

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

LUIZ GUSTAVO CASSILATTI FURLANI

**A CONDUÇÃO DA POLÍTICA MONETÁRIA NO BRASIL: UMA ANÁLISE A
PARTIR DE MODELO DSGE E DO MÉTODO DE *DATA CLONING***

Porto Alegre

2014

LUIZ GUSTAVO CASSILATTI FURLANI

**A CONDUÇÃO DA POLÍTICA MONETÁRIA NO BRASIL: UMA ANÁLISE A
PARTIR DE MODELO DSGE E DO MÉTODO DE *DATA CLONING***

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Savino Portugal

Porto Alegre

2014

LUIZ GUSTAVO CASSILATTI FURLANI

**A CONDUÇÃO DA POLÍTICA MONETÁRIA NO BRASIL: UMA ANÁLISE A
PARTIR DE MODELO DSGE E DO MÉTODO DE *DATA CLONING***

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Economia.

Aprovada em: Porto Alegre, 29 de abril de 2014.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Marcelo Savino Portugal
UFRGS

Prof. Dr. Marcelo Kfoury Muinhos
Citigroup-Brasil

Prof. Dr. Fernando Genta dos Santos
MCM Consultores Associados

Prof. Dr. Pedro Luiz Valls Pereira
FGV/SP

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Marcelo Savino Portugal, ao professor e amigo Márcio Poletti Laurini, aos meus familiares, amigos e a todos que de alguma forma ajudaram na elaboração desta tese.

RESUMO

A utilização de modelos de equilíbrio-geral estocásticos e dinâmicos (DSGE) para o estudo detalhado das relações entre variáveis econômicas reais e nominais tem crescido substancialmente nos últimos anos. Avanços computacionais recentes contribuíram significativamente para este movimento, permitindo que a modelagem DSGE se torne cada vez mais precisa, superando técnicas menos restritivas de modelagem macroeconômica. Contudo, a estimação destes modelos, usualmente realizada através de métodos Bayesianos, apresenta problemas, como a alta dependência da distribuição *a priori*. A principal inovação desta tese é propor uma solução para estes problemas, ao apresentar e utilizar o método de *data cloning* para estimar uma versão simplificada do modelo DSGE de Gali e Monacelli (2005), com o objetivo de avaliar a condução da política monetária pelo Banco Central do Brasil (BCB). Os principais resultados encontrados indicam que o BCB segue uma política anti-inflacionária, reage ao produto e a variações cambiais, além de gerar uma trajetória suave para a taxa de juros ao longo do tempo. Foram encontrados indícios de que a alteração de estratégia do BCB a partir de 2010, com a introdução de uma série de medidas macroprudenciais, não configurou quebra na condução da política monetária.

Palavras-chave: *Data Cloning*. Modelos de equilíbrio-geral estocásticos e dinâmicos (DSGE). Política Monetária.

ABSTRACT

The use of dynamic stochastic general equilibrium (DSGE) models for the detailed study of the relationship between real and nominal economic variables has grown substantially in recent years. Computational advances have contributed significantly to this movement, allowing DSGE modelling to become increasingly precise, surpassing less restrictive macroeconomic modelling techniques. However, the estimation of these models, usually performed with Bayesian methods, presents problems, such as high dependence on the prior distribution. The main innovation of this thesis is to propose a solution to these problems, presenting and using the data cloning method to estimate a simplified version of Gali and Monacelli (2005)'s DSGE model, in order to assess the conduct of monetary policy by the Central Bank of Brazil (BCB). The main findings of this thesis indicate that the BCB follows an anti-inflationary policy, responds to GDP and exchange rate changes, and chooses a smooth interest rate path over time. Evidence suggests that the change in BCB's strategy from 2010 onwards, with the introduction of a series of macroprudential measures, is not a conclusive indication of a parameter break in its reaction function.

Keywords: Data Cloning. Dynamic Stochastic General Equilibrium (DSGE) Models. Monetary Policy.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Sensibilidade às Condições Iniciais	24
2.2	Distribuições <i>a Posteriori</i> dos Parâmetros	26
2.3	Identificação dos Parâmetros	29
2.4	Verossimilhança Marginal	30
4.1	Funções de Impulso Resposta - Choque na Taxa de Câmbio	55
4.2	Funções de Impulso Resposta - Choque na Inflação Mundial	55

LISTA DE TABELAS

2.1	Sensibilidade às Condições Iniciais	23
2.2	Erro Médio e Raiz do Erro Quadrático Médio	25
2.3	Resultados de Estimação	27
4.1	Estimação dos Parâmetros - Regra de Taylor da Equação (4.3)	52
4.2	Estimação dos Parâmetros - Regra de Taylor da Equação (4.4)	53
4.3	Estatísticas Descritivas Seleccionadas	54

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	O MÉTODO DE <i>DATA CLONING</i>	13
2.1	Introdução	13
2.2	Descrição do Método	16
2.3	Sensibilidade às Condições Iniciais	19
2.4	Evidências de Monte Carlo e Aplicação a Dados Reais	23
2.5	Identificação dos Parâmetros	27
2.6	<i>Prior Feedback</i>	28
2.7	Conclusões	30
3	O MODELO DSGE	32
3.1	Introdução	32
3.2	Derivação do Modelo Teórico	32
3.3	Conclusões	47
4	A POLÍTICA MONETÁRIA NO BRASIL	49
4.1	Introdução	49
4.2	O Modelo Simplificado	49
4.3	Evidências Econométricas	51
4.4	Evidências de Simulação	54
4.5	Conclusões	56
5	CONCLUSÕES	57
	REFERÊNCIAS.	60
	ANEXO	65

1. INTRODUÇÃO

A utilização de modelos de equilíbrio-geral estocásticos e dinâmicos (DSGE) para o estudo detalhado das relações entre variáveis econômicas reais e nominais tem crescido substancialmente nos últimos anos. Avanços computacionais recentes contribuíram significativamente para este movimento, ao permitir que a modelagem DSGE se tornasse cada vez mais precisa, superando técnicas menos restritivas de modelagem macroeconômica, como os modelos VAR (Vasconcelos e Divino (2012)).

Além de maior precisão presente nas gerações mais recentes, os modelos DSGE podem ser considerados altamente intuitivos, representando o equilíbrio da economia através da relação entre as curvas de oferta agregada e demanda agregada. De forma resumida, um modelo desta classe é descrito por uma curva de Phillips Nova-Keynesiana, representando a oferta agregada, além de uma curva IS dinâmica e uma regra de política monetária que, uma vez combinadas, geram a demanda agregada.

Uma característica interessante dos modelos DSGE, e que reflete mais fielmente a dinâmica de equilíbrio nas economias, é considerar expectativas sobre os valores futuros das variáveis que afetam o equilíbrio nas equações. Desta forma, a política monetária pode ter efeitos não triviais nas variáveis reais: pode se tornar um instrumento de estabilização, da mesma forma que pode gerar flutuações econômicas adicionais. O efeito final depende fortemente da habilidade da autoridade monetária em ancorar as expectativas dos indivíduos.

Nesta tese, é utilizada uma versão simplificada do modelo de equilíbrio-geral estocástico e dinâmico de Gali e Monacelli (2005) para avaliar a condução da política monetária pelo Banco Central do Brasil (BCB). A importância de um entendimento mais claro sobre as características da autoridade monetária brasileira é evidente, principalmente, para os agentes do mercado financeiro. Informações mais precisas sobre as reações do BCB elevam de forma expressiva os ganhos potenciais nos mercados.

Alguns pesquisadores dedicaram seus esforços para a estimação de modelos DSGE para o Brasil, com objetivo semelhante ao da presente tese, como Sin e Gaglianone (2006), Silveira (2006), Silveira (2008), Valli e Carvalho (2009), Nunes e Portugal (2009), Furlani et al. (2010),

Carvalho e Valli (2011), Castro et al. (2011), Vasconcelos e Divino (2012) e Aersa e Coelho (2013). Ainda assim, esta tese é inovadora e introduz duas alterações extremamente importantes em relação às publicações anteriores, quais sejam: o período de análise e, principalmente, o método de estimação.

De forma geral, os trabalhos anteriores não consideram o período pós-crise nas análises, mesmo aqueles publicados recentemente. Neste período, foram introduzidas uma série de medidas monetárias e fiscais expansionistas para conter os efeitos negativos da crise internacional sobre a economia brasileira. Vasconcelos e Divino (2012) sugerem que estas medidas podem ter introduzido choques exógenos indesejáveis à modelagem da economia e, assim, justificam ter limitado a amostra utilizada para a estimação de sua versão do modelo de Smets e Wouters (2007) ao final de 2009.

Existem, de fato, indícios de alteração no comportamento da autoridade monetária no período pós-crise (Sales e Barroso (2012), Silva e Harris (2012), Barroso et al. (2013)), porém, não há evidências de que esta alteração tenha gerado quebra de parâmetros nos modelos. De um ponto de vista teórico, este período não deve ser desconsiderado em uma avaliação precisa do comportamento do Banco Central. Caso seja desprezado, interpretações equivocadas podem ser realizadas na ocorrência de novas crises. Assim, a amostra utilizada posteriormente para estimação do modelo DSGE compreende todo o período do sistema de metas para a inflação.

A segunda e mais importante inovação desta tese refere-se ao método de estimação. A maior parte dos trabalhos com modelos DSGE envolve estimações a partir de métodos Bayesianos. Estes métodos, no entanto, apresentam problemas relevantes na estimação de modelos DSGE como, por exemplo, a grande dependência da escolha da distribuição *a priori*. Diferentes distribuições *a priori* podem levar a diferentes resultados e, por conseguinte, conclusões distintas sobre o objeto analisado.

Para contornar estes problemas, evitando resultados viesados, é utilizada a metodologia de *data cloning*, proposta por Lele et al. (2007) e Lele et al. (2010), e discutida em Furlani et al. (2013). Através deste método, é possível criar um estimador de máxima verossimilhança robusto aos problemas de valores iniciais e não sensível à escolha das distribuições *a priori*. Estas características são ainda mais importantes quando a amostra é pequena, como no caso das

estimações realizadas nesta tese.

Além desta introdução e das considerações finais, esta tese está estruturada em mais três capítulos. O capítulo 2 apresenta em detalhes o método de *data cloning*, evidências de sua robustez aos problemas usuais encontrados nos principais métodos de estimação por máxima verossimilhança, evidências favoráveis ao uso deste método para a estimação de modelos DSGE, evidências de identificação dos parâmetros e o procedimento de *prior feedback*.

O capítulo 3 desenvolve e apresenta o modelo teórico utilizado, com base em Gali e Monacelli (2005). Por fim, no capítulo 4, é estimado o modelo DSGE proposto no capítulo anterior pelo método de *data cloning*, para avaliação da política monetária pelo Banco Central do Brasil, além de evidências de simulação.

2. O MÉTODO DE *DATA CLONING*

2.1 Introdução

Neste capítulo, é apresentado em detalhes o método de *data cloning*, assim como evidências favoráveis ao seu uso para a estimação de modelos DSGE.

Segundo Canova (2007), os modelos DSGE são problemáticos em, no mínimo, dois sentidos. Primeiramente, esse tipo de modelo proporciona somente uma aproximação do processo gerador dos dados, uma vez que o vetor dos parâmetros estruturais, geralmente, tem uma dimensão reduzida e, assim, fortes restrições são impostas no curto e longo prazos. Em segundo lugar, usualmente, o número de variáveis exógenas é menor que o número de variáveis endógenas, fazendo com que a matriz de covariâncias das variáveis endógenas do modelo seja singular.

Estas características tornam a estimação e os testes dos modelos DSGE muito complexos através dos métodos tradicionais, como máxima verossimilhança, uma vez que a referida singularidade impede que rotinas numéricas baseadas no Hessiano funcionem de forma adequada e, conseqüentemente, que o máximo da função objetivo seja atingido, como discutido em Ingram et al. (1994) e Ireland (2004).

Uma possível solução para estes problemas é impor erros de medida artificiais para algumas das variáveis endógenas, tornando a matriz de covariâncias não-singular (Bencivenga (1992), DeJong et al. (2000a), DeJong et al. (2000b), Ireland (2001), Kim (2000) e Schorfheide (2000)). Como discutido em Ireland (2004), esta estratégia permite identificar choques adicionais aos previstos nos modelos de *real business cycle* e quantificar a importância destes choques nas flutuações agregadas.

Esta estratégia, no entanto, também apresenta alguns problemas. Para sua implementação, é necessário estender o modelo teórico, utilizando escolhas *ad hoc*. Adicionalmente, se os choques não forem importantes no modelo teórico, sua utilização introduzirá ruído no processo de estimação, levando a especificação incorreta, diminuindo a eficiência das estimativas e o poder dos testes de hipóteses.

Outra dificuldade na estimação de modelos DSGE por métodos baseados na verossimilhança está no formato desta função. A verossimilhança de modelos DSGE é uma função não-linear de parâmetros e variáveis latentes, obtidos a partir da solução numérica do problema dinâmico de otimização. Como discutido em Ruge-Murcia (2007) e DeJong e Dave (2007), o formato da função de verossimilhança pode gerar problemas não-triviais de estimação. No modelo proposto em Ruge-Murcia (2007), por exemplo, o *log* da função de verossimilhança é *flat* em relação ao fator de desconto, impedindo a avaliação correta deste parâmetro.

De acordo com DeJong e Dave (2007), a presença de descontinuidades - ou *cliffs* - na função de verossimilhança pode ser problemática, gerando pontos de não-diferenciabilidade, violando, assim, uma das condições de regularidade de estimadores de máxima verossimilhança (van der Vaart (1988) e Chernozhukov e Hong (2004)).

Algumas soluções para estes problemas foram apresentadas, como o uso de métodos mais robustos a descontinuidades (e.g. o algoritmo CSMINWELL de Chris Sims) e a imposição de transformações e restrições sobre parâmetros para alterar a curvatura da função de verossimilhança (e.g. DeJong e Dave (2007)). Estas propostas, no entanto, não resolveram de forma efetiva os problemas de não-regularidade na função de verossimilhança dos modelos DSGE.

Outros problemas existentes em funções de verossimilhança não-regulares são discutidos em Chernozhukov e Hong (2004), como o fato de que a teoria assintótica não é padrão e, em geral, as estatísticas não são suficientes neste contexto.

Por estes motivos, provavelmente, a literatura sobre a estimação de modelos DSGE é concentrada em métodos de estimação Bayesianos, usualmente através dos algoritmos de *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). De acordo com Herbst (2011) e Herbst e Schorfheide (2013), 95% dos artigos publicados nos principais periódicos de economia, de 2005 a 2010, usam métodos de MCMC para realizar estimações Bayesianas de modelos DSGE.

Segundo Poirier (2012), parte da motivação para o uso de métodos Bayesianos está relacionada a dinâmicas Bayesianas de aprendizagem em modelos macroeconômicos. É possível especular, no entanto, que a escolha deste tipo de método de estimação deriva basicamente de vantagens computacionais e da possibilidade do uso de informação *a priori*,

especialmente relevante em modelos macroeconômicos com amostra limitadas.

Canova (2007) ainda apresenta outra vantagem de utilizar métodos Bayesianos para a estimação de modelos DSGE: a distribuição *a posteriori* incorpora incerteza sobre os parâmetros e a especificação do modelo, tornando-os mais atraentes para os macroeconomistas.

As condições de regularidade de estimadores Bayesianos baseados em MCMC são menos restritivas que as condições de estimação por máxima verossimilhança, como discutido em Robert e Casella (2005) e Chernozhukov e Hong (2004). Estimadores baseados em MCMC são válidos sobre condições gerais que não dependem da continuidade da função de verossimilhança. Estes estimadores podem ser pensados como a solução de problemas globalmente convexos de otimização, evitando os problemas de máximos locais existentes em algoritmos numéricos de otimização da verossimilhança.

Os métodos de MCMC substituem o problema de otimização por um problema equivalente de cálculo de expectativas - média *a posteriori* das cadeias de Markov -, computacionalmente mais robusto. Através de métodos Bayesianos, é possível realizar, de forma eficiente, a inferência da distribuição *a posteriori* dos parâmetros e volatilidades.

Contudo, estes algoritmos também apresentam problemas relevantes na estimação de modelos DSGE como, por exemplo, grande dependência da escolha da distribuição *a priori*. Isto significa que, se a estrutura é muito informativa, os resultados são afetados. Esta variabilidade pode ser problemática, pois diferentes distribuições *a priori* podem levar a diferentes resultados e diferentes conclusões sobre o objeto de análise.

O procedimento de *data cloning* (Lele et al. (2007) e Lele et al. (2010)) utilizado nesta tese permite contornar estes problemas e construir estimadores de máxima verossimilhança como o limite de estimadores Bayesianos, a partir de métodos de MCMC.

Neste capítulo, será apresentado em detalhes o método de *data cloning*, evidências de sua robustez aos problemas usuais encontrados nos principais métodos de estimação por máxima verossimilhança, evidências favoráveis ao uso deste método para a estimação de modelos DSGE, evidências de identificação dos parâmetros, além do procedimento de *prior feedback*.

2.2 Descrição do Método

Nesta seção, é apresentado em detalhes o método de *data cloning*. A exposição do método, aplicado posteriormente no processo de estimação do modelo DSGE da presente tese, utiliza como base os trabalhos seminais de Lele et al. (2007) e Lele et al. (2010), incluindo notações dos autores. Considere, para tanto, o seguinte modelo:

$$\underline{Y} \sim f(\underline{y} | \underline{X}, \varphi) \quad (2.1)$$

$$\underline{X} \sim g(\underline{x} | \theta) \quad (2.2)$$

onde, $\underline{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ é o vetor de observações, f e g são funções de densidade de probabilidade conjunta, \underline{X} é um vetor de processos que afetam as observações, $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_q)$ é um vetor de parâmetros fixos desconhecidos que afetam as observações e $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$ é um vetor de parâmetros fixos desconhecidos relacionado ao processo \underline{X} .

A função de verossimilhança para o modelo descrito pelas equações (2.1) e (2.2) é dada por:

$$L(\theta, \varphi; \underline{y}) = \int f(\underline{y} | \underline{X}, \varphi) g(\underline{X} | \theta) d\underline{X} \quad (2.3)$$

onde, \underline{y} representa as realizações da variável aleatória \underline{Y} .

As estimativas de máxima verossimilhança dos parâmetros, definidas como $(\hat{\theta}, \hat{\varphi}) = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_p; \hat{\varphi}_1, \hat{\varphi}_2, \dots, \hat{\varphi}_q)$, são os valores de $(\theta, \varphi) = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p; \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_q)$ que, conjuntamente, maximizam a função de verossimilhança (2.3). Esta maximização, entretanto, não é simples, já que envolve elevado custo computacional de integração de alta dimensionalidade.

O uso de métodos bayesianos contorna este problema. Os parâmetros (θ, φ) deixam de ser fixos e desconhecidos, e passam a ser variáveis aleatórias. A distribuição *a priori*, i.e. a distribuição conjunta destas variáveis aleatórias, é uma medida das crenças do analista sobre os diferentes valores dos parâmetros antes de observar os dados. Sua combinação com a função de verossimilhança, através do Teorema de Bayes, gera a distribuição *a posteriori*, que representa

as crenças do analista sobre os diferentes valores dos parâmetros após observar os dados.

Definindo a distribuição *a priori* como $\pi(\theta, \varphi)$, a distribuição *a posteriori* é dada por:

$$h(\theta, \varphi, \underline{X} | \underline{y}) = \frac{f(\underline{y} | \underline{X}, \varphi) g(\underline{X} | \theta) \pi(\theta, \varphi)}{\int f(\underline{y} | \underline{X}, \varphi) g(\underline{X} | \theta) \pi(\theta, \varphi) d\underline{X} d\theta d\varphi} \quad (2.4)$$

A distribuição marginal *a posteriori* dos parâmetros, $\pi(\theta, \varphi | \underline{y})$ é obtida, então, através da integração da distribuição *a posteriori*, $h(\theta, \varphi, \underline{X} | \underline{y})$, em relação a \underline{X} . Através dos algoritmos de MCMC, é possível gerar números aleatórios da distribuição *a posteriori* usando somente o numerador da equação (2.4), tornando as integrações em múltiplas dimensões desnecessárias (Lele et al. (2007)).

Denote os números aleatórios gerados pelos algoritmos de MCMC como $(\theta, \varphi, \underline{X})_j$, $j = 1, 2, \dots, B$, com B grande o suficiente para gerar uma boa estimativa de $h(\theta, \varphi, \underline{X} | \underline{y})$. Uma vez obtida a distribuição *a posteriori*, a distribuição marginal *a posteriori* de (θ, φ) é obtida, simplesmente, através da eliminação do componente \underline{X} dos números aleatórios $(\theta, \varphi, \underline{X})_j$, gerando $(\theta, \varphi)_j$, $j = 1, 2, \dots, B$. De forma análoga, a média e a variância de $\pi(\theta, \varphi | \underline{y})$ são a média e a variância dos números aleatórios $(\theta, \varphi)_j$, $j = 1, 2, \dots, B$.

As estimativas Bayesianas através dos algoritmos de MCMC, no entanto, também são problemáticas, pois existe uma grande dependência da escolha da distribuição *a priori*. Em outras palavras, se a estrutura é muito informativa, os resultados são afetados, podendo levar a diferentes conclusões sobre o objeto de análise. Isto não ocorre com o método de *data cloning*.

Para entender este método, suponha uma situação hipotética em que um indivíduo realize k experimentos estatísticos independentes e de forma simultânea, produzindo exatamente os mesmos resultados, \underline{y} . A nova função de verossimilhança passa a ser dada pela função original, $L(\theta, \varphi; \underline{y})$, elevada à k -ésima potência: $[L(\theta, \varphi; \underline{y})]^k$.

Adicionalmente, assuma que este indivíduo obtenha uma distribuição *a posteriori* dada por $h^{(k)}(\theta, \varphi, \underline{X} | \underline{y})$ e uma distribuição marginal *a posteriori*, $\pi^{(k)}(\theta, \varphi | \underline{y})$, usando a distribuição *a priori* $\pi(\theta, \varphi)$, além da função de verossimilhança com k clones dos dados.

Formalmente, a distribuição marginal *a posteriori* original, é dada por:

$$\pi(\theta, \varphi | \underline{y}) = \frac{\{\int f(\underline{y} | \underline{X}; \varphi) g(\underline{X} | \theta) d\underline{X}\} \pi(\theta, \varphi)}{C(\underline{y})} \quad (2.5)$$

onde, $C(\underline{y}) = \int L(\theta, \varphi; \underline{y}) \pi(\theta, \varphi) d\theta d\varphi$ é uma constante de normalização.

A equação (2.5) pode ser reescrita como:

$$\pi(\theta, \varphi | \underline{y}) = \frac{L(\theta, \varphi; \underline{y}) \pi(\theta, \varphi)}{C(\underline{y})} \quad (2.6)$$

Lele et al. (2007) provam que, se k é grande, a distribuição marginal *a posteriori*, $\pi^{(k)}(\theta, \varphi | \underline{y})$, está concentrada ao redor das estimativas de máxima verossimilhança.¹ A função de verossimilhança com k clones dos dados possui o mesmo ponto de máximo da função original, dado por $(\hat{\theta}, \hat{\varphi})$, e a matriz de informação de Fisher é k vezes a matriz de informação baseada na função de verossimilhança original.

Assumindo as condições usuais de identificação do estimador de máxima verossimilhança, é possível mostrar que a distribuição marginal *a posteriori* de θ , a partir de amostra contendo k replicações da amostra original, é dada por:

$$\pi^{(k)}(\theta, \varphi | \underline{y}) = \frac{\{f(\underline{y} | \underline{X}; \varphi) g(\underline{X} | \theta) d\underline{X}\}^k \pi(\theta, \varphi)}{C(k, \underline{y})} \quad (2.7)$$

onde, $C(k, \underline{y}) = \int L(\theta, \varphi; \underline{y})^k \pi(\theta, \varphi) d\theta d\varphi$ é uma constante de normalização.

Lele et al. (2010) e Baghishani e Mohammadzadeh (2011) provam que, sob condições de regularidade, com número de clones grande, $\pi^{(k)}(\theta, \varphi | \underline{y})$ converge para uma distribuição Normal multivariada com média igual à estimativa de máxima verossimilhança e variância igual à $\frac{1}{k} I^{-1}(\hat{\theta}, \hat{\varphi})$, onde $I(\hat{\theta}, \hat{\varphi})$ é a matriz de informação de Fisher correspondente à função de verossimilhança original. Formalmente:

$$\pi^{(k)}(\theta, \varphi | \underline{y}) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} N\left(\left(\hat{\theta}, \hat{\varphi}\right), \frac{1}{k} I^{-1}(\hat{\theta}, \hat{\varphi})\right) \quad (2.8)$$

Evidentemente, na prática, não existem k experimentos independentes, somente k replicações da amostra original. Nesta situação, de acordo com Lele et al. (2007) e Lele et al. (2010), não há a convergência em probabilidade usada em Walker (1969), e sim convergência determinística de uma sequência de funções.

Os resultados de Lele et al. (2007) e Lele et al. (2010) mostram que é possível amostrar

¹Ver Anexo para prova.

sequências de valores $(\theta, \varphi)_j$ da distribuição marginal a posteriori, $\pi^{(k)}(\theta, \varphi | \underline{y})$, e obter o estimador de máxima verossimilhança como a média destes valores, assim como a matriz de variância-covariância como k vezes a matriz de variância-covariância desta amostra:

$$E^{(k)}(\theta, \varphi | \underline{y}) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} (\hat{\theta}, \hat{\varphi}) \quad (2.9)$$

$$Var^{(k)}(\theta, \varphi | \underline{y}) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \sqrt{k}(\hat{\theta}, \hat{\varphi}) \quad (2.10)$$

2.3 Sensibilidade às Condições Iniciais

Uma vez apresentado o método de *data cloning*, é proposto um exercício comparativo com os métodos usuais mais importantes de estimação por máxima verossimilhança. Para atingir este objetivo, é utilizado o banco de dados de Schorfheide (2000) e o modelo *Cash-in-Advance* (doravante, CIA) apresentado pelo autor, reproduzido de forma resumida a seguir.

Considere uma economia composta por um agente representativo, uma firma, e um intermediário financeiro. O produto é determinado pela seguinte função Cobb-Douglas:

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t N_t)^{1-\alpha} \quad (2.11)$$

onde, Y_t é o produto no período t , K_t denota o estoque de capital, N_t é a medida de mão-de-obra e A_t representa a tecnologia, cuja dinâmica é determinada pelo seguinte processo exógeno:

$$\ln A_t = \gamma + \ln A_{t-1} + \varepsilon_{A,t} \quad (2.12)$$

onde, $\varepsilon_{A,t} \sim N(0, \sigma_A^2)$.

A cada período, o Banco Central ajusta a taxa de crescimento do estoque de moeda, perturbando a economia com um segundo processo exógeno, de acordo com a seguinte regra de política monetária:

$$\ln m_t = (1 - \rho) \ln m^* + \rho \ln m_{t-1} + \varepsilon_{M,t} \quad (2.13)$$

onde, $\varepsilon_{M,t} \sim N(0, \varepsilon_M^2)$ e mudanças em m^* e ρ estão associadas a raras mudanças de regime.

No início do período t , o agente representativo absorve o estoque de moeda da economia, M_t . É fácil notar, a partir das equações (2.12) e (2.13), que todas as decisões do agente refletirão os choques - i.e., surpresas - na taxa de crescimento do estoque de capital e na tecnologia. O agente representativo determina a parcela do estoque de moeda depositada no banco, D_t . O banco recebe os depósitos do agente, pagando juros de $R_{H,t} - 1$, a injeção monetária do Banco Central, X_t , e realiza empréstimo para a firma, à taxa $R_{F,t} - 1$.

A firma inicia, então, a produção, demandando horas de trabalho do agente representativo. O montante emprestado pelo banco é utilizado para o pagamento de salário $W_t H_t$ ao agente, onde W_t é o salário nominal por hora e H_t reflete as horas trabalhadas. A disponibilidade do agente no período t , portanto, é dada por $M_t - D_t + W_t H_t$. É importante notar que, no modelo CIA, o agente não pode alavancar o consumo com empréstimos do banco, devendo financiar seu dispêndio com a disponibilidade acumulada no período.

Ao final do período t , o agente recebe dividendos da firma, representados por F_t . Ele também recebe, do banco, o montante depositado no início do período, corrigido pela taxa de juros $R_{H,t} - 1$, e dividendos, B_t .

Em suma, a cada período, o agente representativo escolhe a quantidade consumida, C_t , as horas trabalhadas, H_t , e o montante depositado no banco, D_t , para maximizar o valor presente da soma da utilidade futura esperada. Formalmente, o problema do agente é representado pelo seguinte conjunto de equações:

$$\max_{\{C_t, H_t, M_{t+1}, D_t\}} E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [(1 - \phi) \ln C_t + \phi \ln(1 - H_t)] \right] \quad (2.14)$$

$$s.a. P_t C_t \leq M_t - D_t + W_t H_t$$

$$M_{t+1} = (M_t - D_t + W_t H_t - P_t C_t) + R_{H,t} D_t + F_t + B_t$$

$$D_t \geq 0$$

onde, P_t é o nível de preços da economia.

O problema de maximização da firma, por sua vez, envolve a escolha do estoque de capital

do período $t + 1$, K_{t+1} , a demanda por trabalho, N_t , o pagamento de dividendos, F_t , e o montante de empréstimos, L_t . Formalmente:

$$\begin{aligned} & \max_{\{F_t, K_{t+1}, N_t, L_t\}} E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^{t+1} \frac{F_t}{C_{t+1} P_{t+1}} \right] \\ & \text{s.a. } F_t \leq P_t \left[K_t^\alpha (A_t N_t)^{1-\alpha} - K_{t+1} + (1 - \delta) K_t \right] - W_t N_t - L_t R_{F,t} \\ & \quad W_t N_t \leq L_t \end{aligned} \quad (2.15)$$

Para fechar o modelo, basta resolver o seguinte problema para o intermediário financeiro:

$$\begin{aligned} & \max_{\{B_t, L_t, D_t\}} E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^{t+1} \frac{B_t}{C_{t+1} P_{t+1}} \right] \\ & \text{s.a. } B_t = D_t + R_{F,t} L_t - R_{H,t} D_t - L_t + X_t \\ & \quad L_t \leq X_t + D_t \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde, $X_t = M_{t+1} - M_t$ define a injeção monetária por parte do Banco Central. Em equilíbrio, $H_t = N_t$, $P_t C_t = M_t + X_t$, $C_t + (K_{t+1} - (1 - \delta) K_t) = K_t^\alpha (A_t H_t)^{1-\alpha}$ e $R_{F,t} = R_{H,t}$.

Para solucionar o modelo, é necessário derivar condições de otimalidade para os problemas de maximização. Depois de extrair a tendência das variáveis, é possível encontrar um estado estacionário determinístico, *log-linearizar* o sistema ao redor deste estado estacionário e, finalmente, obter a solução, através da eliminação de raízes instáveis (Schorfheide (2000)).

Usando a notação de Schorfheide (2000), a representação em espaço de estado do modelo DSGE (*log-linearizado*), é dada por:

$$y_t = \bar{\Xi}_0 + \bar{\Xi}_1 s_t + \bar{\Xi}_* \varepsilon_t \quad (2.17)$$

$$s_t = \Psi_1 s_{t-1} + \Psi_* \varepsilon_t \quad (2.18)$$

onde, y_t é um vetor $n \times 1$ de variáveis observáveis, $\varepsilon_t = [\varepsilon_{A,t}, \varepsilon_{M,t}]' \sim iidN(0, \Sigma_t)$, Σ_t é uma matriz diagonal com elementos σ_A^2 e σ_M^2 , s_t é um vetor de desvios do estado estacionário e as

matrizes Ξ_0 , Ξ_1 , Ξ_* , Ψ_1 e Ψ_* são funções de parâmetros estruturais do modelo DSGE.

No primeiro experimento, são realizadas estimativas do modelo CIA descrito acima com 50 diferentes valores iniciais, pelo método de *data cloning* e através dos mais importantes métodos de estimação por máxima verossimilhança implementados no Dynare. São eles: o simplex de Nelder-Mead, o algoritmo CSMINWELL robusto a *cliffs* na função de verossimilhança de Chris Sims, o método CMA-ES, um algoritmo de otimização evolutiva desenvolvido para problemas de otimização não-lineares e não-convexos e o método NEWRAT de Marco Ratto.

São realizadas diferentes estimações por *data cloning*, com 50 e 100 replicações. Adicionalmente, cada valor inicial distinto é usado de duas maneiras - como a média das distribuições *a priori* e para inicializar o algoritmo de MCMC. É importante ressaltar que a estrutura das distribuições *a priori* segue Schorfheide (2000). A amostragem aleatória de valores iniciais é realizada através da adição de um erro uniforme $[-0,07; 0,07]$ aos valores iniciais utilizados pelo autor.

Como mencionado anteriormente, o banco de dados utilizado neste experimento é fixo, simulado através dos valores estimados em Schorfheide (2000). Assim, ao utilizar estes parâmetros na simulação, tem-se o "verdadeiro" valor do vetor de parâmetros para comparação dos valores estimados pelos diferentes métodos e valores iniciais.

A cada replicação, o vetor de valores iniciais é alterado, gerando uma amostra aleatória em torno do "verdadeiro" vetor de parâmetros para inicializar as estimações de máxima verossimilhança, pelos métodos usuais mencionados anteriormente, além das distribuições *a priori* e as cadeias de Markov, no método de *data cloning*. Para uma comparação acurada entre os métodos, todos utilizam o mesmo vetor de valores iniciais a cada replicação.

Os resultados da tabela 2.1 mostram a média e o desvio-padrão dos parâmetros obtidos nas n replicações do experimento, enquanto a figura 2.1 apresenta os *box-plots* dos parâmetros estimados. Para os métodos de verossimilhança, a tabela apresenta as estimativas do algoritmo de otimização. A média *a posteriori* das cadeias de Markov com 20.000 amostras, após descarte das primeiras 10.000 amostras, é apresentada na tabela 2.1 como estimativa do método de *data cloning*.

Os resultados da tabela 2.1 e figura 2.1 evidenciam diferenças significativas nas

Tabela 2.1: Sensibilidade às Condições Iniciais

	simplex		csmminwell		cma-es		newrat		dc50		dc100	
	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd
α	0.6155	0.1572	0.4983	0.1795	0.7226	0.0745	0.5093	0.0852	0.4900	0.0184	0.4884	0.0201
β	0.9139	0.0740	0.9239	0.0958	0.9166	0.0465	0.9761	0.0144	0.9854	0.0025	0.9861	0.0019
γ	0.0054	0.0067	0.0087	0.0137	0.0048	0.0016	0.0048	0.0006	0.0038	0.0006	0.0039	0.0006
lnm^*	0.0101	0.0003	0.0100	0.0002	0.0101	0.0000	0.0101	0.0000	0.0101	0.0000	0.0101	0.0000
ρ	0.6130	0.3030	0.3465	0.3231	0.7423	0.2454	0.6092	0.2878	0.8367	0.0428	0.8413	0.0364
ϕ	0.6149	0.3256	0.6306	0.0635	0.7198	0.2348	0.7338	0.2472	0.7897	0.0505	0.7908	0.0561
δ	0.0318	0.0664	0.0771	0.1192	0.0004	0.0009	-0.0000	0.0000	0.0011	0.0013	0.0012	0.0014
σ_a	0.0263	0.0104	0.0274	0.0268	0.0342	0.0111	0.0167	0.0048	0.0153	0.0007	0.0153	0.0007
σ_m	0.0050	0.0021	0.0157	0.0150	0.0037	0.0010	0.0048	0.0016	0.0034	0.0007	0.0034	0.0006

Fonte: Elaborado pelo autor. Valores Utilizados na simulação - $\alpha=0,4168$, $\beta=0,9901$, $\gamma=0,0038$, $lnm^*=0,0141$, $\rho=0,8623$, $\phi=0,6837$, $\delta=0,0020$, $\sigma_a=0,0133$, $\sigma_m=0,0029$.

estimativas obtidas através dos diversos métodos de máxima verossimilhança, sugerindo grande dependência destes métodos aos valores iniciais. Todos os métodos de otimização numérica utilizados neste experimento foram desenvolvidos para apresentar robustez a problemas de valores iniciais e descontinuidades na função de verossimilhança. Na prática, entretanto, estas propriedades não se manifestaram para o modelo proposto.

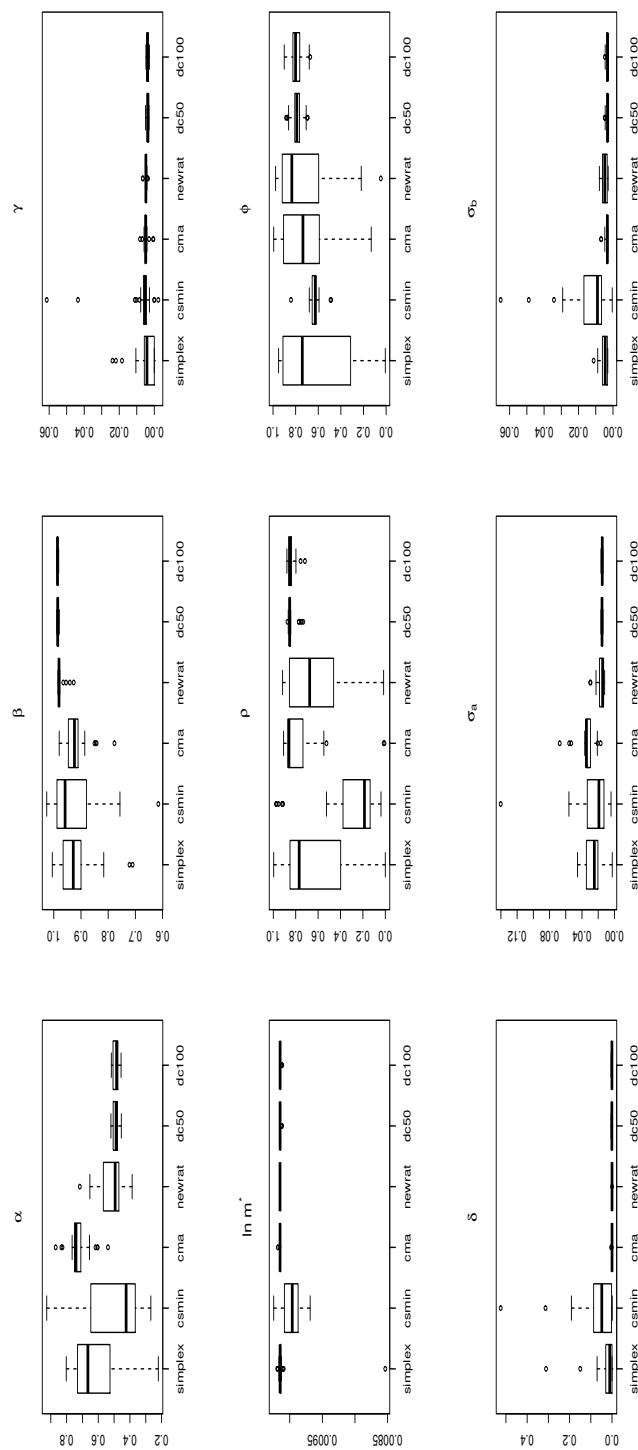
Os resultados do experimento mostram que os estimadores de *data cloning* apresentam baixa variabilidade e estão mais próximos aos valores "verdadeiros" utilizados na simulação, evidenciando maior robustez deste método ao problema das condições iniciais. A variabilidade observada nos estimadores de *data cloning* é de ordem \sqrt{n} , gerada pela aproximação de Monte Carlo no método de MCMC.

É importante notar que o tempo computacional necessário para obter as estimativas favorece o método de *data cloning*. O procedimento de amostragem de MCMC é extremamente eficiente, requerendo baixo tempo para o cômputo de cada amostra. Nos métodos de otimização numérica, o procedimento de convergência é lento e, com frequência, é necessário reinicializar o algoritmo, especialmente na presença de *cliffs* na função de verossimilhança (e.g. CSMINWELL).

2.4 Evidências de Monte Carlo e Aplicação a Dados Reais

A partir das evidências favoráveis ao método de *data cloning* apresentadas na seção anterior, é realizado novo experimento, com o objetivo de dar suporte ao uso deste método na

Figura 2.1: Sensibilidade às Condições Iniciais



Fonte: Elaborado pelo autor.

estimação de modelos DSGE. Para tanto, é realizado um exercício padrão de Monte Carlo para verificar as propriedades dos estimadores obtidos a partir de simulações de amostras do modelo "verdadeiro", ao invés de comparação dos efeitos do vetor de parâmetros iniciais usando uma

amostra fixa.

Neste experimento, são simuladas observações a partir do modelo de Schorfheide (2000), com o mesmo vetor de valores "verdadeiros" da seção 2.3, além de estimação dos parâmetros pelo método *default* de máxima verossimilhança do Dynare - CSMINWELL - e pelo algoritmo de *data cloning*, com 50 replicações da amostra original.

Utiliza-se dois conjuntos de valores iniciais em cada método, para verificar sua sensibilidade nas estimações: o "verdadeiro" vetor de parâmetros, como primeiro vetor de valores iniciais, e a média das distribuições *a priori* das estimativas Bayesianas de Schorfheide (2000), como segundo vetor de valores iniciais.

A tabela 2.2 reporta o erro médio (viés) e a raiz do erro quadrático médio - doravante, RMSE - em relação aos parâmetros usados no exercício de simulação, enquanto a figura 2.2 mostra os *box-plots* das distribuições dos parâmetros estimados.

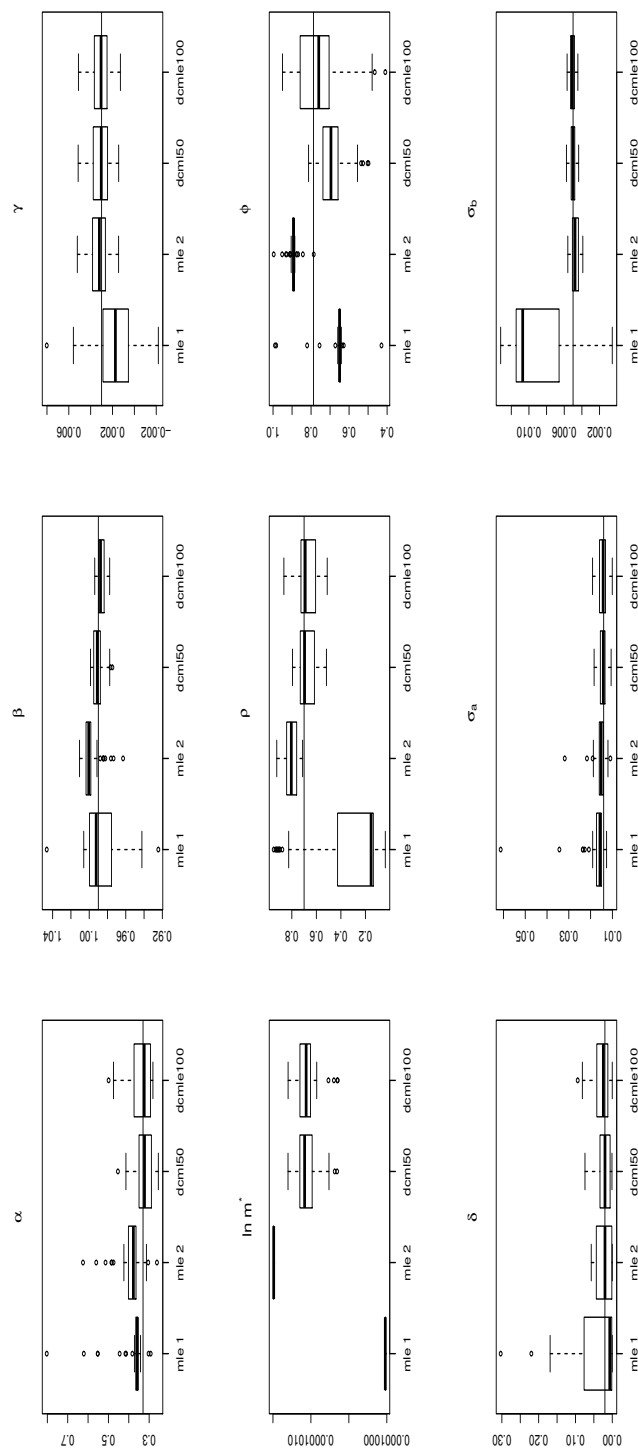
Tabela 2.2: Erro Médio e Raiz do Erro Quadrático Médio

	mle		mle2		dc1		dc2	
	ME	RMSE	ME	RMSE	ME	RMSE	ME	RMSE
α	-0.0529	0.0876	-0.0587	0.0852	0.0073	0.0518	-0.0014	0.0568
β	-0.0029	0.0180	-0.0095	0.0143	-0.0019	0.0064	0.0021	0.0045
γ	0.0014	0.0021	-0.0001	0.0010	-0.0001	0.0009	-0.0000	0.0009
lnm^*	0.0001	0.0001	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
ρ	0.3083	0.4660	-0.0915	0.1041	0.0251	0.0823	0.0200	0.0729
ϕ	0.1190	0.1608	-0.1028	0.1057	0.1233	0.1466	0.0508	0.1556
δ	-0.0165	0.0544	-0.0028	0.0206	-0.0038	0.0215	-0.0082	0.0236
σ_a	-0.0029	0.0053	-0.0017	0.0040	-0.0005	0.0016	-0.0003	0.0021
σ_m	-0.0043	0.0053	0.0002	0.0004	-0.0001	0.0004	-0.0001	0.0003

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados da tabela 2.2 e da figura 2.2 indicam que, mesmo inicializando os parâmetros em seus "verdadeiros" valores, o método usual de máxima verossimilhança mostra diferença relevante nos resultados obtidos com os diferentes valores iniciais. Os resultados da estimação por *data cloning* sugerem que o método é pouco sensível às condições iniciais e apresenta bons resultados em termos de viés e RMSE, suportando o uso deste método na estimação de modelos DSGE.

A partir desta evidência, é utilizado o método de *data cloning* - com 50 e 100 replicações -

Figura 2.2: Distribuições *a Posteriori* dos Parâmetros

Fonte: Elaborado pelo autor. "Verdadeiro" valor representado pela linha horizontal em cada um dos gráficos.

para estimação de máxima verossimilhança do modelo apresentado na seção 2.3, com a mesma base de dados e distribuições *a priori* de Schorfheide (2000). O objetivo desta estimação

é comparar os resultados obtidos pelo método de *data cloning* com as médias *a posteriori* estimadas por Schorfheide (2000), através de métodos Bayesianos de MCMC.

A Tabela 2.3 mostra os parâmetros e desvios padrões reportados em Schorfheide (2000), além das estimativas de *data cloning*. Os resultados da estimação por *data cloning* são consistentes com aqueles obtidos por Schorfheide (2000), exceto por ϕ . No entanto, o valor obtido para este parâmetro na estimação de *data cloning*, mais próximo de um, indica um resultado mais consistente com a teoria econômica.

Tabela 2.3: Resultados de Estimação

	Bayes	Bayes SD	dcmle 50	dcmle50 SD	dcmle 100	dcmle100 SD
α	0.4168	0.0218	0.4876	0.0087	0.4876	0.0098
β	0.9901	0.0021	0.9855	0.0259	0.9862	0.0222
γ	0.0038	0.0010	0.0036	0.0071	0.0035	0.0102
lnm^*	0.0141	0.0017	0.0101	0.0001	0.0101	0.0002
ρ	0.8623	0.0343	0.8539	0.1988	0.8548	0.2626
ϕ	0.6837	0.0479	0.8911	0.5263	0.8973	0.2000
δ	0.0020	0.0011	0.0001	0.0013	0.0000	0.0013
σ_a	0.0133	0.0009	0.0147	0.0056	0.0147	0.0078
σ_m	0.0029	0.0002	0.0030	0.0012	0.0030	0.0012

Elaborado pelo autor. *Data Cloning* utilizando 50 e 100 replicações para o modelo e base de dados de Schorfheide (2000)

2.5 Identificação dos Parâmetros

Um problema típico na implementação e estimação de modelos DSGE é a verificação de condições de identificação, i.e. se existe apenas um vetor de parâmetros consistente com o máximo da função de verossimilhança.

Identificação é uma das condições de regularidade fundamentais na estimação por máxima verossimilhança (van der Vaart (1988)). Caso esta condição seja violada, o Hessiano do problema de otimização será singular, causando problemas nos métodos de otimização numérica e no cálculo da variância dos parâmetros.

Como discutido em Canova e Sala (2009), equivalência observacional, problemas de identificação parcial e fraco são generalizados, difíceis de identificar empiricamente e podem causar estimações viesadas, testes de hipóteses não confiáveis e levar a escolha de modelos

falsos. Desta forma é essencial verificar a identificação em modelos DSGE.

De acordo com Lele et al. (2010), é possível avaliar a identificação dos parâmetros diretamente através do procedimento de *data cloning*. Segundo os autores, um parâmetro é considerado não identificado se a sua variabilidade (*a posteriori*) não convergir para zero com o aumento no número de replicações.

É fácil realizar a verificação mencionada anteriormente de forma gráfica, usando os desvios padrões das cadeias amostradas no procedimento de MCMC. Esta análise foi realizada para as estimativas do modelo de Schorfheide (2000). Os resultados podem ser avaliados pela figura 2.3, subfigura (a), com a variância dos parâmetros em função do número de clones. Através desta figura é possível afirmar que todos os parâmetros deste experimento são identificados, já que a diminuição da variabilidade é evidente com o aumento do número de replicações.

Lele et al. (2010) também afirmam que uma medida global de identificação pode ser obtida através do máximo autovalor da matriz de variância dos parâmetros em cada procedimento de *data cloning*. De forma semelhante ao procedimento anterior de identificação, o modelo é considerado globalmente identificado se o máximo autovalor converge para zero com o aumento do número de replicações.

A figura 2.3, subfigura (b), corrobora com a avaliação anterior a respeito da identificação do modelo, ao mostrar que o máximo autovalor está convergindo para zero com o aumento do número de replicações.

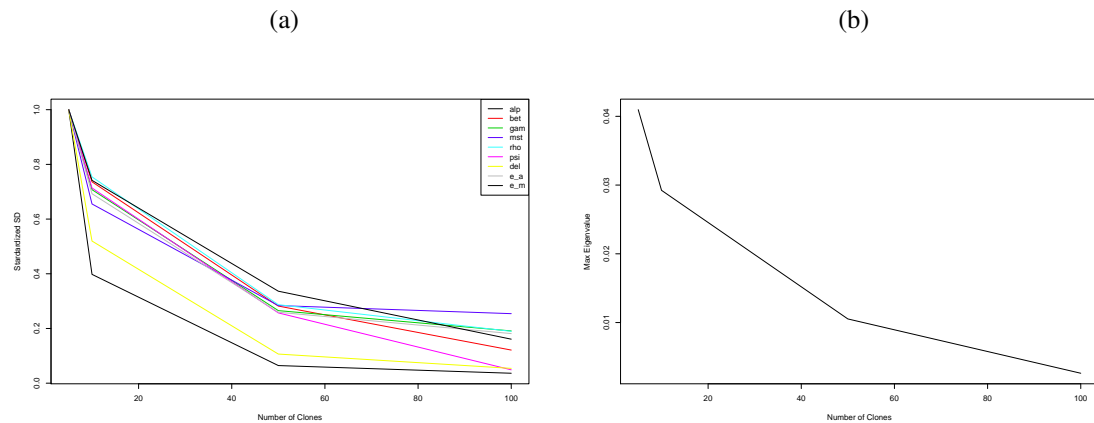
Estes dois procedimentos para análise de identificação dos parâmetros são subprodutos imediatos do método de *data cloning*, permitindo uma avaliação empírica da identificação do modelo, além de solucionar um problema fundamental na estimação de modelos DSGE.

2.6 Prior Feedback

Prior feedback é um mecanismo complementar à estimação por *data cloning* (Robert e Soubiran (1993) e Robert e Casella (2005)). Este procedimento utiliza um número crescente de replicações, inicializando a distribuição *a priori* da estimação com k replicações com a distribuição *a posteriori* obtida na estimação realizada com $k - 1$ replicações.

Este algoritmo é inicializado com uma replicação (a estimação Bayesiana padrão). O

Figura 2.3: Identificação dos Parâmetros



Fonte: Elaborado pelo autor.

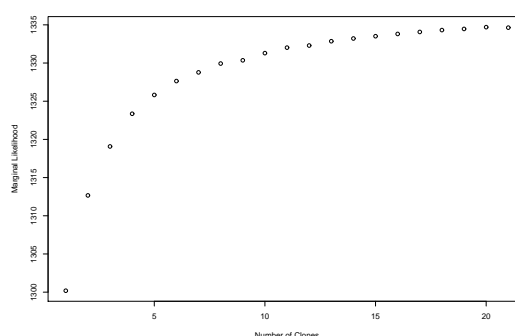
número de replicações é elevado até que os parâmetros tenham convergido por uma métrica pré-determinada (e.g. Robert e Casella (2005)). A grande vantagem desta forma de estimação é que ela se mostra mais robusta a possíveis problemas de convergência das cadeias de MCMC do que quando o procedimento é inicializado diretamente com um número grande de clones, conforme discutido em Robert (2010). Adicionalmente, este procedimento de estimação herda propriedades de robustez de métodos de otimização de *simulated annealing* (Robert e Soubiran (1993)).

Nesta seção, é proposto um último experimento, utilizando o procedimento brevemente descrito no parágrafo anterior, e a base de dados e distribuições *a priori* de Schorfheide (2000). Neste experimento, convergência é definida quando a variação na verossimilhança marginal, obtida pela estimação de MCMC entre os modelos com k e $k + 1$ clones é menor que 0,001. Quando esta convergência é obtida, o algoritmo é finalizado.

A figura 2.4 mostra o valor da verossimilhança marginal do modelo, obtida para cada número de replicações. Por este critério, convergência é atingida com apenas 21 clones. Note que é possível definir outras métricas de convergência, como alguma norma de variação nos parâmetros, de forma análoga aos procedimentos de convergência na função e nos parâmetros em métodos de otimização numérica.

É recomendável utilizar o procedimento de *prior feedback* quando existem problemas de convergência no algoritmo de MCMC, permitindo uma exploração local da função de

Figura 2.4: Verossimilhança Marginal



Fonte: Elaborado pelo autor.

verossimilhança. Note que também é possível usar uma versão mais complexa deste algoritmo, reduzindo o número de clones e reinicializando a estimação caso seja encontrado algum problema na exploração da função de verossimilhança pelo método de MCMC, como no algoritmo SAME proposto em Doucet et al. (2002). Esta versão do algoritmo, entretanto, é mais intensa computacionalmente.

2.7 Conclusões

Neste capítulo, foi apresentado em detalhes o método de *data cloning* de Lele et al. (2007) e Lele et al. (2010), além de evidências de sua robustez aos problemas usuais encontrados nos principais métodos de estimação por máxima verossimilhança e que favorecem o seu uso na estimação de modelos DSGE.

Estas evidências foram extraídas de dois experimentos. No primeiro deles, foi utilizado o banco de dados de Schorfheide (2000) e o modelo CIA apresentado pelo autor em um exercício comparativo da metodologia de *data cloning* com os principais métodos de estimação de máxima verossimilhança. Foram encontradas diferenças significativas nos resultados de estimação dos principais métodos de máxima verossimilhança e grande dependência do vetor de valores iniciais. Os estimadores de *data cloning* apresentaram baixa variabilidade, evidenciando a robustez deste método ao problema das condições iniciais.

O segundo experimento objetivou dar suporte ao uso do método de *data cloning* na estimação de modelos DSGE. Mais uma vez, os resultados indicaram pouca sensibilidade do

método de *data cloning* às condições iniciais. O referido método também apresentou bons resultados em termos de viés e RMSE, diferentemente dos estimadores mais importantes de máxima verossimilhança.

Na penúltima seção deste capítulo, foram apresentadas evidências de identificação dos parâmetros nas estimativas de *data cloning*, seguindo Lele et al. (2010). Por fim, convergência foi avaliada em um terceiro experimento, atingida quando a variação na verossimilhança marginal, obtida pela estimação de MCMC entre os modelos com k e $k + 1$ clones, fosse menor que 0,001. Por este critério, convergência ocorreu com apenas 21 clones.

3. O MODELO DSGE

3.1 Introdução

O modelo teórico desta tese pertence à classe dos modelos de equilíbrio-geral estocásticos e dinâmicos (DSGE). Esse tipo de modelo, embora complexo em sua concepção, possui interpretação econômica direta, uma vez que se resume ao equilíbrio entre oferta agregada e demanda agregada.

Neste capítulo, utilizando como base Gali e Monacelli (2005), é realizada a derivação do modelo, equação por equação, até sua versão final, que representa o equilíbrio da economia, e será utilizado no capítulo 4 para avaliar a condução da política monetária pelo Banco Central do Brasil.

3.2 Derivação do Modelo Teórico

No modelo de Gali e Monacelli (2005), a economia mundial é representada através de infinitas economias abertas, no intervalo $[0, 1]$. Isto significa que cada economia é extremamente pequena e que suas decisões domésticas não impactam as demais economias do mundo. Cada uma destas economias está sujeita a diferentes choques de produtividade, porém, compartilham as mesmas preferências, tecnologia e estrutura de mercado.

Para a derivação do modelo, algumas observações sobre a notação utilizada se fazem necessárias. As variáveis sem o índice i referem-se à economia que está sendo modelada, variáveis com o índice $i \in [0, 1]$ referem-se à economia i , uma entre as infinitas economias do mundo, e variáveis que fazem referência à economia mundial possuem um asterisco.

Um agente representativo habita uma pequena economia aberta, maximizando:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} U(C_t, N_t) \quad (3.1)$$

onde, N_t representa horas de trabalho e C_t é um índice de consumo composto, dado por:

$$C_t \equiv \left[(1 - \alpha)^{\frac{1}{\eta}} (C_{H,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} (C_{F,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad (3.2)$$

onde, $\alpha \in [0, 1]$ é inversamente relacionado com o grau de preferência por produtos domésticos, i.e., uma medida de abertura comercial, $\eta > 0$ mede, do ponto de vista do consumidor da economia doméstica, o grau de substituição entre bens domésticos e importados, enquanto $C_{H,t}$ representa um índice de consumo de bens domésticos, dado por uma função CES (*constant elasticity of substitution*):

$$C_{H,t} \equiv \left(\int_0^1 C_{H,t}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (3.3)$$

onde, $j \in [0, 1]$ diferencia os bens da economia e $\varepsilon > 1$ representa a elasticidade de substituição entre os diferentes tipos de bens.

$C_{F,t}$ é um índice de consumo de bens importados, descrito pela seguinte equação:

$$C_{F,t} \equiv \left(\int_0^1 (C_{i,t})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} di \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (3.4)$$

onde, γ mede o grau de substituição entre bens produzidos em diferentes economias, e $C_{i,t}$ é um índice de consumo de bens importados do país i consumidos domesticamente:

$$C_{i,t} \equiv \left(\int_0^1 C_{i,t}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (3.5)$$

Os indivíduos estão sujeitos à seguinte restrição orçamentária para a maximização intertemporal de sua utilidade:

$$\int_0^1 P_{H,t}(j) C_{H,t}(j) dj + \int_0^1 \int_0^1 P_{i,t}(j) C_{i,t}(j) dj di + E_t \{ Q_{t,t+1} D_{t+1} \} \leq D_t + W_t N_t + T_t \quad (3.6)$$

onde, D_{t+1} é o *pay-off* nominal do *portfolio* no período $t + 1$, incluindo a participação nas firmas, $Q_{t,t+1}$ é o fator de desconto estocástico para os *pay-offs* nominais um período a frente, W_t é o salário nominal e T_t representa transferências *lump-sum*.

O índice de preços doméstico é representado por:

$$P_{H,t} \equiv \left(\int_0^1 P_{H,t}(j)^{1-\varepsilon} dj \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (3.7)$$

O preço do bem j importado do país i é dado por:

$$P_{i,t} \equiv \left(\int_0^1 P_{i,t}(j)^{1-\varepsilon} dj \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (3.8)$$

O preço dos bens importados, por sua vez, pode ser escrito como:

$$P_{F,t} \equiv \left(\int_0^1 P_{i,t}^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (3.9)$$

Os indivíduos alocam os gastos de forma ótima em cada categoria de bens, gerando as seguintes funções de demanda, para todo $i, j \in [0, 1]$:

$$C_{H,t}(j) = \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\varepsilon} C_{H,t} \quad (3.10)$$

$$C_{i,t}(j) = \left(\frac{P_{i,t}(j)}{P_{i,t}} \right)^{-\varepsilon} C_{i,t}$$

A partir das equações anteriores, é possível escrever:

$$P_{H,t} C_{H,t} = \int_0^1 P_{H,t}(j) C_{H,t}(j) dj \quad (3.11)$$

$$P_{i,t} C_{i,t} = \int_0^1 P_{i,t}(j) C_{i,t}(j) dj$$

A alocação ótima de gastos do agente representativo para bens importados implica, por país de origem, para todo $i \in [0, 1]$:

$$C_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t}}{P_{F,t}} \right)^{-\gamma} C_{F,t} \quad (3.12)$$

Usando (3.12), obtém-se os gastos totais para os bens importados:

$$P_{F,t} C_{F,t} = \int_0^1 P_{i,t} C_{i,t} di \quad (3.13)$$

A alocação ótima de gastos entre bens domésticos e importados é dada por:

$$C_{H,t} = (1 - \alpha) \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \quad (3.14)$$

$$C_{F,t} = \alpha \left(\frac{P_{F,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t$$

onde, $P_t \equiv \left[(1 - \alpha) (P_{H,t})^{1-\eta} + \alpha (P_{F,t})^{1-\eta} \right]^{\frac{1}{1-\eta}}$ é o índice de preços ao consumidor.

Uma vez que o gasto total do agente representativo é dado por $P_t C_t = P_{H,t} C_{H,t} + P_{F,t} C_{F,t}$, a restrição orçamentária pode ser reescrita:

$$P_t C_t + E_t \{ Q_{t,t+1} D_{t+1} \} \leq D_t + W_t N_t + T_t \quad (3.15)$$

Para que seja possível obter uma solução para o problema do indivíduo, deve-se definir uma forma para a função de utilidade. Seguindo Gali e Monacelli (2005):

$$U(C, N) \equiv \frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N^{1+\varphi}}{1+\varphi} \quad (3.16)$$

O problema do agente representativo, portanto, pode ser descrito como a maximização de (3.16) sujeito à restrição orçamentária, (3.15). O Lagrangeano do problema é dado por:

$$\ell(C_t, N_t, \lambda) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \lambda (D_t + W_t N_t + T_t - P_t C_t - E_t \{ Q_{t,t+1} D_{t+1} \}) \quad (3.17)$$

onde, λ é o multiplicador de Lagrange.

As condições de primeira ordem para o problema descrito anteriormente são dadas por:

$$\frac{\partial \ell(C_t, N_t, \lambda)}{\partial C_t} = C_t^{-\sigma} - \lambda P_t = 0 \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial \ell(C_t, N_t, \lambda)}{\partial N_t} = N_t^\varphi - \lambda W_t = 0$$

$$\frac{\partial \ell(C_t, N_t, \lambda)}{\partial \lambda} = D_t + W_t N_t + T_t - P_t C_t - E_t \{ Q_{t,t+1} D_{t+1} \} = 0$$

A partir das condições de primeira ordem, é possível escrever as condições de ótimo para o problema:

$$C_t^\sigma N_t^\varphi = \frac{W_t}{P_t} \quad (3.19)$$

$$\beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \left(\frac{P_t}{P_{t+1}} \right) = Q_{t,t+1} \quad (3.20)$$

Aplicando o operador esperança em (3.20), obtém-se a equação de Euler estocástica:

$$\beta R_t E_t \left\{ \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \left(\frac{P_t}{P_{t+1}} \right) \right\} = 1 \quad (3.21)$$

onde, $R_t = \frac{1}{E_t\{Q_{t,t+1}\}}$ é o retorno do ativo livre de risco com preço $E_t\{Q_{t,t+1}\}$, que paga uma unidade da moeda doméstica em $t + 1$.

Log-linearizando (3.19) e (3.21):

$$\sigma c_t + \varphi n_t = w_t - p_t \quad (3.22)$$

$$\sigma c_t = \sigma E_t(c_{t+1}) + E_t(p_{t+1}) - p_t - r_t - \ln \beta$$

$$c_t = E_t(c_{t+1}) - \frac{1}{\sigma} (r_t - E_t(\pi_{t+1}) + \ln \beta)$$

$$c_t = E_t(c_{t+1}) - \frac{1}{\sigma} (r_t - E_t(\pi_{t+1}) - \rho) \quad (3.23)$$

onde, as letras minúsculas indicam variáveis em *logs*, $E_t(\pi_{t+1}) = E_t(p_{t+1}) - p_t$, já que $\pi_t \equiv p_t - p_{t-1}$ é a inflação medida pelo índice de preços ao consumidor, e $\ln \beta = -\rho$, com $\rho \equiv \beta^{-1} - 1$ representa o fator de desconto intertemporal.

Uma vez apresentado o problema do agente representativo, são introduzidas algumas identidades importantes para a posterior definição do equilíbrio na economia.

Os termos de troca bilaterais entre a economia doméstica e o país i , definidos como o preço dos bens do país i em termos do preço dos bens domésticos, são dados por:

$$S_{i,t} = \frac{P_{i,t}}{P_{H,t}} \quad (3.24)$$

Da equação anterior, pode-se definir os termos de troca efetivos, i.e., o preço dos bens importados em termo do preço dos bens domésticos:

$$S_t = \left(\int_0^1 S_{i,t}^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

$$S_t \equiv \frac{P_{F,t}}{P_{H,t}} \quad (3.25)$$

Log-linearizando os termos de troca efetivos:

$$s_t = p_{F,t} - p_{H,t} \quad (3.26)$$

Assume-se que a paridade do poder de compra (ou, simplesmente, PPC) é válida para todos os períodos. Assim, para todo $i, j \in [0, 1]$:

$$P_{i,t}(j) = \varepsilon_{i,t} P_{i,t}^i(j) \quad (3.27)$$

onde, $\varepsilon_{i,t}$ é a taxa de câmbio nominal, i.e., o preço da moeda do país i em termos da moeda doméstica, e $P_{i,t}^i(j)$ é o preço do bem j importado do país i , expresso na moeda do país i .

Resolvendo para os j bens:

$$P_{i,t} = \varepsilon_{i,t} P_{i,t}^i \quad (3.28)$$

onde, $P_{i,t} \equiv \left(\int_0^1 P_{i,t}^i(j)^{1-\varepsilon} dj \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$.

Log-linearizando (3.28) e integrando para todo i :

$$p_{F,t} = \int_0^1 (e_{i,t} + p_{i,t}^i) di$$

$$p_{F,t} = \int_0^1 e_{i,t} di + \int_0^1 p_{i,t}^i di$$

$$p_{F,t} = e_t + p_t^* \quad (3.29)$$

onde, e_t é a taxa de câmbio nominal efetiva, $p_{i,t}^i$ representa o *log* do índice de preços doméstico do país i (expresso na moeda do país i) e p_t^* é o *log* do índice de preços mundial.

Naturalmente, para o mundo não existe distinção entre o índice de preços para o consumidor e o índice de preços doméstico. Isto significa que também não existe distinção entre os níveis

inflacionários correspondentes. A partir da combinação da definição dos termos de troca efetivos com a equação (3.29):

$$s_t = e_t + p_t^* - p_{H,t} \quad (3.30)$$

Log-linearizando o índice de preços ao consumidor, a partir de (3.26):

$$p_t = (1 - \alpha) p_{H,t} + \alpha p_{F,t}$$

$$p_t = p_{H,t} + \alpha (p_{F,t} - p_{H,t})$$

$$p_t = p_{H,t} + \alpha s_t \quad (3.31)$$

A inflação doméstica é definida como a variação no índice de preços domésticos. Formalmente:

$$\pi_{H,t} \equiv p_{H,t} - p_{H,t-1} \quad (3.32)$$

$$\pi_{H,t} = \Delta p_{H,t}$$

Uma vez definida a inflação doméstica, é possível estabelecer uma relação com a inflação ao consumidor, dada por $\pi_t \equiv p_t - p_{t-1}$. A partir da equação anterior e de (3.31):

$$\pi_t = \Delta p_{H,t} + \alpha \Delta s_t$$

$$\pi_t = \pi_{H,t} + \alpha \Delta s_t \quad (3.33)$$

A equação (3.33) torna o hiato entre as duas medidas de inflação do modelo proporcional à variação percentual nos termos de troca. O coeficiente de proporcionalidade entre estas medidas é dado pelo índice de abertura comercial, α .

A taxa de câmbio real, $\wp_{i,t}$, é dada por:

$$\wp_{i,t} \equiv \frac{\varepsilon_{i,t} P_{i,t}^i}{P_{i,t}} \quad (3.34)$$

Log-linearizando (3.34):

$$q_{i,t} = e_{i,t} + p_{i,t}^i - p_{i,t} \quad (3.35)$$

Definindo $q_t \equiv \int_0^1 q_{i,t} di$ com o *log* da taxa real de câmbio efetiva, tem-se:

$$\begin{aligned} q_{i,t} &= \int_0^1 (e_{i,t} + p_{i,t}^i - p_{i,t}) di \\ q_{i,t} &= \int_0^1 e_{i,t} di + \int_0^1 p_{i,t}^i di - \int_0^1 p_{i,t} di \\ q_t &= e_t + p_t^* - p_t \end{aligned} \quad (3.36)$$

É possível reescrever a equação anterior, a partir de (3.30) e (3.31), para obter uma relação entre a taxa de câmbio real efetiva e os termos de troca (em *logs*) :

$$q_t = (1 - \alpha) s_t \quad (3.37)$$

Assumindo que os mercados são completos, a seguinte condição é válida para qualquer país i :

$$\beta \left(\frac{C_{t+1}^i}{C_t^i} \right)^{-\sigma} \left(\frac{P_t^i}{P_{t+1}^i} \right) \left(\frac{\varepsilon_t^i}{\varepsilon_{t+1}^i} \right) = Q_{t,t+1} \quad (3.38)$$

A partir da combinação das equações (3.20) e (3.38) com (3.34), para todo t :

$$C_t = \vartheta_i C_t^i \varrho_{i,t}^{\frac{1}{\sigma}} \quad (3.39)$$

onde, ϑ_i é uma constante que depende das condições iniciais de cada país.

Assumindo que as condições iniciais são simétricas, $\vartheta_i = \vartheta = 1$, para todo i . É possível, então, reescrever a equação anterior, *log*-linearizada, como:

$$c_t = c_t^i + \frac{1}{\sigma} q_{i,t} \quad (3.40)$$

Integrando a equação anterior para todo i :

$$\begin{aligned}
c_t &= \int_0^1 \left(c_t^i + \frac{1}{\sigma} q_{i,t} \right) di \\
c_t &= \int_0^1 c_t^i di + \frac{1}{\sigma} \int_0^1 q_{i,t} di \\
c_t &= c_t^* + \frac{1}{\sigma} q_t
\end{aligned} \tag{3.41}$$

Combinando a equação anterior com (3.37), obtém-se a relação entre o consumo doméstico, consumo mundial e os termos de troca:

$$c_t = c_t^* + \left(\frac{1 - \alpha}{\sigma} \right) s_t \tag{3.42}$$

onde, c_t^* é o \log do índice do consumo mundial.

De (3.21), é possível escrever $E_t\{Q_{t,t+1}\} = \frac{1}{R_t}$. Isto significa que o preço de equilíbrio de títulos denominados em moeda estrangeira, em termos da moeda doméstica, é $E_t\{Q_{t,t+1}\varepsilon_{i,t+1}\} = \frac{\varepsilon_{i,t}}{R_t}$. A partir da relação entre estas duas equações, obtém-se uma versão da paridade descoberta dos juros:

$$\begin{aligned}
E_t \left\{ Q_{t,t+1} \left[R_t - R_t^i \left(\frac{\varepsilon_{i,t+1}}{\varepsilon_{i,t}} \right) \right] \right\} &= 0 \\
R_t E_t \{ Q_{t,t+1} \} &= R_t^i E_t \left\{ Q_{t,t+1} \left(\frac{\varepsilon_{i,t+1}}{\varepsilon_{i,t}} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{3.43}$$

Log-linearizando a equação anterior:

$$r_t = r_t^i + E_t\{\Delta e_{i,t+1}\} \tag{3.44}$$

Integrando (3.44) em relação a i :

$$\begin{aligned}
r_t &= \int_0^1 r_t^i di + \int_0^1 E_t\{\Delta e_{i,t+1}\} di \\
r_t - r_t^* &= E_t\{\Delta e_{t+1}\}
\end{aligned} \tag{3.45}$$

De (3.30) e (3.45):

$$E_t\{e_{t+1}\} + r_t^* - r_t = s_t - p_t^* + p_{H,t} \quad (3.46)$$

Somando e subtraindo $p_{H,t}$ e p_{t+1}^* na equação anterior, e resolvendo para s_t :

$$\begin{aligned} s_t &= r_t^* - r_t - (p_{t+1}^* - p_t^*) + (p_{H,t+1} - p_{H,t}) + E_t\{e_{t+1}\} + p_{t+1}^* - p_{H,t+1} \\ s_t &= (r_t^* - E_t\{\pi_{t+1}^*\}) - (r_t - E_t\{\pi_{H,t+1}\}) + E_t\{s_{t+1}\} \end{aligned} \quad (3.47)$$

Como mostram Gali e Monacelli (2005), sob certas condições:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E_t\{s_T\} = 0 \quad (3.48)$$

Desta forma, é possível resolver (3.47) para a frente, obtendo uma equação que relaciona os termos de troca e os diferenciais de juros reais correntes e antecipados. Formalmente:

$$s_t = E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} [(r_{t+k}^* - \pi_{t+k+1}^*) - (r_{t+k} - \pi_{H,t+k+1})] \right\} \quad (3.49)$$

Na economia doméstica, uma firma típica produz um bem diferenciado com tecnologia linear, através da seguinte função de produção:

$$Y_t(j) = A_t N_t(j) \quad (3.50)$$

onde, A_t é a tecnologia e N_t , assim como no caso do agente representativo, representa as horas de trabalho.

A relação agregada (*log-linearizada*) é obtida a partir de todos os $j \in [0, 1]$ bens da economia:

$$y_t = a_t + n_t \quad (3.51)$$

onde, a_t segue um processo autorregressivo de ordem um dado por $a_t = \rho_a a_{t-1} + \xi_t$.

O custo marginal real é comum entre as firmas da economia doméstica que, em termos dos preços domésticos, é dado por:

$$mc_t = -v + w_t - p_{H,t} - a_t \quad (3.52)$$

onde, $v \equiv -\log(1 - \tau)$ e τ representa um subsídio de emprego.

Como em Calvo (1983), para introduzir certa rigidez no modelo, assume-se que $(1 - \theta)$ firmas seleccionadas de forma aleatória remarcam os preços a cada período, com independência entre a probabilidade de remarcação de cada firma e o tempo decorrido desde a última remarcação. A estratégia ótima da firma típica que vai remarcar o seu preço no período t é dada por:

$$\bar{p}_{H,t} = \mu + (1 - \beta\theta) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k E_t\{mc_{t+k} + p_{H,t}\} \quad (3.53)$$

onde, $\bar{p}_{H,t}$ é o *log* dos preços domésticos remarcados no período t e $\mu \equiv \log\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\right)$ denota o *log* do *mark-up* no estado estacionário.

Um aspecto interessante deste modelo, facilmente perceptível através da análise da equação anterior, é que as decisões de remarcação dos preços são *forward-looking*.

Uma vez apresentadas todas as definições e identidades relevantes, passa-se à análise da dinâmica de equilíbrio do modelo. A primeira condição para o equilíbrio implica que todos os j bens produzidos pela economia doméstica sejam consumidos domesticamente ou exportados para consumo externo. Formalmente:

$$Y_t(j) = C_{H,t}(j) + \int_0^1 C_{H,t}^i(j) di \quad (3.54)$$

onde, $C_{H,t}^i(j)$ representa a demanda do país i pelo bem j produzido domesticamente.

A partir da equação anterior, (3.10), (3.12), (3.14) e assumindo preferências simétricas entre os países, para todo $j \in [0, 1]$ e todo t :

$$Y_t(j) = \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}}\right)^{-\varepsilon} \left[(1 - \alpha) \left(\frac{P_{H,t}}{P_t}\right)^{-\eta} C_t + \alpha \int_0^1 \left(\frac{P_{H,t}}{\varepsilon_{i,t} P_{F,t}^i}\right)^{-\gamma} \left(\frac{P_{F,t}^i}{P_t^i}\right)^{-\eta} C_t^i di \right] \quad (3.55)$$

O produto doméstico agregado é definido como:

$$Y_t \equiv \left[\int_0^1 Y_t(j)^{1-\frac{1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (3.56)$$

De (3.55) e (3.56):

$$Y_t = (1 - \alpha) \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t + \alpha \int_0^1 \left(\frac{P_{H,t}}{\varepsilon_{i,t} P_{F,t}^i} \right)^{-\gamma} \left(\frac{P_{F,t}^i}{P_t^i} \right)^{-\eta} C_t^i di \quad (3.57)$$

Multiplicando e dividindo a equação anterior por $\left(\varepsilon_{i,t} P_{F,t}^i P_{H,t} P_t \right)^{-\eta}$ e usando (3.34):

$$\begin{aligned} Y_t &= (1 - \alpha) \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t + \alpha \int_0^1 \left(\frac{P_{H,t}}{\varepsilon_{i,t} P_{F,t}^i} \right)^{-\gamma} \left(\frac{P_{F,t}^i}{P_t^i} \right)^{-\eta} \left(\frac{\varepsilon_{i,t} P_{F,t}^i P_{H,t} P_t}{\varepsilon_{i,t} P_{F,t}^i P_{H,t} P_t} \right)^{-\eta} C_t^i di \\ Y_t &= (1 - \alpha) \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t + \alpha \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} \int_0^1 \left(\frac{\varepsilon_{i,t} P_{F,t}^i}{P_{H,t}} \right)^{\gamma-\eta} \left(\frac{P_{F,t}^i \varepsilon_{i,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t^i di \\ Y_t &= \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} \left[(1 - \alpha) C_t + \alpha \int_0^1 \left(\frac{\varepsilon_{i,t} P_{F,t}^i}{P_{H,t}} \right)^{\gamma-\eta} \vartheta_{i,t}^\eta C_t^i di \right] \end{aligned} \quad (3.58)$$

É possível reescrever a equação anterior a partir de (3.39) e da definição de termos de troca:

$$\begin{aligned} Y_t &= \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} \left[(1 - \alpha) C_t + \alpha \int_0^1 \left(\frac{\varepsilon_{i,t} P_{F,t}^i}{P_{H,t}} \right)^{\gamma-\eta} \vartheta_{i,t}^\eta \vartheta_{i,t}^{-\frac{1}{\sigma}} C_t^i di \right] \\ Y_t &= \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \left[(1 - \alpha) + \alpha \int_0^1 (S_t^i S_{i,t})^{\gamma-\eta} \vartheta_{i,t}^{\eta-\frac{1}{\sigma}} di \right] \end{aligned} \quad (3.59)$$

onde, S_t^i denota os termos de troca efetivos do país i e $S_{i,t}$ representa os termos de troca bilaterais entre a economia doméstica e o país i .

Log-linearizando a equação anterior, usando (3.31) e sabendo que $\int_0^1 s_t^i di = 0$:

$$\begin{aligned} y_t &= -\eta (p_{H,t} - p_t) + c_t + \alpha (\gamma - \eta) s_t + \alpha \left(\eta - \frac{1}{\sigma} \right) q_t \\ y_t &= c_t + \alpha \gamma s_t + \alpha \left(\eta - \frac{1}{\sigma} \right) q_t \end{aligned} \quad (3.60)$$

A equação anterior pode ser reescrita a partir de (3.37):

$$\begin{aligned}
y_t &= c_t + \alpha \gamma s_t + \alpha \left(\eta - \frac{1}{\sigma} \right) (1 - \alpha) s_t \\
y_t &= c_t + \alpha s_t \left(\gamma + \eta - \eta \alpha - \frac{1}{\sigma} + \frac{\alpha}{\sigma} \right) \\
y_t &= c_t + \frac{\alpha s_t}{\sigma} [\sigma \gamma + (1 - \alpha) (\sigma \eta - 1)] \\
y_t &= c_t + \frac{\alpha \omega}{\sigma} s_t
\end{aligned} \tag{3.61}$$

onde, $\omega = \sigma \gamma + (1 - \alpha) (\sigma \eta - 1)$.

Uma condição análoga a (3.61) é válida para todos os países. Para um país genérico i :

$$y_t^i = c_t^i + \frac{\alpha \omega}{\sigma} s_t^i \tag{3.62}$$

Agregando a equação anterior para todos os i países, tem-se que toda a produção mundial no período t é consumida pelo mundo no mesmo período. Formalmente:

$$\begin{aligned}
y_t^* &\equiv \int_0^1 c_t^i di + \frac{\alpha \omega}{\sigma} \int_0^1 s_t^i di \\
y_t^* &\equiv c_t^*
\end{aligned} \tag{3.63}$$

onde, y_t^* representa o *log* do índice da produção mundial e c_t^* é o *log* do índice de consumo mundial, conforme definição anterior.

Utilizando (3.41) e (3.63), pode-se reescrever (3.61) para obter uma relação do produto com o produto mundial e os termos de troca:

$$\begin{aligned}
y_t &= c_t^* + \left(\frac{1 - \alpha}{\sigma} \right) s_t + \frac{\alpha \omega}{\sigma} s_t \\
y_t &= y_t^* + \left(\frac{1 - \alpha + \alpha \omega}{\sigma} \right) s_t \\
y_t &= y_t^* + \frac{1}{\sigma_\alpha} s_t
\end{aligned} \tag{3.64}$$

onde, $\sigma_\alpha \equiv \frac{\sigma}{1 - \alpha + \alpha \omega} > 0$.

Combinando (3.23) com (3.61):

$$\begin{aligned}
y_t &= E_t\{c_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma} (r_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - \rho) + \frac{\alpha\omega}{\sigma} s_t \\
y_t &= E_t\{y_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma} (r_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - \rho) + \frac{\alpha\omega}{\sigma} E_t\{\Delta s_{t+1}\}
\end{aligned} \tag{3.65}$$

Usando (3.33) na equação anterior:

$$\begin{aligned}
y_t &= E_t\{y_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma} (r_t - E_t\{\pi_{H,t+1}\} - \rho) - \frac{\alpha(\omega-1)}{\sigma} E_t\{\Delta s_{t+1}\} \\
y_t &= E_t\{y_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma} (r_t - E_t\{\pi_{H,t+1}\} - \rho) - \frac{\alpha\Theta}{\sigma} E_t\{\Delta s_{t+1}\}
\end{aligned} \tag{3.66}$$

onde, $\Theta \equiv (\sigma\gamma - 1) + (1 - \alpha)(\sigma\eta - 1) = \omega - 1$.

Combinando (3.64) com (3.66), obtém-se uma versão da curva IS do modelo:

$$y_t = E_t\{y_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma_\alpha} (r_t - E_t\{\pi_{H,t+1}\} - \rho) + \alpha\Theta E_t\{\Delta y_{t+1}^*\} \tag{3.67}$$

É possível derivar uma equação relacionando as exportações líquidas em termos de produto doméstico, como uma fração do produto no estado estacionário:

$$nx_t \equiv \left(\frac{1}{Y_t}\right) \left(Y_t - \frac{P_t}{P_{H,t}} C_t\right) \tag{3.68}$$

Log-linearizando a equação anterior e usando (3.31):

$$\begin{aligned}
nx_t &= y_t - (p_t - p_{H,t} + c_t) \\
nx_t &= y_t - c_t - \alpha s_t
\end{aligned} \tag{3.69}$$

De (3.61) em (3.69), obtém-se a relação entre as exportações líquidas e os termos de troca:

$$nx_t = \alpha \left(\frac{\omega}{\sigma} - 1\right) s_t \tag{3.70}$$

A dinâmica da inflação doméstica é dada por:

$$\pi_{H,t} = \beta E_t\{\pi_{H,t+1}\} + \lambda \bar{m} \bar{c}_t \tag{3.71}$$

onde, $\lambda \equiv \frac{(1-\beta\theta)(1-\theta)}{\theta}$ e $\overline{mc}_t = mc_t - mc$ é o *log* da diferença entre o custo marginal real e o custo marginal no estado estacionário, dado por $mc \equiv -\log \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \equiv -\mu$.

Somando e subtraindo p_t em (3.52):

$$mc_t = -v + (w_t - p_t) + (p_t - p_{H,t}) - a_t \quad (3.72)$$

Reescrevendo a equação anterior a partir de (3.22):

$$mc_t = -v + \sigma c_t + \varphi n_t + \alpha s_t - a_t \quad (3.73)$$

De (3.41), (3.51) e (3.63) em (3.73):

$$\begin{aligned} mc_t &= -v + \sigma c_t^* + (1 - \alpha) s_t + \varphi y_t - \varphi a_t + \alpha s_t - a_t \\ mc_t &= -v + \sigma c_t^* + \varphi y_t + s_t - (1 - \varphi) a_t \end{aligned} \quad (3.74)$$

A equação anterior mostra que o custo marginal é impactado positivamente pelo produto mundial, pelos termos de troca e pelo produto doméstico. Como esperado, a tecnologia - ou produtividade - reduz o custo marginal. De (3.64) em (3.74):

$$mc_t = -v + (\sigma_\alpha + \varphi) y_t + (\sigma - \sigma_\alpha) y_t^* - (1 - \varphi) a_t \quad (3.75)$$

O hiato do produto, definido como o desvio do *log* do produto doméstico, y_t , da sua taxa natural, \bar{y}_t , é dado por:

$$x_t = y_t - \bar{y}_t \quad (3.76)$$

Sabe-se que a taxa natural do produto (ou produto potencial) é o nível de equilíbrio do produto na ausência de toda e qualquer rigidez nominal. Este nível pode ser encontrado fazendo com que $mc_t = -\mu$ para todo t , usando a definição $\sigma \equiv \sigma_\alpha (1 - \alpha + \alpha\omega)$ e resolvendo para o produto doméstico em (3.75):

$$\begin{aligned}\bar{y}_t &= \frac{\nu - \mu}{\sigma_\alpha + \varphi} - \frac{\sigma - \sigma_\alpha}{\sigma_\alpha + \varphi} y_t^* + \frac{1 + \varphi}{\sigma_\alpha + \varphi} a_t \\ \bar{y}_t &= \frac{\nu - \mu}{\sigma_\alpha + \varphi} - \alpha \frac{\Theta \sigma_\alpha}{\sigma_\alpha + \varphi} y_t^* + \frac{1 + \varphi}{\sigma_\alpha + \varphi} a_t \\ \bar{y}_t &= \Omega + \alpha \Psi y_t^* + \Gamma a_t\end{aligned}\tag{3.77}$$

onde, $\Omega \equiv \frac{\nu - \mu}{\sigma_\alpha + \varphi}$, $\Psi \equiv -\frac{\Theta \sigma_\alpha}{\sigma_\alpha + \varphi}$ e $\Gamma \equiv \frac{1 + \varphi}{\sigma_\alpha + \varphi} > 0$.

Usando (3.75), (3.77) e a definição de $\bar{m}c_t$, chega-se a uma relação entre o custo marginal real e o hiato do produto:

$$\begin{aligned}y_t - \bar{y}_t &= \frac{mc_t + \mu}{\sigma_\alpha + \varphi} \\ x_t (\sigma_\alpha + \varphi) &= mc_t + \mu \\ \bar{m}c_t &= (\sigma_\alpha + \varphi) x_t\end{aligned}\tag{3.78}$$

Por fim, é possível obter uma versão da curva de Phillips Nova-Keynesiana através da combinação de (3.71) com (3.78):

$$\pi_{H,t} = \beta E_t \{ \pi_{H,t+1} \} + k_\alpha x_t\tag{3.79}$$

onde, $k_\alpha \equiv \lambda (\sigma_\alpha + \varphi)$.

Através da análise de (3.79), é fácil notar que o grau de abertura comercial, α , somente afeta a dinâmica da inflação graças à sua influência na inclinação da curva de Phillips Nova-Keynesiana. Em outras palavras, α altera a magnitude da resposta da inflação a variações no hiato do produto.

3.3 Conclusões

Uma vez apresentadas as equações do modelo, alguns comentários se fazem necessários. O modelo completo consiste em uma curva IS dinâmica (equação 3.67), uma curva de Phillips Nova-Keynesiana (equação 3.79), além de uma regra de política monetária, introduzida no próximo capítulo.

Para determinado nível de preços, o equilíbrio entre a curva IS e a regra de política monetária gera um ponto da curva de demanda agregada. Variando o nível de preços, obtêm-se inúmeras relações de equilíbrio entre a curva IS e a regra de política monetária, que, conseqüentemente, geram toda a curva de demanda agregada. A curva de Phillips Nova-Keynesiana representa a oferta agregada e, assim, o equilíbrio da economia é obtido pela relação entre as curvas de oferta agregada e demanda agregada. Essa relação, por sua vez, é dada pelo *trade-off* entre produto e inflação, como observado nas equações do modelo.

4. A POLÍTICA MONETÁRIA NO BRASIL

4.1 Introdução

Neste capítulo, é utilizado o modelo DSGE de Gali e Monacelli (2005), apresentado no capítulo 3, para avaliação da condução da política monetária pelo Banco Central do Brasil. Esta avaliação é realizada através da estimação do referido modelo através da metodologia de *data cloning*. Adicionalmente, também são conduzidas avaliações a respeito da acomodação de choques no modelo, por funções de impulso resposta.

4.2 O Modelo Simplificado

Para a estimação do modelo, são necessárias algumas simplificações, uma vez que a sua forma original gera problemas nesta etapa como, por exemplo, de identificação (Lubik e Schorfheide (2007)). São elas: imposição da elasticidade de substituição intertemporal à unidade e oferta de trabalho perfeitamente elástica.

Desta forma, a curva IS dinâmica pode ser reescrita como:

$$y_t = E_t\{y_{t+1}\} - \left[\frac{1 - \alpha(2 - \alpha)(1 - \sigma)}{\sigma} \right] (r_t - E_t\{\pi_{t+1}\}) + \\ + \left[\frac{1 - \alpha(2 - \alpha)(1 - \sigma)}{\sigma} \right] \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) - \alpha \left[\frac{1 - \alpha(2 - \alpha)(1 - \sigma)}{\sigma} \right] E_t\{\Delta s_{t+1}\} - \\ - [\alpha(2 - \alpha)(1 - \sigma)] E_t\{\Delta y_{t+1}^*\} \quad (4.1)$$

onde todos os parâmetros em (4.1) seguem as definições do capítulo 3, assim como os parâmetros das demais equações apresentadas a seguir.

A curva de Phillips Nova-Keynesiana resume-se a:

$$\pi_t = \beta E_t\{\pi_{t+1}\} + \alpha \beta E_t\{\Delta s_{t+1}\} - \alpha \Delta s_t + \frac{\lambda \sigma}{1 - \alpha(2 - \alpha)(1 - \sigma)} (y_t - \bar{y}_t) \quad (4.2)$$

onde, $\lambda > 0$ é uma constante que captura o grau de rigidez de preços.

Para fechar o modelo, se faz necessário introduzir uma regra de política monetária para o Banco Central. Assim como em Furlani et al. (2010), são utilizadas duas diferentes regras de Taylor, em que a autoridade monetária reage a movimentos na inflação, produto e taxa de câmbio:

$$r_t = \rho_R r_{t-1} + \psi_1 \pi_t + \psi_2 y_t + \psi_3 \Delta e_t + \varepsilon_t^R \quad (4.3)$$

$$r_t = \rho_R r_{t-1} + (1 - \rho_R) (\psi_1 \pi_t + \psi_2 y_t + \psi_3 \Delta e_t) + \varepsilon_t^R \quad (4.4)$$

onde, $0 < \rho_R < 1$ introduz persistência na taxa nominal de juros, $\psi_1, \psi_2, \psi_3 \geq 0$ e ε_t^R é um componente não sistemático da política monetária, i.e., um choque exógeno, com variância σ_R^2 .

Considera-se que a Paridade do Poder de Compra é válida e, assim:

$$\pi_t = \Delta e_t + (1 - \alpha) \Delta s_t + \pi_t^* \quad (4.5)$$

onde, π_t^* é um choque de inflação mundial, capturando desvios da Paridade do Poder de Compra, com variância σ_π^2 .

A taxa de câmbio evolui de acordo com a seguinte equação:

$$\Delta e_t = \rho_E \Delta e_{t-1} + \varepsilon_t^E \quad (4.6)$$

onde, $0 < \rho_E < 1$ e ε_t^E é um choque exógeno, com variância σ_E^2 .

A evolução dos termos de troca é dada por:

$$\Delta s_t = \rho_S \Delta s_{t-1} + \varepsilon_t^S \quad (4.7)$$

onde, $0 < \rho_S < 1$ e ε_t^S é um choque exógeno, com variância σ_S^2 .

Pode-se escrever, então:

$$\left[\frac{1 - \alpha(2 - \alpha)(1 - \sigma)}{\sigma} \right] \Delta s_t = \Delta y_t^* - \Delta y_t \quad (4.8)$$

A interpretação da equação anterior é direta: uma elevação no produto mundial, *ceteris paribus*, aumenta a demanda por bens produzidos domesticamente e, por conseguinte, os termos

de troca.

O conjunto das equações anteriores forma o sistema a ser estimado, a partir da metodologia de *data cloning* apresentada no capítulo 2, para avaliação da condução da política monetária pelo Banco Central do Brasil.

4.3 Evidências Econométricas

A amostra utilizada para a estimação inclui observações trimestrais e *log*-linearizadas do produto interno bruto (PIB), inflação ao consumidor, taxa de juros nominal, taxa de câmbio nominal e termos de troca, desde o primeiro trimestre de 2000 até o primeiro trimestre de 2013, incluindo 53 observações de cada variável. O período pós-2000 foi escolhido por ter uma política monetária mais estável e definida, com o sistema de metas para a inflação - anteriormente, o Banco Central do Brasil seguia um regime de câmbio administrado.

A série encadeada do PIB trimestral com ajuste sazonal e a série mensal do IPCA, cuja variação foi acumulada em três meses para obter o dado trimestral, foram extraídas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Para a taxa de juros nominal, foi utilizada a taxa Selic, disponibilizada pelo Banco Central do Brasil e também transformada no regime trimestral. Da mesma fonte, foi obtida a taxa de câmbio nominal BRL/USD, utilizando o valor de venda da PTAX no final do período. Os dados de importações e exportações, necessários para calcular os termos de troca, foram obtidos junto à Fundação Centro de Estudos do Comércio Exterior (FUNCEX).

Duas outras séries foram construídas: o PIB potencial e o PIB mundial. A primeira resulta da aplicação do filtro estatístico de Hodrick-Prescott (HP) na série do PIB. Vale ressaltar que outras medidas de PIB potencial apresentaram resultados semelhantes na estimação, tais como o filtro de Christiano-Fitzgerald, tendência linear e o uso do Filtro de Kalman. O PIB mundial foi construído através de dados da OCDE e do FMI, ponderados pela paridade do poder de compra, representando aproximadamente 90% do PIB mundial.

A estimação foi realizada através de programa proprietário no pacote Dynare, no Matlab, com $k = 100$ clones. A tabela 4.1 apresenta os resultados obtidos para a regra de Taylor da equação (4.3):

Tabela 4.1: Estimação dos Parâmetros - Regra de Taylor da Equação (4.3)

Parâmetro	Média	Desvio-Padrão	Intervalo de Confiança	p-valor
α	0.4269	0.0416	[0.4265;0.4274]	0.0000
σ	0.8387	0.0563	[0.8385;0.8388]	0.0000
β	0.9949	0.0057	[0.9839;1.0060]	0.0000
λ	1.8234	0.0506	[1.8232;1.8235]	0.0000
ρ_R	0.3827	0.0778	[0.2303;0.5352]	0.0110
ψ_1	0.1110	0.1329	[-0.1496;0.3715]	0.5631
ψ_2	0.4970	0.0071	[0.4831;0.5110]	0.0000
ψ_3	0.0772	0.1571	[-0.2307;0.3851]	0.7071
ρ_S	0.9853	0.0292	[0.9280;1.0426]	0.0000
ρ_E	0.9999	0.0219	[0.9570;1.0427]	0.0000

Fonte: Elaborado pelo autor

A análise dos resultados desta estimação sugere evidências não economicamente razoáveis, principalmente por conta da média estimada para ψ_1 . Não há evidências para afirmar que ψ_1 seja estatisticamente diferente de zero, um resultado controverso para um Banco Central que conduz a política monetária através de um sistema de metas para a inflação.

Adicionalmente, os resultados obtidos parecem sugerir um problema de identificação no modelo (Fernandez-Villaverde e Rubio-Ramirez (2004), An e Schorfheide (2007), Canova e Sala (2009)). De acordo com Canova (2007), um indício de problemas de identificação em modelos DSGE pode ser extraído a partir da comparação das médias das distribuições *a priori* e *a posteriori*. Parâmetros não identificados possuem médias iguais para as distribuições *a priori* e *a posteriori*. De forma análoga, para parâmetros identificados, estas médias são diferentes.

Uma possível solução para este problema de identificação, ainda segundo Canova (2007), passa pela reparametrização do modelo. É utilizada, portanto, a regra de Taylor alternativa da equação (4.4), nos moldes de Lubik e Schorfheide (2007). Os resultados desta estimação são apresentados na tabela 4.2:

Com esta especificação, obtém-se resultados economicamente razoáveis. A média estimada para ψ_1 indica que o Banco Central do Brasil segue uma política anti-inflacionária. O Banco Central também reage ao produto e a variações cambiais, como mostram as médias de ψ_2 e ψ_3 , respectivamente. Ainda sobre a função de reação da autoridade monetária brasileira, a média para ρ_R indica certo grau de persistência nos juros nominais e, por conseguinte, uma trajetória

Tabela 4.2: Estimação dos Parâmetros - Regra de Taylor da Equação (4.4)

Parâmetro	Média	Desvio-Padrão	Intervalo de Confiança	p-valor
α	0.0168	0.0045	[0.0080;0.0257]	0.1366
σ	0.9996	0.0446	[0.9991;1.0001]	0.0000
β	0.9393	0.0068	[0.9258;0.9527]	0.0000
λ	1.5288	0.0031	[1.5227;1.5350]	0.0000
ρ_R	0.7038	0.0326	[0.7035;0.7042]	0.0000
ψ_1	0.7320	0.0027	[0.7268;0.7372]	0.0000
ψ_2	0.5310	0.0057	[0.5198;0.5421]	0.0000
ψ_3	0.5873	0.0719	[0.4463;0.7284]	0.0000
ρ_S	0.8999	0.0313	[0.8386;0.9612]	0.0000
ρ_E	0.8067	0.0232	[0.7613;0.8522]	0.0000

Fonte: Elaborado pelo autor.

suave para a taxa de juros.

As demais médias estimadas também apresentam valores coerentes com a teoria econômica e com a realidade brasileira. Uma exceção é valor estimado para α . A sua interpretação neste tipo de modelo, entretanto, não reflete com fidelidade o grau de abertura comercial e deve ser realizada com cautela, de acordo com Lubik e Schorfheide (2007) e Justiniano e Preston (2009). Isto ocorre pois este parâmetro deve apresentar valor cabível nas rígidas restrições impostas pelas relações entre as equações.

Vale destacar que os resultados desta estimação são consistentes com a literatura, especialmente com Furlani et al. (2010). Os autores utilizaram o mesmo modelo desta tese para avaliar possível alteração na condução da política monetária brasileira devido a variações cambiais.

Esta comparação sugere que as evidências de alteração de estratégia do Banco Central do Brasil a partir de 2010 (Sales e Barroso (2012), Silva e Harris (2012), Barroso et al. (2013)) não configuraram quebra na condução da política monetária.¹ Naquele ano, em contexto de elevada liquidez global, a economia brasileira mostrou sinais de superaquecimento. A reação da autoridade monetária a este cenário incluiu, além de política monetária convencional, a implantação de uma série de medidas macroprudenciais.

¹Para testar formalmente quebra nos parâmetros, foi estimado um modelo VAR com mudança de regime. Os resultados deste exercício corroboraram a avaliação comparativa com os resultados de Furlani et al. (2010), não indicando a existência de quebra estruturais.

É importante mencionar, contudo, que o uso de medidas macroprudenciais pode apresentar custos relevantes, como o aumento de incerteza, devido a dificuldades em sua comunicação (Sales e Barroso (2012)), resultando em ambiente econômico menos previsível. Vale destacar também que as medidas macroprudenciais, concebidas para aumentar o poder e a eficiência da política monetária convencional, juntamente com a elevação dos juros nominais, não foram suficientes para fazer com que a inflação convergisse para o centro da meta estabelecida pelo Conselho Monetário Nacional.

Tabela 4.3: Estatísticas Descritivas Seleccionadas

Série	2000.01-2013.01	2000.01-2009.04	2010.01-2013.01
PIB (% Média Trimestral, A.S.)	0.82	0.87	0.66
PIB (% Média Trimestral Anualizada)	3.32	3.54	2.65
PIB Potencial (% Média Trimestral, A.S.)	0.83	0.85	0.76
PIB Potencial (% Média Trimestral Anualizada)	3.36	3.46	3.06
IPCA (% Média Mensal, N.A.S.)	0.53	0.54	0.51
IPCA (% Média Trimestral Anualizada)	6.54	6.64	6.23
Taxa de Câmbio (BRL/USD, Venda, Média)	2.2193	2.3513	1.8112
Taxa Selic Efetiva (% a.a., Média)	14.68	16.26	9.80

Fonte: Elaborado pelo autor.

A estabilidade de preços e um ambiente econômico previsível foram fatores extremamente importantes para fortalecer os mecanismos de transmissão da política monetária durante os primeiros anos do sistema de metas para a inflação, como discutido em Bevilaqua et al. (2007). Estas condições são necessárias para o crescimento sustentável da economia e, neste sentido, a estratégia adotada pelo Banco Central do Brasil parece equivocada. Assim, não pode ser considerado surpreendente o baixo crescimento do produto observado na economia brasileira nos últimos anos, com redução do PIB potencial (tabela 4.3).

4.4 Evidências de Simulação

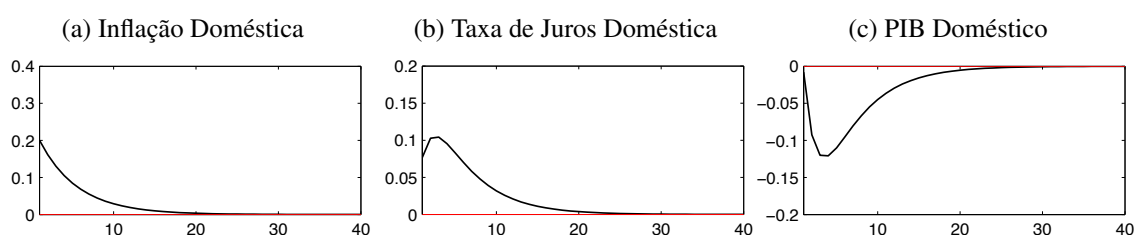
Nesta seção, é realizado um exercício de simulação para avaliar a dissipação de choques na economia, a partir do modelo estimado na primeira seção do presente capítulo. Os parâmetros do modelo foram calibrados a partir do resultado de estimação, considerando a regra de Taylor da equação (4.4).

Para este exercício, foi utilizado programa de elaboração do autor no pacote Dynare, no

Matlab, e considerados dois tipos de choques, afetando a economia separadamente, quais sejam: choques na taxa de câmbio e inflação mundial. Estes choques foram escolhidos pois sumariam importantes canais de impacto de crises passadas na economia brasileira.

A seguir, são apresentadas as funções de impulso resposta para um choque na taxa de câmbio.

Figura 4.1: Funções de Impulso Resposta - Choque na Taxa de Câmbio

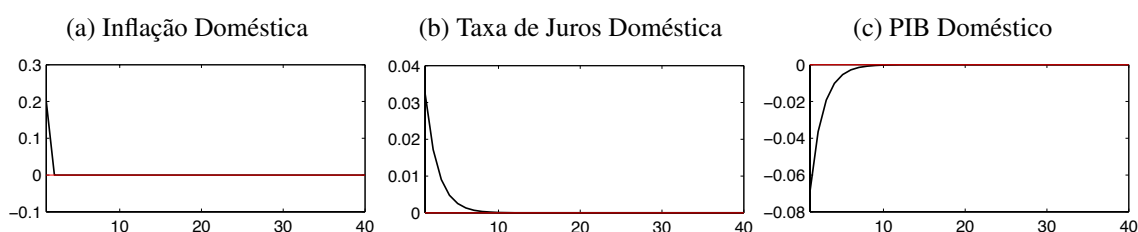


Fonte: Elaborado pelo autor.

A análise da figura 4.1 indica que um choque positivo na taxa de câmbio gera um aumento da inflação e leva o Banco Central a adotar uma política monetária contracionista, com redução do produto interno bruto. Após o choque, são necessários vinte trimestres para que as variáveis retornem para seus respectivos estados-estacionários.²

Um choque na inflação mundial é transmitido para a economia doméstica, neste modelo, através dos termos de troca. Assim, um choque positivo eleva os termos de troca, com impacto na mesma direção para a inflação doméstica e para a taxa de juros. Nesta cenário, como esperado, o produto interno bruto doméstico apresenta queda.

Figura 4.2: Funções de Impulso Resposta - Choque na Inflação Mundial



Fonte: Elaborado pelo autor.

²Vale mencionar que, neste modelo, um choque nos termos de troca possui impacto muito semelhante ao apresentado na simulação de choque na taxa de câmbio, com aumento da inflação e dos juros nominais, além de queda no PIB.

A acomodação completa do choque da inflação mundial na economia doméstica ocorre de forma rápida, especialmente quando comparado ao choque na taxa de câmbio. Passados seis trimestres, este choque foi completamente absorvido e as variáveis retornaram para seus respectivos estados-estacionários.

Os resultados das simulações desta seção, além de coerentes com a teoria econômica, encontram suporte na literatura (Minella (2001) e Furlani et al. (2010)).

4.5 Conclusões

Este capítulo objetivava avaliar a condução da política monetária pelo Banco Central do Brasil, através da estimação pelo método de *data cloning* do modelo DSGE de Gali e Monacelli (2005), apresentado em detalhes no capítulo anterior. Os resultados encontrados indicaram que a autoridade monetária segue uma política anti-inflacionária, reage ao produto e a variações cambiais, além de gerar uma trajetória suave para a taxa de juros ao longo do tempo. Foram encontrados indícios de que a alteração de estratégia do Banco Central a partir de 2010, com a introdução de uma série de medidas macroprudenciais, não configurou quebra na condução da política monetária.

Adicionalmente, neste capítulo, foi realizado exercício de simulação para avaliar a acomodação, na economia brasileira, dos choques mais relevantes verificados em crises passadas. Os resultados encontrados foram coerentes com o que sugere a teoria econômica e a literatura. Um choque positivo na taxa de câmbio, *ceteris paribus*, gerou um aumento da inflação doméstica, levando o Banco Central a adotar uma política monetária contracionista, com redução do PIB. Movimentos semelhantes ocorreram nas mesmas variáveis quando simulado um choque positivo na inflação mundial.

5. CONCLUSÕES

Na presente tese, foi utilizada uma versão simplificada do modelo de equilíbrio-geral estocástico e dinâmico de Gali e Monacelli (2005) para avaliação da condução da política monetária pelo Banco Central do Brasil no período do sistema de metas para a inflação. Esta avaliação foi realizada de forma inovadora, introduzindo duas alterações extremamente importantes em relação às publicações anteriores, quais sejam: o período de análise e, principalmente, o método de estimação.

De forma geral, os trabalhos anteriores não consideram o período pós-crise nas análises, mesmo aqueles publicados recentemente. Neste período, foram introduzidas uma série de medidas monetárias e fiscais expansionistas para conter os efeitos negativos da crise internacional sobre a economia brasileira, que pode ter introduzido choques exógenos indesejáveis à modelagem da economia (Vasconcelos e Divino (2012)). Ainda assim, ele não deve ser desconsiderado em uma avaliação precisa do comportamento do Banco Central, já que pode levar a interpretações equivocadas sobre o comportamento da autoridade monetária na ocorrência de novas crises.

A segunda e mais importante inovação desta tese refere-se ao método de estimação. A maior parte das estimações de modelos DSGE faz uso de métodos Bayesianos. Estes métodos apresentam problemas relevantes na estimação de modelos DSGE como, por exemplo, a grande dependência da escolha da distribuição *a priori*. Diferentes distribuições *a priori* podem levar a diferentes resultados e, por conseguinte, conclusões distintas sobre o objeto analisado.

Para contornar estes problemas e cumprir o objetivo deste trabalho, evitando resultados viesados, é utilizada a metodologia de *data cloning*, proposta por Lele et al. (2007) e Lele et al. (2010), e discutida em Furlani et al. (2013). Através deste método, é possível criar um estimador de máxima verossimilhança robusto aos problemas de valores iniciais e não sensível à escolha das distribuições *a priori*. Estas características são ainda mais importantes quando a amostra é pequena, como no caso das estimações realizadas nesta tese.

O método de *data cloning* foi apresentado em detalhes no capítulo 2, além de evidências de sua robustez aos problemas usuais encontrados nos principais métodos de estimação por

máxima verossimilhança e que favorecem o seu uso na estimação de modelos DSGE.

Estas evidências foram extraídas de dois experimentos. No primeiro deles, foi utilizado o banco de dados de Schorfheide (2000) e o modelo CIA apresentado pelo autor em um exercício comparativo da metodologia de *data cloning* com os principais métodos de estimação de máxima verossimilhança. Foram encontradas diferenças significativas nos resultados de estimação dos principais métodos de máxima verossimilhança e grande dependência do vetor e valores iniciais. Os estimadores de *data cloning* apresentaram baixa variabilidade, evidenciando a robustez deste método ao problema das condições iniciais.

O segundo experimento objetivou dar suporte ao uso do método de *data cloning* na estimação de modelos DSGE. Mais uma vez, os resultados indicaram pouca sensibilidade deste método às condições iniciais. O método de *data cloning* também apresentou bons resultados em termos de viés e RMSE, diferentemente dos estimadores mais importantes de máxima verossimilhança.

Na penúltima seção do referido capítulo, foram apresentadas evidências de identificações dos parâmetros nas estimativas de *data cloning*, seguindo Lele et al. (2010). Convergência também foi avaliada em um terceiro experimento, atingida quando a variação na verossimilhança marginal, obtida pela estimação de MCMC entre os modelos com k e $k + 1$ clones, fosse menor que 0,001. Por este critério, convergência ocorreu com apenas 21 clones, mostrando que o método de *data cloning* é pouco custoso computacionalmente.

O capítulo seguinte desenvolveu e apresentou, equação por equação, o modelo DSGE de Gali e Monacelli (2005). Resumidamente, o modelo consiste em uma curva IS dinâmica, uma curva de Phillips Nova-Keynesina, além de uma regra de política monetária. Para determinado nível de preços, o equilíbrio entre a curva IS e a regra de política monetária gera um ponto da curva de demanda agregada. Variando o nível de preços, obtêm-se inúmeras relações de equilíbrio entre a curva IS e a regra de política monetária, que, conseqüentemente, geram toda a curva de demanda agregada. A curva de Phillips Nova-Keynesiana representa a oferta agregada e, assim, o equilíbrio da economia é obtido pela relação entre as curvas de oferta agregada e demanda agregada, dado pelo *trade-off* entre produto e inflação.

No capítulo 4, o modelo DSGE proposto no capítulo anterior foi estimado pelo método

de *data cloning*, para atender ao objetivo principal desta tese e avaliar a condução da política monetária pelo Banco Central do Brasil. Os resultados encontrados indicaram que a autoridade monetária segue uma política anti-inflacionária, reage ao produto e a variações cambiais, além de gerar uma trajetória suave para a taxa de juros ao longo do tempo. Foram encontrados indícios de que a alteração de estratégia do Banco Central a partir de 2010, com a introdução de uma série de medidas macroprudenciais, não configurou quebra na condução da política monetária.

É importante mencionar, contudo, que o uso de tais medidas pode implicar em custos relevantes, como o aumento de incerteza, devido a dificuldades em sua comunicação (Sales e Barroso (2012)), resultando em ambiente econômico menos previsível. Vale destacar também que as medidas macroprudenciais, concebidas para aumentar o poder e a eficiência da política monetária convencional, juntamente com a elevação dos juros nominais, não foram suficientes para fazer com que a inflação convergisse para o centro da meta estabelecida pelo Conselho Monetário Nacional.

A estabilidade de preços e um ambiente econômico previsível foram fatores extremamente importantes para fortalecer os mecanismos de transmissão da política monetária durante os primeiros anos do sistema de metas para a inflação, como discutido em Bevilaqua et al. (2007). Estas condições são necessárias para o crescimento sustentável da economia e, neste sentido, a estratégia adotada pelo Banco Central do Brasil parece equivocada. Assim, não pode ser considerado surpreendente o baixo crescimento do produto observado na economia brasileira nos últimos anos, com redução do PIB potencial.

Por fim, neste mesmo capítulo, foi realizado exercício de simulação para avaliar a acomodação, na economia brasileira, dos choques mais relevantes verificados em crises passadas. Os resultados encontrados foram coerentes com o que sugere a teoria econômica e a literatura. Um choque positivo na taxa de câmbio, *ceteris paribus*, gerou um aumento da inflação doméstica, levando o Banco Central a adotar uma política monetária contracionista, com redução do PIB. Movimentos semelhantes ocorreram nas mesmas variáveis quando simulado um choque positivo na inflação mundial.

REFERÊNCIAS

- Aerosa, W.; Coelho, C. Utilizando um Modelo DSGE para Avaliar os Efeitos Macroeconômicos dos Recolhimentos Compulsórios no Brasil. **Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil**, n. 303, 2013.
- An, S.; Schorfheide, F. **Bayesian Analysis of DSGE Models**. *Econometric Reviews*, 2007.
- Baghishani, H.; Mohammadzadeh, M. A Data Cloning Algorithm for Computing Maximum Likelihood Estimates in Spatial Generalized Linear Mixed Models. **Computational Statistics and Data Analysis**, n. 55(4), p. 1748–1759, 2011.
- Barroso, J.; Silva, L.; Sales, A. Quantitative Easing and Related capital Flows into Brazil: Measuring the Effects and Transmission Channels through a Rigorous Counterfactual Evaluation. **Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil**, n. 313, 2013.
- Bencivenga, V. An Econometric Study of Hours and Output Variation with Preference Shocks. **International Economic Review**, n. 33, p. 449–471, 1992.
- Bevilaqua, A.; Mesquita, M.; Minella, A. Brazil: Taming Inflation Expectations. **Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil**, n. 129, 2007.
- Calvo, G. Staggered Prices in a Utility Maximizing Framework. **Journal of Monetary Economics**, n. 12, p. 383–398, 1983.
- Canova, F. **Methods for Applied Macroeconomics Research**. Princeton University Press, 2007.
- Canova, F.; Sala, L. Back to Square One: Identification Issues in DSGE Models. **Journal of Monetary Economics**, n. 56(4), p. 431–449, 2009.
- Carvalho, F.; Valli, M. Fiscal Policy in Brazil through the Lens of an Estimated DSGE Model. **Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil**, n. 240, 2011.

Castro, M.; Gouvea, S.; Minella, A.; Santos, R.; Souza-Sobrinho, N. SAMBA: Stochastic Analytical Model with a Bayesian Approach. **Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil**, n. 239, 2011.

Chernozhukov, V.; Hong, H. Likelihood Estimation and Inference in a Class of Nonregular Econometric Models. **Econometrica**, n. 72(5), p. 1445–1480, 2004.

DeJong, D.; Ingram, B.; Whiteman, C. A Bayesian Approach to Dynamic Macroeconomics. **Journal of Econometrics**, n. 98, p. 203–233, 2000a.

DeJong, D.; Ingram, B.; Whiteman, C. Keynesian Impulses versus Solow Residuals: Identifying Sources of Business Cycles Fluctuations. **Journal of Applied Econometrics**, n. 15, p. 311–329, 2000b.

DeJong, D. N.; Dave, C. **Structural Macroeconometrics**. Princeton University Press, 2007.

Doucet, A.; Godsill, S.; Robert, C. Marginal Maximum a Posteriori Estimation Using Markov Chain Monte Carlo. **Statistics and Computing**, n. 12, p. 77–84, 2002.

Fernandez-Villaverde, J.; Rubio-Ramirez, J. Comparing Dynamic Equilibrium Models to Data: a Bayesian Approach. **Journal of Econometrics**, n. 123, p. 153–187, 2004.

Furlani, L. G. C.; Laurini, M. P.; Portugal, M. S. Exchange Rate Movements and Monetary Policy in Brazil: Econometric and Simulation Evidence. **Economic Modelling**, n. 27, p. 284–295, 2010.

Furlani, L. G. C.; Laurini, M. P.; Portugal, M. S. **Data Cloning**: Maximum Likelihood Estimation of DSGE Models. In: 35th Meeting of the Brazilian Econometric Society, 2013.

Gali, J.; Monacelli, T. Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy. **Review of Economic Studies**, 2005.

Herbst, E. **Gradient and Hessian-based MCMC for DSGE Models**. 2011. Manuscript.

Herbst, E.; Schorfheide, F. **Sequential Monte Carlo Sampling for DSGE Models**. 2013. Manuscript.

Ingram, B.; Kocherlakota, N.; Savin, N. Explaining Business Cycles: a Multiple-shock Approach. **Journal of Monetary Economics**, n. 34, p. 415–428, 1994.

Ireland, P. Sticky-price Models of the Business Cycle: Specification and Stability. **Journal of Monetary Economics**, n. 47, p. 3–18, 2001.

Ireland, P. A Method for Taking Models do the Data. **Journal of Economic Dynamics and Control**, n. 28, p. 1205-1226, 2004.

Justiniano, M.; Preston, B. Can Structural Small Open Economy Models Account for the Influence of Foreign Disturbances? **Working Paper, Federal Reserve Bank of Chicago**, n. 19, 2009.

Kim, J. Constructing and Estimating a Realistic Optimizing Model of Monetary Policy. **Journal of Monetary Economics**, n. 45, p. 329–359, 2000.

Lele, S. R.; Dennis, B.; Lutscher, F. Data Cloning: Easy Maximum Likelihood Estimation for Complex Ecological Models using Bayesian Markov Chain Monte Carlo Methods. **Ecology Letters**, n. 10, p. 551–563, 2007.

Lele, S. R.; Nadeem, K.; Schmuland, B. Estimability and Likelihood Inference for Generalized Linear Mixed Models Using Data Cloning. **Journal of the American Statistical Association**, n. 105(492), p. 1617–1625, 2010.

Lubik, T. A.; Schorfheide, F. Do Central Banks Respond to Exchange Rate Movements? **Journal of Monetary Economics**, n. 54(4), p. 1069–1087, 2007.

Minella, A. Monetary Policy and Inflation in Brazil (1975-2000): A VAR Estimation. **Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil**, n. 33, 2001.

Nunes, A.; Portugal, M. S. **Políticas Fiscal e Monetária Ativas e Passivas: uma Análise para o Brasil Pós-Metas de Inflação**. In: ANPEC, 2009.

Poirier, D. J. What is Sensible for your Agents Should be Sensible for Yourself. **Journal of Econometrics**, n. 170, p. 249–250, 2012.

Robert, C. P. **Feedback on Data Cloning**. 2010. Disponível em: <<http://xianblog.wordpress.com/2010/09/22/feedback-on-data-cloning/>>. Acesso em: 23 fev. 2014.

Robert, C. P.; Casella, G. **Monte Carlo Statistical Methods**. Springer. 2005.

Robert, C. P.; Soubiran, C. Estimation of a Normal Mixture Model through Gibbs Sampling and Prior Feedback. **Test**, n. 1–2(2), p. 125–146, 1993.

Ruge-Murcia, F. Methods to Estimate Dynamic Stochastic General Equilibrium Models. **Journal of Economic Dynamics and Control**, n. 31, p. 2599–2636, 2007.

Sales, A.; Barroso, J. Coping with the Complex Global Environment: a Brazilian Perspective on Emerging Market Issues. **Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil**, n. 292, 2012.

Schorfheide, F. Loss Function-based Evaluation of DSGE Models. **Journal of Applied Econometrics**, n. 15, p. 645–670, 2000.

Silva, L.; Harris, R. Sailing Through the Global Financial Storm: Brazil's Recent Experience with Monetary and Macroprudential Policies to Lean Against the Financial Cycle and Deal with Systemic Risk. **Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil**, n. 1252, 2012.

Silveira, M. A Small Open Economy as a Limit Case of a Two-Country New Keynesian DSGE Model: a Bayesian Estimation with Brazilian Data. **Textos para Discussão do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada**, n. 1252, 2006.

Silveira, M. Using a Bayesian Approach to Estimate and Compare New Keynesian DSGE Models for the Brazilian Economy: the Role for Endogenous Persistence. **Revista Brasileira de Economia**, n. 62(3), p. 333–357, 2008.

Sin, H.; Gaglianone, W. Stochastic Simulation of a DSGE Model for Brazil. **MPRA**, n. 20853, 2006.

Smets, F.; Wouters, R. Shocks and Frictions in US Business Cycles: a Bayesian DSGE Approach. **The American Economic Review**, n. 3(97), p. 586-606, 2007.

Valli, M.; Carvalho, F. **Fiscal and Monetary Policy Interaction: a Simulation Based Analysis of a Two-Country New Keynesian DSGE Model with Heterogeneous Households**. 2009. Manuscrito.

van der Vaart, A. **Asymptotic Statistics**. Cambridge University Press, 1988.

Vasconcelos, B.; Divino, J. O Desempenho Recente da Política Monetária Brasileira sob a Ótica da Modelagem DSGE. **Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil**, n. 291, 2012.

Walker, A. M. On the Asymptotic Behavior of Posterior Distributions. **Journal of the Royal Statistical Association**, n. 31(1), p. 80–88, 1969.

ANEXO

Este anexo reproduz a prova de Lele et al. (2007) de que as estimativas obtidas através do método de *data cloning* convergem para as estimativas de máxima verossimilhança, conforme o número de k de clones aumenta.

Considere o seguinte modelo, seguindo a apresentação do capítulo 2:

$$\underline{Y} \sim f(\underline{y} | \underline{X}, \varphi)$$

$$\underline{X} \sim g(\underline{x} | \theta)$$

onde, $\underline{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ é o vetor de observações, f e g são funções de densidade de probabilidade conjunta, \underline{X} é um vetor de processos que afetam as observações, $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_q)$ é um vetor de parâmetros fixos desconhecidos que afetam as observações e $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$ é um vetor de parâmetros fixos desconhecidos relacionado ao processo \underline{X} .

Denote a distribuição *a priori* como $\pi(\theta, \varphi)$ e assuma que ela é positiva sobre todo o espaço paramétrico Θ - i.e. *a priori*, não impede a ocorrência de quaisquer valores do espaço paramétrico.

A distribuição *a posteriori* é dada por:

$$\pi^{(1)}(\theta, \varphi | \underline{y}) = \frac{\{\int f(\underline{y} | \underline{X}, \varphi) g(\underline{X} | \theta) d\underline{X}\} \pi(\theta, \varphi)}{h(\underline{y})}$$

onde, $h(\underline{y}) = \int f(\underline{y} | \underline{X}, \varphi) g(\underline{X} | \theta) \pi(\theta, \varphi) d\underline{X} d\theta d\varphi$.

Substituindo esta distribuição *a posteriori* como nova distribuição *a priori*, obtém-se:

$$\pi^{(2)}(\theta, \varphi | \underline{y}) = \frac{\{\int f(\underline{y} | \underline{X}, \varphi) g(\underline{X} | \theta) d\underline{X}\} \pi^{(1)}(\theta, \varphi)}{h^{(2)}(\underline{y})}$$

$$\pi^{(2)}(\theta, \varphi | \underline{y}) = \frac{\{\int f(\underline{y} | \underline{X}, \varphi) g(\underline{X} | \theta) d\underline{X}\}^2 \pi(\theta, \varphi)}{h^{(2)}(\underline{y})}$$

$$\pi^{(2)}(\theta, \varphi | \underline{y}) = \frac{\{L(\theta, \varphi; \underline{y})\}^2 \pi(\theta, \varphi)}{h^{(2)}(\underline{y})}$$

Repetindo este processo k vezes:

$$\pi^{(k)}(\theta, \varphi | \underline{y}) = \frac{\{L(\theta, \varphi; \underline{y})\}^k \pi(\theta, \varphi)}{h^{(k)}(\underline{y})}$$

Defina $(\hat{\theta}, \hat{\varphi})$ como o estimador de máxima verossimilhança de (θ, φ) , o que implica que $L(\hat{\theta}, \hat{\varphi}; \underline{y}) > L(\theta, \varphi; \underline{y})$ para todo (θ, φ) .

Como $\pi(\theta, \varphi)$ é positivo em todo o espaço paramétrico, para $\forall (\theta, \varphi) \neq (\hat{\theta}, \hat{\varphi})$:

$$\frac{\pi^{(k)}(\theta, \varphi | \underline{y})}{\pi^{(k)}(\hat{\theta}, \hat{\varphi} | \underline{y})} = \frac{[L(\theta, \varphi; \underline{y})]^k}{[L(\hat{\theta}, \hat{\varphi}; \underline{y})]^k} \rightarrow 0$$

Quando $(\theta, \varphi) = (\hat{\theta}, \hat{\varphi})$:

$$\frac{\pi^{(k)}(\theta, \varphi | \underline{y})}{\pi^{(k)}(\hat{\theta}, \hat{\varphi} | \underline{y})} = \frac{[L(\theta, \varphi; \underline{y})]^k}{[L(\hat{\theta}, \hat{\varphi}; \underline{y})]^k} \rightarrow 1$$

Lele et al. (2007) afirmam, assim, que o ponto fixo para o mapa de iteração é uma distribuição degenerada em $(\hat{\theta}, \hat{\varphi})$. A distribuição degenerada é independente da distribuição inicial π . Como a média da distribuição degenerada é o ponto em que ela é degenerada, a média da distribuição *a posteriori* se aproxima da estimativa de máxima verossimilhança de (θ, φ) , para valores suficientemente grandes de k .