 – Representação da integração no domínio do tempo.	30
Figura 3.5 - Modelo de atuação do controle no domínio do tempo.	31
Figura 3.6 – Condição de descolamento entre pneu e pista.	34
Figura 3.7 – Pseudocódigo dos Algoritmos Genéticos.	38
Figura 3.8 – Deslocamento das suspensões devido arfagem.	45
Figura 3.9- Deslocamento das suspensões devido rolagem.	45
Figura 3.10 – Fluxograma do Algoritmo.	48
Figura 4.1 – Classificação de perfis de estrada segundo a ISO 8608.	49
Figura 4.2 - Discretização do espectro em partes iguais.	53
Figura 4.3 – Defasagem entre os pneus dianteiros e traseiros.	55
Figura 5.1 – Modelo de 2 GDL	56
Figura 5.2 – Perfil da trilha.	58
Figura 5.3 – Comportamento dinâmico do veículo sem atuação de controle.	59
Figura 5.4 – Comportamento dinâmico do veículo para o sistema controlado.	60
Figura 5.5 – Comportamento do sistema dinâmico controlado.	61
Figura 5.6 – Amplitude do perfil da trilha no domínio do tempo.	64
Figura 5.7 – Modelo utilizado para análise por Shirahatt <i>et al.</i> (2008).	65
Figura 5.8 – Deslocamentos obtidos por Shirahatt <i>et al.</i> (2008) a) assento, b) carroceria	66
Figura 5.9 – Deslocamentos obtidos neste trabalho.	66

Figura 5.10 – Deslocamentos angulares obtidos por Shirahatt <i>et al.</i> (2008) a) rolagem, b) arfagem.	66
Figura 5.11 – Deslocamentos angulares obtidos neste trabalho.	67
Figura 5.12 – Acelerações obtidas por Shirahatt <i>et al.</i> (2008) a) assento, b) carroceria.	67
Figura 5.13 – Acelerações obtidas neste trabalho.	67
Figura 5.14 – Acelerações angulares obtidas por Shirahatt <i>et al.</i> (2008) a) rolagem, b) arfagem.	68
Figura 5.15 – Acelerações angulares obtidas neste trabalho.	68
Figura 5.16 – Forças de controle aplicadas na simulação: a) Autor b) Shirahatt <i>et al.</i> (2008).	69
Figura 5.17 – Deslocamento dos oito graus de liberdade .	74
Figura 5.18 – Curso das suspensões.	75
Figura 5.19 – Acelerações na carroceria e no assento.	75
Figura 5.20 – Forças impostas ao sistema.	76
Figura 5.21 Perfil randômico dianteiro da estrada segundo ISO 8608.	77
Figura 5.22 – Perfil randômico traseiro da estrada segundo ISO 8608.	78
Figura 5.23 – Densidade espectral de potência para estrada gerada no domínio do tempo e transformada para a frequência.	79
Figura 5.24 – Deslocamento dos 8 GDL para situação passiva.	81
Figura 5.25 – Deslocamentos dos 8 GDL para situação passiva.	82
Figura 5.26 – Acelerações no assento e carroceria na situação passiva.	82
Figura 5.27 – Deslocamento dos 8 GDL para situação ativa.	86
Figura 5.28 – Deslocamento dos 8 GDL para situação ativa.	87
Figura 5.29 – Acelerações no assento e na carroceria para situação ativa.	87
Figura 5.30 – Forças de control impostas ao sistema.	88
Figura 5.31 – Contato entre os pneus e a pista.	89
Figura 8.1 – Modelo para análise da via.	97
Figura 8.2 – Descrição da pista de rolagem.	99

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Quadro comparativo de vantagens e desvantagens do uso do <i>LQR</i> .....	33
Tabela 3.2 - Grupo de indivíduos, e seus respectivos valores de fitness e parcela na roleta. ..	37
Tabela 4.1 – Classificação de acordo com a ISO 8608. ....	50
Tabela 4.2 - Valores recomendados para alguns tipos de estrada. ....	52
Tabela 5.1 – Especificações do modelo de 2GDL.....	58
Tabela 5.2 – Dados para simulação do modelo. ....	63
Tabela 5.3 – Determinação do GA para o processo de otimização.....	71
Tabela 5.4 – Resultados ótimos obtidos para as duas propostas. ....	72
Tabela 5.5 – Determinação do perfil da estrada. ....	76
Tabela 5.6 – Dados para simulação do modelo num perfil de pista randômico.....	80
Tabela 5.7 – Determinação do GA para o processo de otimização.....	84
Tabela 5.8 – Resultados ótimos obtidos para as duas propostas. ....	85

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

### Abreviaturas

<i>CG</i>	Centro de gravidade
<i>CM</i>	Centro de massa
<i>GDL</i>	Graus de liberdade
<i>GA</i>	Algoritmo Genético
<i>LQR</i>	<i>Linear Quadratic Regulator</i> (Regulador Linear Quadrático)
<i>PSD</i>	<i>Power spectral density</i> (Densidade Espectral de Potencial)

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras Latinas

$a$	Distância do $CM$ até a parte dianteira do veículo	m
$b$	Distância do $CM$ até a parte traseira do veículo	m
$2w$	Largura do veículo	m
$x_a$	Distância entre o assento e o eixo $X$	m
$y_a$	Distância entre o assento e o eixo $Y$	m
$c$	Coefficiente de amortecimento	N·s/m
$c_1$	Coefficiente de amortecimento da suspensão dianteira esquerda	N·s/m
$c_2$	Coefficiente de amortecimento da suspensão traseira esquerda	N·s/m
$c_3$	Coefficiente de amortecimento da suspensão dianteira direita	N·s/m
$c_4$	Coefficiente de amortecimento da suspensão traseira direita	N·s/m
$u_1(t)$	Força gerada na suspensão dianteira esquerda	N
$u_2(t)$	Força gerada na suspensão traseira esquerda	N
$u_3(t)$	Força gerada na suspensão dianteira direita	N
$u_4(t)$	Força gerada na suspensão traseira direita	N
$g$	Aceleração gravitacional	m/s <sup>2</sup>
$G$	Densidade espectral de potência	m <sup>3</sup> /ciclo
$I$	Momento de inércia de massa	kg·m <sup>2</sup>
$k$	Coefficiente de rigidez	N/m
$k_1$	Coefficiente de rigidez de mola da suspensão dianteira esquerda	N/m
$k_2$	Coefficiente de rigidez de mola da suspensão traseira esquerda	N/m
$k_3$	Coefficiente de rigidez de mola da suspensão dianteira direita	N/m
$k_4$	Coefficiente de rigidez de mola da suspensão traseira direita	N/m
$kt_1$	Coefficiente de rigidez do pneu dianteiro esquerdo	N/m
$kt_2$	Coefficiente de rigidez do pneu traseiro esquerdo	N/m
$kt_3$	Coefficiente de rigidez do pneu dianteiro direito	N/m
$kt_4$	Coefficiente de rigidez do pneu traseiro direito	N/m
$m$	Massa	kg
$m_a$	Massa do assento	kg
$m_c$	Massa da carroceria (suspensa)	kg
$m_1$	Massa não suspensa dianteira esquerda	kg
$m_2$	Massa não suspensa dianteira direita	kg
$m_3$	Massa não suspensa traseira esquerda	kg
$m_4$	Massa não suspensa traseira direita	kg
$n$	Número de onda	ciclo/m
$n_0$	Número de onda	ciclo/m
$z$	Deslocamento vertical do corpo do veículo	m
$ub_1$	Altura da perturbação da estrada na roda dianteira esquerda	m
$ub_2$	Altura da perturbação da estrada na roda traseira esquerda	m
$ub_3$	Altura da perturbação da estrada na roda dianteira direita	m
$ub_4$	Altura da perturbação da estrada na roda traseira direita	m
$z_a$	Elevação do assento	m
$z_c$	Elevação da carroceria	m

$z_1$	Elevação da massa não suspensa dianteira esquerda	m
$z_2$	Elevação da massa não suspensa traseira esquerda	m
$z_3$	Elevação da massa não suspensa dianteira direita	m
$z_4$	Elevação da massa não suspensa traseira direita	m

### Símbolos gregos

$\varphi$	Ângulo de rolagem	rad
$\theta$	Ângulo de arfagem	rad
$\omega$	Frequência	rad/s
$\hat{\Phi}$	Autovetores	-
$\mathbf{M}$	Matriz de massa	kg
$\mathbf{K}_0$	Matriz de rigidez	N/m

### Sobrescritos

$\cdot$	Velocidade
$\ddot{\phantom{x}}$	Aceleração

### Subscritos

1	relativo à parte dianteira esquerda do veículo
2	relativo à parte traseira esquerda do veículo
3	relativo à parte dianteira direita do veículo
4	relativo à parte traseira direita do veículo

## 1. INTRODUÇÃO

As atenuações de vibrações dos veículos são, em sua essência, constituídos de um sistema de suspensão situada entre os pneus e a carroceria. De acordo com Savaresi et. al. (2010) a suspensão (em conjunto com o pneu) é provavelmente o elemento que mais afeta todo o comportamento dinâmico do veículo, tanto que, para diferentes tipos de veículos, a suspensão muda completamente e desempenha papel importante nos objetivos do projetista. A função principal da suspensão é estabelecer uma conexão entre pista e a carroceria, gerenciando não apenas a dinâmica vertical, mas também a dinâmica rotacional do veículo causada por movimentos acoplados e não sincronizados. Segundo Bastow (1987) a suspensão automotiva possui algumas finalidades, descritas a seguir:

- a) Isolar o veículo dos distúrbios provenientes da pista, o que possibilita qualidade no passeio.

A qualidade do passeio geralmente é quantificada através da aceleração medida no assento do passageiro. Um bom sistema de suspensões reduz as vibrações do solo, que, por conseguinte, reduz as vibrações na carroceria.

- b) Providenciar ao motorista capacidade de condução

A capacidade de condução do veículo pode ser caracterizada em termos da capacidade de realizar curvas, frenagem e habilidade de tração. A melhora do desempenho está na minimização das variações da força normal ao pneu, que podem ser mensuradas pela variação na deflexão do pneu.

- c) Fornecer ao motorista boa manobrabilidade

Frenagem, arranque e variações dos ângulos de arfagem e rolagem durante curvas, são formas de mensurar a manobrabilidade. Um sistema de suspensão deve garantir que as variações destes ângulos sejam minimizadas.

A variação dos ângulos de arfagem e rolagem durante curvas, frenagem e arranque são formas de mensurar a boa manobrabilidade. Um bom sistema de suspensão deve garantir que as variações destes ângulos sejam minimizadas.

- d) Suportar o peso estático do veículo

O projeto bem dimensionado vai acomodar a suspensão no menor espaço de trabalho possível, que pode ser mensurado pela máxima deflexão da suspensão.

A rigor, a suspensão é um filtro mecânico passa-baixa que atenua os efeitos de perturbação provenientes do solo. Atenuação das vibrações na carroceria, quando o objetivo

do projeto é o conforto; e diminuição da deflexão do pneu quando a capacidade de condução é o foco. A variável de saída geralmente é a aceleração da carroceria, quando o conforto é o objetivo do projeto; e deflexão do pneu quando a capacidade de condução é o foco.

A suspensão, em sua forma mais clássica e convencional, é constituída por três componentes principais. Um elemento elástico (tipicamente molas helicoidais), que emprega força proporcional e oposta ao alongamento da suspensão; elemento que carrega toda a carga estática do veículo. Um amortecedor (geralmente um absorvedor hidráulico de choques), que dissipa energia proporcional e oposta à velocidade de alongamento; este componente tem pouca influência sob a parte estática, mas tem papel crucial no comportamento dinâmico da suspensão. É uma parte que conecta a suspensão à carroceria e o pneu; está representada por uma massa concentrada.

Outra característica peculiar das suspensões são suas diferentes configurações e aparências, no clássico roda/chassis, chassis/cabine (presente em caminhões, tratores, etc.) e cabine/assento (comum em ônibus). Segundo Rajamani (2006) duas são as formas de arranjo comumente encontradas nos veículos de passeio, suspensões independentes e dependentes. No caso de suspensões dependentes, ou seja, conectadas por um eixo, os deslocamentos verticais de uma roda são acopladas ao deslocamento da outra. A principal vantagem deste arranjo é a simplicidade de construção, capacidade de suportar cargas elevadas e baixo custo. Para veículos de passeio as rodas dianteiras geralmente projetadas para serem independentes, as quais não são diretamente conectadas.

Há dependência direta dos objetivos do projetista para que a suspensão e a forma de controle sejam eficazes. Para isolar vibrações as molas de baixa rigidez são melhores, no entanto, para boa dirigibilidade molas mais rígidas têm preferência. A redução da amplitude de vibração da massa suspensa em frequência próxima à natural é obtida com alta razão de amortecimento, ao passo que em altas frequências prefere-se baixa razão de amortecimento. Em contrapartida, para obter boa dirigibilidade em alta frequência, uma alta razão de amortecimento é requerida. As consequências conflitantes da característica escolhida para a suspensão requer um sistema de controle apurado que se adapte às situações de pista e operações do veículo (Wong, 2011).

Segundo Savaresi et. al. (2010) o nascimento da suspensão eletrônica para carros fabricados em massa ocorreu no início dos anos 60, quando a Citroën introduziu no mercado carros com suspensão hidráulico-pneumática. Nesse momento não havia ação eletrônica no equipamento, no entanto a noção de modificação abriu caminho para adaptações eletrônicas da suspensão. A ascensão da suspensão eletrônica tem apogeu nos anos 80, quando a



suspensão analógica já havia sido desenvolvida. A era dos micro-controladores digitais estava começando e a possibilidade de desenvolvimento de um controle ativo completo atraiu tanto a Fórmula 1 quanto os fabricantes de automóveis. Neste período foi demonstrada a idéia de substituir a tradicional suspensão massa-mola por um sistema eletronicamente controlado através de atuadores hidráulicos com rápida resposta. No entanto, a busca pelo controle ativo completo durou poucos anos devido ao elevado custo, significativa perda de potência, equipamento volumoso, sistemas hidráulicos irrealis e incertezas no gerenciamento da segurança. A Figura 1.1 apresenta a proposta de sistemas de controle, chamado “full-corner” cujo objetivo é controlar a suspensão, frenagem e dirigibilidade.

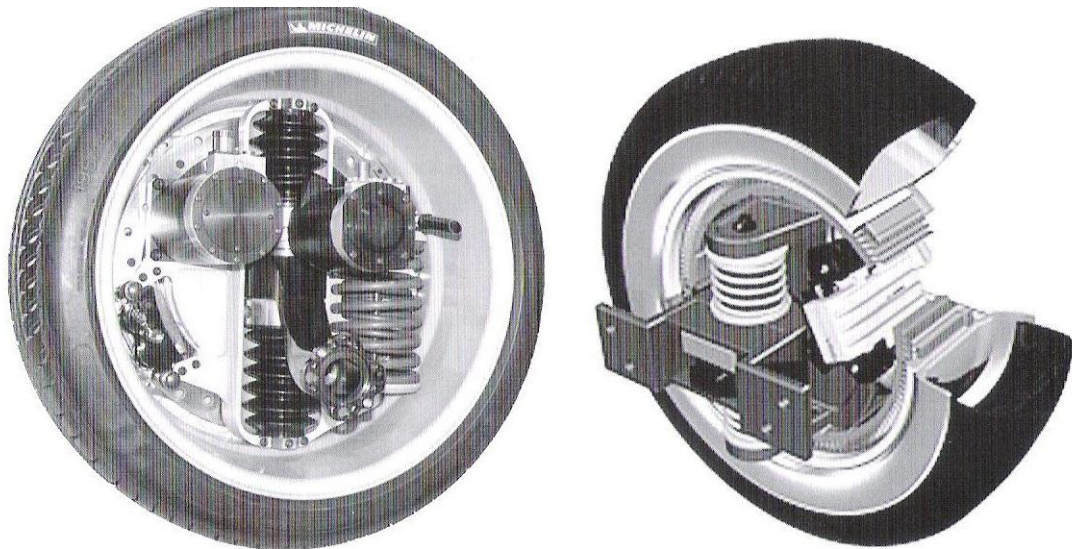


Figura 1.1 – Proposta de controle completo proposto pela Michelin (esquerda) e Siemens (direita).

Fonte: adaptada de Savaresi et al., 2010.

As suspensões eletrônicas podem ser classificadas de acordo com duas características principais (Savaresi, 2010, p. 4):

**Energia de alimentação:** quando a energia é imposta ao sistema a suspensão é classificada como ativa; no entanto, quando a suspensão é modificada sem a adição de energia é classificada como semi-ativa. Ou seja, quando a suspensão pode forçar o veículo ela é dita ativa, caso contrário semi-ativa.

**Largura de banda:** elementos de controle eletrônico possuem um tempo de reação ao estímulo, o que caracteriza o componente a ser utilizado e implica limitações ao emprego do controle.

Existem duas formas de classificação dos controladores eletrônicos para suspensões:

**Suspensões ativas:** suspensão de nivelamento (atuador com largura de banda abaixo do funcionamento dinâmico da suspensão); suspensão ativa lenta (suspensão com largura de banda entre o comportamento dinâmico da carroceria e da roda); e suspensão ativa completa (atuador com largura de banda completa, ou seja, compreende o comportamento dinâmico de todo o veículo).

**Suspensões semi-ativas:** suspensão adaptativa (suspensão com baixo tempo de resposta da razão de amortecimento, em que não há realimentação do sistema de controle); e suspensão semi-ativa (razão de amortecimento modificada através de um controle de malha fechada, sob ampla largura de banda).

## 1.1 Sistemas ativos e semi-ativos

O projeto de um sistema de controle ativo pode ser realizado basicamente de duas formas: por antecipação (*feedforward*) e por realimentação (*feedback*). O controle por antecipação utiliza um sinal de entrada no atuador para gerar força no sentido de atenuar as perturbações do sistema. Já o controle por realimentação utiliza sinais medidos do sistema para gerar um sinal que atenua os distúrbios (Hansen et al., 1997). O controle por antecipação é mais efetivo, no entanto, enfrenta grande dificuldade de que os sinais para gerar força estejam disponíveis. O que torna o controle por realimentação mais utilizado nas aplicações encontradas.

O controle ativo de estruturas estáticas é bastante difundido e possui vasto campo de pesquisa. Uma das grandes contribuições foi na astronomia, onde se tornou possível a correção em tempo real da orientação das lentes de telescópios devido à interferência de ondas. Nesta área as tecnologias desenvolvidas estão mais preocupadas com o desempenho, no entanto, ao passo que as tecnologias se desenvolvem e o custo dos componentes eletrônicos diminui, as aplicações do controle ativo vão se tornar maiores e mais baratas (Preumont, 2011).

O controle ativo de estruturas estáticas geralmente trabalha com o controle acoplado em alguns pontos da estrutura, ou seja, os controladores atuam separadamente e o ponto de aplicação do controle influencia na interação com o sistema. No entanto, as pesquisas mais recentes estudam materiais “inteligentes”, que apresentam sensores e atuadores distribuídos ao longo da estrutura, e podem gerar esforço proveniente de diversas fontes, como eletricidade, calor, etc. (Preumont, 2011).

Segundo Savaresi, 2010, o primeiro controle ativo a ser introduzido em massa na indústria automotiva foi o controle de frenagem. O anti-lock braking systems (ABS) tornou-se

requisito básico nos carros modernos. Esta tecnologia surgiu da necessidade da indústria em criar equipamentos de controle cada vez menores e mais eficientes, com rápida transmissão e baixo erro ao mensurar os parâmetros envolvidos.

Os controles ativos existentes nos veículos trabalham de forma independente, ou seja, não há interação entre os sistemas de controle da suspensão, direção e frenagem, por exemplo, já que trabalhar com sistemas desacoplados torna o problema de controlabilidade mais fácil de ser implementado. Contudo, pesquisas recentes estão sendo desenvolvidas para que os subsistemas interajam, o chamado controle global do chassi (GCC), considerando o veículo todo como um único objeto, assim, o conceito de controle do veículo pode ser atingido por completo (Preumont, 2011).

No modelo clássico do sistema de suspensão, a mola e o amortecedor são os componentes que regulam a energia do sistema, armazenando-a e dissipando-a respectivamente. Assim, o controle deve atuar de forma similar à ação da mola, ao regular a força; semelhante à ação do amortecedor, também regulando sua força; ou definindo um projeto que forneça as duas forças.

Segundo Isermann (2003) a classificação do controlador pode ser relacionada com a energia de entrada e com a largura de banda do atuador. Três características principais devem ser observadas: a faixa de controlabilidade, ou seja, a faixa de força disponibilizada pelo atuador; a largura de banda que o controlador trabalha, ou seja, o quão rápido ou lento pode ser o emprego da força; a força requisitada, que é composta pela controlabilidade e a largura de banda do atuador.

A classificação reúne cinco famílias de controladores (Savaresi, 2010, p. 4):

- a) **Suspensão adaptativa:** a ação do controle do amortecedor é relativamente lenta, assim o controlador é limitado por características dos elementos de atuação passiva. A atuação permeia entre 1 – 5 Hz, com energia requisitada de 10 – 20 W.
- b) **Suspensão semi-ativa:** proporciona controle de atuação em larga banda (30 – 40 Hz), sendo que a força entregue ao sistema segue as restrições do amortecedor passivo, já que nenhuma energia será introduzida ao sistema. Assim, a energia requisitada será baixa (10 – 20 W).
- c) **Suspensão de nivelamento:** (suspensão com baixo tempo de resposta da razão de amortecimento, em que não há realimentação do sistema de controle); e suspensão semi-ativa (razão de amortecimento modificada através de um controle de malha fechada, sob ampla largura de banda).
- d) **Suspensão ativa lenta:** o controle é efetuado por um atuador que substitui completamente a parte passiva da suspensão. Baixa largura de banda (1 – 5 Hz), assim a controlabilidade acaba por ser compensada em elevada energia requerida para funcionamento (1 – 5 kW).

e) **Suspensão ativa completa:** principal diferença da anterior se encontra na largura de banda, que está por volta de 20 – 30 Hz. O controle consegue atuar no sistema em milsegundos. A frequência de atuação é semelhante ao controle semi-ativo, no entanto como não está limitada às forças passivas, a controlabilidade requer elevada energia para atuação (5 – 10 kW).

Devido às características distintas dos controles, a capacidade de atuação de cada um deles também é diferente, já que cada componente inercial do veículo possui graus de liberdade que se movimentam com frequências distintas. O veículo possui duas bandas de trabalho, a frequência da carroceria (1 – 5 Hz) e a da roda (15 – 20 Hz).

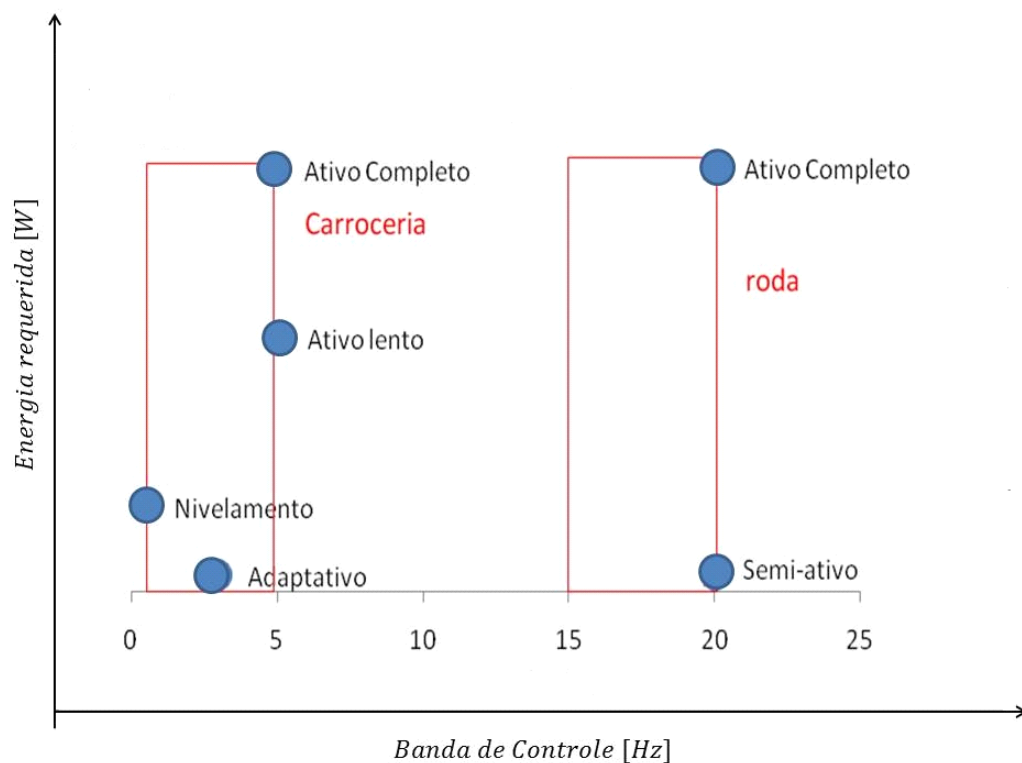


Figura 1.2 – Banda de Controle das diferentes suspensões eletrônicas e faixa de trabalho da carroceria e roda.

Fonte: adaptada de Savaresi et al., 2010.

Nota-se que os diferentes controles apresentaram restrições de atuação em função da banda de controle que atuam. A suspensão de nivelamento tem mais influência sob a carga estática, e pouca influência sob a dinâmica da carroceria e da roda. As suspensões adaptativa e ativa lenta são úteis para controle da carroceria, mas não tem ação na dinâmica das rodas. As suspensões semi-ativa e ativa completa contemplam a dinâmica de todo o veículo, mas esta última requer energia elevada para funcionamento, já que serão introduzidas diretamente forças externas ao sistema (Savaresi, 2010).

Apesar de existirem duas variáveis de projeto para possível controle, as tecnologias disponíveis para atuação de controle são geralmente projetadas como absorvedores de choques, ou seja, um amortecedor eletrônico. No entanto, algumas pesquisas recentes procuraram regular a rigidez da mola como variável real de projeto no controle (Du *et al.* 2011).

As suspensões semi-ativas procuram regular a razão de amortecimento associado a uma faixa de frequência de trabalho, como já mostrada nas classificações de controle eletrônico. Segundo Savaresi (2010) a arquitetura dos principais controladores é formada por:

- a) Amortecedores eletrônicos compostos por acionadores hidráulicos: o conceito deste controlador é alternar o diâmetro de passagem através de variações de corrente nas válvulas eletrônicas, que funcionam como restrição ao fluido. Um exemplo deste componente está disposto na Figura 1.3.

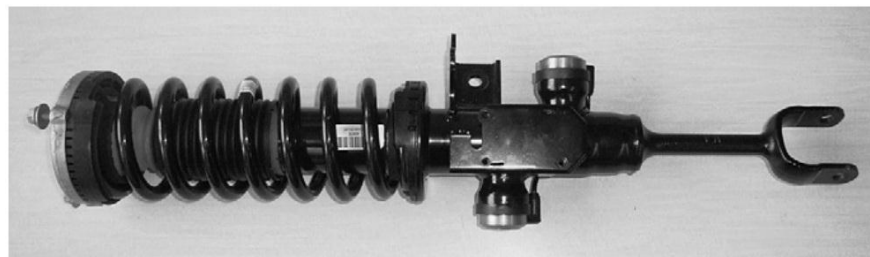


Figura 1.3 – Suspensão hidráulica com variação contínua do coeficiente de amortecimento.

Fonte: Koch et al., 2010.

- b) Amortecedores magnetoreológicos: compostos por um fluido repleto de partículas magnéticas, que muda a viscosidade de acordo com ação elétrica ou magnética. Na atuação de campo eletromagnético as partículas ficam com orientação definida e aumenta a viscosidade do fluido. Um exemplo deste componente está disponível na Figura 1.4.
- c) Amortecedores eletroreológicos: similar ao magnetoreológico, este procura variar a viscosidade do fluido explorando a sensibilidade às variações do campo elétrico. Ao aplicar o campo elétrico as partículas devem formar dipolos e assumir características visco-plásticas. O conjunto assume característica de um capacitor elétrico, onde o corpo externo é o ânodo e o pistão é o cátodo. Apesar de apresentar amortecimento inferior ao magnetoreológico, os efeitos de fricção são menores e conseqüentemente os danos ao equipamento também.

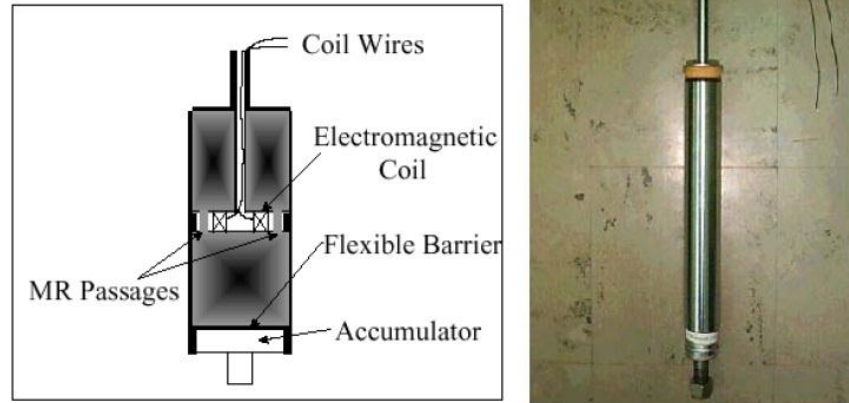


Figura 1.4 – Atuador magnetorreológico.

Fonte: Moura, 2003.

## 1.2 Objetivos do trabalho

O objetivo geral do trabalho é implementar um controle ativo com o regulador linear quadrático ( $LQR$ ), para atenuação das acelerações em um veículo de passeio com 8 GDL sujeito a um perfil de estrada proposto pela ISO 8608. Dado que os ganhos fornecidos pela solução do problema do  $LQR$ <sup>1</sup> dependem das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , procura-se encontrar os elementos destas matrizes, através do algoritmo genético, para que as acelerações do veículo sejam as menores possíveis. Esse objetivo geral desdobra-se nos seguintes objetivos específicos:

- a) analisar o modelo de dois graus de liberdade com excitação senoidal, proposto por Zago (2010);
- b) analisar o modelo de oito graus de liberdade com excitação senoidal, proposto por Shirahatt (2008);
- c) analisar o modelo de oito graus de liberdade com excitação randômica segundo a norma ISO 8608;

<sup>1</sup> Será utilizada somente a abreviatura  $LQR$  (*linear quadratic regulator*) durante o texto por questão de simplicidade.

- d) expor os resultados obtidos e avaliar a influência dos parâmetros otimizados no comportamento dinâmico do veículo sob as condições impostas aos modelos propostos.

### 1.3 Metodologia e organização do trabalho

O trabalho abrange a modelagem matemática do veículo e a formulação do problema de controle. Para tanto, apresenta-se o método utilizado para obtenção dos parâmetros  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , bem como as restrições consideradas para curso máximo da suspensão do veículo e o parâmetro de segurança, dado pela existência de descolamento do pneu junto à pista.

A organização do trabalho é exposta através de seis capítulos descritos a seguir.

No primeiro capítulo são listadas as principais características das suspensões, principais sistemas em que o controle ativo é utilizado e um breve histórico deste recurso em suspensões veiculares.

No segundo capítulo são apresentadas pesquisas recentes envolvendo controles ativos em sistemas dinâmicos, principalmente através de controles utilizando o regulador linear quadrático. Também são descritos alguns trabalhos que realizam a busca dos parâmetros  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  do controle  $LQR$ , com diferentes objetivos e resultados frente aos modelos passivos.

No terceiro capítulo são apresentados os principais modelos veiculares utilizados para análise dinâmica, o modelo utilizado neste trabalho e as considerações utilizadas na sua formulação. Logo após, há a apresentação da formulação do problema de controle na forma de espaço-estado, o modelo de controle ativo de vibrações por  $LQR$ . O processo de otimização é formulado, bem como, as restrições determinadas.

No quarto capítulo contém a modelagem da pista utilizada para excitação do modelo veicular no domínio do tempo segundo a proposta de Dodds e Robson (1973) e pela ISO 8608, as considerações dos parâmetros para geração da pista por alguns autores e classificações desta, entre estradas boas e ruins.

O quinto capítulo há a apresentação da aplicação do controle  $LQR$  para um modelo veicular de dois graus de liberdade, os parâmetros utilizados para otimização dos elementos das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  no modelo de oito graus de liberdade sujeito a excitação senoidal e para este mesmo modelo sujeito a excitação randômica segundo a norma ISO 8608.

No sexto e último capítulo são apresentadas conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo apresenta-se uma revisão da literatura relacionada ao tema do trabalho. A pesquisa bibliográfica se desenvolve destacando diversos aspectos relativos à aplicação de controles ativos em diversos sistemas e a metodologia de otimização das matrizes **Q** e **R**, em diversas aplicações, com o objetivo de caracterizar a evolução da pesquisa no assunto.

### 2.1 Controle ativo em sistemas dinâmicos

Os controladores ativos mais comumente encontrados na literatura são o atuador skyhook, por controle regulador quadrático linear e por lógica fuzzy. Yoshimura *et al.* (1997) apresentou um controle de vibrações de um *motor home*, sujeito a excitação randômica, representado por seis graus de liberdade, e com não linearidades nos amortecedores e molas, utilizando o atuador skyhook e controle por lógica fuzzy. O skyhook é o controle aplicado ao sistema, obtido a partir da minimização de um funcional (formado pelo RMS da aceleração da carroceria), em seguida aplica-se no dado sistema o controle por lógica fuzzy, que é obtida minimizando o mesmo funcional. Os pesos associados ao funcional, que abrange as acelerações, as forças de controle, deslocamento das suspensões e do pneu, são escolhidos arbitrariamente com intuito de prevalecer acelerações que possibilitem baixos valores de deslocamento da suspensão e deflexão do pneu. Em comparação ao modelo com controle passivo a aceleração vertical e a aceleração angular da arfagem – movimento angular da carroceria – diminuíram 32% e 21% respectivamente, enquanto o índice de desempenho diminuiu cerca de 37%.

Koch *et al.* (2010) propuseram atenuar as vibrações veiculares provenientes do solo através de um sistema ativo que trabalha em baixa banda de frequência. Para a entrada de distúrbios ao sistema utilizaram um modelo estocástico baseado em um espectro de potência medido em rodovias. O controle ativo utilizado é o *LQR*, sendo que se assume que todas as variáveis podem ser medidas em tempo real e o atuador instantaneamente produz a força/deslocamento requerida pelo controlador. O funcional utilizado na otimização agrega a aceleração da carroceria ( $y_1$ ), o deslocamento da suspensão ( $y_2$ ) e do pneu ( $y_3$ ), onde  $E$  representa o valor esperado, sendo expresso por:



$$J = \lim_{t \rightarrow \infty} E[r_1 y_1^2 + r_2 y_2^2 + r_3 y_3^2] \quad (2.1)$$

Buscou-se otimizar a razão de amortecimento do atuador hidráulico e os pesos  $r_i$ , ao passo que as restrições de  $y_{1max}$  e  $y_{2max}$  fossem respeitadas. Um exemplo realizado pelo autor mostra a melhora de 43% no conforto, em relação à suspensão passiva.

Estudos mais recentes buscam modelos para aplicação prática, onde os materiais inteligentes representam o meio pelo qual o controle é aplicado e transformado em resposta real ao sistema. Sande et al. (2012) desenvolveram um sistema ativo de controle por atuadores eletromagnéticos que apresenta pequeno volume de trabalho e uma largura de frequência de banda razoável. O controle ativo escolhido foi o  $H_\infty$  (uma forma de controle robusto), de forma que as variações da planta que ocorrem na prática possam ser quantificadas. O modelo de um quarto de veículo possui o atuador eletromagnético, construído em série com a mola, e que possui força máxima de 1000 N. O distúrbio inserido no sistema consiste em um salto de 3cm de altura no tempo de 0,001s. Além da limitação do atuador, as limitações de espaço de trabalho das suspensões, conforto, e compressão dos pneus também foram consideradas no trabalho. O controle foi dividido em controladores responsáveis pelo conforto do passageiro e controle do deslocamento da suspensão. A aplicação do controle com foco no conforto garantiu melhora em 41% , ao passo que piorou a dirigibilidade em 65% (o primeiro medido pela aceleração da carroceria e o segundo pelo deflexão do pneu). Já para o foco em dirigibilidade a deflexão no pneu diminuiu 31% e o conforto piorou em 19%. As diferenças entre as medidas experimentais e o simulado foram de aproximadamente 22%.

A aplicação de controle ativo em suspensões veiculares com intuito de atenuar as vibrações provenientes do solo vem sendo objeto de estudo ao longo dos anos. Recentemente Zago et al. (2010) modelou um quarto de veículo com controle ativo  $LQR$ , e comparou com resultados obtidos em experimento. O modelo matemático apresenta dois graus de liberdade dispostos na forma de espaço-estado, como todos os sistemas a serem controlados por  $LQR$ . O controle é constituído por uma força que estabiliza o sistema em torno da trajetória desejada, e formulada a partir da solução algébrica de Ricatti. O autor faz duas análises no trabalho, uma privilegiando o conforto dos passageiros e outra a estabilidade do veículo. O conforto supõe menos vibrações na carroceria, independente do que ocorra com as suspensões. Já a estabilidade requer que a roda permaneça sempre em contato com o solo. Para ambas as

situações o autor realizou testes com combinações das matrizes de projeto  $\mathbf{Q}$ , mas com  $\mathbf{R}$  unitário, para obter os melhores resultados do sistema.

Outra proposta de controle de vibrações de rotores com atuadores magnéticos utilizando o regulador  $LQR$  foi apresentada por Perini et al. (2008), através de um modelo composto por um rotor posicionado no centro e rodeado por imãs, os quais exercem uma força proporcional à corrente, que é por sua vez controlada. As reduções do modelo sem controle para o controlado são significativas: a amplitude reduziu 80% e o tempo de assentamento do modelo reduziu de 500 para 0,15 s.

Campos *et al.* (1999) modelaram metade de um veículo (abrangendo a carroceria e as suspensões dianteira e traseira) com controle ativo para analisar movimentos verticais e de arfagem. O modelo de quatro graus de liberdade dispõe de suspensões típicas (massa, mola e amortecedor) além de um atuador ativo composto de dois sinais. Um dos sinais é responsável por rejeitar as perturbações provenientes do solo, e outro por estabilizar os graus de liberdade de movimento vertical e arfagem, e uma função serve para unir os dois sinais de controle. Uma das dificuldades de controle de vibrações veicular está em atuar nas frequências acima da frequência natural da roda. Para solucionar tal problema o autor utiliza filtros passa baixo para as altas frequências dos amortecedores, e filtros passa alta para as baixas frequências das molas. Com o intuito de estabilizar os movimentos verticais e de arfagem foi utilizado o controlador ativo skyhook. A simulação da estrada foi realizada a partir de um sinal senoidal com atraso entre as rodas traseira e dianteira. Os resultados demonstraram melhoras significativas para frequências acima e abaixo da frequência da roda, mas nessa frequência a simulação com controle foi pior.

Em publicação posterior Ikenaga *et. al.* (2000) faz um estudo semelhante ao exposto por Campos *et al.* (1999), mas o objeto de análise é um modelo veicular completo com 7 GDL e modelo de pista com amplitude de onda senoidal e velocidade distinta. O trabalho também compara o desempenho do controle ativo com o controle passivo de vibrações. Os filtros passa baixa e passa alta, bem como o controle por skyhook também são utilizados, mantendo o foco da análise para as frequências próximas à natural da roda. Os resultados obtidos no trabalho mantém o já exposto, ou seja, melhoras evidentes para frequências abaixo e acima da frequência natural da roda, porém na frequência da roda as amplitudes permanecem altas. Assim, os movimentos do modelo completo foram bem regulados pelos filtros e o atuador skyhook.

Shirahatt *et. al.* (2008) a partir de um modelo veicular com 8 GDL, composto pelos 7 GDL e o assento do motorista, e excitação da pista como um pulso senoidal com defasagem

entre os pneus traseiro e dianteiro, buscou otimizar os parâmetros de rigidez de mola e coeficiente de amortecimento para conforto dos passageiros. Outra forma de análise foi a busca por parâmetros ótimos de mola e amortecimento ao aplicar o controle *LQR* com atuadores entre as suspensões e a carroceria. As matrizes de projeto **Q** e **R** foram designadas pelo autor de forma arbitrária para que houvesse a menor aceleração possível. Os resultados de diminuição do deslocamento, em relação à simulação passiva, no banco do motorista foram de aproximadamente 74% e o tempo de assentamento foi de 6 s para 3,5 s. As acelerações no assento e na carroceria reduziram cerca de 88%, já o tempo de assentamento reduziu de 6,5 para 3 s. O valor RMS das acelerações no assento do motorista e na carroceria reduziram aproximadamente 82% cada. Também foram observadas pelo autor as alterações no deslocamento das suspensões e da roda para ambos os casos, havendo aumento de 60% e 28% respectivamente.

No que concerne à procura dos parâmetros **Q** e **R**, necessário aos objetivos do trabalho, destacam-se os trabalhos listados na sequência.

Elgerd (1966) sugere em seu trabalho uma correlação entre a escolha das matrizes de projeto e as variáveis de estado. Demonstra que os parâmetros que afetam o vetor de estado e de controle, ao ponderar a importância das variáveis de estado e a ação das forças de controle. O autor relata trajetórias distintas para as variáveis de estado e para o controle, bem como as variações de **Q** e **R**. Apesar de verificar influência das alterações nas matrizes no comportamento do sistema, não consegue encontrar uma resposta particular, ou seja, uma correlação definida entre os parâmetros **Q** e **R** e as variáveis de estado e controle.

Esse mesmo problema foi novamente estudado por Anderson e Moore (1989), além de dar atenção a propriedades do sistema como: autovalores, robustez, incertezas nos parâmetros da planta a ser controlada, alocação de pólos e local das raízes. A conclusão do autor foi de encontro ao que expôs Elgerd (1966), já que não encontrou relações exatas entre os parâmetros de projeto e as propriedades analisadas, e enfatizou que a conversão de condições desejadas das variáveis de estado através da escolha dos parâmetros **Q** e **R** são inexatas.

Uma das primeiras orientações para escolha inicial das matrizes foi sugerida por Bryson e Ho (1975), que escalona as variáveis de forma que o valor mínimo para cada termo seja unitário. O que acaba por ser importante em situações onde os valores das variáveis são numericamente muito diferentes. A proposta apesar de não ser muito eficiente, apresenta melhores resultados do que a busca por tentativa e erro. O método busca minimizar o funcional  $J$ , no entanto a cada iteração os valores das matrizes diagonais são determinados de acordo com a equação (2.2):

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{ii} &= \left[ \max(x_i(t))^2 \right]^{-1} \\ \mathbf{R}_{jj} &= \left[ \max(u_j(t))^2 \right]^{-1} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Onde  $x_i$  o vetor de estado espaço a cada iteração; e  $u_i$  a força de controle imposta ao sistema a cada iteração. As matrizes formadas a cada iteração são diagonais, para  $x_i \neq 0$  e  $u_i \neq 0$ . E o funcional  $J$  definido pela equação (2.3), onde  $q_i$  e  $r_j$  são componentes diagonais das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ .

$$J = \int_0^{\infty} \left[ \sum_{i=1}^n x_i(t)^2 q_i + \sum_{j=1}^m u_j(t)^2 r_j \right] dt \quad (2.3)$$

Oral *et al.* (2010) determina uma relação analítica entre as variáveis de estado e os elementos das matrizes para um sistema de dois graus de liberdade. A matriz  $\mathbf{Q}$  foi disposta como diagonal e positiva, a matriz  $\mathbf{R}$  composta por apenas um elemento, ou seja, com apenas um atuador de controle. Assim, na solução da equação de Ricatti a matriz de transformação  $\mathbf{P}$  é correlacionada com os elementos da matriz  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ . Como através da definição de estabilidade de um sistema, as raízes da equação característica indicam a frequência natural e razão de amortecimento para condição de estabilidade, o método fornece ao usuário a possibilidade de analisar relações entre frequência natural e razão de amortecimento, para diferentes valores das componentes das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ . No entanto, para modelos com mais graus de liberdade fica inviável avaliar graficamente como cada uma das componentes afetam o comportamento do sistema.

A intenção de correlacionar as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  com o comportamento do sistema também foi objeto de estudo nas pesquisas de controle de vibrações através de materiais piezoelétricos. Ang *et al.* (2001) aplica o controle por  $LQR$  para atenuar as vibrações com o uso de materiais inteligentes, ao passo que propõe um funcional energético como função objetivo para seleção das matrizes de projeto  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ . O funcional contempla as energias de deformação, cinética e de controle. A análise estrutural geralmente trabalha com superposição modal, para que um comportamento dinâmico aproximado do sistema seja obtido. Para que isso ocorra as matrizes são formuladas da seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \beta \hat{\Phi}^T \mathbf{K}_0 \hat{\Phi} & 0 \\ 0 & \alpha \hat{\Phi}^T \mathbf{M} \hat{\Phi} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\bar{\mathbf{R}} = \gamma \hat{\mathbf{R}} \quad (2.5)$$

Onde  $\hat{\Phi}$  são os autovetores,  $\mathbf{K}_0$  é a matriz de rigidez,  $\mathbf{M}$  a matriz de massa,  $\hat{\mathbf{R}}$  matriz proposta pelo projetista, e as variáveis  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são pesos com funções descritas abaixo.

A solução de Ricatti é apresentada em função das variáveis  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ . Assim, como em outros trabalhos, são obtidas as funções que explicitam a frequência natural e a razão de amortecimento. O aumento do peso na energia cinética  $\alpha$  e da energia de deformação  $\beta$  fornece ao sistema maior amortecimento e maior força máxima do controle; já o aumento do peso para energia de controle, indica razão de amortecimento  $\gamma$  e máxima força de controle mais baixos. O autor apresenta gráficos com variações dos parâmetros, onde o antagonismo entre deixar o sistema mais amortecido e o excessivo gasto energético se faz presente nas análises e conclusões, e, assim, nenhuma correlação analítica direta para os melhores parâmetros é apresentada.

Uma dos requisitos para formação das matrizes de projeto está na positividade das mesmas, o que requer o cuidado na escolha dos elementos, ou impor através de manipulação matricial que a matriz seja positiva. Assim, foi proposto que as matrizes sejam (Boudarel et. al. 1969, Naidu 2003):

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \mathbf{C}^T \mathbf{C} \\ \mathbf{R} &= \mathbf{B} \mathbf{B}^T \end{aligned} \quad (2.6)$$

Objetivo é tornar as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  na equação (2.6) possíveis de serem utilizadas em procedimentos iterativos, através da determinação das matrizes  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{B}$ .

Gabasa (2009) analisou a dinâmica de um pêndulo invertido robotizado, sendo o principal objetivo selecionar a matriz  $\mathbf{Q}$  ideal para controle do sistema através do regulador *LQR*. O robô foi equipado com dois servo atuadores, um giroscópio para medir ângulo e velocidade angular, e *encoders* para medir a posição das rodas. O autor propõe fixar o valor da matriz  $\mathbf{R}$  como matriz identidade, e buscar os elementos da matriz diagonal  $\mathbf{Q}$  através do algoritmo heurístico *PSO* (otimização por enxame de partículas), e então atualiza os valores

da matriz  $\mathbf{R}$ , como autovalores da matriz  $\mathbf{Q}$ . No problema a variável mais importante a ser analisada é o ângulo de inclinação. Devido a exigências práticas houve cuidado para que o *overshoot* fosse pequeno, já que o funcional do regulador quadrático não leva em consideração essa característica do sistema, e também o baixo erro das variáveis de estado. A função a ser otimizada *IAE* (*Integral absolute error*), calculada como a variância da diferença entre a posição desejada e a atual, possibilitou a determinação da matriz  $\mathbf{Q}$  após 50 iterações. Em comparação com o sistema controlado por *LQR* sem PSO, a possibilidade de obter erro zero não se tornou possível, o que ocorreu em pouco tempo de simulação com utilização do processo de otimização heurístico.

A minimização do funcional de energia proposto pelo regulador quadrático linear (*LQR*) através de algoritmos genéticos (*GA*) foi proposto por Robandi et al. (2001), o qual propõe que os elementos da diagonal principal das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  fossem as variáveis a serem obtidas no processo de otimização, diferente do já disposto acima em que apenas  $\mathbf{Q}$  foi variável do problema. O problema analisado é um sistema de geração de potência, em que existem 21 variáveis de saída e seis variáveis de entrada, ou seja, a matriz  $\mathbf{Q}$  será composta por 21 variáveis e  $\mathbf{R}$  por seis. No processo de otimização por algoritmos genéticos as variáveis são representadas por cromossomos. Os cromossomos iniciais são escolhidos aleatoriamente, e ao longo do processo iterativo os elementos das matrizes foram modificados para minimizar o funcional de energia  $J$ , de acordo com a Figura 2.1.

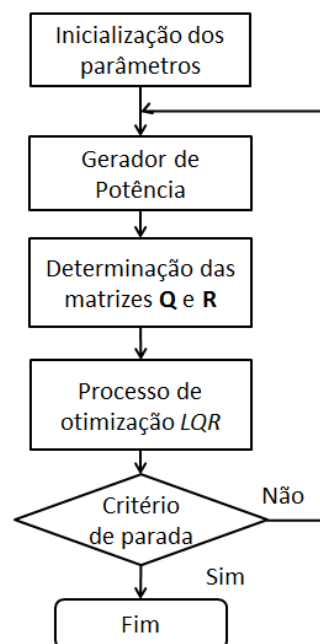


Figura 2.1 – Diagrama do processo de otimização proposto por Robandi et al. (2001).

O autor obteve tempo de assentamento menor do que apresentado nos métodos de Bryson and Ho (1975), além de menores valores do funcional de desempenho  $J$ .

Ghoreishi et al. (2011) propôs controlar um sistema com dois graus de liberdade através do  $LQR$  utilizando diferentes otimizadores heurísticos. As matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , para respeitar a restrição de positividade, foram formadas a partir de outras matrizes, de acordo com a equação (2.7):

$$\begin{aligned}\mathbf{Q} &= \mathbf{W}^T \mathbf{W} \\ \mathbf{R} &= \mathbf{V}^T \mathbf{V}\end{aligned}\quad (2.7)$$

Onde as variáveis  $\mathbf{W}$  e  $\mathbf{V}$  serão utilizadas no processo de otimização para formar as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , as quais serão utilizadas para cálculo do funcional de desempenho do sistema. Diferente do que geralmente é utilizado para avaliação do regulador quadrático linear, o autor utiliza os conceitos de estabilidade, conforto e tempo de assentamento para formar o índice de desempenho do sistema.

**Índice de estabilidade:** Este índice está relacionado a uma parte real dos polos ( $\text{Re}$ ) do sistema fechado e definido como:

$$SI = -\frac{1}{\max \text{Re}\{\lambda_i\}} \quad (2.8)$$

Onde os melhores elementos das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  são os que resultam no menor índice de estabilidade.

**Tempo de assentamento:** para um período a ser analisado este índice é o tempo mínimo em que a resposta chega ao erro de 0,05, cuja forma matemática é disposta abaixo:

$$ST = \min \left\{ \left\| \frac{y(t) - y_d(t)}{y_d(t)} \right\| \leq 0,05 \right\} \quad (2.9)$$

Onde  $y(t)$  é a trajetória do sistema e  $y_d(t)$  é a trajetória desejada. Se o sistema tem mais de uma saída, o maior tempo de assentamento entre as saídas será o tempo de assentamento do sistema, e caso o valor desejado for zero o tempo de assentamento é definido como:

$$ST = \min \left\{ |y(t)| \leq \frac{\max y(t)}{100} \right\} \quad (2.10)$$

**Índice do gasto energético:** devido às limitações dos atuadores os objetivos devem ser atingidos com o mínimo gasto de energia, assim o índice é representado abaixo.

$$u_{\max} = \max |u(t)| \quad (2.11)$$

Achar os melhores **Q** e **R** utilizando todos os índices acima é uma otimização multiobjetivo, no entanto para evitar complicações o índice foi mesclado:

$$J_{total} = w_1 SI + w_2 ST + w_3 u_{\max} \quad (2.12)$$

Os índices  $w_1$ ,  $w_2$  e  $w_3$  devem ser selecionados pelo projetista.

Os algoritmos de procura utilizados foram: algoritmos genéticos, otimização por enxame de partículas (PSO), evolução diferencial (DE) e algoritmo de competição imperialista (ICA). Dos resultados encontrados pelos diferentes algoritmos desempenho os últimos três citados obtiveram melhor desempenho, mas mesmo com a diferença apresentada os algoritmos genéticos apresentaram resultados satisfatórios.

Os trabalhos de Robandi et. al. (2001) e Ghoreishi et. al. (2010) apresentados sugerem que a busca por elementos das matrizes **Q** e **R** podem melhorar as respostas dinâmicas dos sistemas analisados, já os trabalhos de Zago (2010) e Shirahatt (2008) ao aplicarem o controle *LQR* proporcionaram ganhos significativos em modelos veiculares frente aos sistemas sem atuação de controle. Estes estudos motivam este trabalho de buscar elementos das matrizes **Q** e **R** que possam melhorar ainda mais as respostas de um modelo veicular sob diversos tipos de pista.



### 3. CONTROLE DA SUSPENSÃO ATIVA DE UM MODELO VEICULAR COMPLETO

Neste capítulo expõe-se o modelo veicular completo, a formulação do controle ativo utilizado, a forma com que a excitação externa está agindo, e as condições a que o modelo está submetido. Muitos são os modelos disponíveis na literatura para representar os principais movimentos do veículo, os giros em torno do eixo  $x$  (rolagem), em torno do eixo  $y$  (arfagem) e os deslocamentos verticais. Para obter a influência da massa não suspensa, rigidez da mola e o amortecimento, e o deslocamento vertical da suspensão e carroceria, um modelo de dois graus de liberdade seria suficiente (Wong, 2001). Para análise de vibrações na carroceria e assento do motorista, é necessário um modelo mais completo que possui um grau de liberdade a mais além dos 7 GDL normalmente propostos como um modelo de veículo completo.

Nesse sentido, as formas de oferecer melhor conforto aos passageiros são basicamente: escolha de parâmetros ótimos das suspensões ou projeto de um sistema de controle das vibrações. Os atuadores responsáveis por imprimir a força de controle podem ser posicionados conforme desejo do projetista, no entanto, geralmente são localizados entre as suspensões e a carroceria. Neste capítulo são exploradas a forma de controle ativo *LQR* para um modelo veicular proposto de 8 GDL.

#### 3.1 Considerações e hipóteses

Não é considerado acoplamento entre massas suspensas, ou seja, todas as suspensões são independentes. Esta característica é geralmente garantida pelas barras de torção, que são componentes estabilizadores, e tem como função aumentar a rigidez do eixo e diminuir a tendência à rolagem da carroceria, o que acaba por garantir maior estabilidade no comportamento do veículo em curvas (Nicolazzi et al, 2008). O modelo também considera o centro de gravidade da carroceria deslocado para a traseira, adotado por ser uma configuração utilizada em outros trabalhos (Drehmer, 2012; Shirahatt, 2008). O pneu não apresenta amortecimento, apenas uma mola representa o componente, além de ter contato pontual com o solo.

Outras hipóteses não consideradas nesta análise são a ação de forças laterais, ou efeitos dinâmicos devido a trajetórias curvilíneas, e efeitos de cambagem (inclinação do pneu).

### **3.2 Modelo de sistema de suspensão de veículo completo de 8 GDL**

Os modelos clássicos que representam a dinâmica de um veículo são três: o primeiro é um modelo mais simples de 2 GDL que representa todo veículo por duas massas concentradas, uma representando a carroceria e a outra o conjunto suspensão/roda. Esse modelo veicular possibilita apenas análise da dinâmica vertical, sem considerar outros movimentos, e muito utilizado para análises complexas e propostas inovadoras. Para analisar a influência de um dos graus de liberdade de giro (arfagem), torna-se necessário a modelagem de  $\frac{1}{2}$  veículo (4 GDL), onde há a representação da carroceria, das suspensões traseira e dianteira, e a adição de um giro (arfagem), que permite análise de movimentos acoplados. Para verificação dos movimentos de arfagem, rolagem e deslocamento vertical da carroceria, assim como o acoplamento entre eles com o movimento das suspensões, faz-se necessário a modelagem do veículo completo que contemple os graus de liberdade das suspensões, o movimento vertical e giros em dois eixos (arfagem e rolagem) da carroceria, como mostra a Figura 3.1.

As Equações (3.1) à (3.8) descrevem as equações dinâmicas para os 8 graus de liberdade propostos. Para cada força atuante no grau de liberdade a ser equacionado serão avaliadas as influências do deslocamento dos outros graus de liberdade na linha de atuação da força, o que impõe cuidado maior com os giros (arfagem e rolagem). Os elementos de rigidez, massa e amortecimento são fornecidos por Drehmer (2012), que através de processos de otimização heurística, busca os melhores valores a esses elementos para um veículo sujeito a diversas condições de pista, e que proporcionem ao passageiro a menor aceleração vertical possível. Assim, no problema analisado está se partindo de uma profunda análise das possibilidades do controle passivo de vibrações.

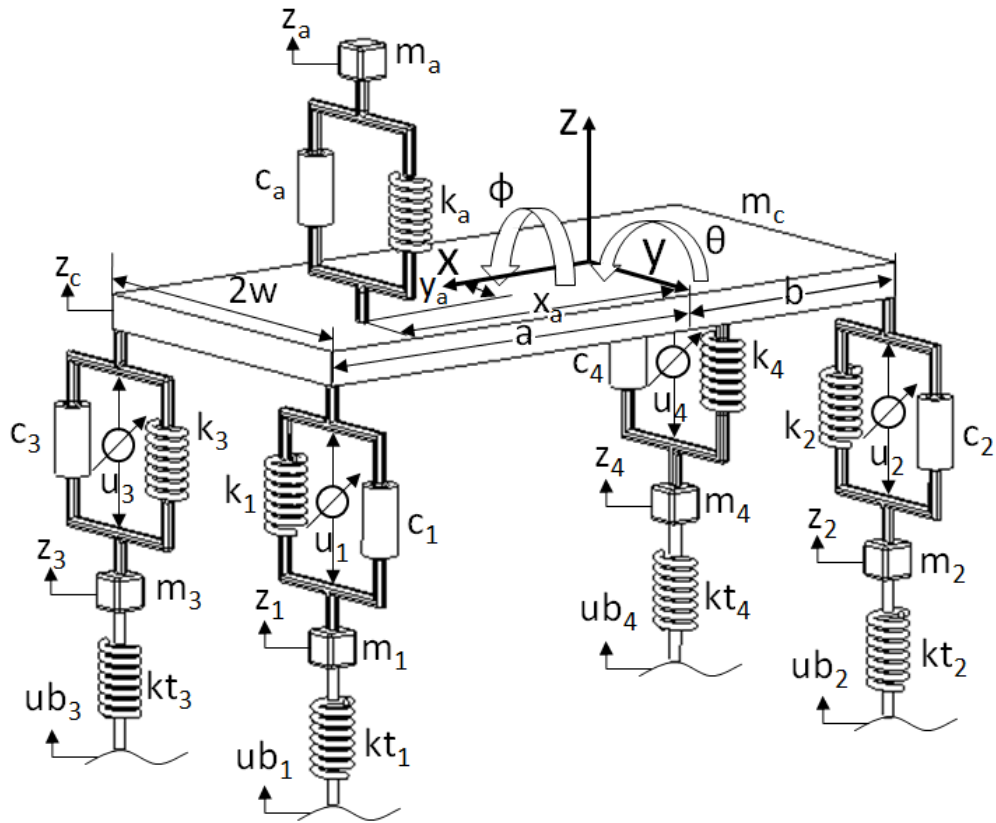


Figura 3.1 – Modelo do veículo proposto de oito graus de liberdade.

Onde  $m_a, c_a, k_a$  são os parâmetros de massa, amortecimento e rigidez para o assento do motorista, e  $x_a, y_a$  as distâncias do assento para o centro de gravidade do veículo, que é considerado coincidente com a origem do sistema de coordenadas. As dimensões  $a$  e  $b$  são as distâncias da parte dianteira e traseira do veículo, respectivamente, para o CG do veículo. A dimensão  $2w$  representa a largura do veículo, e os parâmetros  $m_1, m_2, m_3, m_4$  representam as massas,  $c_1, c_2, c_3, c_4$  os amortecedores e  $k_1, k_2, k_3, k_4$  as ridezes das molas nas suspensões dianteira esquerda (1), traseira esquerda (2), dianteira direita (3) e traseira direita (4).

Grau de liberdade vertical do assento,  $z_a$ :

$$m_a \ddot{z}_a = k_a (z_c - z_a + \phi y_a - \theta x_a) + c_a (\dot{z}_c - \dot{z}_a + \dot{\phi} y_a - \dot{\theta} x_a) \quad (3.1)$$

Grau de liberdade vertical da carroceria,  $z_c$ :

$$\begin{aligned}
m_c \ddot{z}_c &= k_a (-z_c + z_a - \phi y_a + \theta x_a) + c_a (-\dot{z}_c + \dot{z}_a - \dot{\phi} y_a + \dot{\theta} x_a) + \dots \\
&+ k_1 (-z_c + z_1 - \phi w + \theta a) + c_1 (-\dot{z}_c + \dot{z}_1 - \dot{\phi} w + \dot{\theta} a) + \dots \\
&+ k_2 (-z_c + z_2 - \phi w - \theta b) + c_2 (-\dot{z}_c + \dot{z}_2 - \dot{\phi} w - \dot{\theta} b) + \dots \\
&+ k_3 (-z_c + z_3 + \phi w + \theta a) + c_3 (-\dot{z}_c + \dot{z}_3 + \dot{\phi} w + \dot{\theta} a) + \dots \\
&+ k_4 (-z_c + z_4 + \phi w - \theta b) + c_4 (-\dot{z}_c + \dot{z}_4 + \dot{\phi} w - \dot{\theta} b) + \dots \\
&+ u_1 + u_2 + u_3 + u_4
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Grau de liberdade de rolagem da carroceria,  $\phi$  :

$$\begin{aligned}
I_x \ddot{\phi} &= k_a y_a (-z_c + z_a - \phi y_a + \theta x_a) + c_a y_a (-\dot{z}_c + \dot{z}_a - \dot{\phi} y_a + \dot{\theta} x_a) + \dots \\
&k_1 w (-z_c + z_1 - \phi w + \theta a) + c_1 w (-\dot{z}_c + \dot{z}_1 - \dot{\phi} w + \dot{\theta} a) + \dots \\
&k_2 w (-z_c + z_2 - \phi w - \theta b) + c_2 w (-\dot{z}_c + \dot{z}_2 - \dot{\phi} w - \dot{\theta} b) + \dots \\
&k_3 w (z_c - z_3 - \phi w - \theta a) + c_3 w (\dot{z}_c - \dot{z}_3 - \dot{\phi} w - \dot{\theta} a) + \dots \\
&k_4 w (z_c - z_4 - \phi w + \theta b) + c_4 w (\dot{z}_c - \dot{z}_4 - \dot{\phi} w + \dot{\theta} b) + \dots \\
&+ u_1 w + u_2 - u_3 w - u_4 w
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Grau de liberdade de arfagem da carroceria,  $\theta$  :

$$\begin{aligned}
I_y \ddot{\theta} &= k_a x_a (z_c - z_a + \phi y_a - \theta x_a) + c_a x_a (\dot{z}_c - \dot{z}_a + \dot{\phi} y_a - \dot{\theta} x_a) + \dots \\
&+ k_1 a (z_c - z_1 + w \phi - \theta a) + c_1 a (\dot{z}_c - \dot{z}_1 + w \dot{\phi} - \dot{\theta} a) + \dots \\
&+ k_2 b (-z_c + z_2 - w \phi - \theta b) + c_2 b (-\dot{z}_c + \dot{z}_2 - w \dot{\phi} - \dot{\theta} b) + \dots \\
&+ k_3 a (z_c - z_3 - w \phi - \theta a) + c_3 a (\dot{z}_c - \dot{z}_3 - w \dot{\phi} - \dot{\theta} a) + \dots \\
&+ k_4 b (-z_c + z_4 + w \phi - \theta b) + c_4 b (-\dot{z}_c + \dot{z}_4 + w \dot{\phi} - \dot{\theta} b) + \dots \\
&- u_1 a + u_2 b - u_3 a + u_4 b
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Grau de liberdade vertical da suspensão dianteira esquerda,  $z_1$  :

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{z}_1 &= k_1 (z_c - z_1 + \phi w - \theta a) + c_1 (\dot{z}_c - \dot{z}_1 + \dot{\phi} w - \dot{\theta} a) + \dots \\
&- u_1 + k t_1 (u b_1 - z_1)
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Grau de liberdade vertical da suspensão traseira esquerda,  $z_2$  :

$$\begin{aligned}
m_2 \ddot{z}_2 &= k_2 (z_c - z_2 + \phi w + \theta b) + c_2 (\dot{z}_c - \dot{z}_2 + \dot{\phi} w + \dot{\theta} b) + \dots \\
&- u_2 + k t_2 (u b_2 - z_2)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Grau de liberdade vertical da suspensão dianteira direita,  $z_3$  :



Os elementos matriz simétrica de amortecimento  $\mathbf{C}$ , dados em Ns/m, estão disponíveis na equação (3.12), sendo que logo após alguns elementos estão dispostos separadamente.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_a & -c_a & -c_a y_a & c_a x_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_a & C_{22} & C_{23} & C_{24} & -c_1 & -c_2 & -c_3 & -c_4 \\ -c_a y_a & C_{32} & C_{33} & C_{34} & -c_1 w & -c_2 w & c_3 w & c_4 w \\ c_a x_a & C_{42} & C_{43} & C_{44} & c_1 a & -c_2 b & c_3 a & -c_4 b \\ 0 & -c_1 & -c_1 w & c_1 a & c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_2 & -c_2 w & -c_2 b & 0 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 w & c_3 a & 0 & 0 & c_3 & 0 \\ 0 & -c_4 & c_4 w & -c_4 b & 0 & 0 & 0 & c_4 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$C_{22} = c_a + c_1 + c_2 + c_3 + c_4$$

$$C_{23} = C_{32} = c_a y_a + c_1 w + c_2 w - c_3 w - c_4 w$$

$$C_{24} = C_{42} = -c_a x_a - c_1 a + c_2 b - c_3 a + c_4 b$$

$$C_{33} = c_a y_a^2 + c_1 w^2 + c_2 w^2 + c_3 w^2 + c_4 w^2$$

$$C_{34} = C_{43} = -c_a x_a y_a - c_1 a w + c_2 b w + c_3 a w - c_4 b w$$

$$C_{44} = c_a x_a^2 + c_1 a^2 + c_2 b^2 + c_3 a^2 + c_4 b^2$$

Onde os elementos diferentes de zero da matriz simétrica de rigidez  $\mathbf{K}$ , dado em N/m, são:

$$K = \begin{bmatrix} k_a & -k_a & -k_a y_a & k_a x_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_a & K_{22} & K_{23} & K_{24} & -k_1 & -k_2 & -k_3 & -k_4 \\ -k_a y_a & K_{32} & K_{33} & K_{34} & -k_1 w & -k_2 w & k_3 w & k_4 w \\ k_a x_a & K_{42} & K_{43} & K_{44} & k_1 a & -k_2 b & k_3 a & -k_4 b \\ 0 & -k_1 & -k_1 w & k_1 a & k_1 + k t_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & -k_2 w & -k_2 b & 0 & k_2 + k t_2 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 w & k_3 a & 0 & 0 & k_3 + k t_3 & 0 \\ 0 & -k_4 & k_4 w & -k_4 b & 0 & 0 & 0 & k_4 + k t_4 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$K_{22} = k_a + k_1 + k_2 + k_3 + k_4$$

$$K_{23} = K_{32} = k_a y_a + k_1 w + k_2 w - k_3 w - k_4 w$$

$$K_{24} = K_{42} = -k_a x_a - k_1 a + k_2 b - k_3 a + k_4 b$$

$$K_{33} = k_a y_a^2 + k_1 w^2 + k_2 w^2 + k_3 w^2 + k_4 w^2$$

$$K_{34} = K_{43} = -k_a x_a y_a - k_1 a w + k_2 b w + k_3 a w - k_4 b w$$

$$K_{44} = k_a x_a^2 + k_1 a^2 + k_2 b^2 + k_3 a^2 + k_4 b^2$$

Onde os elementos da matriz incidência  $\mathbf{F}$  possuem dimensão conforme o grau de liberdade que representam, a terceira e quarta linhas representam graus de liberdade angulares, e possuem dimensão dada em metros, os demais graus de liberdade são adimensionais.

$$[\mathbf{F}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ w & w & -w & -w \\ -a & b & -a & b \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Onde os elementos da matriz incidência  $\mathbf{K}_e$ , dados em N/m, alimentam o sistema por meio de irregularidades da pista. Assim, as irregularidades da pista serão traduzidas como forças de atuação ao longo do tempo. São consideradas apenas as forças de excitação  $[\mathbf{K}_e]\{\mathbf{ub}\}$ .

$$[\mathbf{K}_e] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ kt_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & kt_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & kt_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & kt_4 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

### 3.3 Modelo do sistema de controle de vibrações

O controle de um sistema consiste em atuar sobre ele de forma que a variável a ser controlada tenda ao valor desejado pelo projetista, sendo necessária a medição dessa variável (Ogatta, 2000). A tentativa de promover isolamento das vibrações ao motorista através do controle vem em alternativa ao método de controle passivo de vibrações, realizado através do armazenamento e dissipação de energia. O grande problema desse último está no fato de que o projetista sempre estará realizando escolhas entre a qualidade do passeio, o espaço de trabalho das suspensões e a transmissão de vibração entre as massas suspensas e não suspensas (Rajamani, 2006). No sistema em questão, há outro fator a ser considerado, que é a presença de distúrbios ao longo de toda a análise. Isso torna o problema mais complicado de



se controlar, já que a velocidade, e a amplitude em que os distúrbios ocorrem terão influência direta nas características do controle.

O controle ativo atua através do armazenamento, dissipação e habilidade de aplicar força externa a determinados pontos do sistema. Característica que o torna capaz de atuar diretamente nos graus de liberdade escolhidos, e melhorar consideravelmente as vibrações do veículo.

O controle utilizado supõe que todas as variáveis de estado possam ser lidas em tempo real e que o atuador possa imprimir as forças necessárias instantaneamente. Este controle tem como objetivo minimizar as vibrações em todos os graus de liberdade do veículo, ao passo que busca a aplicação da menor energia possível ao longo do tempo. Na Figura 3.2 encontra-se um exemplo de suspensão automotiva ativa.

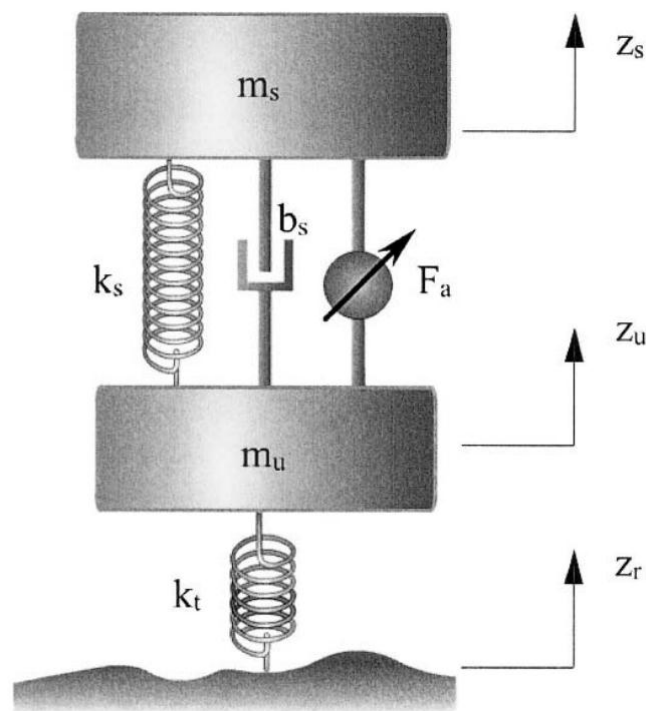


Figura 3.2 – Suspensão automotiva ativa.

Fonte: adaptada de Rajamini, 2006.

Os métodos clássicos baseados em funções de transferência são adequados para controle de sistemas onde há apenas uma entrada e uma saída, mas em situações onde há múltiplas entradas e saídas a metodologia é menos adequada. Já a complexidade do modelo no formato espaço-estado, tanto para única entrada e saída de dados, como para múltiplas, pouco se altera (Preumont, 2011).

A análise de sistemas de segunda ordem pode ser facilitada ao levar o sistema para primeira ordem, já que ferramentas computacionais são escritas para a forma de sistemas desta ordem além de possibilitar uma análise explícita (Kwon e Bang, 1997).

A equação diferencial linear para um sistema de entradas e saídas únicas tem sua representação formulada na equação (3.16), conforme Figura 3.3.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{B}\mathbf{l}\mathbf{u}\mathbf{b} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \mathbf{w}_2\end{aligned}\quad (3.16)$$

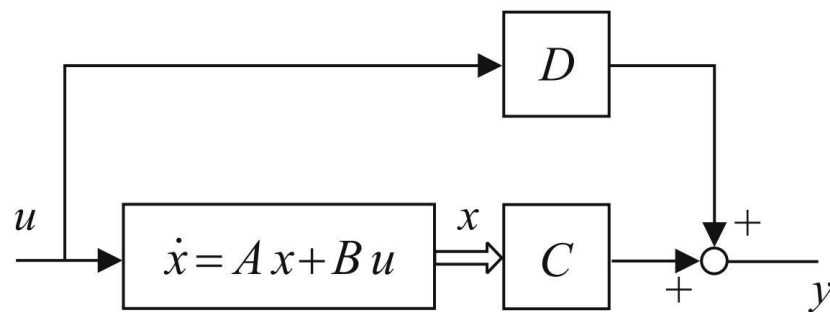


Figura 3.3 – Diagrama ilustrativo do formato espaço de estados.

Fonte: adaptada de Preumont, 2011.

A matriz **A** é composta pelos elementos que descrevem o sistema dinâmico, e **B** traz informações do local e forma de atuação das forças de controle. A matriz **C** determina a saída desejada para formar o vetor identificado como o estado do sistema, ou seja, apenas algumas posições ou velocidades, podem ser suficientes para determinação do sistema. A matriz **D** traz informações decorrentes do tipo de sensores utilizados, a localização, fatores que podem influenciar na qualidade com que o sinal da força **u** atuará no sistema. Os elementos da matriz **Bl** modificam o sinal de entrada de acordo com a forma que as excitações atuam no sistema, e **ub** representa o conjunto de forças externas atuantes no mesmo. Já **w<sub>2</sub>** fornece informações de ruído nos sensores e erros na modelagem (Preumont, 2011).

Dada a forma de um sistema de segunda ordem apresentado na equação (3.9), esta poderá ser reduzida a primeira ordem, conforme a descrição a seguir. Primeiramente as variáveis são trocadas:

$$\{\mathbf{x}\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix}\quad (3.17)$$

Então segue a relação estabelecida da equação (3.17) e a equação(3.16), descrita na equação (3.18):

$$\begin{aligned}
 \{\dot{\mathbf{x}}\} &= \frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ -[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{C}]\dot{\mathbf{q}} - [\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}]\mathbf{q} + [\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{F}]\mathbf{u} + [\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}_e]\mathbf{ub} \end{Bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}] & -[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{C}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ [\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{F}] \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} 0 \\ [\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}_e] \end{bmatrix} \mathbf{ub} \\
 &\equiv [\mathbf{A}]\{\mathbf{x}\} + [\mathbf{B}]\{\mathbf{u}\} + [\mathbf{Bl}]\{\mathbf{ub}\}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Neste modelo há a contínua influência das perturbações da pista  $\mathbf{ub}$ , cuja matriz de incidência  $\mathbf{K}_e$  considera o comportamento linear dos pneus para traduzir as perturbações em força de entrada para o sistema. A matriz de incidência  $\mathbf{F}$  incorpora as posições dos atuadores das forças de controle, que influenciam na resposta do sistema à atuação do controle.

Para a construção do sinal da resposta do sistema devido à excitação externa, uma das ferramentas mais utilizadas para sistemas lineares e reconstrução de sinais digitais é definir as forças atuantes no sistema como constantes durante certo intervalo de tempo, sendo que ao passo que o intervalo diminui mais preciso o resultado da integração se torna (Kwon e Bang, 1997).

Para a formulação da equação de espaço-estado das equações (3.20) e (3.21) o sistema possui uma força excitadora que provoca alterações apenas no estado inicial, ou seja, não há excitação contínua do sistema dinâmico. A interação das variáveis de estado com a força controladora é postado na equação (3.19):

$$\{\dot{\mathbf{x}}\} = [\mathbf{A}]\{\mathbf{x}\} + [\mathbf{B}]\{\mathbf{u}\} \tag{3.19}$$

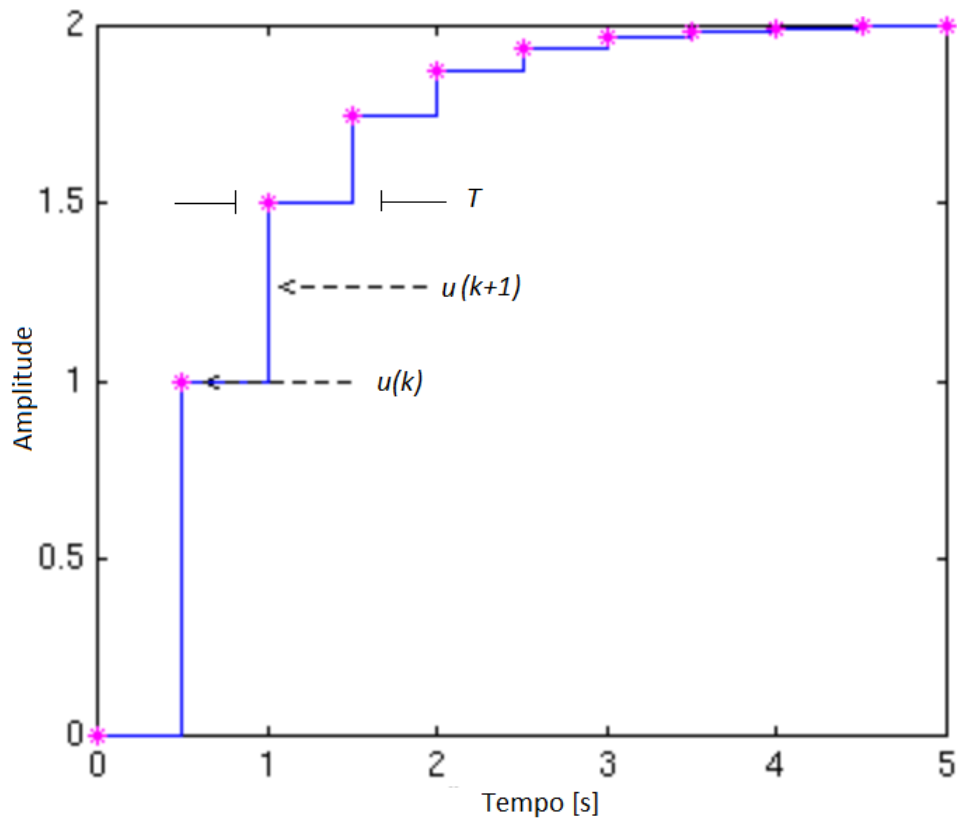


Figura 3.4 – Representação da integração no domínio do tempo.

Fonte: adaptada de <http://www.library.cmu.edu>.

Assim, a força pode ser considerada como:

$$u(t) = u(k) = \text{constante}, \quad kT < t < (k+1)T \quad e \quad 0 \leq k \leq (n-1) \quad (3.20)$$

Onde  $T$  é o passo de tempo,  $u(t)$  a força de controle,  $k$  o indexador para discretização, e  $n$  o número de passos do período de tempo a ser avaliada. Dado que a função está avaliada em  $k$ , a resposta do sistema para o próximo passo  $k+1$  é:

$$\{\mathbf{x}(k+1)\} = e^{[\mathbf{A}]T} \{\mathbf{x}(k)\} + [\mathbf{A}]^{-1} \left[ e^{[\mathbf{A}]T} - \mathbf{I} \right] [\mathbf{B}] \mathbf{u}_k \quad (3.21)$$

No entanto, para formular a resposta do sistema proposto neste trabalho tem-se que adicionar o termo referente às excitações provenientes da pista, ou seja, a matriz que modifica o sinal de entrada  $\mathbf{B}\mathbf{I}$  e o vetor do perfil de irregularidades do solo  $\mathbf{u}\mathbf{b}$ . Assim a equação para integração numérica torna-se:

$$\{\mathbf{x}(k+1)\} = e^{[\mathbf{A}]T} \{\mathbf{x}(k)\} + [\mathbf{A}]^{-1} [e^{[\mathbf{A}]T} - \mathbf{I}] [\mathbf{B}] \mathbf{u}_k + [\mathbf{A}]^{-1} [e^{[\mathbf{A}]T} - \mathbf{I}] [\mathbf{B}] \mathbf{u}_b \quad (3.22)$$

Para simulação deste problema as matrizes **C** e **D** foram selecionadas como identidade e nula, respectivamente, para que a saída do sistema de controle fosse composta por todas as variáveis de estado, e nenhuma modificação imposta à força.

O controle *LQR* é um regulador que proporciona valores de ganhos ao sistema, que traduzidos em forças, tenderão a minimizar a energia deste. A formulação do controle procura reduzir a energia do sistema através da minimização de um funcional quadrático, disposto na equação (3.23) que traz informações dos deslocamentos e velocidades do sistema, além das forças de atuação.

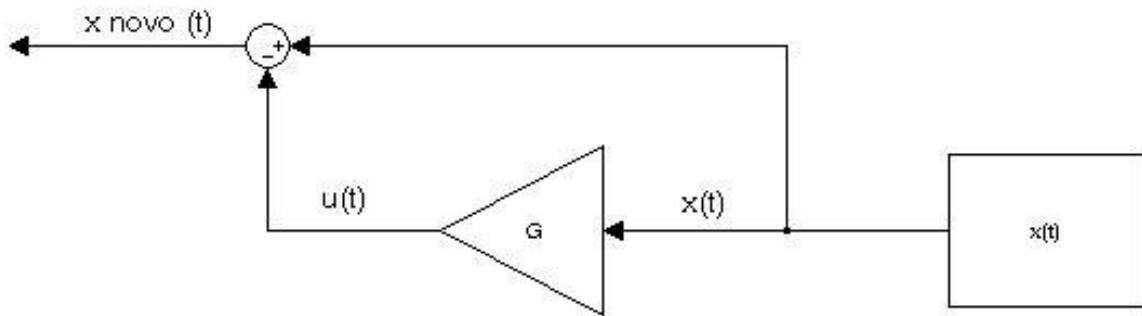


Figura 3.5 - Modelo de atuação do controle no domínio do tempo.

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \quad (3.23)$$

Escolher os elementos das matrizes **Q** e **R**, que afetam os estados e o controle respectivamente, é função do projetista. Cada valor diferente dos pesos acabará com uma configuração diferente da resposta do sistema, mesmo que todas essas estratégias de controle sejam ótimas por natureza (Oral et al., 2010). Isto torna o conceito de ótimo ambíguo, porque na realidade essas estratégias distintas fornecem diferentes níveis de importância para as variáveis de estado e energia gasta (Elgerd, 1966; Owens, 1981).

O funcional é regulado pelas matrizes **Q** e **R**, onde o aumento dos valores de **Q** diminui as variáveis de estado, e a diminuição dos valores de **R** aumenta as forças de controle impostas ao sistema. No entanto, pouco se sabe sobre correlações analíticas entre o sistema a

ser controlado e os valores atribuídos a essas matrizes, e cada atribuição de valores fornece ganhos distintos ao sistema.

O limite de integração superior da equação (3.23) indica que se trata de um estado  $t_f$ , onde o sistema se encontra estável, para que o índice de desempenho fique dentro de uma determinada região. As matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  são ponderações que influenciam diretamente na solução do problema e consequente cálculo de ganho, que se dá através da solução das equações de Ricatti para sistemas contínuos. Segundo Kwon e Bang(1997) a formulação do funcional  $J$ , baseada na utilização de multiplicadores de Lagrange para o encontro do ótimo, que é denominado de hamiltoniano do problema de controle, de acordo com a equação abaixo.

$$H = \frac{1}{2} (\{\mathbf{x}\}^T \mathbf{Q} \{\mathbf{x}\} + \{\mathbf{u}\}^T \mathbf{R} \{\mathbf{u}\}) + \{\lambda\}^T ([\mathbf{A}]\{\mathbf{x}\} + [\mathbf{B}]\{\mathbf{u}\}) \quad (3.24)$$

E sua derivada em relação às variáveis de estado e as forças de controle, fornece a seguinte expressão para o controle  $\mathbf{u}(t)$ :

$$\mathbf{u}(t) = -[\mathbf{R}]^{-1} [\mathbf{B}]^T \{\lambda\} \quad (3.25)$$

Ainda segundo Kwon e Bang (1997), a solução através dos multiplicadores de Lagrange torna-se difícil de computar já que os limites de definição do funcional estão no infinito e no tempo inicial zero. Um método muito utilizado para solução considera o multiplicador de Lagrange como sendo proporcional às variáveis de estado, assim:

$$\{\lambda\} = [\mathbf{S}]\{\mathbf{x}\} \quad (3.26)$$

Onde  $[\mathbf{S}]$  é a matriz de Ricatti. Por consequência as forças de controle também terão relação linearmente proporcional às variáveis de estado, como dado abaixo:

$$\mathbf{u}(t) = -[\mathbf{G}]\{\mathbf{x}\} \quad (3.27)$$

Onde a matriz  $[G]$  é o ganho proporcionado pelo controle às variáveis de estado. A partir de manipulações matemáticas pertinentes a solução de Ricatti para o cálculo do ganho é obtida da seguinte equação algébrica:

$$0 = [S][A] + [A]^T [S] - [S][B][R]^{-1} [B]^T [S] + [Q] \quad (3.28)$$

E após o valor de  $[S]$  ser encontrado, o mesmo será substituído nas equações (3.26) e (3.25) para obter as forças em função do tempo para o dado sistema. Para situações onde se sabe previamente que o sistema apresentará deslocamento nulo no limite superior do tempo na equação (3.23), a função custo é função apenas da situação inicial e da solução de Ricatti, o que não será o caso apresentado neste trabalho, pois o veículo estará continuamente sujeito a excitações externas.

Algumas vantagens e desvantagens da utilização do controle *LQR* são discutidas por Gabasa (2009) e Kwon e Bang (1997). Dentre elas, as mais significativas são apresentadas na Tabela 3.1:

Tabela 3.1 – Quadro comparativo de vantagens e desvantagens do uso do *LQR*

Vantagens	<p>A partir da solução de Ricatti o ganho <math>[G]</math> é obtido automaticamente;</p> <p>Não se faz necessária especificação de onde o sistema deve estar como ocorre na alocação de pólos;</p> <p>Não há diferença para cálculo para <i>input</i> e <i>output</i> multiponto no sistema;</p> <p>O sinal de alimentação é obtido a partir de um estado de realimentação completo.</p>
Desvantagens	<p>Caso ocorra uma incompatibilidade devido a imprecisões no modelo, mudanças na planta (velocidade do veículo), ou presença de não linearidades, o controle resultante pode piorar;</p> <p>Ao mesmo tempo em que a realimentação do estado completo das variáveis é positiva ao controle, também confere a dificuldade de que todos os estados sejam de fato medidos para realimentação;</p> <p>O sinal de alimentação do controle gerada <math>u(t)</math> pode ultrapassar a capacidade do equipamento real.</p>

Fonte: adaptado de Gabasa (2009) e Kwon e Bang (1997).

### 3.4 Condição de descolamento

Ao passo que as quatro rodas são excitadas pelas perturbações da pista, o conjunto suspensão/pneu sofre a interação destas perturbações com os outros graus de liberdade do

veículo. Estas foram verificadas durante o processo de otimização para que a condição de descolamento do pneu com a pista não fosse violada. A análise ocorre a partir da posição de deslocamento estático da mola devido à ação do campo gravitacional, logo, ao passo que o perfil de irregularidades interage com o veículo, o deslocamento relativo entre a suspensão e o perfil deve ser inferior à situação de deslocamento estático da mola, que representa o pneu para este não descolar. A representação gráfica de como a avaliação de contato entre pneu e pista ocorre está representada na Figura 3.6.

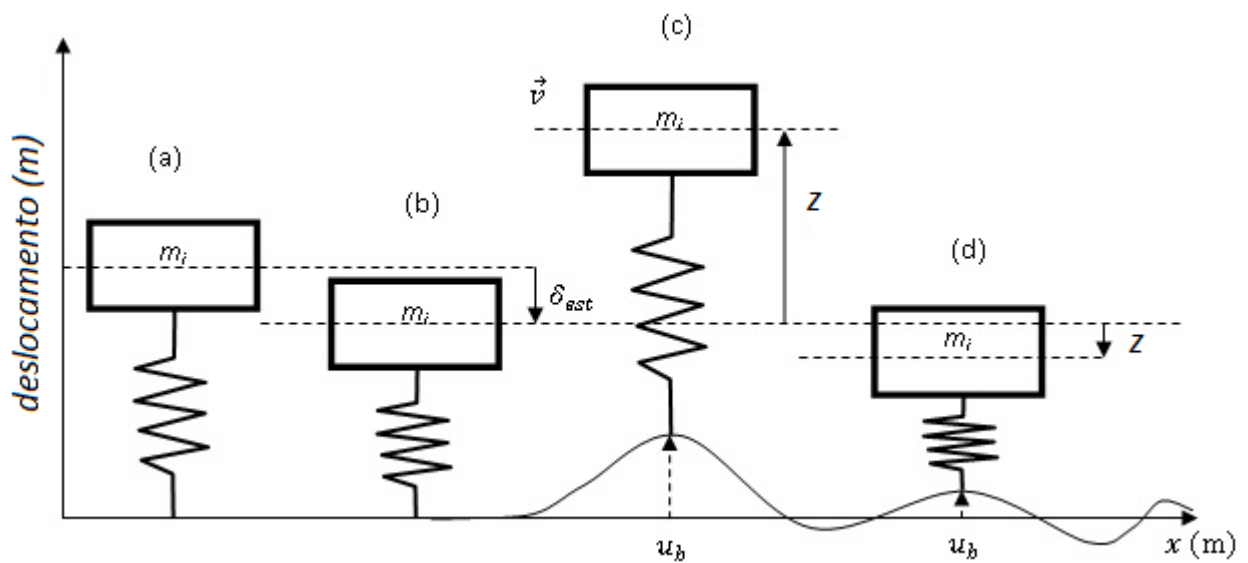


Figura 3.6 – Condição de descolamento entre pneu e pista.

Fonte: Drehmer (2012).

Durante o percurso trafegado o pneu deve permanecer em contato com a pista como condição de segurança, analisada através dos deslocamentos da estrada, do conjunto pneu/suspensão e da condição estacionária do veículo, de acordo com a equação (3.29) (Drehmer, 2011; Sande et. al. 2012).

$$\left. \begin{array}{l} \text{se} \quad z - u_b > |\delta_{est}|, \\ \text{ou seja} \quad z - u_b - |\delta_{est}| > 0 \end{array} \right\} \text{ há o descolamento} \quad (3.29)$$

Onde  $z$  representa o deslocamento das suspensões e  $u_b$  representa o deslocamento vertical do perfil de irregularidades da pista. Quando o veículo está sujeito a forças gravitacionais e sem a atuação de vibrações externas, haverá deslocamento no grau de liberdade vertical da suspensão, e representado por  $|\delta_{est}|$ .



Na situação (a) o veículo está em repouso e sem sofrer ação de qualquer força, momento em que não há deslocamento das suspensões. Já na situação (b) as forças gravitacionais atuam e impõem um deslocamento estático aos graus de liberdade da carroceria e suspensões, e como o banco do motorista está deslocado do centro de gravidade, não será igual para todas as suspensões. Nas situações (c) e (d) o veículo está sob análise dinâmica, ocasião em que a força gravitacional é retirada e as vibrações da pista são responsáveis pelo deslocamento das suspensões. Em (c) nota-se maior deformação da mola do que a imposta pela situação estática (b), e assim se verifica a condição de descolamento  $z - u_b > |\delta_{est}|$ . Por sua vez, a situação representada por (d) mostra o veículo com o pneu em contato com a pista, já que  $z - u_b \leq |\delta_{est}|$ .

### 3.5 Otimização dos parâmetros Q e R

A busca pelos parâmetros é realizada através de algoritmos heurísticos de otimização, no caso os algoritmos genéticos. O método baseia-se na aptidão dos indivíduos ao ambiente em que vivem, através de processos de reprodução, seleção natural, mutação, dentre outros. Os indivíduos sobreviventes são frutos de uma combinação complexa e adaptativa do material genético ao longo de um período de tempo (Carvalho, 2005).

Os Algoritmos Genéticos são conhecidos como uma ferramenta de robustez elevada, tendo um caráter estocástico, e utilizando um conjunto de operações que buscam a solução ótima seguindo regras onde o fator aleatório está presente. Neste procedimento não há a necessidade de muitas informações a respeito do comportamento do gradiente da função estudada, apenas das informações contidas no valor da própria função a ser otimizada. Já que não trabalha com derivadas, mas sim valores diretos da função objetivo no espaço de busca, o método possui reconhecida robustez e versatilidade em evitar pontos de ótimos locais que tornam os métodos baseados em gradientes não adequados nestes problemas (Silva, 2001).

De forma genérica, algoritmos genéticos são simulações da evolução de uma solução candidata a um problema de otimização. No entanto, na maioria das vezes pode ser entendido como um método de otimização prabilístico baseado nos princípios de evolução (Bastos, 2004).

A idéia surge com a tese de Bagley (1967) e aplicada por Holland (1975), e desde então a utilização da teoria em trabalhos publicados cresceu vertiginosamente.

Dado que o método tem por objetivo otimizar uma função, o problema de otimização é dado em geral da seguinte forma (no caso de minimização):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{encontrar } x_0 \in \mathbf{X} \\ \text{de forma que } f(x_0) = \min f(x), x \in \mathbf{X} \\ \text{tal que } \mathbf{X} \in [\mathbf{X}_{\min} \quad \mathbf{X}_{\max}] \end{array} \right.$$

Onde  $\mathbf{X}$  forma o espaço de procura viável,  $f(x)$  a função a ser minimizada e  $x_0$  o ponto de mínimo da função.

No entanto, em casos práticos, encontrar por inspeção um ponto de mínimo global no conjunto de soluções possíveis é quase impossível, e dependendo do problema em questão pode ser suficiente ter um ponto de mínimo local, ou que esteja na vizinhança do ponto mínimo global.

A idéia básica dos algoritmos genéticos simula a teoria de Darwin, onde os indivíduos dotados de alguma vantagem para sobreviver ao meio, ou seja, melhores adaptações, teriam maior probabilidade de sobreviver e reproduzir seu tipo. Após muitas gerações os indivíduos adquirem características que lhe conferem uma maior adaptabilidade ao ambiente do que os indivíduos das gerações anteriores, e quando a diferença for visível e mensurável diz-se que a população evoluiu (Koza, 1992).

Segundo Goldberg (1989) o algoritmo genético gera uma população inicial aleatória com um número de indivíduos que representam um conjunto de possíveis soluções para o problema de otimização proposto. Na formulação do algoritmo cada indivíduo possui um cromossomo, que por sua vez são compostos por genes, que podem possuir diferentes valores denominados alelos.

Segundo Carvalho (2005) dado que  $\mathbf{X}$  forma o espaço de procura do problema de otimização, estes indivíduos devem estar dentro do espaço de procura de  $\mathbf{X}$ . Este conjunto será então avaliado pela função objetivo ou *fitness*, e quanto mais próximo da solução ótima, melhor será a avaliação da função objetivo para este indivíduo. Ainda é possível que o algoritmo realize algumas operações sobre os cromossomos para modificar a população, como:

- a) Recombinação (*crossover*): onde um conjunto de indivíduos são recombinao para gerar dois novos indivíduos,

- b) **Mutação:** altera os genes de um grupo de indivíduos de forma aleatória, ou seja, uma mudança probabilística dos cromossomos.

O processo que guia o algoritmo dentro do espaço viável para a solução ocorre através da seleção, que dá preferência para que os indivíduos com melhores valores da função objetivo prevaleçam sobre os que possuem pior valor. No método de seleção são escolhidos os indivíduos que servirão como pais para a próxima geração, e dentre os métodos clássicos mais comuns de seleção, pode-se citar o Método da Roleta e a seleção por Torneio. Neste trabalho o método empregado foi o de roleta, que segundo Linden (2006) é o mais utilizado na literatura. Algumas das formas de seleção são descritas abaixo.

- a) **Seleção via método da roleta:** neste esquema é criada uma roleta, onde cada cromossomo (indivíduo) recebe uma parcela relativa ao valor de sua função objetivo em relação à soma total das funções objetivo de todos os outros cromossomos (indivíduos) da população.

Como exemplo é mostrado uma tabela com valores aleatórios de função objetivo a um conjunto de indivíduos.

Tabela 3.2 - Grupo de indivíduos, e seus respectivos valores de fitness e parcela na roleta.

Indivíduo	<i>Fitness</i>	Fatia da Roleta (%)	Fatia da roleta (°)
0001	1	1,61	5,8
0011	9	14,51	52,2
0100	16	25,81	92,9
0110	36	58,07	209,1
Total	62	100	360,0

Fonte: Linden (2006).

- b) **Seleção por torneio:** este método se baseia na competição entre todos os indivíduos da população, mas em um subconjunto dela, ou seja, são selecionados N indivíduos da população e entre eles o mais apto é selecionado para a reprodução.

Segundo Fonseca e Neves (2004) a estrutura básica do algoritmo pode ser representado da seguinte forma:

#### Algoritmo Genético

1º passo: Inicialize a população

2º passo: Avalie os indivíduos da população

3º passo: Repita

4º passo: Selecione indivíduos na população para reprodução

5º passo: Aplique os operadores genéticos

6º passo: Avalie os indivíduos da população

7º passo: Selecione indivíduos para sobreviver

Repita o processo até satisfeito o critério de parada

Fim

Figura 3.7 – Pseudocódigo dos Algoritmos Genéticos.

Fonte: Fonseca e Neves (2004).

Desta forma, os AGs partem de uma população inicial aleatória que gera indivíduos para a próxima geração, o processo só chega ao fim (converge) quando for atingido o número máximo de gerações ou então quando for satisfeito outro critério de parada como, por exemplo, a diversidade de população (medida através do desvio padrão das soluções encontradas) atinja um limite pré-estabelecido. As principais etapas de um Algoritmo Genético são apresentadas a seguir.

A definição da função de aptidão é uma das mais importantes fases dos operadores genéticos, porque é responsável por mapear o problema real à formulação do algoritmo genético e, sem uma boa definição desta função, pode-se não alcançar a solução ótima. Esta função pontua cada conjunto de cromossomos de um indivíduo na população de acordo com a função objetivo para, posteriormente, baseado neste score, serem selecionados para a reprodução.

O Cruzamento (ou *crossover*) é a fase do algoritmo em que há a recombinação de material genético entre dois indivíduos (soluções candidatas), gerando novos indivíduos, obedecendo uma probabilidade de cruzamento pré-definida. A opção de cruzamento utilizada neste trabalho gera um novo indivíduo ao combinar randômicamente os genes dos que o formam (denominado *scattered*) (Linden, 2006).

No operador genético de Mutação, ocorre a modificação dos genes de um indivíduo que vai compor a próxima geração, satisfazendo uma probabilidade de mutação. A opção de

mutação utilizada neste trabalho ocorre em duas etapas, primeiro o algoritmo seleciona parte dos genes do indivíduo para mutação, onde cada gene possui uma probabilidade de ser mutado. No passo seguinte, o algoritmo substitui cada gene selecionado por um número randômico dentro do espaço viável deste gene (Linden, 2006).

O emprego do chamado Elitismo é feito com vistas a repetir e repassar um percentual dos melhores indivíduos da população (elite) para a geração seguinte sem passar pelo processo de seleção. Este processo visa não perder a informação genética adquirida, a qual, pelo caráter eminentemente aleatório do processo, poderia vir a ser destruída, levando a oscilações próximas ao valor ótimo final (Linden, 2006).

Para a finalização do algoritmo, verifica-se se as condições de encerramento da evolução foram atingidas, retornando para a etapa de avaliação em caso negativo e encerrando a execução em caso positivo.

### **3.5.1 Consideração das restrições ao problema de otimização**

A simulação da dinâmica veicular devido à excitação externa não é suficiente para que esteja próximo da situação real, assim o trabalho apresenta restrições quanto aos limites de deslocamento das suspensões e a prerrogativa de não descolamento dos pneus à pista.

Algumas ferramentas podem ser utilizadas para restringir os graus de liberdade envolvidos, como os filtros, funções de restrição ou penalizações. Nos algoritmos de otimização determinísticos os multiplicadores de Lagrange são mais comumente utilizados para imposição das restrições ao sistema, já que se supõe uma facilidade de cálculo dos gradientes da função no momento da escolha desta família de algoritmos para a busca do ótimo, pois as funções de restrição utilizam novamente os gradientes para determinar se violam ou não as restrições. Desta forma o problema de otimização com restrições fica convertido em otimização sem restrições com o uso dos multiplicadores de Lagrange.

Para algoritmos heurísticos de procura, utilizar funções de restrição implica em avaliar a função para cada indivíduo, ou seja, no caso deste trabalho a simulação no domínio do tempo deveria ser novamente realizada, o que acarreta em elevado custo computacional e não favorece a utilização desta forma de garantir que a resposta pertença à região de soluções possíveis. O caminho encontrado para reduzir o tempo de simulação, mas ainda sem impor ao sistema tais informações foi através das chamadas funções de penalização, as quais se apresentam como o meio mais comum para lidar com o problema. Trata-se de uma versão

simplificada dos multiplicadores de Lagrange, já que transformam o problema de otimização com restrições em um problema de otimização sem restrições com o uso de um multiplicador de Lagrange constante (ou variável em função das iterações).

Cada forma de aplicar as penalizações às respostas fora dos parâmetros desejados possui conseqüentes particularidades, ao passo que algumas vão impor a utilização de novas variáveis, outras dependerão do problema e deverão ser criadas para o problema em particular. A forma mais comum associa pesos às soluções que violam as restrições na proporção em que as restrições são ultrapassadas.

Num problema de otimização com restrição, o mesmo pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } f(\bar{\mathbf{x}}) \quad \bar{\mathbf{x}} = (x_1(t), \dots, x_n(t)) \in F \subseteq S \subseteq R^n \\
 & \text{Sujeito à} \\
 & g_i(\bar{\mathbf{x}}) \leq 0 \quad i = 1, \dots, q \\
 & h_j(\bar{\mathbf{x}}) = 0 \quad j = q + 1, \dots, m
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Onde  $F$  é a região de solução viável e  $S$  todo o espaço de procura.

As variantes do método para otimização com restrições com algoritmos genéticos (GA) através de funções de penalização são listadas abaixo (Yeniay, 2005):

- a) Penalidade de morte;
- b) Penalidade estática;
- c) Penalidade dinâmica;
- d) Penalidade de emparelhamento (annealing);
- e) Penalidade adaptativa;
- f) GA segregado;
- g) Penalidade co-evolucionaria.

A função de penalização transforma o problema com restrição em um problema sem restrição, através de duas possibilidades. A primeira:

$$\text{eval}(\bar{\mathbf{x}}) = \begin{cases} f(\bar{\mathbf{x}}) & \text{se } \bar{\mathbf{x}} \in F \\ f(\bar{\mathbf{x}}) + p(\bar{\mathbf{x}}) & \text{se } \bar{\mathbf{x}} \notin F \end{cases} \tag{3.31}$$

Onde  $\text{eval}(\bar{\mathbf{x}})$  é a avaliação da função e  $p(\bar{\mathbf{x}})$  representa o termo de penalidade, assim caso a solução viole as restrições é somada a penalidade. A segunda possibilidade multiplica a função  $f(\bar{\mathbf{x}})$  ao invés de somar. Esta forma de penalização permite apenas que a função  $p(\bar{\mathbf{x}})$  apresente valor unitário ou muito elevado, não havendo penalização intermediária. A adição da penalidade  $p(\bar{\mathbf{x}})$  vem sendo utilizada com maior frequência entre os que estudam GA.

Nos processos de otimização existem duas formas de aplicar as funções de penalidade, o método de busca por ponto interior e busca por ponto exterior. Para buscas por GA comumente se utiliza a busca por ponto exterior, pois é difícil encontrar inicialmente uma solução viável para torná-la ponto de partida da busca. Portanto, parte-se inicialmente de soluções candidatas que podem estar violando as restrições impostas e gradativamente segue-se na direção de soluções que não as violem. A formulação generalizada para a busca por ponto exterior é da seguinte forma:

$$\phi(\bar{\mathbf{x}}) = f(\bar{\mathbf{x}}) + \left[ \sum_{i=1}^q r_i G_i + \sum_{j=q+1}^m c_j L_j \right] \quad (3.32)$$

Onde  $\phi(\bar{\mathbf{x}})$  indica a nova função a ser otimizada.  $G_i = \max[0, g_i(\bar{\mathbf{x}})]^\beta$  e  $L_i = |h_j(\bar{\mathbf{x}})|^\gamma$  são as funções de restrição  $g_i(\bar{\mathbf{x}})$  e  $h_j(\bar{\mathbf{x}})$  respectivamente,  $r_i$  e  $c_j$  são os parâmetros de penalização, e  $\beta$  e  $\gamma$  são potências determinadas arbitrariamente. Caso a desigualdade de  $g_i(\bar{\mathbf{x}}) \leq 0$  for mantida o máximo será zero e a função não será afetada pela restrição. Caso as restrições sejam violadas, a função  $g_i(\bar{\mathbf{x}}) > 0$  ou  $h_i(\bar{\mathbf{x}}) \neq 0$ , e será adicionada à função  $f(\bar{\mathbf{x}})$ , uma penalidade de forma que a solução volte à região viável. O módulo dos pesos  $r_i$  e  $c_j$  determinam se o problema estará mais facilmente no espaço viável de solução, para grandes pesos, ou levará mais tempo para que o problema chegue rapidamente ao ótimo, para pequenos pesos.

A penalidade estática não tem dependência com a geração corrente e atribui sempre a mesma penalidade para a solução que viola as restrições. Homaifar *et al.* (1994) propôs uma formulação para penalização estática conforme a equação (3.33):

$$\text{eval}(\bar{\mathbf{x}}) = f(\bar{\mathbf{x}}) + \sum_{j=1}^m R_{ij} \max[0, g_j(\bar{\mathbf{x}})]^2 \quad (3.33)$$

O autor propõe vários níveis de pesos de penalização  $i$ , definido como  $i = 1, \dots, l$  para cada restrição violada  $j$ , definidas como  $j = 1, \dots, m$ , ao passo que quanto maior o nível maior será a penalização. Este método exige a criação de outros parâmetros no processo de otimização, sendo a resposta obtida sensível aos parâmetros escolhidos.

A penalidade dinâmica atribui correlação entre a geração corrente e a penalidade aplicada. Jones *et al.* (1994) apresentaram uma metodologia que aumenta a penalidade conforme o passar das gerações.

Na penalização adaptativa os parâmetros de penalização são atualizados a cada geração de acordo com as informações dispostas pela população. Para tal Hadj-Alouane *et al.* (1997) sugerem a seguinte formulação:

$$\text{eval}(\bar{\mathbf{x}}) = f(\bar{\mathbf{x}}) + \lambda(t) \left[ \sum_{i=1}^q g_i^2(\bar{\mathbf{x}}) + \sum_{j=q+1}^m |h_j(\bar{\mathbf{x}})| \right] \quad (3.34)$$

Onde os parâmetros de penalidade  $\lambda(t)$  são atualizados em cada geração  $k$  :

$$\lambda(t+1) = \begin{cases} \left( \frac{1}{\beta_1} \right) \lambda(t) & \text{se melhores indivíduos viáveis} \\ \beta_2 \lambda(t) & \text{se não forem viáveis} \\ \lambda(t) & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.35)$$

Ou seja, caso todos os indivíduos da última geração estiverem na região viável o termo de penalidade irá diminuir no próximo passo, já para casos em que estiverem fora da região viável a penalidade irá aumentar para a próxima geração. Os pesos  $\beta_1$  e  $\beta_2$  não mudam de geração em geração, mas devem ser escolhidos pelo projetista.

No controle de sistemas o projeto de um regulador quadrático linear envolve determinar um sinal de entrada para que um dado sistema linear a partir de um estado inicial  $x(t_0)$  chegue a um estado final  $x(t_f)$ , e que minimize um funcional quadrático de custo:



$$J = \int_{t_0}^{t_f} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt$$

$$\text{sujeito às restrições : } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{B} \mathbf{l} \mathbf{u} \mathbf{b} \\ \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f \text{ e } \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x} \end{cases} \quad (3.36)$$

onde a matriz  $\mathbf{Q}$  (matriz de penalidade das variáveis de estado) é não negativa definida e a  $\mathbf{R}$  (matriz de penalidade das ações de controle) é positiva definida. Através dessas definições básicas pode-se abordar o problema de muitas formas, como definir tempo infinito, finito, com variações de uma ou de ambas as matrizes de projeto, etc (Gabasa, 2009).

Uma forma bem difundida é determinar que as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  sejam diagonais e escolher valores grandes para variáveis que se deseja serem pequenas no domínio do tempo (Gabasa, 2009). Como mostrado acima o controle  $LQR$  possui dependência dos parâmetros que o define, assim propõem-se a busca por parâmetros que minimizem o funcional  $J$ , e respeite restrições inerentes ao sistema e aos componentes que o formam.

Segundo Gabasa (2009) a otimização da função objetivo  $J$  não garante que outros requisitos inerentes ao sistema sejam respeitados, e para contornar este problema são vinculadas penalidades para cada vez que o sistema viole algumas das restrições propostas. O formato de solução dos problemas de otimização com restrições através de penalidades faz com que a otimização passe a ser sem restrição e, então, mais facilmente trabalhada. A primeira restrição considera que o veículo sempre deverá ter as quatro rodas em contato com o solo, sendo a equação da restrição dada por:

$$z_i - u_{bi} < |\delta| \quad (3.37)$$

Onde  $\delta$  expressa o deslocamento inicial das suspensões após assentamento do veículo devido à atuação da gravidade. Ou seja, a equação mostra que durante a simulação, onde as forças gravitacionais são desprezadas, caso o deslocamento entre a suspensão e o piso seja maior que o deslocamento inicial originado pela força gravitacional, então haverá descolamento do pneu.

A segunda restrição considera o limite de curso da suspensão, onde apenas foi considerado o limite superior, batida do batente e determinado pela variável *desloc\_max*.

$$\begin{aligned}
z_{s1} &< \text{desloc\_max} \\
z_{s2} &< \text{desloc\_max} \\
z_{s3} &< \text{desloc\_max} \\
z_{s4} &< \text{desloc\_max}
\end{aligned}
\tag{3.38}$$

As penalidades foram dispostas de forma a garantir valores grandes da função objetivo, de forma que o processo de otimização guarde relação com o que está ocorrendo e o sistema físico. Abaixo, há a formulação das restrições e se indica como a penalização está sendo aplicada.

Segundo Gillespie (1992) o deslocamento da suspensão é basicamente determinado pelo peso da carroceria sob as molas das suspensões, como estas estão em paralelo seria apenas:

$$\text{deslocamento da suspensão} = \frac{g * m_s}{K_{total\ suspensão}}, \text{ tal que } K_{total\ suspensão} = \sum_{n=1}^4 K_n
\tag{3.39}$$

No entanto, isto está correto apenas para a situação em que não existe rolagem e arfagem simultaneamente ao movimento unicamente vertical. Neste caso a interação entre rolagem e arfagem da carroceria vai deslocar a suspensão durante a simulação dinâmica de acordo com a equação (3.40). As figuras 13 e 14 demonstram como os giros de arfagem e rolagem deslocam a carroceria e as suspensões.

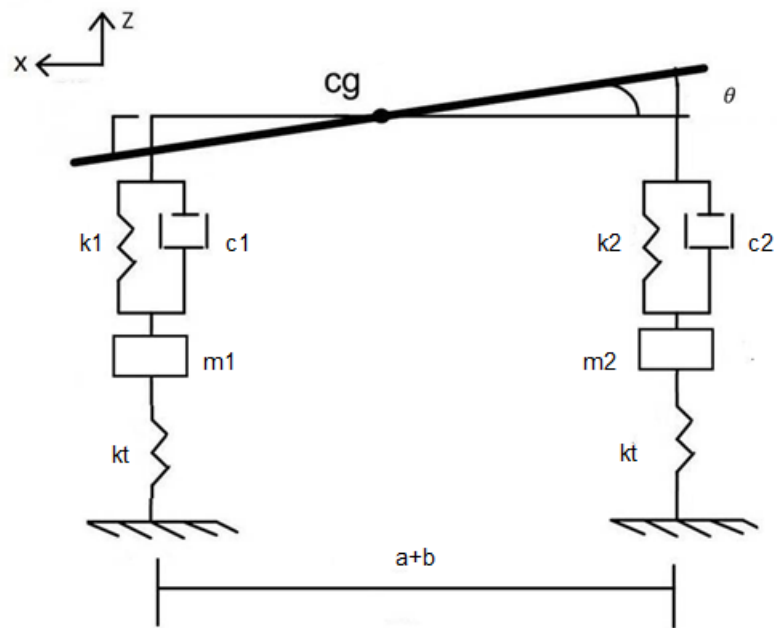


Figura 3.8 – Deslocamento das suspensões devido arfagem.

Fonte: adaptada de Almeida (2002).

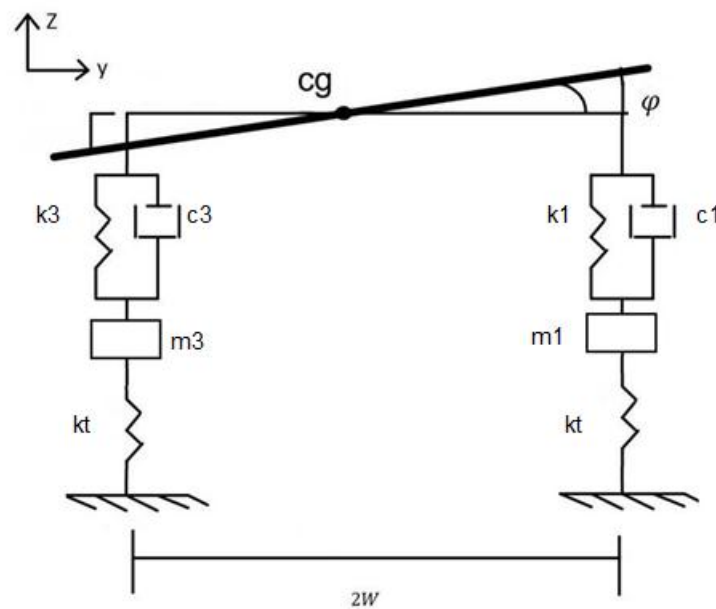


Figura 3.9- Deslocamento das suspensões devido rolagem.

Fonte: adaptada de Almeida (2002).

De acordo com Gillespie (1992), o limite superior encontrado nos carros deve ser no mínimo de  $0,127m$  para que absorva ao menos  $0,5g$  sem bater nos batentes. Segundo Gillespie

(1992) a maioria dos carros de passeio comercializados possui o limite superior por volta de 0,177 a 0,2032 m, este último foi o valor de deslocamento máximo (*desloc\_max*) considerado neste trabalho.

Como mencionado os giros acabam por influenciar o deslocamento da suspensão, cujo equacionamento para as suspensões dianteira esquerda, traseira esquerda, dianteira direita e traseira direita, respectivamente, estão dispostos abaixo:

$$\begin{cases} z_{s1} = z_c - z_1 + \phi w - \theta a \\ z_{s2} = z_c - z_2 + \phi w + \theta b \\ z_{s3} = z_c - z_3 - \phi w - \theta a \\ z_{s4} = z_c - z_4 - \phi w + \theta b \end{cases} \quad (3.40)$$

Associado a isso, o estudo supõe contínuo contato entre o pneu e a pista, que já foi exposto na seção 3.4, assim o conjunto das restrições impõe ao problema de otimização para a função objetivo da seguinte forma:

Encontrar os parâmetros  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$

para minimizar

$$F_{\text{objetivo}} = \frac{(RMS \ddot{z}_c + RMS \ddot{z}_a)}{2}$$

sujeito a

$$z_i - u_b < |\delta|, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$z_{si} < \text{desloc\_max}$$

Semelhante ao determinado por Yoshimura *et. al.* (1997), que utiliza o valor RMS da carroceria como função objetivo, neste trabalho a função utiliza informações da aceleração da carroceria e do assento para que a vibração seja diminuída. Dentre as possibilidades testadas, esta foi a que melhor correspondeu ao objetivo do trabalho, outras funções com informações de outros graus de liberdade não forneceram resposta satisfatória às vibrações do sistema.

De forma que as penalidades serão relacionadas à resposta dinâmica do veículo para cada grupo de soluções candidatas e submetidas à avaliação da função objetivo. Assim, a penalidade aumenta ao passo que as restrições são violadas e de acordo com o grau de violação ocorrida. O projetista tem ainda a possibilidade de aplicar um peso  $\varepsilon$  adicional e arbitrário a esta penalidade.

Na equação (3.41) está descrita a forma com que as restrições estão aplicadas no problema de otimização.

$$\begin{aligned}
 & \text{dado que} \\
 & R_1 = z_i - u_b - |\delta| \\
 & R_2 = z_{si} - \text{desloc}_{max} \\
 & \text{se} \\
 & R_1 > 0 \\
 & \text{penalidade} = \text{penalidade} + R_1 \\
 & \text{e se} \\
 & R_2 > 0 \\
 & \text{penalidade} = \text{penalidade} + R_2 \\
 & f(x) = f(x) * (1 + \varepsilon * \text{penalidade})
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Onde as penalidades podem ser aumentadas através de um peso arbitrário  $\varepsilon$ . Assim, as chances de serem transmitidos para a próxima geração os genes dos indivíduos penalizados serão baixas. Isto de certa forma garante que as restrições do sistema sejam respeitadas durante o processo de otimização onde soluções mais próximas das restrições, ao serem penalizadas, beneficiam às que se encontram mais afastadas.

A interação do modelo veicular de oito graus de liberdade, em conjunto com as rotinas de cálculo de ganho, simulação no domínio do tempo e otimização da função o objetivo está representada abaixo na Figura 3.10 através de um fluxograma.

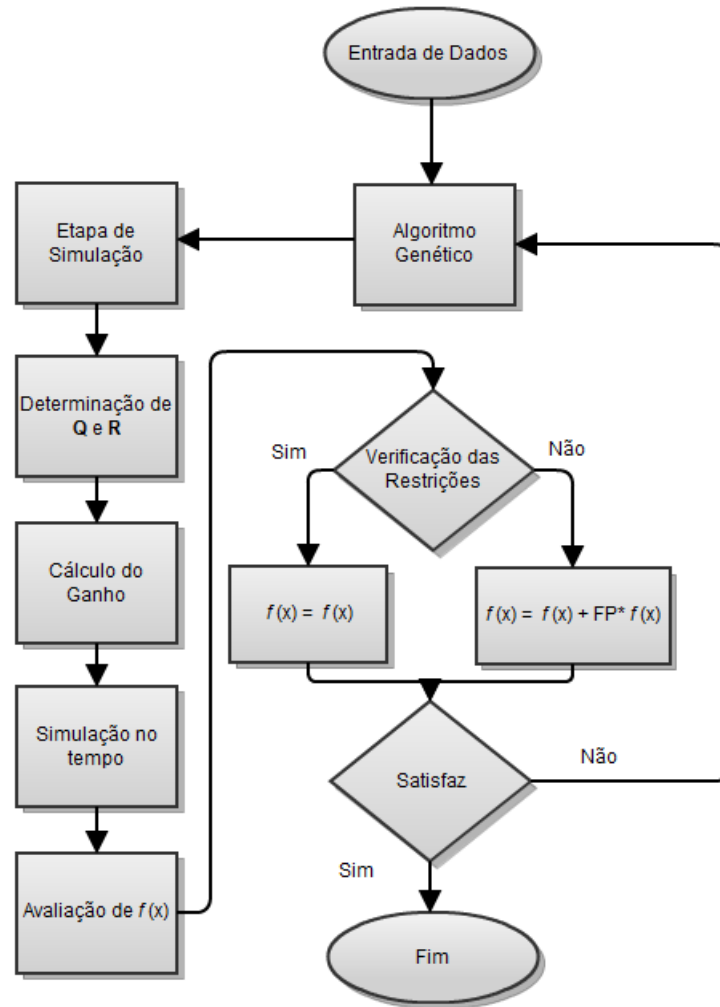


Figura 3.10 – Fluxograma do Algoritmo.

A partir da determinação dos dados de entrada do problema constituídos pelos parâmetros construtivos do veículo como: tamanho da carroceria, posicionamento do assento do motorista, rigidez das molas, amortecimento das suspensões, massas concentradas, e posterior montagem das matrizes da formulação espaço-estado, inicia-se a etapa de otimização. Num primeiro momento os parâmetros iniciais das matrizes **Q** e **R** são determinados, o cálculo do ganho através de Ricatti é obtido, ocorre a simulação no domínio do tempo, e a avaliação da função objetivo é realizada, bem como possível violação das restrições.

## 4. PERFIL DE PISTA

Este capítulo expõe as considerações finais a respeito do modelo empregado para análise, restando apenas informações referentes às características construtivas do veículo, que serão descritas no capítulo seguinte.

### 4.1 Generalidades

Segundo Dodds e Robson (1973) as irregularidades da pista medidas em testes podem ser especificadas segundo o valor RMS para o domínio do tempo ou através da densidade espectral (PSD) no domínio da frequência, onde o RMS do deslocamento vertical do perfil e a área abaixo da PSD devem ter o mesmo resultado.

A ISO 8608 proporciona um guia para o uso dos perfis de pista em simulações, para avaliações como conforto e outros estudos do comportamento dinâmico de veículos. As classes variam de A para terrenos suaves à H para terrenos rústicos, como se observa na Figura 4.1.

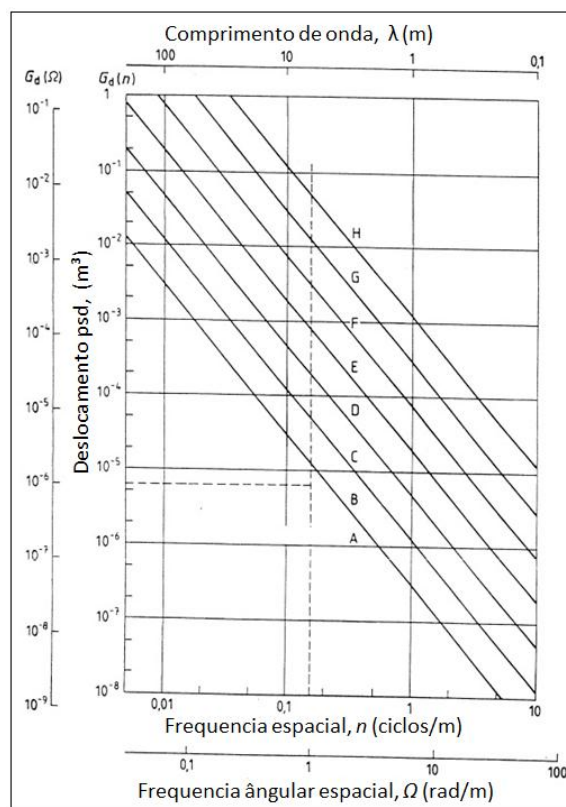


Figura 4.1 – Classificação de perfis de estrada segundo a ISO 8608.

Fonte: Adaptado da ISO 8608 (1995).

A partir da simulação de um perfil de pista, outros perfis podem ser adequados ao veículo analisado para que, por exemplo, represente a defasagem entre os pneus dianteiros e traseiros, ou a diferenças entre os pneus esquerdos e direitos.

Os perfis são considerados processos randômicos<sup>2</sup> das alturas do solo varridas por uma determinada velocidade e convertido para um processo no domínio do tempo, que será a entrada de força ao sistema dinâmico por meio de deslocamentos através dos pneus.

Na Tabela 4.1 está a classificação, de acordo com a ISO 8608, das pistas com a densidade espectral de acordo com a classe correspondente, no entanto, anterior ao postado por esta norma, o trabalho de Dodds e Robson (1975) foi utilizado para guiar estudos com informações de perfis de pista medidos em campo, e classifica as pistas até o valor de densidade espectral de  $G_z(n_0) = 2048 \cdot 10^{-6}$ . Assim, neste trabalho será utilizada a classe E que tem o valor da pior pista classificada por Dodds e Robson (1975) como limite inferior, apesar deste trabalho utilizar a média geométrica para a simulação da pista.

Tabela 4.1 – Classificação de acordo com a ISO 8608.

Classe da Pista	Classificação da Rugosidade da Pista		
	Limite Inferior	$G_z(n_0)^1$ $10^{-6}m^3$ Média Geométrica	Limite Superior
A		16	32
B	32	64	128
C	128	256	512
D	512	1024	2048
E	2048	4096	8192
F	8192	16384	32768
G	32768	65536	131072
H	131072	262144	

1)  $n_0 = 0,1$  [ciclos/m]

Fonte: ISO 8608 (1995).

<sup>2</sup> A formulação teórica do perfil de irregularidades encontra-se no Anexo I desta dissertação.



## 4.2 Modelagem da estrada

As irregularidades do solo são modeladas por fontes de excitação externa, que podem ser tratadas como espectro de potência (no domínio da frequência) ou representada diretamente (no domínio do tempo) por funções senoidais.

Segundo Morsch (2001) espectro de potência unilateral  $G_z(n)$  das irregularidades da pista é definido através da relação que calcula o valor quadrático médio do deslocamento  $Z$  em função do número de onda  $n$  [ciclos / m], e dado pela equação (4.1).

$$E[Z^2] = \int_0^{\infty} G_z(n) dn \quad (4.1)$$

Várias formas para descrição do espectro de potência para representar diferentes tipos de estradas foram feitas, sendo a apresentada abaixo de uso prático. Onde  $G_z(n)$  é a função densidade espectral de potência, em  $m^3/ciclo$ ,  $c$  e  $r$  são obtidos em função da estrada conforme Tabela 4.2, Morsch (2001).

$$\begin{cases} G_z(n) = c \cdot n_0^{-r_1}, & 0 \leq n \leq n_0 \\ G_z(n) = c \cdot n_0^{-r_2}, & 0 \leq n \leq n_f \\ G_z(n) = c \cdot n_0^{-r_3}, & n_f \leq n \end{cases} \quad (4.2)$$

Essa função pode ser simplificada para toda faixa de número de onda considerada na obtenção da função, da seguinte forma:

$$G_z(n) = c \cdot \left( \frac{n}{n_0} \right)^{-r} \quad (4.3)$$

Onde  $n_0$  é o número de onda de referência determinado pela norma utilizada para simulação da rodovia, e geralmente corresponde a  $1/2\pi$  ciclos / m, e  $G_0$  corresponde à densidade espectral quando o número de onda  $n$  medido na pista se equivale ao número de onda de referência  $n_0$ .

Ainda segundo Morsh (2001) há pouca variação da determinação da densidade em função do parâmetro  $r$  para valores compreendidos dentro da faixa relevante na prática de  $2 \leq r \leq 3$ , assim o autor propõe a utilização do valor médio  $r = 2,5$ . A mesma constatação foi

demonstrada por Dodds e Robson (1973) que determinaram a classificação dos modelos de estrada para diferentes valores muito próximos deste parâmetro.

Tabela 4.2 - Valores recomendados para alguns tipos de estrada.

Tipo de Estrada	Qualidade da Estrada	$c$ ( $\times 10^{-6}$ )	$r_1$	$r_2$
auto-estradas	muito boa	2 – 8	1,945	1,36
	Boa	8 – 32		
estradas principais	muito boa	2 – 8	2,05	1,44
	Boa	8 – 32		
	Média	32 – 128		
	Pobre	128 – 512		
estradas secundárias	Média	32 – 128	2,28	1,428
	Pobre	128 – 512		
	muito pobre	512 – 2048		

Fonte: Dodds e Robson (1973)

A função  $G_z(n)$  é aplicável sobre uma faixa de números de onda, que limita o espectro de resposta de interesse e pode ser diferente para distintas aplicações. Na maioria é suficiente considerar frequências entre 0,5 Hz a 50 Hz e velocidades do veículo entre 5 m/s e 50 m/s. Como a frequência [Hz] é expressa por  $f = n \cdot v$  conclui-se que  $n$  está entre 0,01 a 10 ciclos/m (Boéssio, 2002). Outra consideração está no desprezo das irregularidades com comprimento de onda inferior ao comprimento médio da zona de contato real entre pneu e a pista. Segundo Boéssio (2002) para um ônibus o comprimento vale cerca de 0,15 [m], logo não se utiliza números de onda maiores que 6,67 [ciclos / m].

Vale salientar que esse modelo de excitação proveniente de uma dada estrada considera que o veículo move-se com velocidade constante  $v$  [m/s], assim um comprimento de onda  $\lambda$  [m] é percorrido num período  $T$  [s] conforme a equação a seguir.

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (4.4)$$

O número de onda  $n$  [ciclos / m] pode ser relacionado à frequência angular  $\omega$  [rad / s] da seguinte forma.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi v}{\lambda} = 2\pi n v \quad (4.5)$$

Alguns autores preferem trabalhar com o modelo do perfil de estrada no domínio da frequência, no entanto neste trabalho propusemos que a excitação veicular seja no domínio do tempo. Para tanto, deve-se discretizar a densidade espectral do perfil, que segundo Boéssio (2002), citando Whirsching (1995), a utilização de cerca de 20 harmônicos são suficientes para obter uma boa discretização da curva que descreve o perfil da estrada, como ilustra a Figura 4.2.

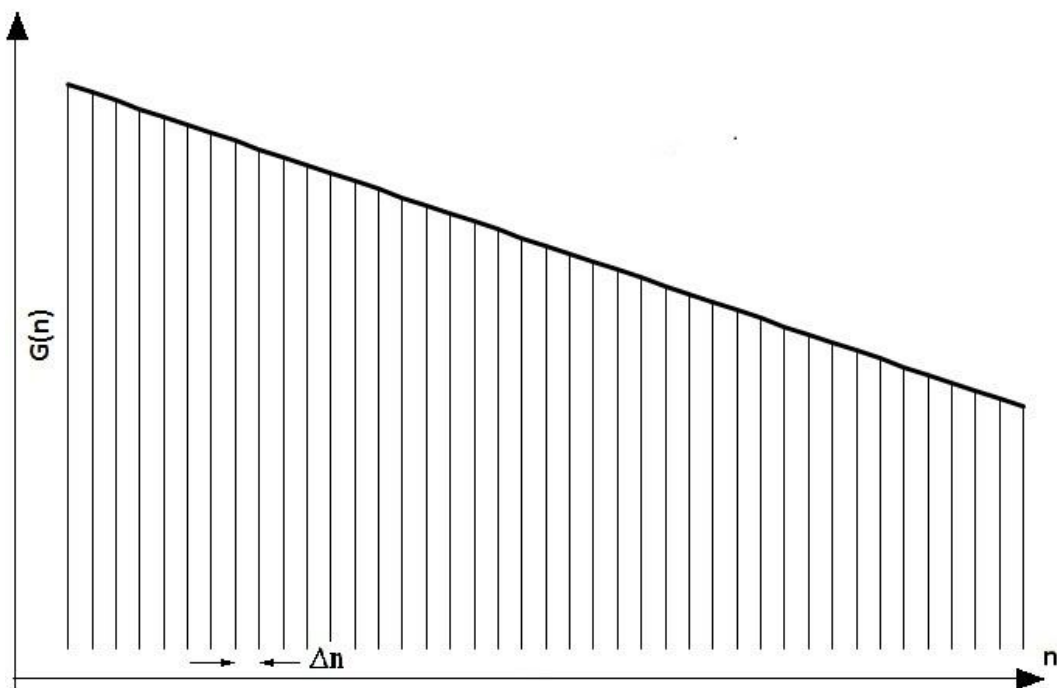


Figura 4.2 - Discretização do espectro em partes iguais.

O perfil aleatório da superfície percorrida pelo veículo, de acordo com Gomes (2008), é uma função de deslocamento em função do tempo, e pode ser aproximada por uma série conforme a equação (4.6).

$$x(t) = \sum_{i=1}^N A_i \text{sen}(\omega_i t + \varphi_i) \quad (4.6)$$

Onde o ângulo de fase  $\varphi$  é uma variável aleatória gerada entre  $0$  e  $2\pi$ . A frequência  $\omega_i$  pode ser relacionada com os respectivos números de onda  $n_i$  e com a velocidade de deslocamento horizontal do veículo  $v_i$  da seguinte forma.

$$\omega_i = 2\pi n_i v \quad (4.7)$$

A amplitude  $A_i$  para cada componente da função é definida como:

$$A_i^2 = \sum_{i=1}^N G(n_i) \Delta n_i \quad (4.8)$$

Desta forma substituindo a equação (4.8) na equação (4.6) a expressão completa do perfil de rugosidade no domínio do tempo fica da seguinte forma:

$$x(t) = \sum_{i=1}^N \sqrt{G(n_i) \Delta n_i} \text{sen}(\omega_i t + \varphi_i) \quad (4.9)$$

Para formulação numérica apresentada neste trabalho a variável  $n_i$  é substituída por  $\omega_i$ , e adicionada uma função randômica para gerar números aleatórios entre  $0$  e  $1$  para gerar o ângulo de fase entre  $0$  e  $2\pi \text{ rad}$ . Deve-se ter cautela para manter a mesma semente na geração dos números randômicos durante o processo de otimização, pois caso não seja fixado a semente geradora durante o processo de otimização diferentes pistas serão utilizadas para avaliação da função *fitness*, ou seja, para cada avaliação diferentes condições de pista serão utilizadas para análise.

Como os pneus dianteiro e traseiro não sofrem influência da pista ao mesmo tempo, a entrada da perturbação deve ser defasada com o tempo necessário para percorrer a distância entre eixos.

$$\text{defasagem} = \left( \frac{a+b}{v} \right) \quad (4.10)$$

A Figura 4.3 ilustra em (a) a distância entre eixos ( $a+b$ ) que deve ser considerado para que as rodas dianteiras do veículo encontrem a estrada antes das rodas traseiras, e em (b) o perfil randômico utilizado como fonte de excitação do modelo.

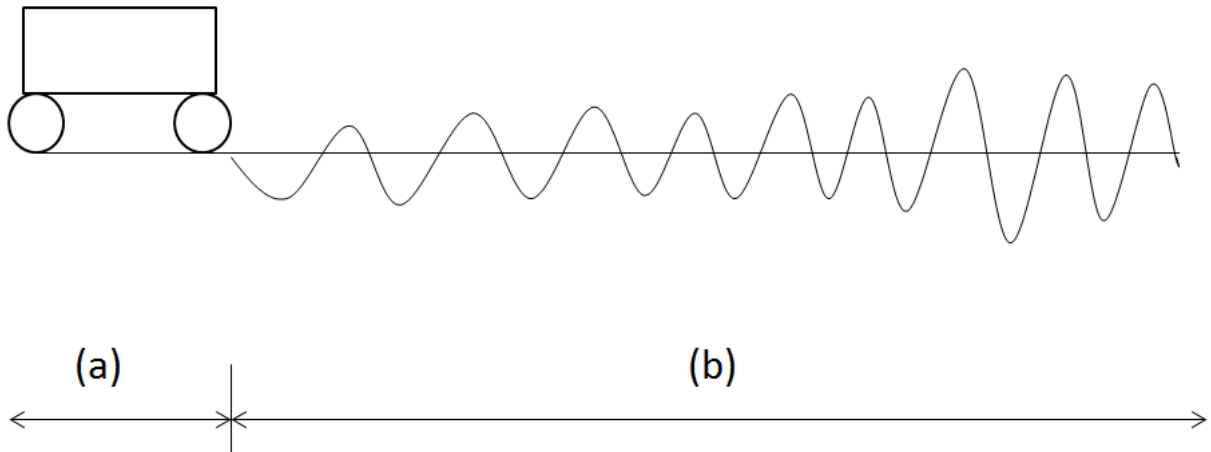


Figura 4.3 – Defasagem entre os pneus dianteiros e traseiros.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Serão realizados três testes para análise, o primeiro simula a passagem do veículo de dois graus de liberdade por uma lombada, o segundo simula a passagem de um veículo de oito graus de liberdade por duas lombadas senoidais, assim como realizado por Shirahhat (2008), e o terceiro para uma pista de classificação E determinada pela ISO 8608. Para os últimos dois casos será realizado o processo de otimização para determinar as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , e verificados os valores RMS das variáveis de deslocamento, velocidade e aceleração no assento, carroceria e suspensões.

Nos procedimentos de otimização optou-se por utilizar os algoritmos genéticos, já que contrário ao exposto por Ghoreishi *et al.* (2011) os resultados obtidos por outros métodos, como enxame de partículas (PSO), não apresentaram resultados melhores, além de encontrarem o valor ótimo com maior tempo de processamento. Já os parâmetros para determinação do modelo veicular utilizado não são específicos de um modelo comercial, mas apresentam características de um veículo comercial de grande porte, que vem sendo utilizado em outros trabalhos, como apresentado por Drehmer (2012) e Shirahatt *et al.* (2008).

### 5.1 Simulação para 2 GDL sujeito a perturbação senoidal

Neste primeiro caso o controle  $LQR$  será aplicado para um veículo com dois graus de liberdade, e simulado com a mesma metodologia utilizada posteriormente para o modelo com oito graus de liberdade. Este modelo foi analisado por Zago *et al.* (2010) que disponibiliza as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  utilizadas para determinação do ganho.

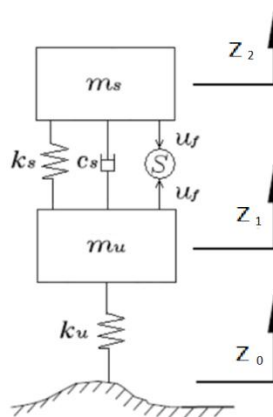


Figura 5.1 – Modelo de 2 GDL

As equações que representam o modelo dinâmico do sistema de 2 GDL estão dispostas a seguir:

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 = \frac{c_s(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)}{m_u} + \frac{k_s(z_2 - z_1)}{m_u} - \frac{k_u(z_1 - z_0)}{m_u} - \frac{u_f}{m_u} \\ \ddot{z}_2 = -\frac{c_s(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)}{m_s} - \frac{k_s(z_2 - z_1)}{m_s} + \frac{u_f}{m_s} \end{cases} \quad (5.1)$$

O autor ordena de forma diferente os estados na equação de espaço-estado, apresentando alternadamente posição e velocidade, como formulada a seguir:

$$\begin{cases} y_1 = z_1 \\ y_2 = \dot{z}_1 \\ y_3 = z_2 \\ y_4 = \dot{z}_2 \end{cases} \quad (5.2)$$

A partir das equações (5.1) e (5.2) é formulada a equação de espaço-estado apresentada a seguir:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(k_s + k_u)/m_u & -c_s/m_u & k_s/m_u & c_s/m_u \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ k_s/m_s & c_s/m_s & -k_s/m_s & -c_s/m_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k_u/m_u \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot z_0 + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/m_u \\ 0 \\ 1/m_s \end{bmatrix} \cdot u_f \quad (5.3)$$

A perturbação senoidal proposta é descrita a seguir e mostrada na Figura 5.2:

$$z_0(t) = \begin{cases} \frac{h}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{2\pi v}{L} t\right) \right) & \text{quando } 0 \leq t \leq L/v \\ 0 & \text{quando } t \geq L/v \end{cases} \quad (5.4)$$

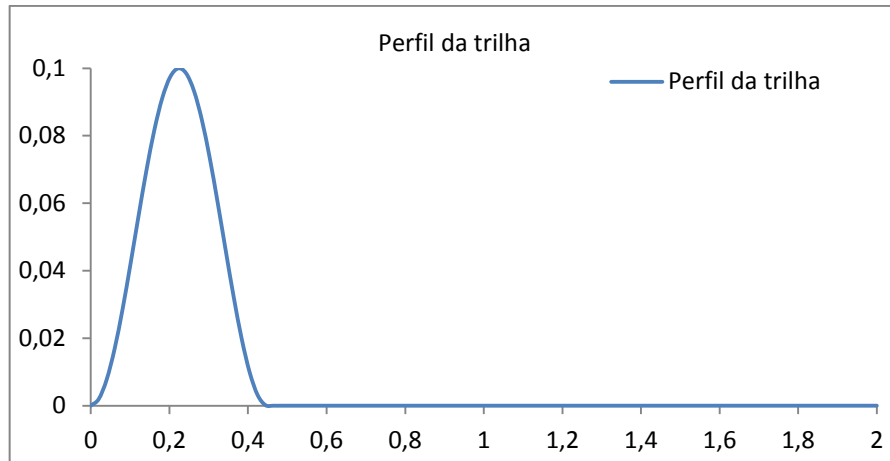


Figura 5.2 – Perfil da trilha.

As especificações das propriedades do modelo estão dispostas na Tabela 5.1 a seguir:

Tabela 5.1 – Especificações do modelo de 2GDL

<b>Especificações</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidade</b>
Massa suspensa ( $m_s$ )	20	kg
Constante da mola ( $k_s$ )	1800	N/m
Constante de amortecimento ( $c_s$ )	100	N.s/m
Conjunto roda-pneu ( $m_u$ )	2	kg
Constante da mola equivalente ao pneu ( $k_u$ )	15000	N/m
Altura da protuberância da pista (h)	0,1	m
Comprimento da protuberância da pista (L)	5	m
Velocidade do veículo (v)	11,11	m/s

Fonte: Zago et al. (2010).

Neste trabalho Zago (2010) estuda as diferentes respostas ao sistema de acordo com a escolha das matrizes **Q** e **R**, que pode privilegiar o conforto do motorista, quando diminui as acelerações na carroceria, ou uma condução esportiva, quando diminui o deslocamento das suspensões. Mas como este trabalho prioriza a diminuição da aceleração na carroceria, a simulação do veículo sem a atuação do controle está exposta na Figura 5.3 para posterior comparação.



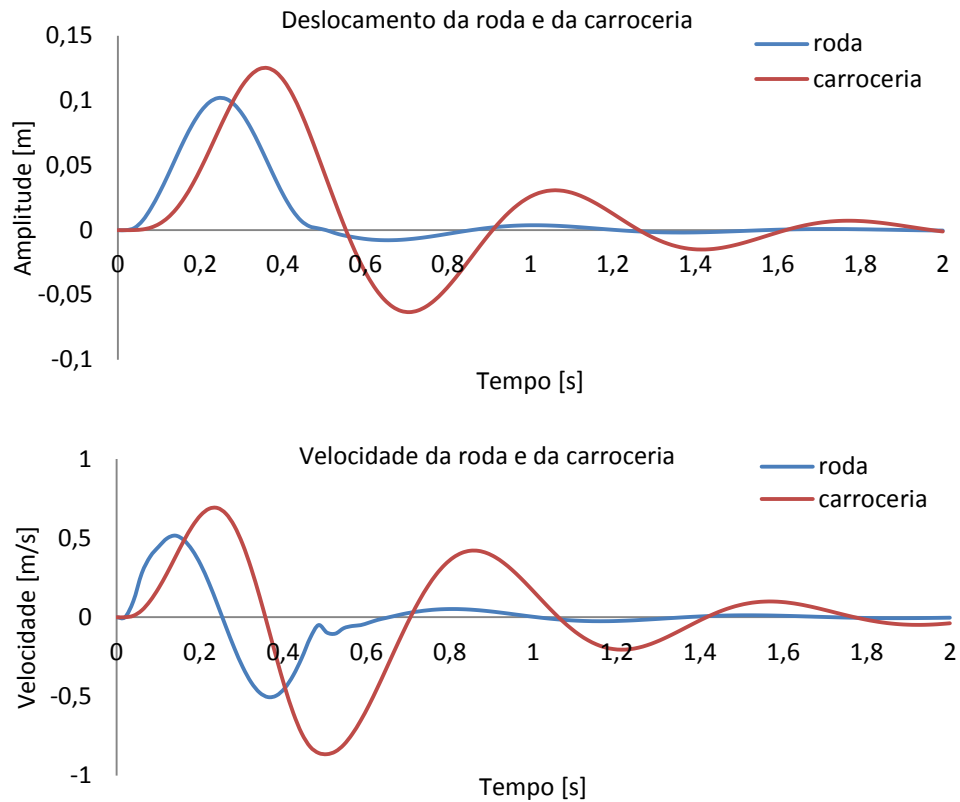


Figura 5.3 – Comportamento dinâmico do veículo sem atuação de controle.

Os graus de liberdade do veículo apresentam pequenas oscilações de deslocamento e velocidade somente próximas ao tempo de dois segundos de simulação, com as maiores amplitudes na ordem da excitação senoidal, tanto para a roda quanto para a carroceria. Sendo que a roda apresenta tempo de assentamento menor do que a própria carroceria, o que não é esperado para situações onde o conforto é priorizado, pode ser o foco da atuação de um sistema de controle, como sugerido a seguir.

As matrizes utilizadas para obtenção do ganho por solução de Ricatti seguem na equação (5.5):

$$\mathbf{R} = [1]$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 3,55 \times 10^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2,575 \times 10^9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Como disposto na Figura 5.1 a atuação do controle está presente entre a carroceria e a suspensão, e os elementos das matrizes escolhidos por Zago (2010) têm como objetivo proporcionar um sinal de força para diminuir os deslocamentos da carroceria, sem limitações para o deslocamento da suspensão. O comportamento dinâmico para a aplicação do controle *LQR* neste sistema é descrito em na Figura 5.4 – Comportamento dinâmico do veículo para o sistema controlado., exibindo os deslocamentos, velocidades e a força aplicada ao longo do tempo de simulação.

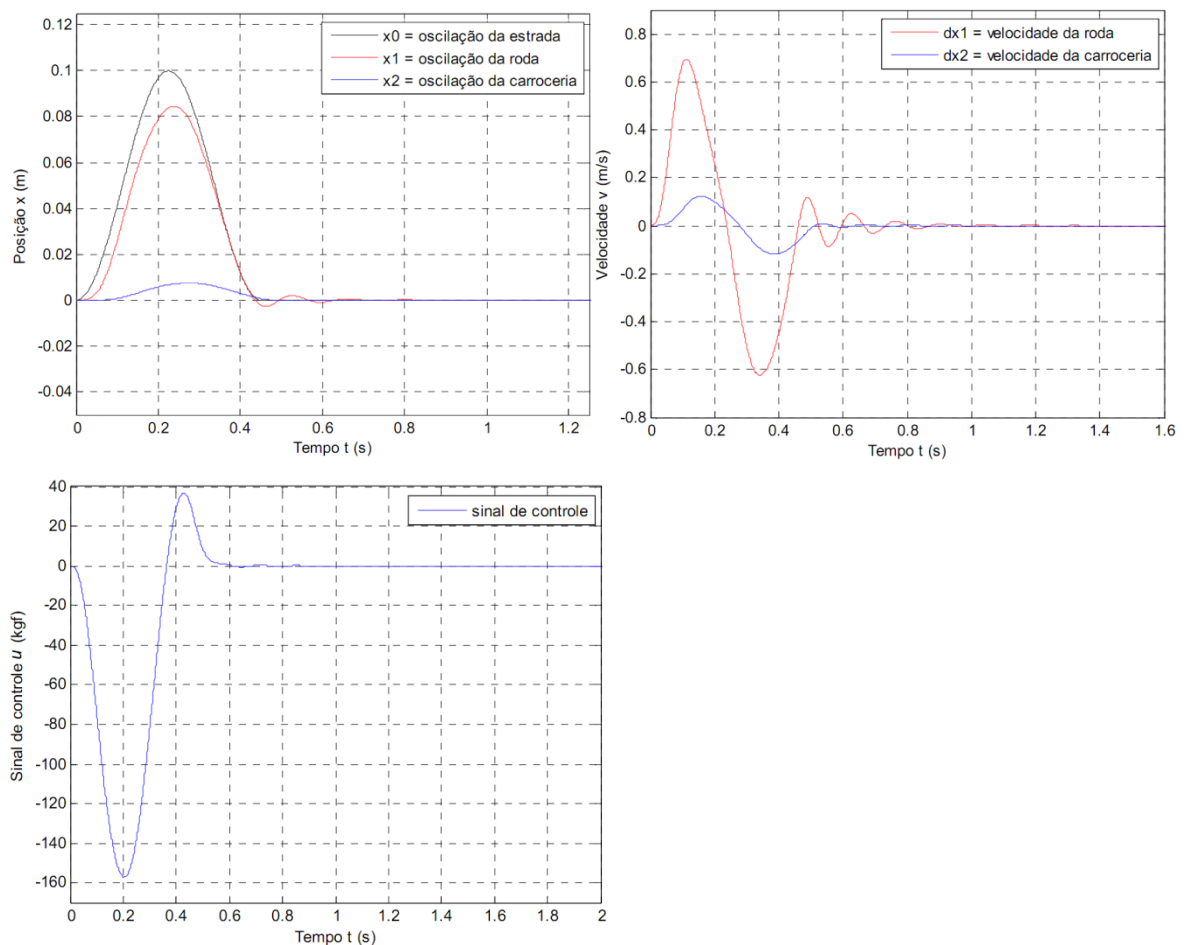


Figura 5.4 – Comportamento dinâmico do veículo para o sistema controlado.

Fonte: Zago et al. (2010).

Com o intuito de verificar a metodologia para simulação dinâmica dos outros casos propostos, este mesmo caso foi analisado. Na Figura 5.5, o comportamento dinâmico do sistema é mostrado. O primeiro e o segundo gráfico referem-se ao deslocamento e velocidade, respectivamente, da roda e da carroceria. Em seguida, apresenta-se o sinal de força de atuação do controle ao longo do tempo.

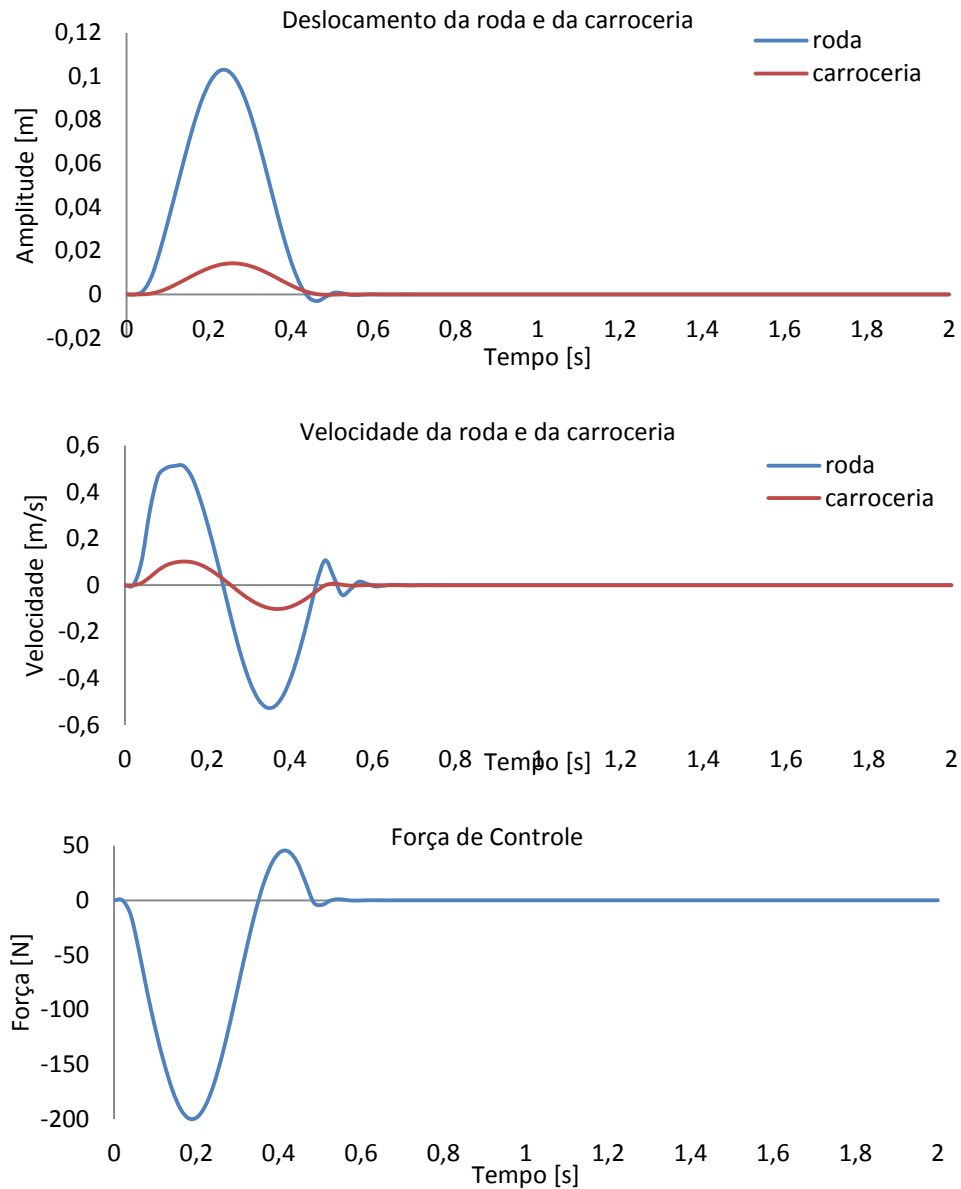


Figura 5.5 – Comportamento do sistema dinâmico controlado.

Comparando as simulações apresentadas por Zago (2010), Figura 5.4, e o simulado neste trabalho, Figura 5.5, é possível verificar a semelhança entre os dois trabalhos. A amplitude máxima da força de atuação obtida na simulação deste trabalho é 20% maior, e a velocidade da roda é 25% menor, do que a apresentada por Zago (2010), e esta diferença pode ser atribuída à falta de precisão numérica dos elementos das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , informadas no artigo.

O deslocamento na carroceria, quando comparado aos gráficos da simulação sem a atuação do controle, Figura 5.3, diminuiu 88%, e o tempo de assentamento da carroceria diminuiu de 2 s para 0,5 s. Entretanto, o deslocamento na suspensão permaneceu elevado

como na situação sem controle, e o tempo de assentamento permaneceu em 0,5 s; isto é, a contribuição da ação do controle privilegiou o comportamento dinâmico da carroceria, com pouca influência sob a suspensão. Dessa forma, pode-se verificar que a influência do valor elevado do elemento  $Q(3,3)$  – correspondente ao deslocamento da carroceria – na diminuição do deslocamento deste grau de liberdade é bastante significativa. Em contrapartida, a escolha do elemento  $Q(1,1)$  – correspondente ao deslocamento da suspensão – não alterou significativamente o comportamento deste grau de liberdade, justamente por não ter uma ordem de grandeza próxima a de  $Q(3,3)$ . Este resultado é esperado, porque corrobora o que já foi exposto na seção 3.3 deste trabalho (valores elevados de  $\mathbf{Q}$  diminuem as variáveis de estado, e valores baixos de  $\mathbf{R}$  aumentam as forças de controle).

## 5.2 Simulação para 8 GDL

A simulação deste modelo completo para o problema proposto por Shirahatt (2008) está sujeita a algumas limitações devido à falta de informações complementares para modelagem. O autor omite quais as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  são utilizadas para determinação do ganho, e também não seleciona a forma de busca. Apenas informa que por tentativa e erro o sistema pode ser controlado, assim desta mesma forma a busca pelas matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  foram implementadas. Outro problema encontrado no artigo foi a disposição equivocada dos eixos ortogonais  $\mathbf{XYZ}$ , o que influenciou na determinação das equações que descrevem o comportamento dinâmico do sistema. No entanto, como este artigo foi o mais próximo a ser utilizado para realizar uma comparação direta entre os resultados obtidos, uma vez que seus dados de entrada aproximam-se da realidade dinâmica de um veículo completo, e por ser analisado no domínio do tempo. Na sequência serão apresentados os resultados obtidos para este mesmo modelo sujeito a um perfil randômico.

### 5.2.1 Simulação para 8 GDL para perfil senoidal

Neste caso serão utilizados os mesmos dados presentes no artigo do Shirahatt (2008) para a situação do sistema passivo e para o mesmo controlado por  $LQR$ , e listados na Tabela 5.2:

Tabela 5.2 – Dados para simulação do modelo.

Variável	Descrição	Unidade	Valor	Valor
			ótimo Passivo	ótimo Ativo
$k_a$	Rigidez do assento	N/m	98935	95161
$k_1$	Rigidez da suspensão dianteira esquerda	N/m	96861	78158
$k_2$	Rigidez da suspensão traseira esquerda	N/m	52310	41731
$k_3$	Rigidez da suspensão dianteira direita	N/m	96861	78158
$k_4$	Rigidez da suspensão traseira direita	N/m	52310	41731
$c_a$	Amortecimento do assento	N s/m	615	415
$c_1$	Amortecimento da suspensão dianteira esquerda	N s/m	2460	2012
$c_2$	Amortecimento da suspensão traseira esquerda	N s/m	2281	1848
$c_3$	Amortecimento da suspensão dianteira direita	N s/m	2460	2012
$c_4$	Amortecimento da suspensão traseira direita	N s/m	2281	1848
$k_t$	Rigidez dos pneus dianteiros e traseiros	N/m	200000	200000
$m_a$	Massa do assento	kg	100	100
$m_c$	Massa suspensa	kg	2160	2160
$m_1$	Massa não suspensa dianteira esquerda	kg	85	85
$m_2$	Massa não suspensa dianteira direita	kg	60	60
$m_3$	Massa não suspensa traseira esquerda	kg	85	85
$m_4$	Massa não suspensa traseira direita	kg	60	60
$I_x$	Momento de inércia no eixo de rolagem	kg·m <sup>2</sup>	946	946
$I_y$	Momento de inércia no eixo de arfagem	kg·m <sup>2</sup>	4140	4140
$a$	Distância entre a parte dianteira do veículo e o centro de gravidade da massa suspensa	m	1,524	1,524
$b$	Distância entre a parte traseira do veículo e o centro de gravidade da massa suspensa	m	1,156	1,156
$w$	Metade da largura da massa suspensa	m	0,725	0,725
$x_a$	Distância X do assento ao CG	m	0,234	0,234
$y_a$	Distância Y do assento ao CG	m	0,375	0,375

Fonte: Shirahatt *et al.* (2008)

A perturbação utilizada é semelhante à senoide proposta por Zago *et al.* (2010), mas como para este caso são quatro pontos de entrada e não apenas um, existe a preocupação de defasar a entrada da excitação entre as rodas dianteiras e traseiras, já exposto na Figura 4.3. Por opção do autor Shirahatt *et al.* (2008), também foram impostas defasagens entre as rodas da direita e esquerda, como se as senoides estivessem inclinadas, por um tempo de 0,2 s.

A função utilizada para determinação do perfil é dada por:

$$ub_{1,3}(t) = \begin{cases} \frac{h}{2}(1 - \cos(\omega t)) & \text{quando } 0 \leq t \leq 2\lambda/v \\ 0 & t \geq 2\lambda/v \end{cases} \quad (5.6)$$

$$ub_{2,4}(t) = \begin{cases} \frac{h}{2}(1 - \cos(\omega(t - \tau))) & \text{quando } \tau \leq t \leq \tau + 2\lambda/v \\ 0 & t \geq \tau + 2\lambda/v \end{cases} \quad (5.7)$$

Sendo  $ub_{1,3}$  as excitações nos pneus dianteiros e  $ub_{2,4}$  as excitações nos pneus traseiros; a distância entre pico e crista da onda  $h = 0,05m$ , o comprimento da onda  $\lambda = 20m$  e a velocidade do veículo  $v = 20 m/s$ . A defasagem entre os pneus traseiros e dianteiros é dada pela variável  $\tau = \left(\frac{a+b}{v}\right)$ , já a frequência angular é definida através de  $\omega = \left(\frac{2\pi v}{\lambda}\right)$ . A representação do perfil proposto está disposta na Figura 5.6.

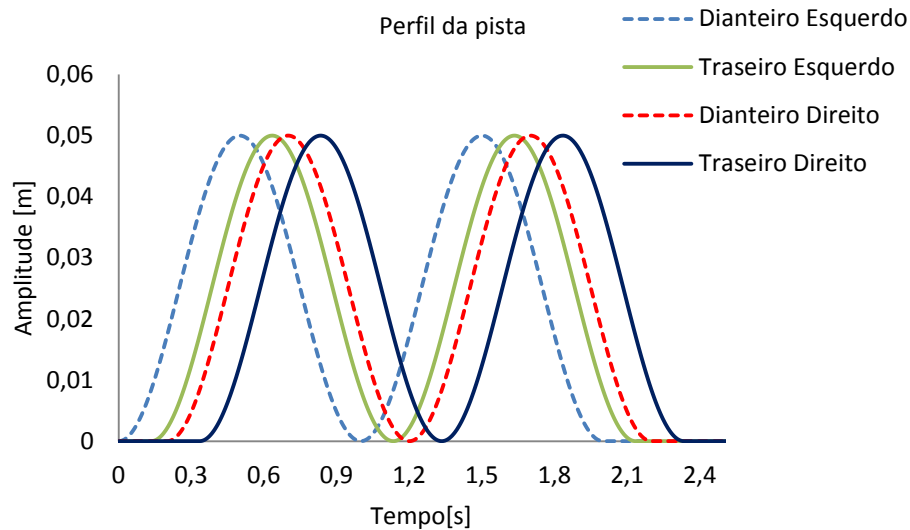


Figura 5.6 – Amplitude do perfil da trilha no domínio do tempo.

Fonte: Adaptado de Shirahatt et al. (2008).

Para que os resultados obtidos pelo autor fossem semelhantes, a busca pelo ganho foi realizada por tentativa e erro, e as matrizes diagonais utilizadas para cálculo do mesmo foram:

$$\mathbf{Q} = \text{diagonal} \begin{bmatrix} 1,1 \times 10^{11} & 1,1 \times 10^{11} & 2,1250 \times 10^{12} & 2,1250 \times 10^{12} & 1 & 1 & 1 & 1 \dots \\ \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \text{diagonal} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Possivelmente as diferenças ocorridas entre a simulação realizada neste trabalho e o apresentado por Shirahatt *et al.* (2008) devem-se a sutil, mas não menos importante, modificação no posicionamento do assento do motorista, que no trabalho do Shirahatt está no lado direito, e devido à falha na disposição dos eixos XYZ (no artigo a multiplicação vetorial entre  $X$  e  $Y$  não foi respeitada, o que levou a disposição do eixo  $Z$  no sentido oposto). Este detalhe causou algumas diferenças nas equações de movimento. A Figura 5.7 apresenta o modelo de oito graus de liberdade proposto por Shirahatt *et al.* (2008).

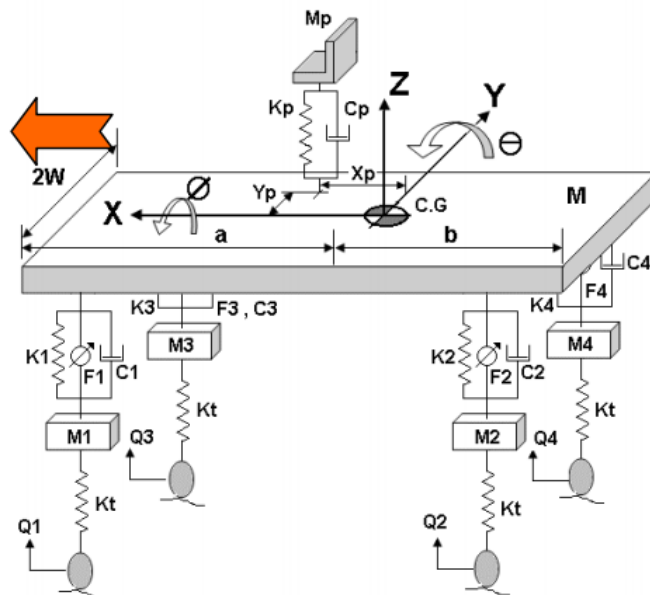


Figura 5.7 – Modelo utilizado para análise por Shirahatt *et al.*(2008).

Fonte: Shirahatt *et al.* (2008).

Da Figura 5.8 a Figura 5.15 são apresentados os resultados para passivo e ativo encontrados por Shirahatt *et al.* (2008) e neste trabalho. As linhas pontilhadas de todos os gráficos representam a simulação para suspensão passiva, e as linhas contínuas a simulação com controle ativo  $LQR$ .

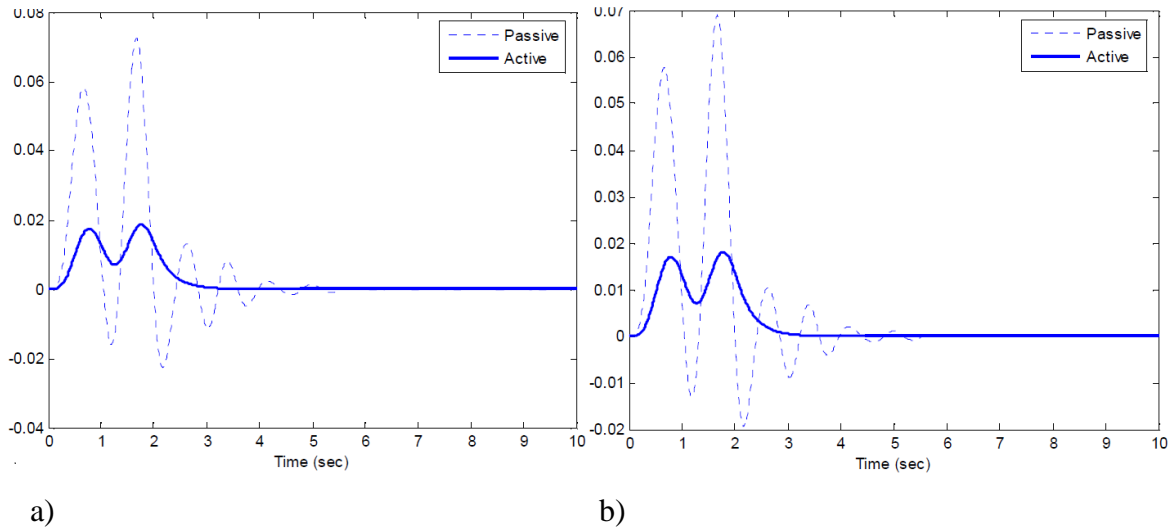


Figura 5.8 – Deslocamentos obtidos por Shirahatt *et al.* (2008) a) assento, b) carroceria

Fonte: Shirahatt *et al.* (2008).

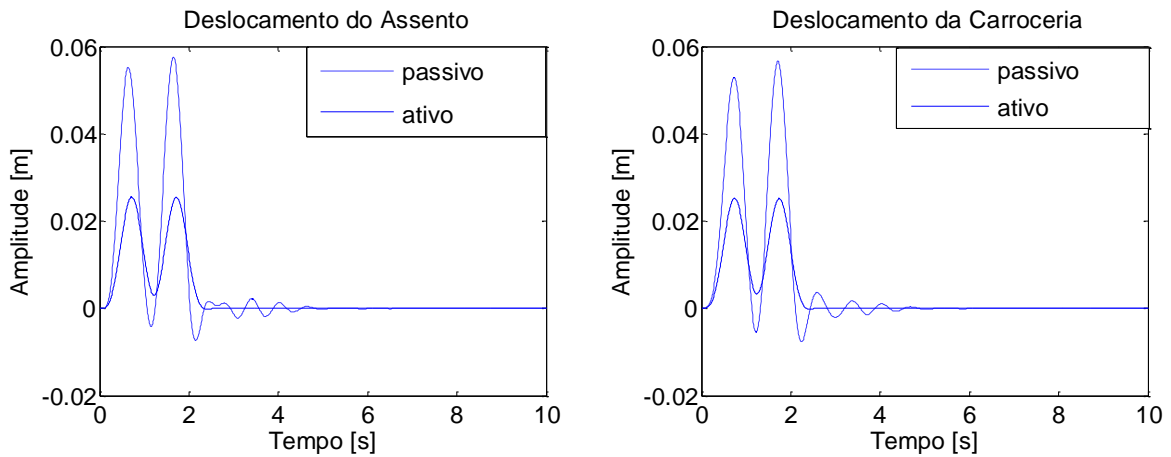


Figura 5.9 – Deslocamentos obtidos neste trabalho.

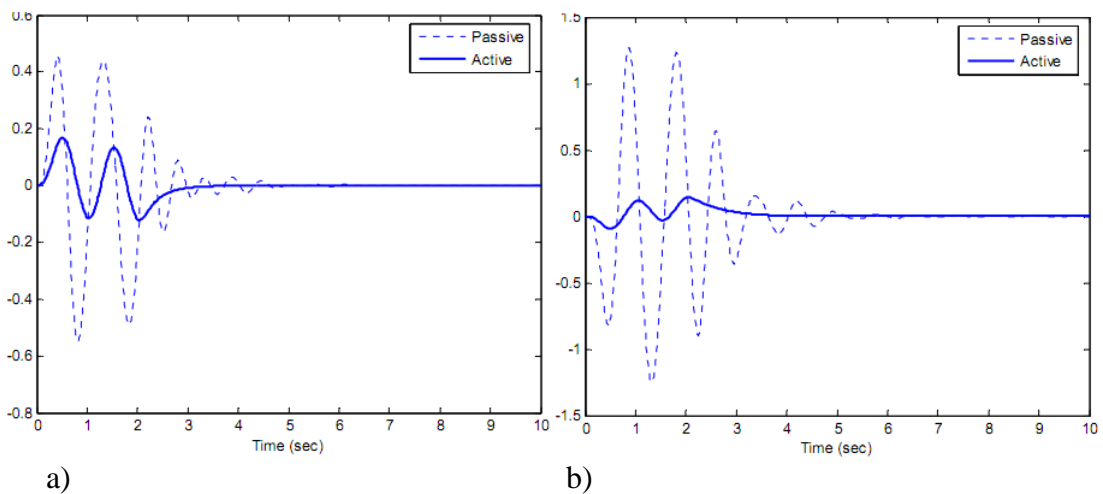


Figura 5.10 – Deslocamentos angulares obtidos por Shirahatt *et al.* (2008) a) rolagem, b) arfagem.

Fonte: Shirahatt *et al.* (2008).



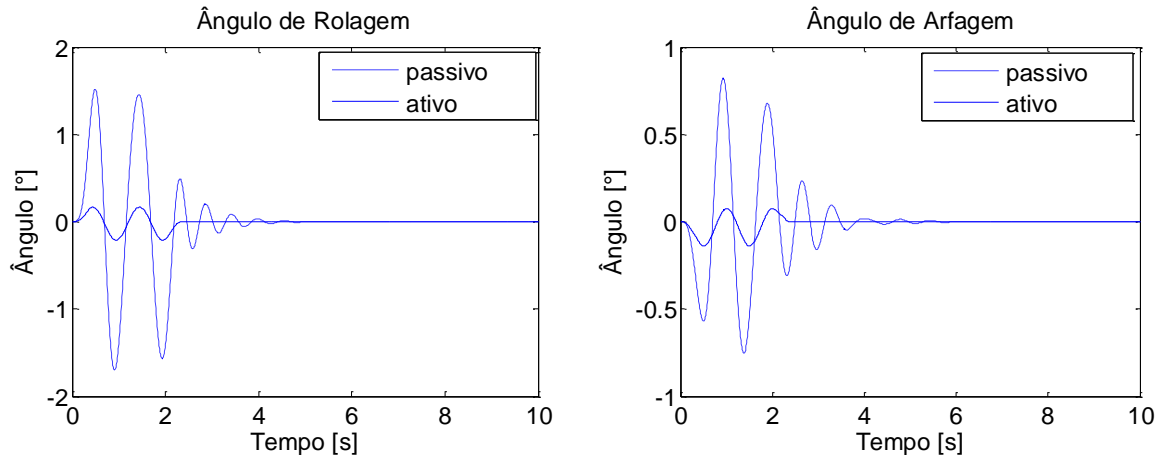


Figura 5.11 – Deslocamentos angulares obtidos neste trabalho.

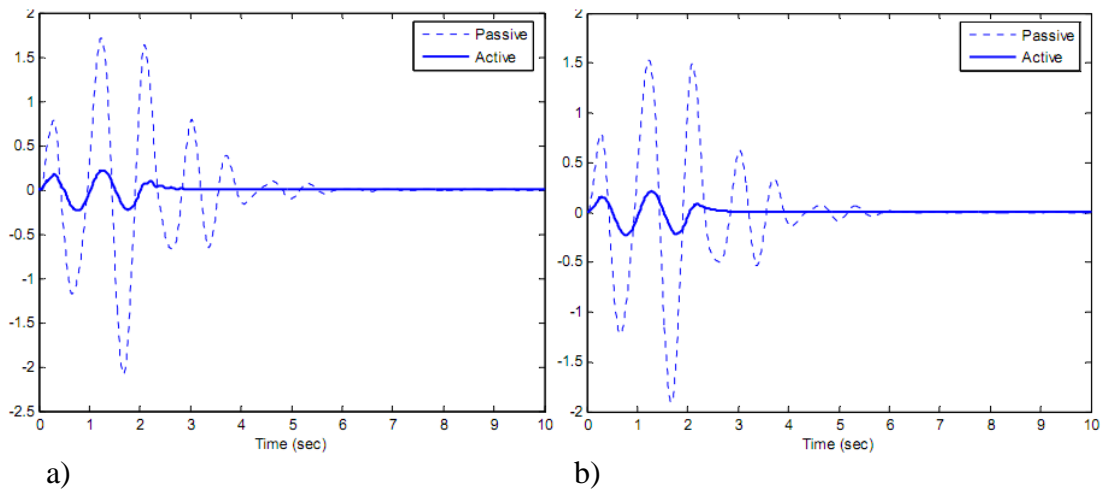


Figura 5.12 – Acelerações obtidas por Shirahatt *et al.* (2008) a) assento, b) carroceria.

Fonte: Shirahatt et al. (2008).

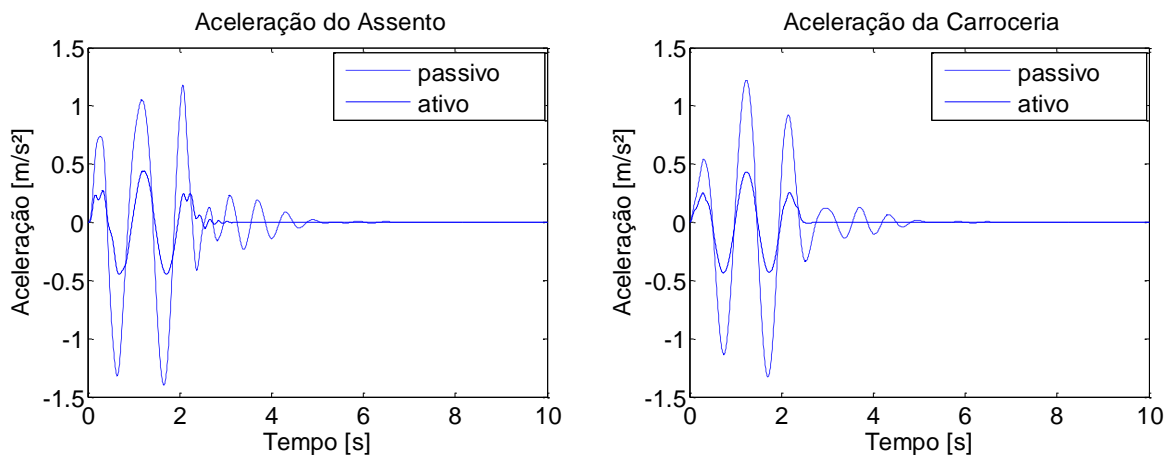
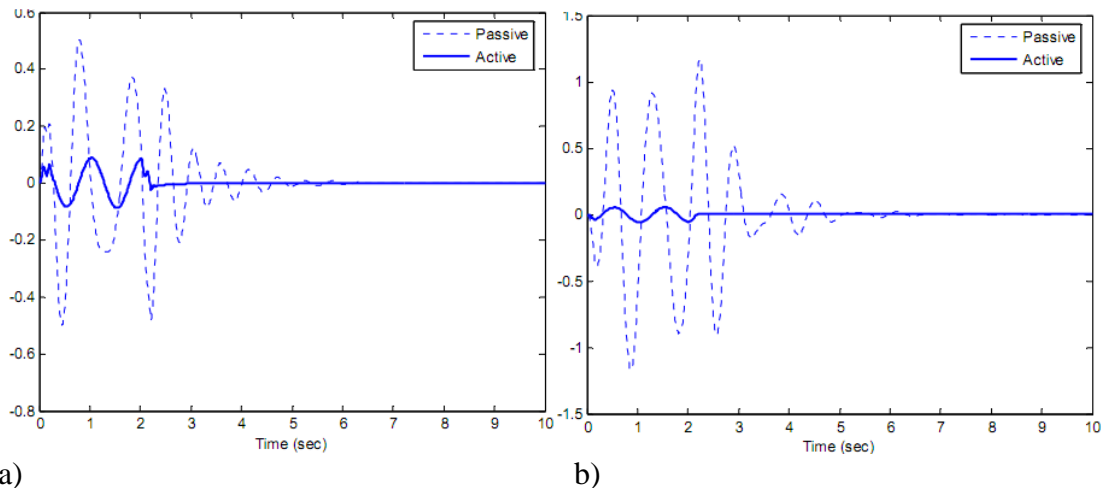


Figura 5.13 – Acelerações obtidas neste trabalho.



a) b)  
 Figura 5.14 – Acelerações angulares obtidas por Shirahatt *et al.* (2008) a) rolagem, b) arfagem.

Fonte: Shirahatt *et al.* (2008).

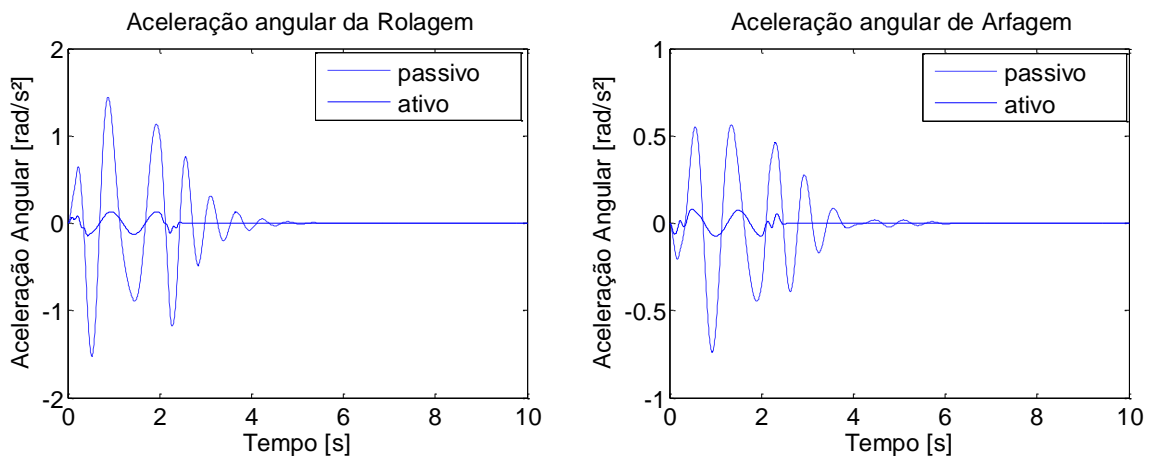


Figura 5.15 – Acelerações angulares obtidas neste trabalho.

As semelhanças entre os resultados obtidos são mais evidentes nos gráficos de deslocamento do assento e da carroceria, e menos evidentes para os deslocamentos e acelerações angulares de rolagem e arfagem, que neste trabalho apresentaram amplitudes maiores para rolagem e menores para arfagem.

Apesar da semelhança apresentada para deslocamento e aceleração dos graus de liberdade, as forças impostas pelos atuadores neste trabalho foram muito superiores às obtidas por Shirahatt *et al.* (2008). A amplitude da força apresentada por Shirahatt *et al.* (2008) é semelhante em todos os quatro atuadores, o que não foi encontrado neste trabalho, dado que a força aplicada na suspensão dianteira esquerda (quadrante onde se posiciona o assento do motorista) foi superior às demais.

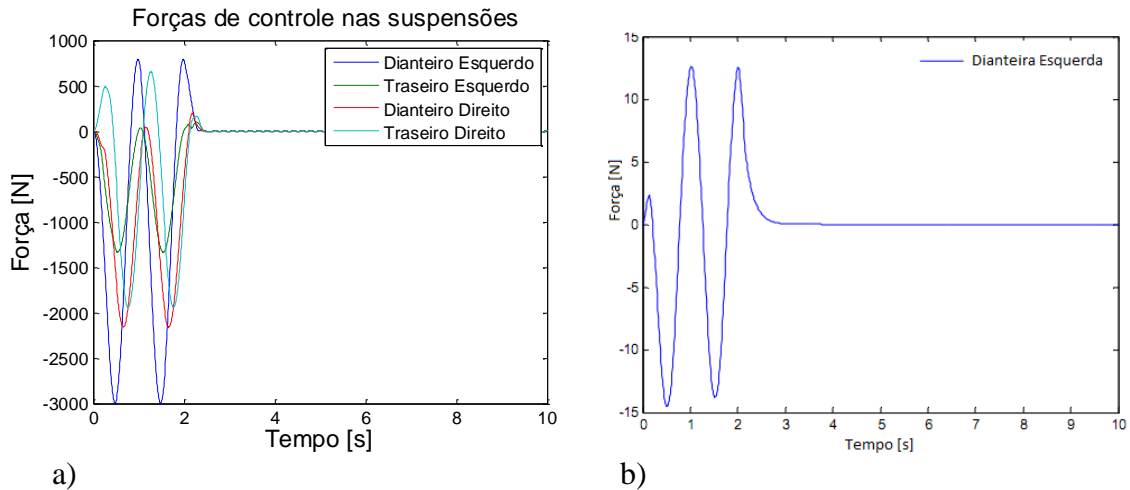


Figura 5.16 – Forças de controle aplicadas na simulação: a) Autor b) Shirahatt *et al.* (2008).

A determinação das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  pode também ser feita pelo processo de otimização, neste trabalho realizado pelo GA. Para verificar a influência dos parâmetros modificados na resposta dinâmica, a primeira busca por GA modifica todos os valores por igual das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , como disposto a seguir.

$$\mathbf{Q} = \alpha \mathbf{I}_{16 \times 16}$$

$$\mathbf{R} = \beta \mathbf{I}_{4 \times 4}$$

A formulação do controle ativo por  $LQR$ , como apresentado na revisão bibliográfica, possibilita formas de abordagem diferentes da função objetivo, que por sua vez trará ao sistema diferentes respostas. A função objetivo utilizada é composta pelo valor RMS da aceleração da carroceria e assento do motorista, que dentre as opções testadas foi a que melhor reduziu as vibrações em todo o veículo, como se apresenta abaixo.

Encontrar os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$   
para minimizar

$$F_{\text{objetivo}} = \frac{(RMS \ddot{z}_c + RMS \ddot{z}_a)}{2}$$

sujeito a

$$z_i - u_b > |\delta|, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$z < \text{desloc\_max}$$

$$1 \leq \alpha \leq 10^{16}$$

$$10^{-8} \leq \beta \leq 1$$

Outra possibilidade de compor a matriz  $\mathbf{Q}$  é de possibilitar variações nas posições diagonais referentes aos deslocamentos, ou seja, as oito primeiras posições, e fixar as demais com valores unitários. O procedimento é semelhante ao resultado obtido por tentativa e erro na realizado anteriormente e deixa livre a busca para os valores diagonais da matriz  $\mathbf{R}$ .

$$\mathbf{Q} = \text{diagonal}[\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \alpha_4 \quad \alpha_5 \quad \alpha_6 \quad \alpha_7 \quad \alpha_8 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \dots \\ \dots 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$$

$$\mathbf{R} = \text{diagonal}[\beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3 \quad \beta_4]$$

Os limites utilizados para os elementos das matrizes foram estipulados a partir do conceito de que valores elevados de  $\mathbf{Q}$  tendem a diminuir os valores das variáveis de estado, e baixos valores de  $\mathbf{R}$  elevam a intensidade das forças de controle. Dado que as simulações presentes no início deste capítulo para os modelos propostos por Zago *et al.* (2010) e Shirahatt *et al.* (2008) apresentaram valores para variáveis de  $\mathbf{Q}$  na ordem de até  $10^{12}$ , optou-se por deixar o espaço de procura deste parâmetro entre valores elevados, e possibilitar ao algoritmo testar valores pequenos para os elementos de  $\mathbf{R}$ . Abaixo segue a segunda proposta para o problema de otimização.

Encontrar os parâmetros  $\alpha_1 \dots \alpha_8$  e  $\beta_1 \dots \beta_4$

para minimizar

$$F_{\text{objetivo}} = \frac{(RMS \ddot{z}_c + RMS \ddot{z}_a)}{2}$$

sujeito a

$$z_i - u_b > |\delta|, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$z < \text{desloc}_{\text{max}}$$

$$10^5 \leq \alpha \leq 10^{16}$$

$$10^{-6} \leq \beta \leq 1$$

Importante salientar que para limites muito elevados de  $\alpha$  pode ocorrer o benefício de apenas um dos graus de liberdade avaliados na função objetivo, ou seja, os valores obtidos no processo de otimização podem vir a diminuir exclusivamente a aceleração do assento ou da carroceria, sem influenciar no comportamento dinâmico dos outros graus de liberdade. Por isso que se deve ter cuidado em determinar os valores dos limites de procura para o espaço de soluções viáveis.

A Tabela 5.3 apresenta os parâmetros utilizados no procedimento de otimização por GA para as duas propostas. O número de indivíduos mais elevado para a segunda proposta foi necessário para obtenção de um menor coeficiente de variação avaliado na equação (5.8).

Tabela 5.3 – Determinação do GA para o processo de otimização.

<b>Parâmetros</b>	<b>1° Proposta</b>	<b>2° Proposta</b>
Número de variáveis	2	12
Tamanho da População	20 indivíduos	30 indivíduos
Ordem da Função Objetivo	Menor valor da função	Menor valor da função
Seleção	Roleta	Roleta
Mutação	Uniforme	Uniforme
Crossover	<i>Scattered</i>	<i>Scattered</i>

A análise destas respostas é realizada em função de valores RMS da aceleração da carroceria e assento, e a partir dos máximos obtidos de deslocamentos e acelerações de outros graus de liberdade, a Tabela 5.4 lista os valores referentes às respostas obtidas nas duas análises propostas, e compara com os resultados obtidos por Shirahatt *et al.* (2008).

Tabela 5.4 – Resultados ótimos obtidos para as duas propostas.

Parâmetros	Valor Passivo Shirahatt (2008)	Valor Ativo Shirahatt (2008)	Valor Ativo Proposta – 1	Valor Ativo Proposta – 2
Função objetivo	$0,2933m \cdot s^{-2}$	$0,0513m \cdot s^{-2}$	$0,3970m \cdot s^{-2}$	$1,3117 \cdot 10^{-3} m \cdot s^{-2}$
Rms $\ddot{z}_a$ (acel. do assento)	$0,3032m \cdot s^{-2}$	$0,0534m \cdot s^{-2}$	$0,3786m \cdot s^{-2}$	$9,0050 \cdot 10^{-4} m \cdot s^{-2}$
Rms $\ddot{z}_c$ (acel. da carroceria)	$0,2834m \cdot s^{-2}$	$0,0492m \cdot s^{-2}$	$0,4154m \cdot s^{-2}$	$1,7229 \cdot 10^{-3} m \cdot s^{-2}$
Max $\ddot{z}_a$ (acel. do assento)	$2,0849m \cdot s^{-2}$	$0,2350m \cdot s^{-2}$	$1,3640m \cdot s^{-2}$	$3,5938 \cdot 10^{-3} m \cdot s^{-2}$
Max $\ddot{z}_c$ (acel. da carroceria)	$1,9172m \cdot s^{-2}$	$0,2268m \cdot s^{-2}$	$1,4939m \cdot s^{-2}$	$7,8870 \cdot 10^{-3} m \cdot s^{-2}$
Max $z_a$ (desloc. assento)	$0,0725m$	$0,0187m$	$0,0560m$	$1,1017 \cdot 10^{-4} m$
Max $z_c$ (desloc. carroceria)	$0,0690m$	$0,0181m$	$0,0615m$	$2,1577 \cdot 10^{-4} m$
Max $\phi$ (ang. rolagem)	$0,0096^\circ$	$0,0029^\circ$	$2,0854^\circ$	$0,0203^\circ$
Max $\ddot{\phi}$ (acel. rolagem)	$0,5041rad \cdot s^{-2}$	$0,0888rad \cdot s^{-2}$	$1,8133rad \cdot s^{-2}$	$0,0180rad \cdot s^{-2}$
Max $\theta$ (ang. arfagem)	$0,0222^\circ$	$0,0025^\circ$	$1,2884^\circ$	$0,0156^\circ$
Max $\ddot{\theta}$ (acel. arfagem)	$1,1700rad \cdot s^{-2}$	$0,0582rad \cdot s^{-2}$	$0,9654rad \cdot s^{-2}$	$0,0164rad \cdot s^{-2}$
Max $z_1$ (desloc. D.E.)	$0,0383m$	$0,0320m$	$0,0569m$	$0,0581m$
Max $z_2$ (desloc. T.E.)	$0,0122m$	$0,0305m$	$0,0513m$	$0,0419m$
Max $z_3$ (desloc. D.E.)	$0,0290m$	$0,0293m$	$0,0522m$	$0,0431m$
Max $z_4$ (desloc. T.E.)	$0,0125m$	$0,0288m$	$0,0595m$	$0,0547m$

O controle ótimo da proposta 2 possibilitou diminuir o valor RMS da aceleração no assento do motorista em 99% em relação à situação sem controle, e em 98% para o controle proposto por Shirahatt *et al.* (2008). O valor RMS da carroceria apresentou diminuição de 99% em relação à situação sem controle, e de 96% em relação ao controle proposto pelo mesmo autor. Os valores máximos das acelerações no assento e na carroceria seguem a mesma faixa percentual de ganho, o mesmo ocorre para as acelerações angulares e

deslocamentos máximos no assento e na carroceria. No entanto, o máximo deslocamento angular de rolagem e arfagem apresenta aumento de 111% e diminuição de 30%, respectivamente, em relação a situação sem controle.

O valor da função objetivo para a segunda proposta de otimização apresentou certa variação para uma sequência de trinta avaliações, assim o coeficiente de variação da resposta foi verificado de acordo com a equação (5.8), onde  $\sigma$  representa o desvio padrão e  $\bar{X}$  a média.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} \quad (5.8)$$

$$CV = 0,45$$

O coeficiente varia entre zero e um, sendo os valores que menos variam estão próximos de zero, ou seja, que pertencem a uma pequena região. Assim, o resultado mostra que os valores pertencem a uma região de tamanho médio. Na Tabela 5.4 os valores listados para a segunda proposta são referentes ao melhor valor encontrado da função objetivo, cujos valores das componentes das matrizes **Q** e **R** estão dispostos a seguir:

$$\alpha_1 = 8,9757 \cdot 10^{12} \quad \alpha_2 = 7,8936 \cdot 10^{12} \quad \alpha_3 = 9,3776 \cdot 10^{12} \quad \alpha_4 = 4,0346 \cdot 10^{12}$$

$$\alpha_5 = 10^8 \quad \alpha_6 = 10^8 \quad \alpha_7 = 10^8 \quad \alpha_8 = 10^8$$

$$\beta_1 = 0,0656 \quad \beta_2 = 0,1638 \quad \beta_3 = 0,3677 \quad \beta_4 = 0,0587$$

Da Figura 5.17 à Figura 5.20 estão representados os comportamentos dinâmicos do veículo para o melhor valor da função objetivo da proposta 2, sendo o curso da suspensão calculado conforme equação (3.40).

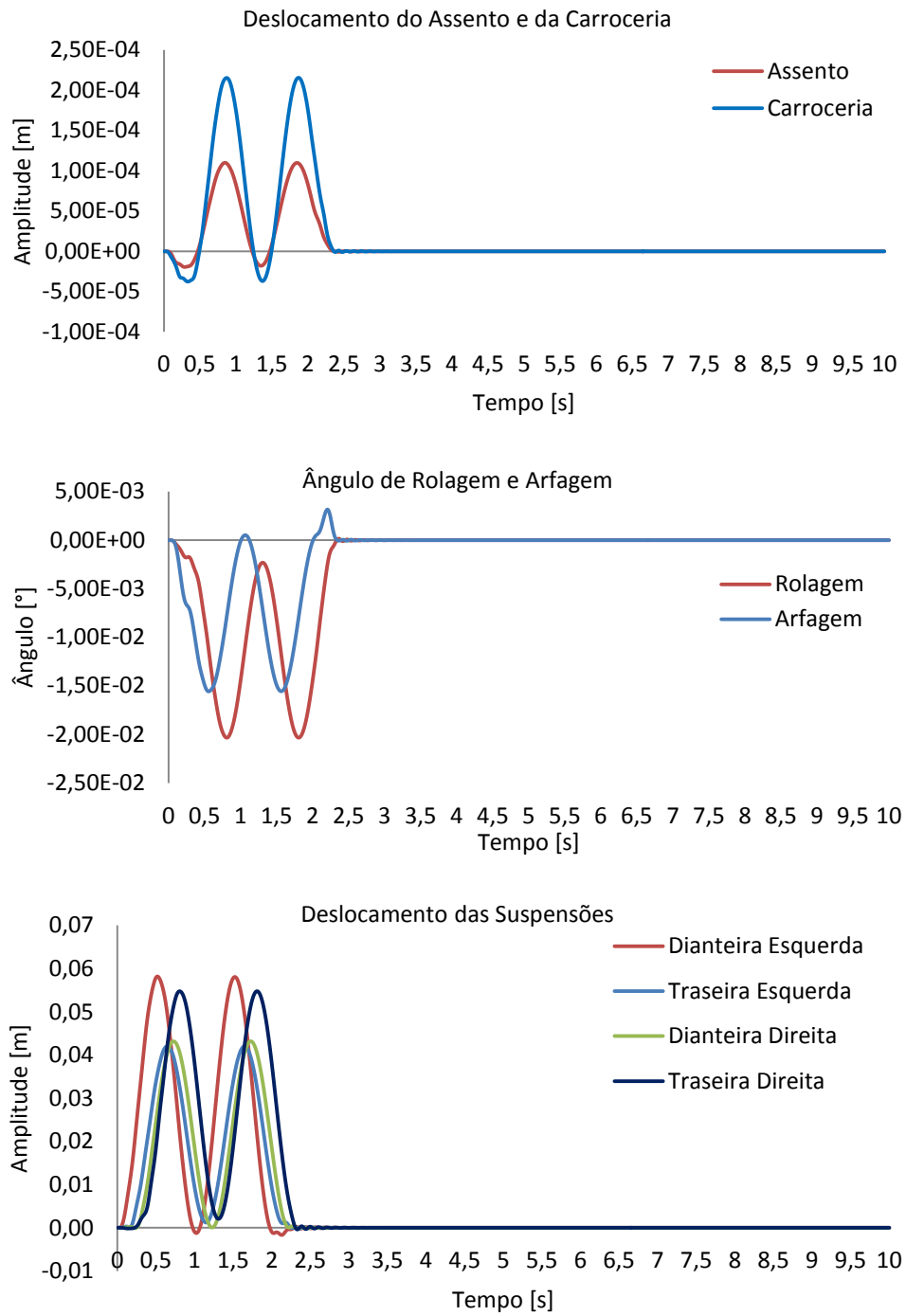


Figura 5.17 – Deslocamento dos oito graus de liberdade .



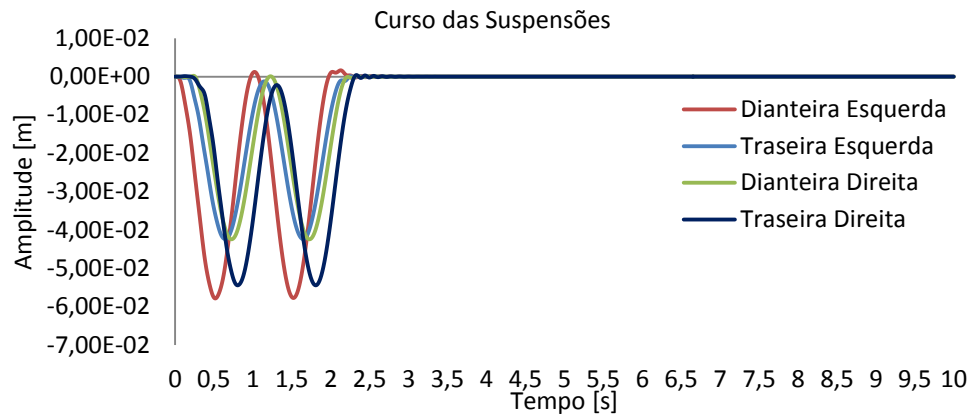


Figura 5.18 – Curso das suspensões.

Como disposto na seção 3.5.1 segundo Gillespie (1992) o curso máximo da suspensão para veículos de passeio está entre  $0,17\text{ m}$  e  $0,20\text{ m}$ , limites respeitados durante toda a passagem do veículo pela excitação senoidal, como verificado na Figura 5.18.

A Figura 5.19 e Figura 5.20 apresentam as acelerações no assento e na carroceria, bem como as forças de controle atuantes, para proposta 2.

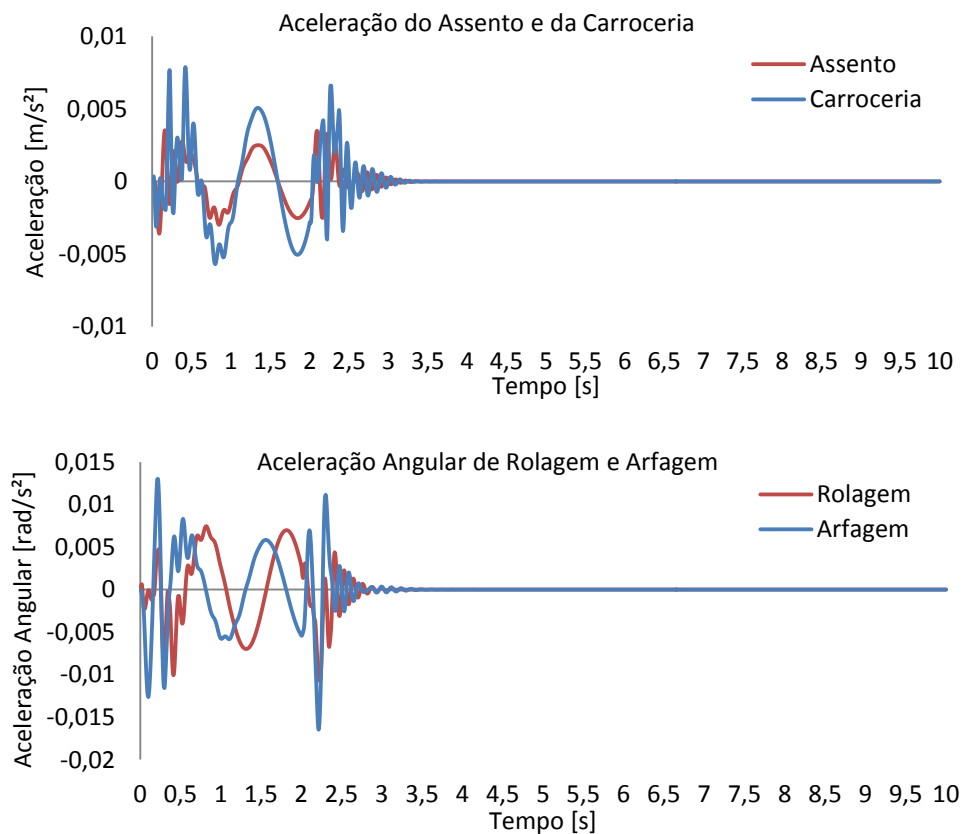


Figura 5.19 – Acelerações na carroceria e no assento.

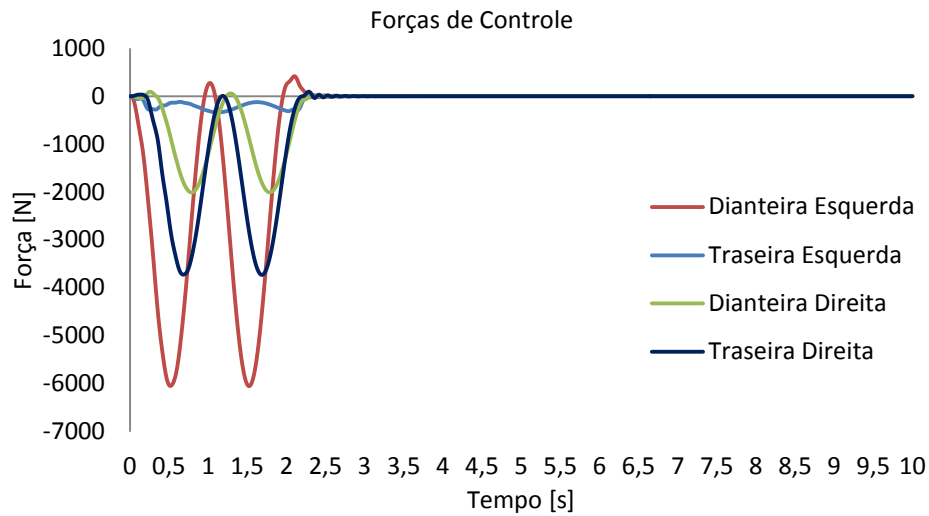


Figura 5.20 – Forças impostas ao sistema.

Apesar da diminuição no RMS dos deslocamentos e acelerações, as forças impostas ao sistema em relação à solução proposta por Shirahatt *et al.* (2008) e simulada neste trabalho, situada a esquerda na Figura 5.16, aumentaram 100% na suspensão dianteira esquerda, 15% na suspensão dianteira direita, 130% na suspensão traseira direita, e apresentaram diminuição de 13% na suspensão traseira esquerda.

### 5.2.2 Simulação para perfil de irregularidades segundo ISO 8608.

Nesta seção o modelo será submetido à excitações randômicas conforme a norma ISO 8608, e sujeito a atuação do controle ativo *LQR*. O funcional utilizado para avaliar o desempenho da resposta dinâmica do sistema influencia diretamente a escolha do ganho, e assim como a simulação para excitação senoidal, o RMS da aceleração do assento e da carroceria apresentaram melhores resultados para o comportamento dinâmico do veículo.

Para determinação do perfil da estrada são necessários alguns parâmetros de acordo com o especificado na seção 4.2, e estão listados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Determinação do perfil da estrada.

Parâmetros	Valor [unidade]
$v$	20 m / s
$G_0$ (Classe E)	$4096 \times 10^{-6} m^3$
$n_0$	0,1 ciclo / m
$n_{\min}$	0,1 ciclo / m
$n_{\max}$	2,5 ciclo / m

Os perfis gerados para excitação veicular das trilhas esquerda e direita são idênticos para as diversas análises realizadas, pois o gerador randômico parte da mesma semente, ou seja, a sequência randômica é controlada para que sejam iguais a cada chamada do processo de otimização.

Na Figura 5.21 e Figura 5.22 dispõe-se uma amostra do perfil para o tempo de simulação de 10 segundos, e como o veículo está trafegando a velocidade de  $20\text{ m/s}$  o percurso completo da pista é de  $200\text{ m}$ . É possível verificar que os pneus dianteiro e traseiro, tanto para a trilha esquerda como direita, possuem certa defasagem, que está definida na equação (4.10) como sendo a distância entre eixos do veículo.

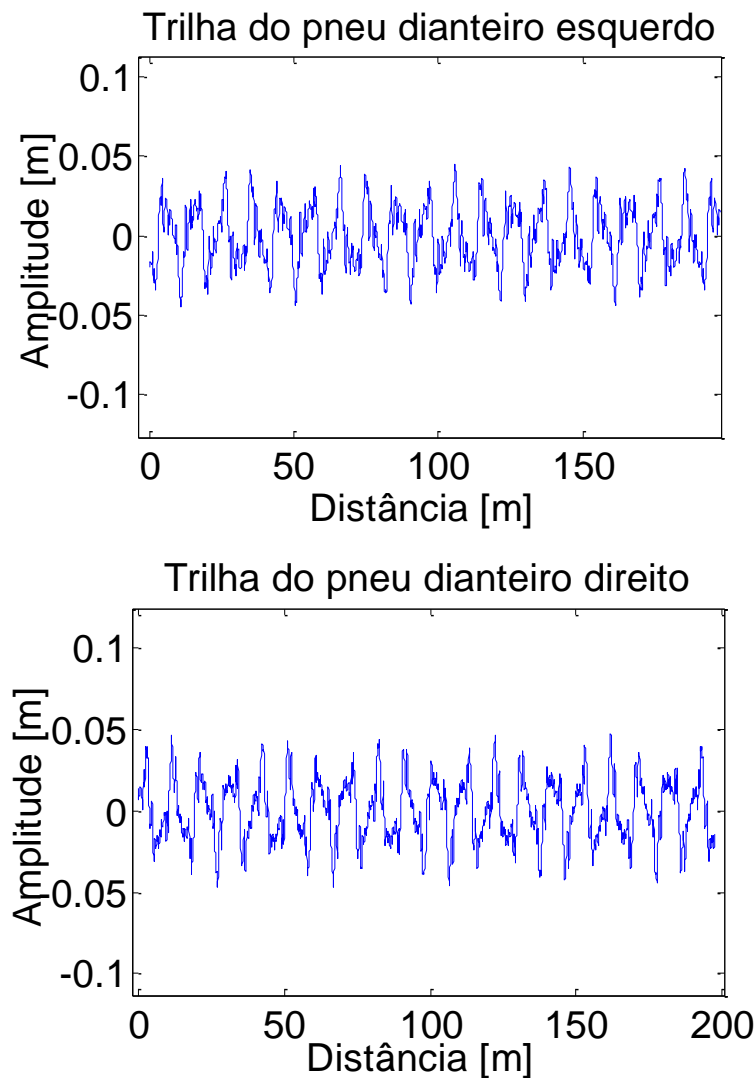


Figura 5.21 Perfil randômico dianteiro da estrada segundo ISO 8608.

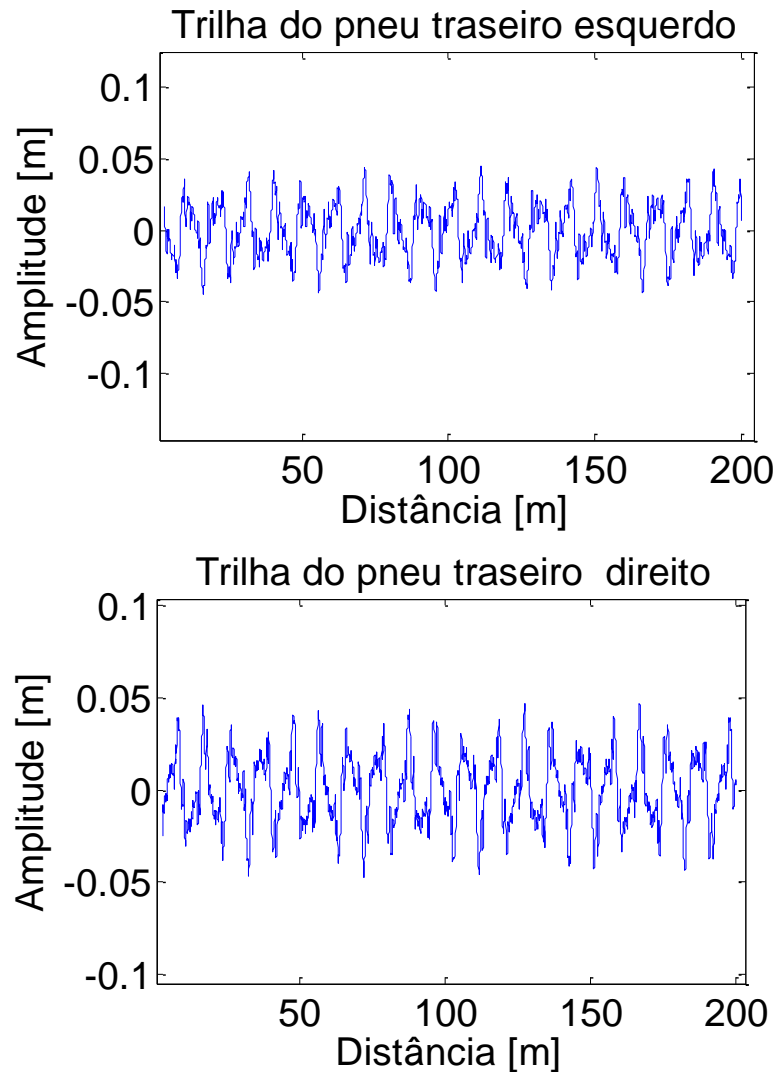


Figura 5.22 – Perfil randômico traseiro da estrada segundo ISO 8608.

O sinal no domínio do tempo é calculado a partir de uma representação no domínio da frequência, e então convertida no domínio do tempo. Para verificar o procedimento, pode-se realizar o caminho inverso e voltar para o domínio da frequência, ao dispor o sinal como um gráfico semelhante à classificação de perfis de estrada segundo a ISO 8608 (Figura 4.1).

Para isto o sinal no domínio do tempo deve ser convertido para o domínio da frequência, através da transformada de Fourier, como uma forma de verificar se a formulação da estrada está de acordo com as orientações apresentadas na norma utilizada, ao passo que esta disponibiliza as diversas classes de estrada no domínio da frequência. O sinal transformado deve estar em torno da reta disponível pela norma e apresentada em azul na Figura 5.23. A curva em verde – transformada de Fourier - não fica próxima da disponível pela norma devido ao fato de que no retorno para o domínio da frequência uma faixa maior do espectro está sendo utilizada na transformada, e apenas 20 harmônicos foram estabelecidos

para a discretização da reta fornecida pela norma para a simulação do perfil, como referido na seção 4.2.

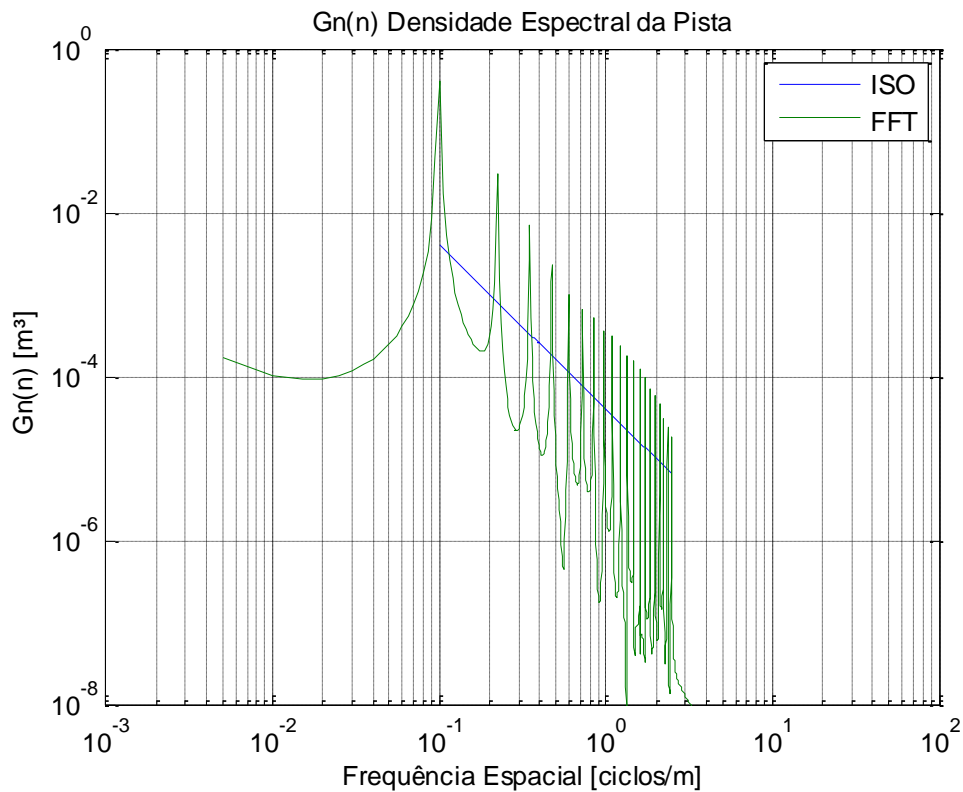


Figura 5.23 – Densidade espectral de potência para estrada gerada no domínio do tempo e transformada para a frequência.

No entanto as médias das três curvas possuem valor muito próximo de zero, o que comprova a característica gaussiana das curvas definida na norma ISO 8608, e os valores RMS da ISO e da FFT apresentaram-se próximos, mas não iguais devido aos motivos apresentados no parágrafo acima, comprovam semelhança das áreas abaixo das curvas apesar de estarem deslocadas uma das outras, como verificadas na equação (5.9).

$$\begin{aligned}
 Média_{TRILHA\ D.E.} &= -4,3879 \cdot 10^{-5} \text{ m} \\
 Média_{TRILHA\ T.E.} &= -1,9661 \cdot 10^{-5} \text{ m} \\
 Média_{TRILHA\ D.D.} &= -7,1519 \cdot 10^{-5} \text{ m} \\
 Média_{TRILHA\ T.D.} &= -2,8090 \cdot 10^{-4} \text{ m} \\
 \\ 
 Rms_{ISO} &= 7,4616 \cdot 10^{-6} \\
 Rms_{FFT} &= 4,0971 \cdot 10^{-6}
 \end{aligned}
 \tag{5.9}$$

Como justificado na seção 3.2, este trabalho supõe que as possibilidades de uma solução ótima por controle passivo de vibrações já tenha ocorrido, pois os dados utilizados passaram por processos de otimização com o objetivo de fornecer conforto ao motorista. Os mesmos que são apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Dados para simulação do modelo num perfil de pista randômico.

Variável	Descrição	Unidade	Valor Passivo ótimo (Drehmer, 2012)
$k_a$	Rigidez do assento	N/m	90000
$k_1$	Rigidez da suspensão dianteira esquerda	N/m	100000
$k_2$	Rigidez da suspensão traseira esquerda	N/m	70000
$k_3$	Rigidez da suspensão dianteira direita	N/m	100000
$k_4$	Rigidez da suspensão traseira direita	N/m	70000
$c_a$	Amortecimento do assento	N s/m	400
$c_1$	Amortecimento da suspensão dianteira esquerda	N s/m	3000
$c_2$	Amortecimento da suspensão traseira esquerda	N s/m	3000
$c_3$	Amortecimento da suspensão dianteira direita	N s/m	3000
$c_4$	Amortecimento da suspensão traseira direita	N s/m	3000
$k_t$	Rigidez dos pneus dianteiros e traseiros	N/m	200000
$m_a$	Massa do assento	kg	100
$m_c$	Massa suspensa	kg	2160
$m_1$	Massa não suspensa dianteira esquerda	kg	85
$m_2$	Massa não suspensa dianteira direita	kg	60
$m_3$	Massa não suspensa traseira esquerda	kg	85
$m_4$	Massa não suspensa traseira direita	kg	60
$I_x$	Momento de inércia no eixo de rolagem	kg·m <sup>2</sup>	946
$I_y$	Momento de inércia no eixo de arfagem	kg·m <sup>2</sup>	4140
$a$	Distância entre a parte dianteira do veículo e o centro de gravidade da massa suspensa	m	1,524
$b$	Distância entre a parte traseira do veículo e o centro de gravidade da massa suspensa	m	1,156
$w$	Metade da largura da massa suspensa	m	0.725
$x_a$	Distância X do assento ao CG	m	0,234
$y_a$	Distância Y do assento ao CG	m	0,375

Fonte: Drehmer (2012).

Similar ao apresentado na seção 5.2.1 a disposição dos resultados estabelece relação entre o sistema dinâmico sem atuação do controle; e com o sistema controlado com os

parâmetros  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  otimizados. Contudo, a excitação proveniente do solo é randômica e não mais senoidal de comportamento regular.

Da Figura 5.24 à Figura 5.26 estão dispostos os comportamentos dinâmicos do veículo devido à excitação randômica sem a atuação do controle  $LQR$ .

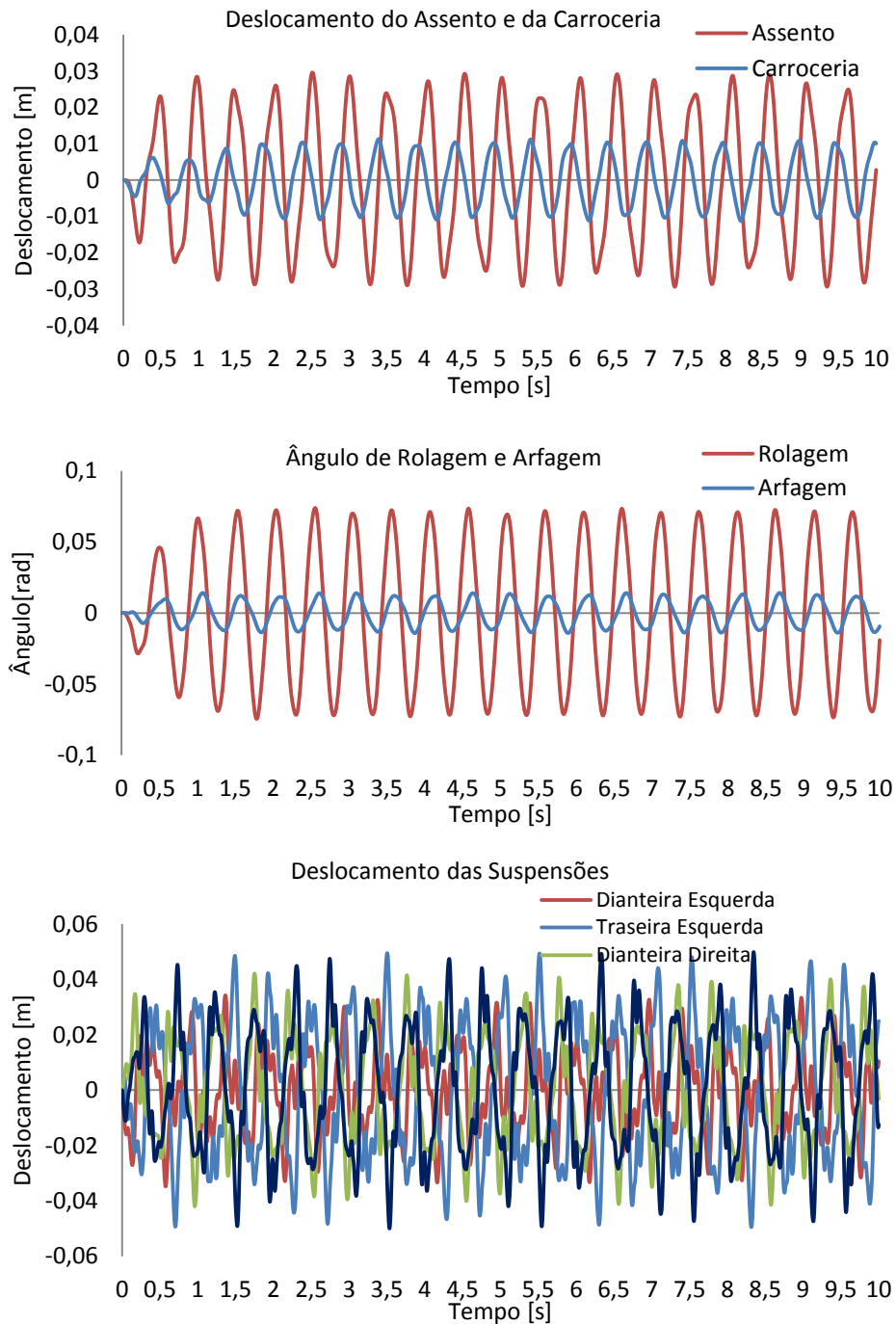


Figura 5.24 – Deslocamento dos 8 GDL para situação passiva.

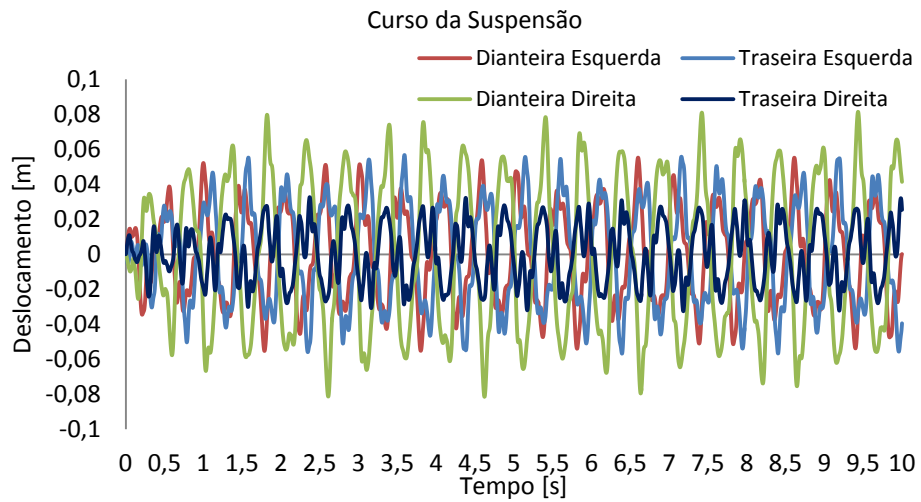


Figura 5.25 – Deslocamentos dos 8 GDL para situação passiva.

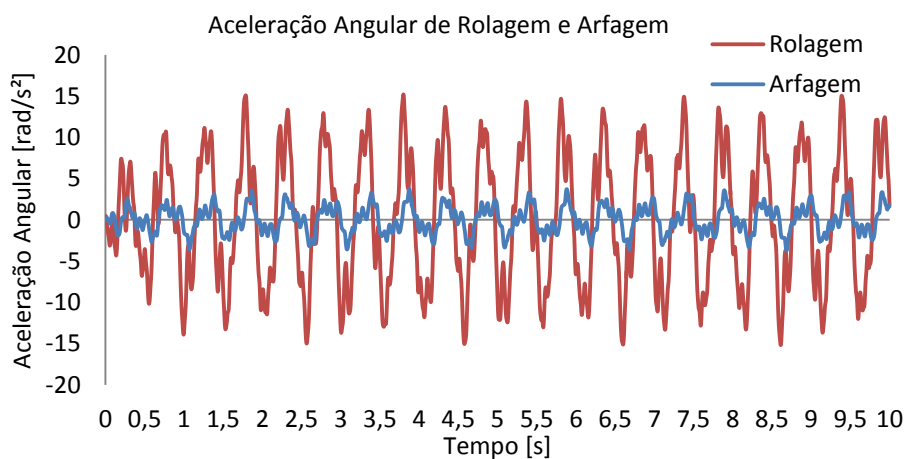
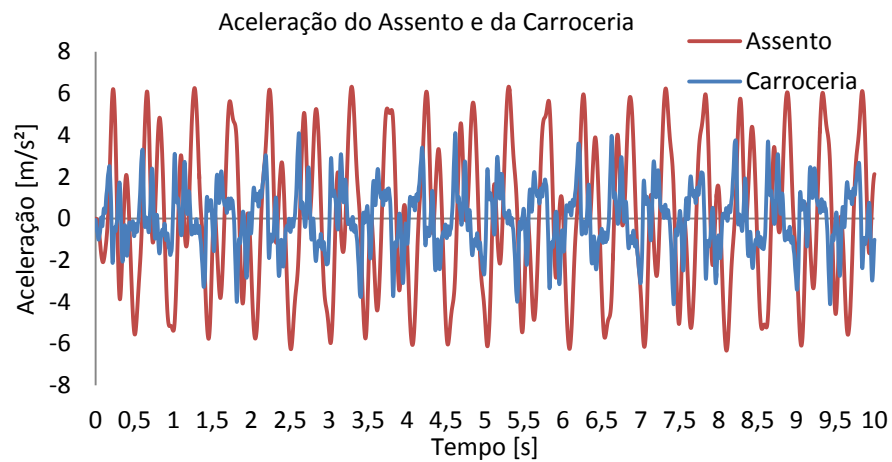


Figura 5.26 – Acelerações no assento e carroceria na situação passiva.



As propostas seguem as mesmas modificações para as matrizes do modelo mais simples de pista apresentadas anteriormente, e também apresentam os melhores resultados para o sistema dinâmico através da avaliação da função objetivo que reúne o RMS da aceleração do assento do motorista e da carroceria. Nas equações abaixo seguem os problemas de otimização para esta etapa do trabalho, designadas como propostas 1 e 2 respectivamente.

Encontrar os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$

para minimizar

$$F_{\text{objetivo}} = \frac{(RMS \ddot{z}_c + RMS \ddot{z}_a)}{2}$$

sujeito a

$$z_i - u_b > |\delta|, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$z < \text{desloc\_max}$$

$$1 \leq \alpha \leq 10^{17}$$

$$10^{-6} \leq \beta \leq 1$$

Assim, como no problema de otimização com a pista senoidal mais simples, os limites de busca viável para as componentes da matriz  $\mathbf{Q}$  pertencem a intervalos de valores elevados para que diminuam as variáveis de estado, ao passo que as componentes da matriz  $\mathbf{R}$  pertencem a limites com valores menores para aumentarem as forças de controle.

Encontrar os parâmetros  $\alpha_1 \dots \alpha_8$  e  $\beta_1 \dots \beta_4$

para minimizar

$$F_{\text{objetivo}} = \frac{(RMS \ddot{z}_c + RMS \ddot{z}_a)}{2}$$

sujeito a

$$z_i - u_b > |\delta|, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$z < \text{desloc\_max}$$

$$10^5 \leq \alpha \leq 10^{17}$$

$$10^{-6} \leq \beta \leq 1$$

A configuração do algoritmo genético sofre alteração no número de indivíduos para a segunda proposta, pois devido ao elevado tempo de análise a utilização de trinta indivíduos se tornou inviável computacionalmente. Assim, o algoritmo genético apresenta os parâmetros listados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Determinação do GA para o processo de otimização.

<b>Parâmetros</b>	<b>1° Proposta</b>	<b>2° Proposta</b>
Número de variáveis	2	12
Tamanho da População	20 indivíduos	20 indivíduos
Número de gerações	50	50
Ordem da Função Objetivo	Menor valor da função	Menor valor da função
Seleção	Roleta	Roleta
Mutação	Uniforme	Uniforme
Crossover	<i>Scattered</i>	<i>Scattered</i>

Os resultados serão avaliados de acordo com os valores RMS dos deslocamentos e acelerações dos oito graus de liberdade e das forças empregadas para o modelo com controle otimizado e não otimizado. A seguir estão os elementos das matrizes **Q** e **R** obtidos no processo de otimização para a primeira e segunda proposta, respectivamente.

$$\alpha = 1,7972 \quad \beta = 0,4141$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 1,6535 \cdot 10^{16} & \alpha_2 &= 7,2600 \cdot 10^{16} & \alpha_3 &= 2,8703 \cdot 10^{14} & \alpha_4 &= 1,9880 \cdot 10^{15} \\ \alpha_5 &= 10^5 & \alpha_6 &= 10^5 & \alpha_7 &= 10^5 & \alpha_8 &= 10^5 \\ \beta_1 &= 0,2589 & \beta_2 &= 0,7502 & \beta_3 &= 0,1997 & \beta_4 &= 0,4259 \end{aligned}$$

Na Tabela 5.8 estão listados os valores RMS para a primeira e segunda proposta, e pode ser observado que o controle com alteração de todas as componentes das matrizes **Q** e **R** por igual (primeira proposta), não possibilita a atuação do controle de forma eficaz, ao passo que pouca força é aplicada ao sistema, já o controle obtido com alteração das componentes da matriz **Q** relativos a deslocamento e das componentes diagonais da matriz **R**, alteram consideravelmente o comportamento do sistema.

Tabela 5.8 – Resultados ótimos obtidos para as duas propostas.

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor Passivo</b>	<b>Valor Ativo Proposta – 1</b>	<b>Valor Proposta – 2</b>
Função objetivo	$2,7747 m \cdot s^{-2}$	$2,7747 m \cdot s^{-2}$	$1,0758 \cdot 10^{-2} m \cdot s^{-2}$
$z_a$ (desloc. do assento)	$1,8537 \cdot 10^{-2} m$	$1,8537 \cdot 10^{-2} m$	$5,4783 \cdot 10^{-6} m$
$z_c$ (desloc. da carroceria)	$6,9211 \cdot 10^{-3} m$	$6,9211 \cdot 10^{-3} m$	$1,8319 \cdot 10^{-6} m$
$\phi$ (ângulo de rolagem)	$4,9130 \cdot 10^{-2} rad$	$4,9130 \cdot 10^{-2} rad$	$3,3733 \cdot 10^{-5} rad$
$\theta$ (ângulo de arfagem)	$8,8775 \cdot 10^{-3} rad$	$8,8775 \cdot 10^{-3} rad$	$7,1725 \cdot 10^{-5} rad$
$z_1$ (desloc. D.E.)	$1,4534 \cdot 10^{-2} m$	$1,4534 \cdot 10^{-2} m$	$3,0873 \cdot 10^{-2} m$
$z_2$ (desloc. T.E.)	$2,3959 \cdot 10^{-2} m$	$2,3959 \cdot 10^{-2} m$	$2,7090 \cdot 10^{-2} m$
$z_3$ (desloc. D.D.)	$1,8808 \cdot 10^{-2} m$	$1,8808 \cdot 10^{-2} m$	$4,1262 \cdot 10^{-2} m$
$z_4$ (desloc. T.D.)	$2,2585 \cdot 10^{-2} m$	$2,2585 \cdot 10^{-2} m$	$2,1872 \cdot 10^{-2} m$
$\ddot{z}_a$ (acel. do assento)	$3,5321 m \cdot s^{-2}$	$3,5321 m \cdot s^{-2}$	$1,1457 \cdot 10^{-2} m \cdot s^{-2}$
$\ddot{z}_c$ (acel. da carroceria)	$1,4668 m \cdot s^{-2}$	$1,4668 m \cdot s^{-2}$	$4,5745 \cdot 10^{-3} m \cdot s^{-2}$
$\ddot{\phi}$ (acel. angular de rolagem)	$7,9408 rad \cdot s^{-2}$	$7,9408 rad \cdot s^{-2}$	$0,1155 rad \cdot s^{-2}$
$\ddot{\theta}$ (acel. angular de arfagem)	$1,6208 rad \cdot s^{-2}$	$1,6208 rad \cdot s^{-2}$	$0,2614 rad \cdot s^{-2}$
$\ddot{z}_1$ (acel. D.E.)	$22,470 m \cdot s^{-2}$	$22,470 m \cdot s^{-2}$	$53,765 m \cdot s^{-2}$
$\ddot{z}_2$ (acel. T.E.)	$26,782 m \cdot s^{-2}$	$26,782 m \cdot s^{-2}$	$80,183 m \cdot s^{-2}$
$\ddot{z}_3$ (acel. D.D.)	$22,140 m \cdot s^{-2}$	$22,140 m \cdot s^{-2}$	$68,993 m \cdot s^{-2}$
$\ddot{z}_4$ (acel. T.D.)	$27,096 m \cdot s^{-2}$	$27,096 m \cdot s^{-2}$	$56,149 m \cdot s^{-2}$
$u_1$ (Força D.E.)	- $N$	$3,7256 \cdot 10^{-4} N$	$4,8377 \cdot 10^3 N$
$u_2$ (Força T.E.)	- $N$	$3,1809 \cdot 10^{-4} N$	$4,2188 \cdot 10^3 N$
$u_3$ (Força D.D.)	- $N$	$3,5533 \cdot 10^{-4} N$	$6,5484 \cdot 10^3 N$
$u_4$ (Força T.D.)	- $N$	$3,1064 \cdot 10^{-4} N$	$3,4138 \cdot 10^3 N$

O controle ótimo possibilitou diminuir o valor RMS do deslocamento no assento do motorista, da carroceria e os ângulos de rolagem e arfagem, que chegaram a valores muito menores do que a situação sem controle, chegando a diminuir até 10000 vezes em alguns dos graus de liberdade citados. O valor RMS da acelerações do assento diminuiu aproximadamente 100 vezes, da carroceria aproximadamente 1000 vezes, do ângulo de rolagem apresentou diminuição de 98%, e do ângulo de arfagem de 83% em relação à situação sem controle. No entanto, o custo para tal diminuição foi o aumento nas acelerações das suspensões, que atingiu

valor até 3 vezes maior na suspensão dianteira direita, a qual também recebeu a maior intensidade de força de controle, o que pode ter ocorrido devido o assento estar posicionado em apenas um dos quadrantes da carroceria.

Da Figura 5.27 à Figura 5.30, estão representados o comportamento dinâmico do veículo para o valor ótimo da função objetivo da segunda proposta, sendo o curso da suspensão calculado conforme equação (3.40).

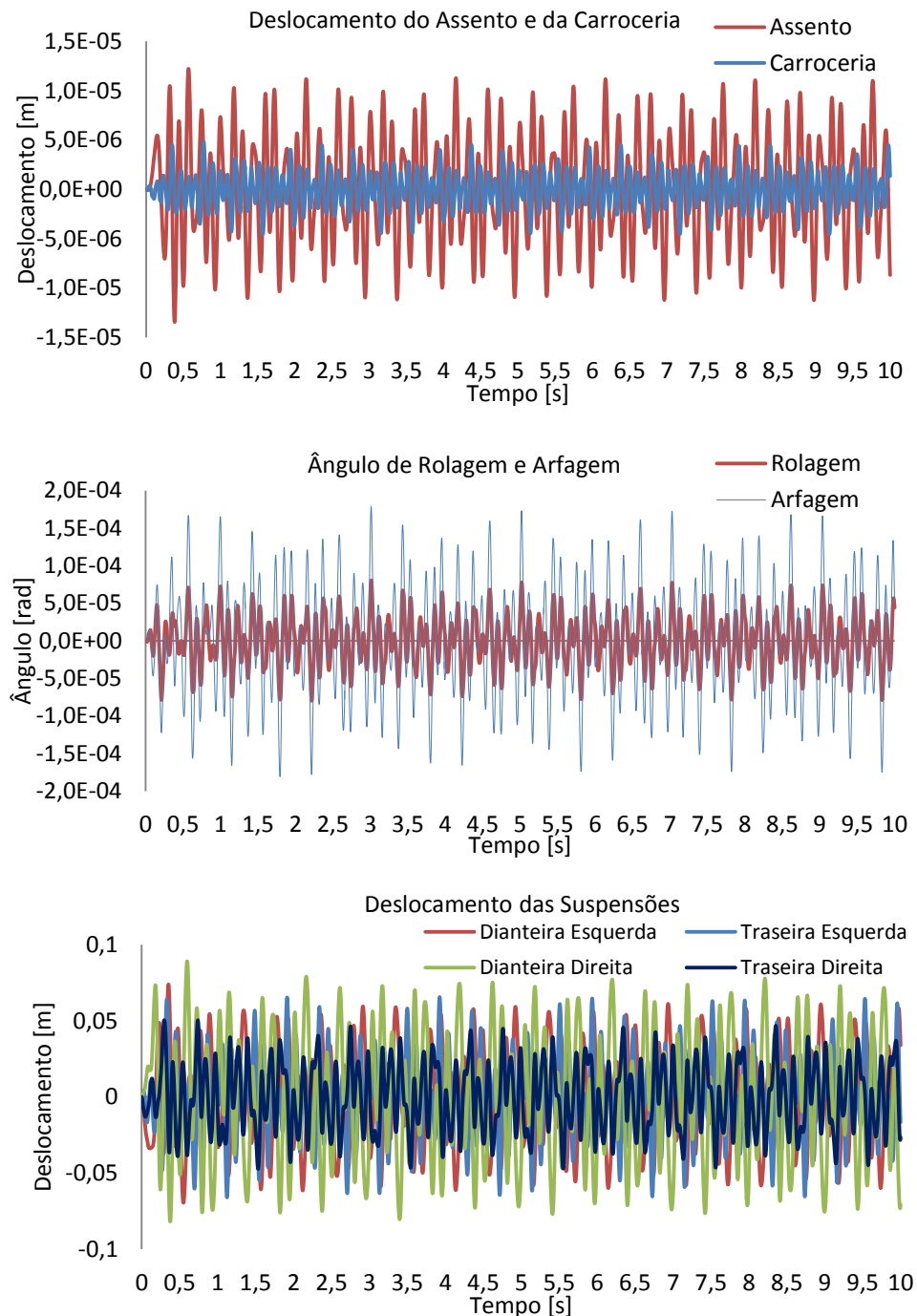


Figura 5.27 – Deslocamento dos 8 GDL para situação ativa.

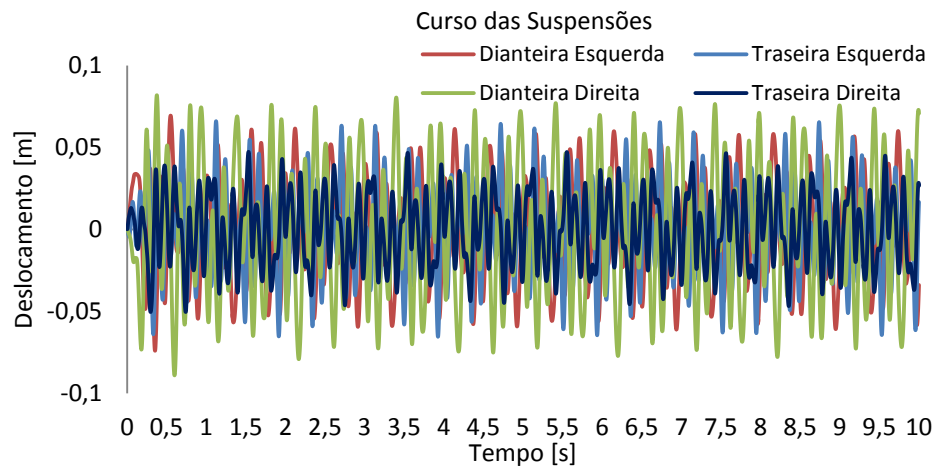


Figura 5.28 – Deslocamento dos 8 GDL para situação ativa.

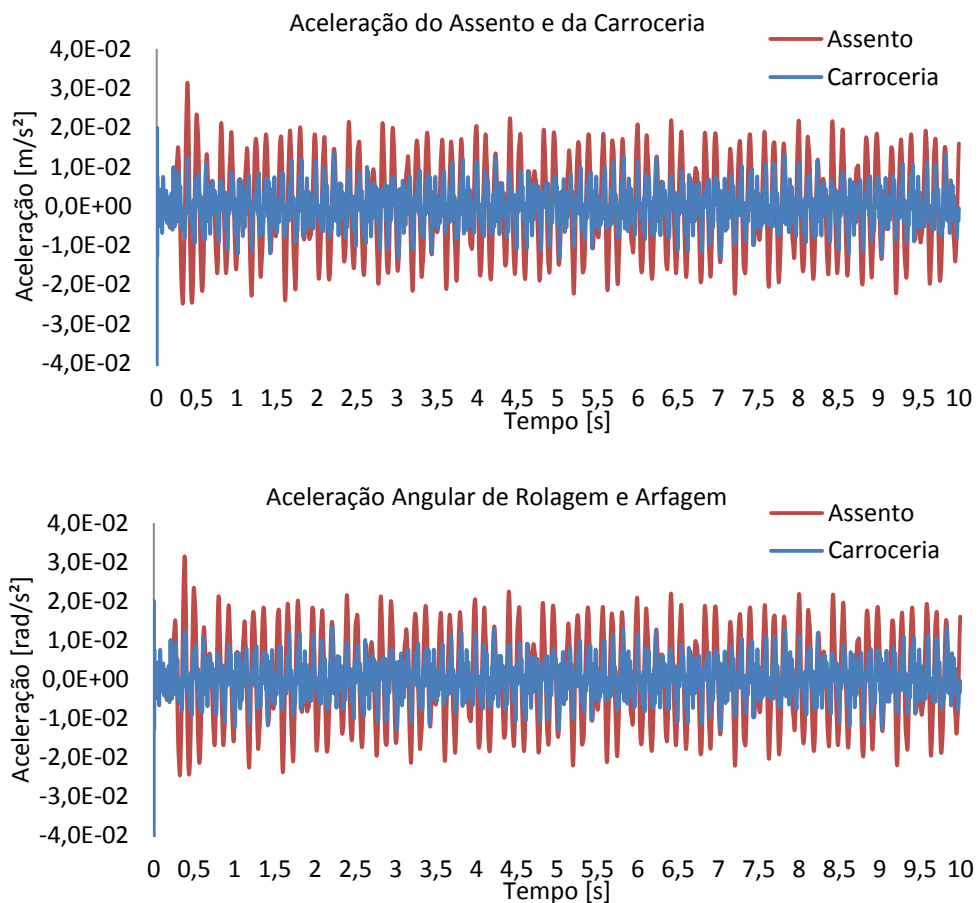


Figura 5.29 – Acelerações no assento e na carroceria para situação ativa.

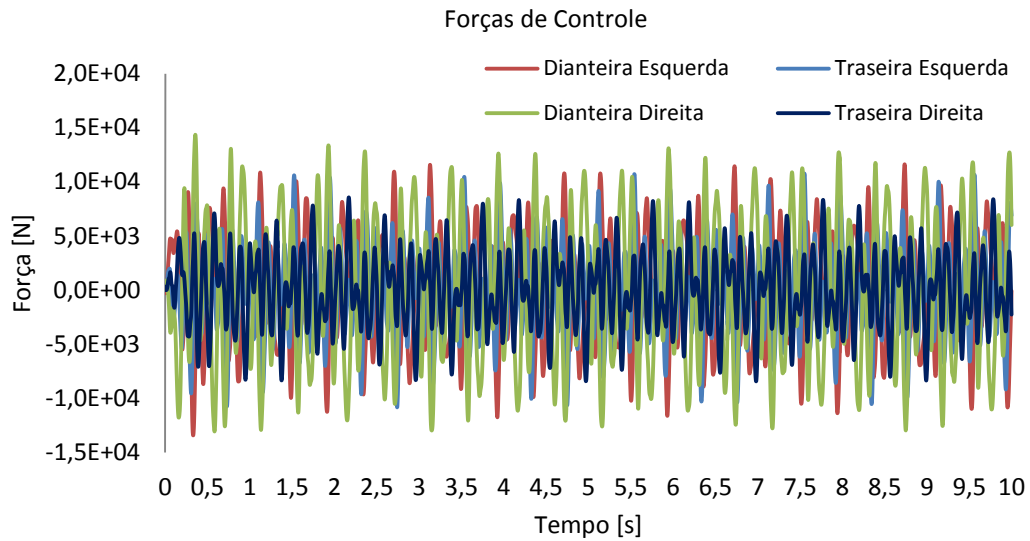


Figura 5.30 – Forças de control impostas ao sistema.

Os gráficos da Figura 5.24 à Figura 5.30 ilustram o comportamento dinâmico do veículo frente às simulações propostas sem e com controle, e permitem verificar que a ação do controle gera outros efeitos como o aumento na frequência de oscilação do assento e da carroceria, tanto nos deslocamentos verticais quanto nos angulares; o mesmo ocorre para as acelerações verticais e angulares. Características que são facilmente entendidas quando analisada a forma com que as forças estão atuando ao longo do tempo, com grande amplitude e rápida atuação.

A Figura 5.31 descreve o histórico do contato entre o pneu e a pista de acordo com a equação (3.29), onde o contato é garantido para situações onde o deslocamento relativo entre o grau de liberdade da suspensão e pista forem menores que o deslocamento estático das molas, assim para valores acima de zero não há contato entre o pneu e a pista. O gráfico mostra que a falta de contato com a pista – que ocorre em curto período de tempo, com máximo em torno de 0.05 segundos – oscila entre os pneus e possui valor máximo de 4 cm.

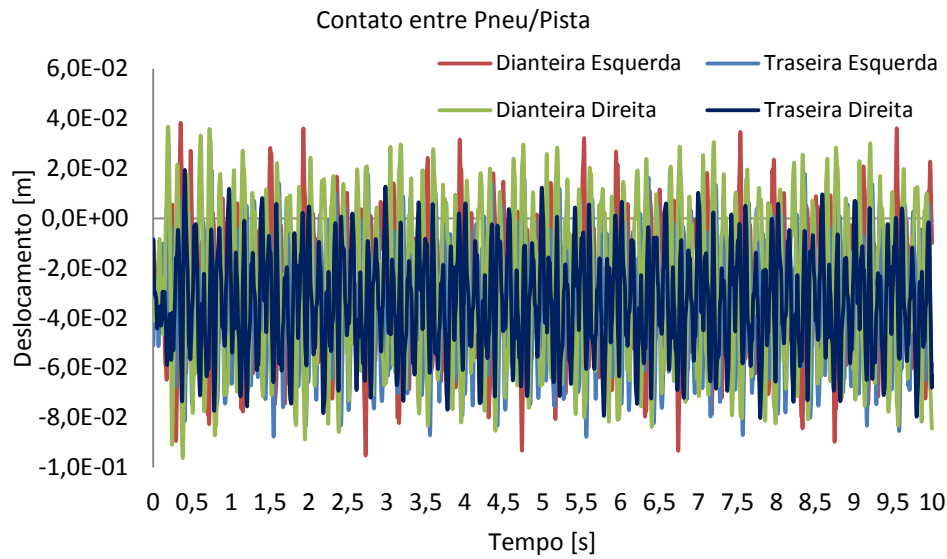


Figura 5.31 – Contato entre os pneus e a pista.

Os elevados valores nos elementos  $Q(1,1)$ ,  $Q(2,2)$ ,  $Q(3,3)$  e  $Q(4,4)$ , correspondentes ao deslocamento no assento do motorista, na carroceria, ângulos de rolagem e arfagem, ocasionou na diminuição dos deslocamentos e acelerações para estes graus de liberdade, em contrapartida, os valores baixos dos elementos  $Q(5,5)$ ,  $Q(6,6)$ ,  $Q(7,7)$  e  $Q(8,8)$ , implicaram em pouca influência do controle no deslocamento e acelerações das suspensões, que apresentaram aumento considerável. A atuação instantânea do controle, devido a rápidas alterações no perfil da pista, exige do controle atuação de forças elevadas em curto período de tempo, com oscilações de 20 kN em 0,07 s.

## 6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A formulação do controle de um sistema dinâmico veicular apresentou resultados satisfatórios quando comparado ao sistema de dois graus de liberdade proposto por Zago (2010), tanto o comportamento dinâmico quanto a força imposta ao sistema apresentaram semelhanças. Quando comparado ao sistema com oito graus de liberdade proposto por Shirahatt (2008), o comportamento dinâmico para os oito graus de liberdade apresentaram semelhanças, no entanto as forças impostas ao sistema apresentaram forma semelhante, mas amplitudes significativamente maiores (na ordem de 1000 vezes maior).

Como as matrizes utilizadas por Shirahatt (2008) não foram disponibilizadas no seu artigo, a procura por tentativa e erro dificulta a busca por forças semelhantes às apresentadas pelo autor, o mesmo não ocorreu para a simulação do sistema de dois graus de liberdade, devido à apresentação das matrizes que geram as forças de controle no artigo de Zago (2010). Outro detalhe importante, como já apresentado na Figura 5.7, está no fato de que a disposição dos eixos modificou as equações de movimento e, por conseguinte pode ter alterado as respostas dinâmicas do sistema.

A escolha da função objetivo, que possui informações da aceleração da carroceria e do assento do motorista, foi a que forneceu o melhor comportamento dinâmico para a carroceria e para o assento, tanto nos deslocamentos e acelerações verticais como nos angulares.

A proposta de otimização dos elementos das matrizes **Q** e **R** para o sistema com oito graus de liberdade, sujeito à excitação senoidal, mostrou ganhos significativos quando comparado aos resultados obtidos por Shirahatt (2008). A maioria dos deslocamentos e acelerações apresentou diminuição acima de 90%, apesar das forças envolvidas aumentarem mais de 100% em relação ao calculado neste trabalho para a proposta deste mesmo autor.

A proposta de otimização dos elementos das matrizes **Q** e **R** para o sistema veicular com oito graus de liberdade sujeito à excitação randômica de classe E segundo a norma ISO 8608 foi bem sucedida, devido a diminuição significativa dos deslocamentos e acelerações na carroceria e assento do motorista. O custo desta diminuição resultou em elevadas forças de atuação, aumento no deslocamento das suspensões e perda do contato entre pneu e pista por pequenos intervalos de tempo, apesar de não violarem o curso máximo sugerido por Gillespie (1992).

Em estudos futuros pode ser estudada a possibilidade de otimizar todos os elementos das matrizes **Q** e **R**, o que poderia gerar sinais de controle com menor amplitude de forças,



mas com significativa melhora na vibração veicular. Outra possibilidade seria testar propostas de controle por antecipação (*feedforward*), onde os sinais de perturbação são previamente colhidos para que o controle seja feito com maior eficiência. Com o intuito de verificar a possível construção do atuador em questão, podem ser feitas restrições ao controle frente a limites de potência e frequência de trabalho do atuador, seja por limites sugeridos na literatura ou baseados em um controlador específico. Sugere-se também a construção experimental de uma bancada de testes com o controle *LQR* proposto.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almeida, A. C. R., **Simulação e Controle de um Sistema de Suspensão Simplificado**, Dissertação . Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

Anderson, B. D. O., Moore , J., B. **Optimal Control: Linear Quadratic Methods**, New Jersey: Prentice-Hall,1989.

Anderson, B. D. O.; Moore, J. B. **Linear system optimization with prescribed degree of stability**, Proc. IEEE 116 2083, 1969.

Ang, K. K.; Wang, S. Y.; Quek, S. T. Weighted energy linear quadratic regulator vibration control of piezoelectric composite plates, **Institute of Physics Publishing**, 2001.

Bagley, J. D. **The Behavior of Adaptive Systems Which Employ Genetic and Correlative Algorithms**. PhD thesis, University of Michigan, Ann Arbor, 1967.

Bastos, E. A. **Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

Boéssio, M. L. **Análise e dimensionamento de estruturas de ônibus considerando a fadiga e utilizando ferramentas de confiabilidade e otimização**, Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

Boudarel, R.; Delmas, J.; Guichet, P. **Dynamic Programming and its Application to Optimal Control**, Academic Press, 1<sup>st</sup> ed., 1969.

Bryson, A. E. Jr., Ho, Yu-Chi, **Applied Optimal Control**, USA: Hemisphere Publishing Corporation,1975.

Campos, J.; Davis, L.; Lewis, F. L.; Ikenaga, S.; Scully, S.; Evans, M. Active Suspension Control of Ground Vehicle Heave and Pitch Motions,**Mediterranean Conference on Control and Automation**,1999.

Carnegie Mellon University. **Carnegie Mellon University Libraries**. Disponível em: <[www.library.cmu.edu](http://www.library.cmu.edu)>. Acesso em 20 de agosto 2012.

Carvalho, D. R. **Árvore de Decisão/Algoritmo Genético para tratar o Problema de Pequenos Disjuntos em Classificação de Dados**. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

Dodds, C. J. e Robson, J.D. The Description of Road Surface Roughness, **Journal of Sound and Vibration**, nº31, 1973.

Drehmer, L. R. C. **Otimização de Parâmetros Concentrados de suspensão para Conforto e Segurança Veicular**, Dissertação. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2012

Du, H.; Li, W.; Zhang, N. Semi-active variable stiffness vibration control of vehicle seat suspension using an MR elastomer isolator, **Smart Materials and Structures**, v. 20, 2011.

Elgerd, O. I. **Control Systems Theory**, Tokyo: McGraw-Hill, 1966.

Fonseca, M; Neves, F. A. **Algoritmos genéticos aplicados à otimização discreta de estruturas treliçadas espaciais**. Departamento de Engenharia Civil, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, 2004.

Gabasa, H. M. L., **LQR Controller Tuning by Using Particle Swarm Optimization**, Malaysia, 2009. Master of Engineering (Electrical – Mechatronics and Automation control). Faculty of Electrical Engineering, Universiti Teknologi Malaysia.

Ghoreishi, S. A.; Nekoui, M. A.; Basiri, S. O. Optimal Design of *LQR* Weighting Matrices based on Intelligent Optimization Methods, **International Journal of Information Processing**, v.2, n. 1, 2011.

Gillespie, T. D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**, Society of Automotive Engineers, 1992.

Goldberg, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. Addison-Wesley 1989.

Gomes, H. M.; Gaspareto, D. S.; Ferreira, F. S.; Thomas, C. A. K. A simple closed-loop active control of electrodynamic shakers by acceleration power spectral density for environmental vibration tests. **Experimental Mechanics**, Norwell, v. 48, n. 5, p. 683-692, Oct. 2008.

Hadj-Alouane, A. B.; Bean, J. C. A Genetic algorithm for the multiple-choice integer program, **Operations Research**, 1997.

Hansen, C. H. and Snyder, S. D., **Active Control of Noise and Vibration**, Chapman and Hall, 1997.

Holland, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**, MIT Press, Cambridge, MA, first edition, 1975.

Homaifar, A.; Lai, S.H.Y; Qi, X. Constrained optimization via genetic algorithms, **Simulation**, 1994.

Housner, G. W.; Bergman, L. A.; Caughey, T. K.; Chassiakos, A. G.; Claus, R. O.; Masri, S. F.; Skelton, R. E.; Soong, T. T.; Spencer, B. F.; Yao, J. T. P. Structural control: past present and future **J. Eng. Mech**, 123 - 897, 1997.

Ikenaga S.; Lewis F.L.; Davis, J. Active Suspension Control of Ground Vehicle Based on a Full-Vehicle Model. **American Control Conference**, Chicago, IL, USA, v. 6, p. 4019-4024, 2000.

International organization for standardization. ISO-8608: **mechanical vibration – road surface profiles – reported of measured data**. Europe, 1995.

Isermann, R. (2003). **Mechatronic Systems: Fundamentals**. Springer-Verlag.

Jones, J.; Houck, C. On the use of non-stationary penalty functions to solve non-linear constrained optimization problems with Gas, **Proceedings of the First IEEE International Conference on Evolutionary Computation**, IEEE Press, 1994.

Jones, J.; Houck, C. On the use of non-stationary penalty functions to solve non-linear constrained optimization problems with GAs, **Proceedings of the first IEEE International Conference on Evolutionary Computation**, IEEE Press, 579-584, 1994.

Koch, G.; Fritsch, O.; Lohmann, B. Potential of low bandwidth active suspension control with continuously variable damper, **Elsevier**, 2010.

Kwon, Y. W; Bang, H. **The Finite Element Method Using Matlab**, CRC, 1997.

Linden, Ricardo. **Algoritmos Genéticos. Uma importante ferramenta da inteligência Computacional**. Brasport, Rio de Janeiro, RJ, 1ª ed., 2006.

Morsch, I. B. **Análise estrutural de veículos comerciais tipo ônibus**. 2001. 215 p. Tese (Doutorado em Engenharia).Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

- Moura, E. D. A. **Estudo de Suspensões Passiva, Semi-Ativa e Ativa**, Dissertação. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2003.
- Naidu, D. S. **Optimal control systems**, CRC Press, USA, 2003.
- Nicolazzi, L. C.; Rosa, E.; Leal, L. C. M. **Uma Introdução à modelagem quase-estática de veículos automotores de rodas**, Grante, Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.
- Ogatta, K. **Engenharia de Controle Moderno**, LTC, Rio de Janeiro, RJ, 3<sup>rd</sup> ed., 2000.
- Oral, Ö.; Çetin, L.; Uyar, E. A Novel Method on Selection of Q and R Matrices In The Theory Of Optimal Control, **International Journal Of Systems Control**, v.1, n. 2, p. 84-92, 2010.
- Owens, D. H. **Multivariable and optimal systems**, Academic Press, London, 1981.
- Perini, E. A.; Bueno, D. D.; Koroish, E. H.; Junior, V. L.; Nascimento, L. P. Vibration Control Using Active Magnetic Actuators with The *LQR* Control Technique, **Brazilian Conference on Dynamics, Control and their Applications**, 2008.
- Preumont, A. **Vibration Control of Active Structures**, Springer, 3<sup>rd</sup> ed ,2011.
- Rajamani, R. **Vehicle Dynamics Control**, Springer, 2006.
- Robandi, I.; Nishimori, K.; Nishimura, R.; Ishihara, N. Full-element weighting matrices Q and R desing in optimal load frequency control solution using genetic algorithm. **New Lines in the Study of Self-Organizing Maps**, p. 81-86, 2001.
- Sande, T. P. J. V. D.; Gysen, B. L. J.; Besselink, I. J. M.; Paulides, J. J. H.; Lomonova, E. A.; Nijmeijer, H. Robust Control of na eletromagnetic active suspension system: Simulations and measurements, **Elsevier**, 2012.
- Savaresi, S. M.; Poussot-Vassal, C.; Spelta, C.; Sename, O.; Dugard, L. **Semi-Active Suspension Control Design for Vehicles**, Elsevier, 2010.
- Savaresi, S. M.; Taneli M. **Active Braking Control Systems Desing for Vehicles**, Springer, 2010.
- Shirahatt, A.; Prasad, P. S. S.; Panzade, P. Optimal design of passenger car suspension for ride and road holding. **ABCM**, Rio de Janeiro, v. 30, n. 1, p. 66-76, Jan./Mar. 2008.
- Silva, C. P. **Otimização de Controlador *LQR* para Conversor Buck Usando Algoritmos Genéticos**, Pontfícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica.

Silva, E. E., **Otimização de estruturas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2001.

Wong, J.Y. **Theory of Ground Vehicles**. Wiley-Interscience, 3<sup>rd</sup> ed., 2001.

Yeniay, Ö. Penalty Function Methods for Constrained Optimization With Genetic Algorithms, **Mathematical and Computational Applications**, v. 10, n. 1, 2005.

Yoshimura, T.; Isari, Y.; Li, Q.; Hino, J. Active suspension of motor coaches using skyhook damper and fuzzy logic control, **Control Engineering Practice**, v. 5, n. 2, pp. 175-184, 1997.

Zago, F.; Rafikov, M.; Valdiero, A. C.; Rasia, L. A. Modelagem matemática e simulações computacionais do controle ótimo de um quarto do sistema de suspensão automotiva, **Brazilian Conference on Dynamics, Control and their Applications**, Serra Negra, SP, 2010.

## 8. ANEXO I – MODELO DO PERFIL DE IRREGULARIDADES

A formulação a seguir tem por objetivo comprovar a validade de utilizar a mesma formulação de pista para as trilhas esquerda e direita do veículo, e para tal é considerado que o um procedimento aleatório é homogêneo e gaussiano, ou seja, de média zero. A Figura 8.1 representa o modelo do veículo para posterior formulação do procedimento.

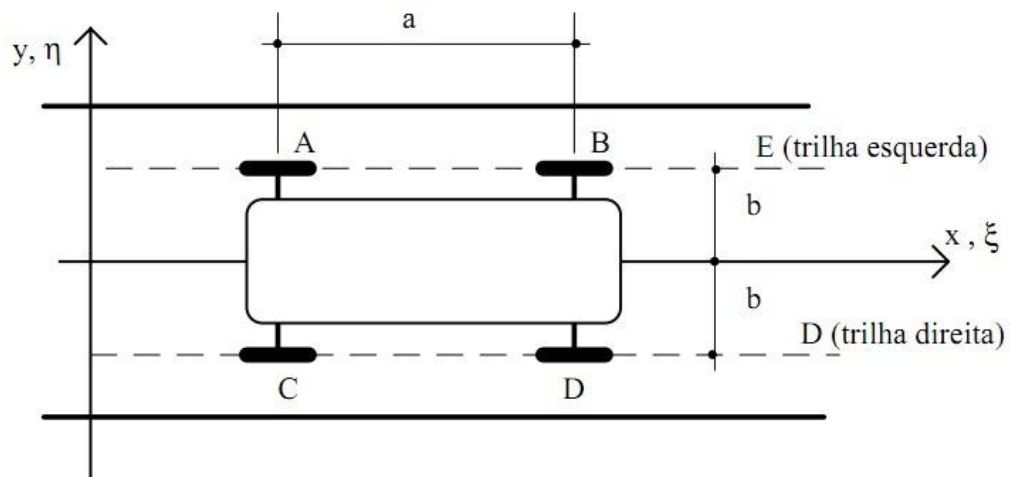


Figura 8.1 – Modelo para análise da via.

Fonte: Morsch (2001).

A função que correlaciona as dimensões para modelagem da via considerada como um processo randômico pode ser descrita pela relação entre funções bidimensionais, mensuradas por qualquer seção longitudinal da pista, e definida da seguinte forma:

$$\mathfrak{R}(x_r, y_r; x_s, y_s) = E[z(x_r, y_r) \cdot z(x_s, y_s)] \quad (8.1)$$

onde  $E$  é o valores esperado da função. Supondo que as duas parcelas da multiplicação façam parte de um processo gaussiano homogêneo, a função pode ser expressa em duas dimensões e definida por:

$$\mathfrak{R}(\xi, \eta) = \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{1}{4XY} \int_{-x}^x \int_{-y}^y z(x, y) \cdot z(x + \xi, y + \eta) dx dy \quad (8.2)$$

A equação (8.2) pode ser reescrita de forma simplificada substituindo a integral dupla por colchetes:

$$\mathfrak{R}(\xi, \eta) = \langle z(x, y) \cdot z(x + \xi, y + \eta) \rangle \quad (8.3)$$

As variáveis  $\eta$  e  $\xi$  são incrementos na direção  $y$  e  $x$ , respectivamente. Assumindo que o processo é isotrópico, o que atribui à equação (8.5) simetria circular, que ao substituir  $\eta = 0$  e  $\xi = 0$  surgem as seguintes correlações:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_x(\xi) &= \mathfrak{R}(\xi, 0) \\ \mathfrak{R}_y(\eta) &= \mathfrak{R}(0, \eta) \end{aligned} \quad (8.4)$$

As relações permitem afirmar que as duas pistas situadas a  $y = b$  e  $y = -b$ , de acordo com a Figura 8.1, tornam-se:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_{DE}(\xi) &= \langle z_D(x) \cdot z_E(x + \xi) \rangle \\ &= \langle z(x, -b) \cdot z(x + \xi, b) \rangle \\ &= \mathfrak{R}(\xi, 2b) \end{aligned} \quad (8.5)$$

e

$$\mathfrak{R}_{ED}(\xi) = \mathfrak{R}(\xi, -2b)$$

Onde D e E representam, respectivamente, direito e esquerdo. Dada a característica de simetria ao problema, tem-se que

$$\mathfrak{R}_{DE}(\xi) = \mathfrak{R}_{ED}(\xi) = \mathfrak{R}_{DE}(-\xi) \quad (8.6)$$

Isto implica que a correlação cruzada entre os deslocamentos em vias paralelas separadas por uma distância  $2b$  é igual. Assim, a densidade espectral cruzada  $S_c(n)$ , deve ser um valor real expresso, pela seguinte equação:

$$S_c(n) = S_{ED}(n) = S_{DE}(n) \quad (8.7)$$



onde  $n$  é o número de onda dado em [ciclos/m]. Dado que o processo é homogêneo, a função de autocorrelação do perfil de irregularidades ao longo de uma linha reta deve ser idêntica ao perfil em outra reta paralela, logo, a correlação e o espectro veem dados, como:

$$\begin{aligned}\mathfrak{R}_E(\xi) &= \mathfrak{R}_D(\xi) \\ S(n) &= S_E(n) = S_D(n)\end{aligned}\quad (8.8)$$

Dodds e Robson (1973) introduzem as variáveis angulares  $\rho$  e  $\theta$  para descrever a isotropia do processo, e substituindo a equação (8.5) em (8.9) tem-se a equação (8.10).

$$\mathfrak{R}(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) = \mathfrak{R}(\rho) \quad (8.9)$$

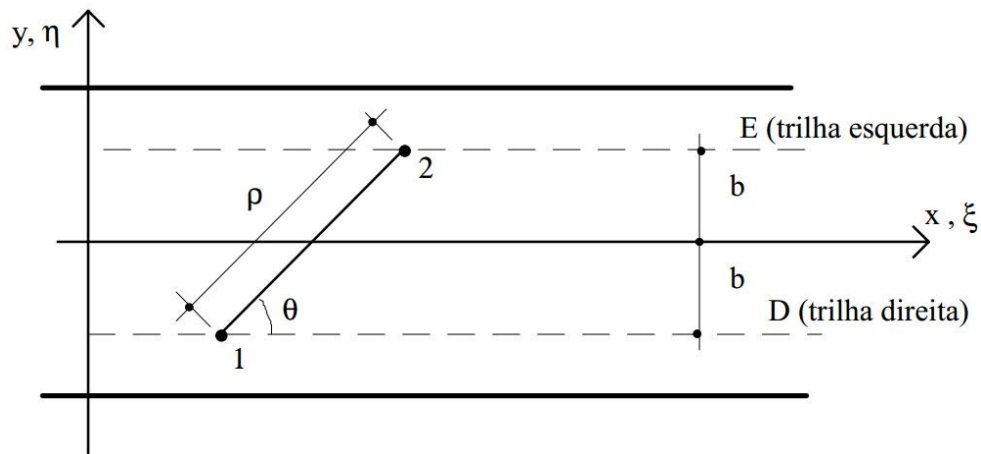


Figura 8.2 – Descrição da pista de rolagem.

Fonte: Morsch (2001).

$$\mathfrak{R}_{ED}(\xi) = \mathfrak{R}(\rho) = \mathfrak{R}(\sqrt{\xi^2 + 4b^2}) \quad (8.10)$$

O espectro de potência para cada lado da trilha é determinado pela equação (8.11), e a partir da correlação expressa na equação (8.10) o espectro pode ser determinado para qualquer direção, e equacionado em (8.12).

$$G(n) = \int_{-\infty}^{\infty} 2\Re(\xi) \cdot e^{-2i\pi n\xi} d\xi \quad (8.11)$$

$$G_c(n) = \int_{-\infty}^{\infty} 2\Re_{ED}(\xi) \cdot e^{-2i\pi n\xi} d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} 2\Re(\rho) \cdot e^{-2i\pi n\xi} d\xi, \rho = \sqrt{\xi^2 + 4b^2} \quad (8.12)$$

Segundo Dodds e Robson (1973) a relação entre as duas equações acima (8.11) e (8.12) definida como função de coerência, é dada a seguir:

$$g(n) = \frac{G_c(n)}{G(n)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} 2\Re(\sqrt{\xi^2 + 4b^2}) \cdot e^{-2i\pi n\xi} d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} 2\Re(\xi) \cdot e^{-2i\pi n\xi} d\xi} \quad (8.13)$$